

# www.icivil.ir

پرتال جامع دانشجویان و مهندسين عمران

ارائه كتابها و جزوات رايجان مهندسي عمران

بهترين و برترين مقالات روز عمران

انجمن هاي تفصلي مهندسي عمران

فروشگاه تفصلي مهندسي عمران

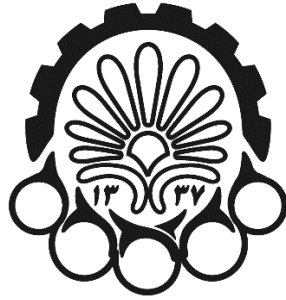


@icivilir



icivil.ir





دانشگاه صنعتی امیرکبیر  
( پلی تکنیک تهران )

## خلاصه درس تحلیل سازه ها

(بربنای کتاب سری عمران جدید)

تهیه و تنظیم : مصطفی رحیمی

E-MAIL: [nce.rahimi@yahoo.com](mailto:nce.rahimi@yahoo.com)

بهار سال ۱۳۹۴

## مقدمه :

خلاصه ای که پیش روی شماست، خلاصه درس تحلیل سازه ها کتاب دو جلدی سری عمران جدید چاپ ۱۳۹۲ می باشد.

دقت شود که به دلیل حجیم بودن و وقت گیر بودن اشکال در این درس، از به کارگیری خط کش در رسم شکل ها خودداری شده است. البته شکل ها طوری رسم شده اند که به خوبی مفهوم درس را برسانند و گویای مطالب باشند.

در این جزوه سعی شده است که خلاصه ها همراه با ذکر مثال باشند به دلیل آنکه درس های مربوط به مکانیک جامدات برای یادگیری نیاز به ذکر مثال دارند.

امید است که مورد رضایت مهندسین عزیز واقع شود ...

در مورد نحوه ی خواندن درس تحلیل سازه ها و توضیح بیشتر در مورد این درس، پی دی افی آماده گردیده که پیشنهاد می شود قبل از مطالعه این درس آن پی دی اف نیز مطالعه شود.

لطفا هرگونه انتقاد و پیشنهاد در مورد این جزوه را از طریق ایمیل [nce.rahimi@yahoo.com](mailto:nce.rahimi@yahoo.com) با بنده در میان بگذارید.

به امید موفقیت شما مهندسین عزیز در کنکور کارشناسی ارشد

مصطفی رحیمی

رتبه ۳۴ کنکور کارشناسی ارشد رشته مهندسی عمران سال ۱۳۹۴

Subject: Mostafa Rahimi

Date: No:

تحليل سازه

مضل اول: درجه برهمنی را بنویسید

تعداد درجه برهمنی

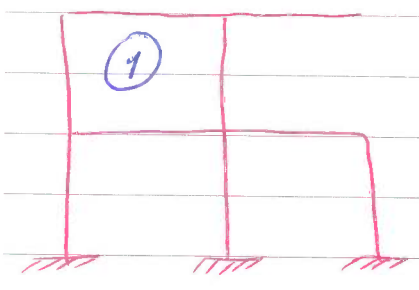
تعداد عکس العمل تکیه ها

تعداد معادلات تعادل استاتیکی

درجه برهمنی معارف

$$Df = (r + 3K) - (C + 3)$$

تعداد معادلات شرط ها

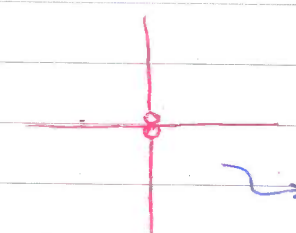


تعداد فضای سبب ازین در سازه ها می باشد

$$K = 1$$



در تکیه ها سه مرتبه  
در تکیه ها سه مرتبه از معادلات عکس العمل داریم



$$C = n - 1$$

$$C = (2 - 1) + (2 - 1) = 2$$

تعداد معادلات شرط ها (C)

در یک مفصل هفتی

در هر یک از درجه تکیه ها مفصل ها

$$C = 2$$

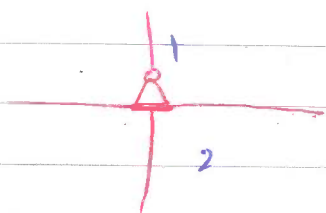
یا غلطی

در یک تکیه مفصلی داخلی

(بر زمین و اصل بنا)

$$C = n - 1$$

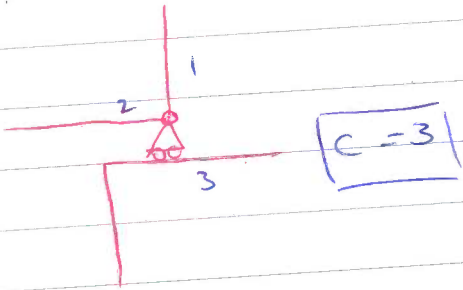
$$C = 2 - 1 = 1$$



$$C = 2 - 1 = 1$$

$$C = n - 1 = 2 - 1 = 1$$

No:

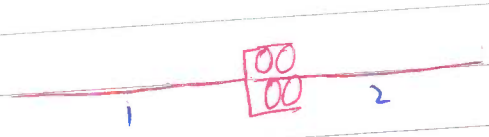


$$C = n$$

در تکیه داخلی 3  
(داخلی)

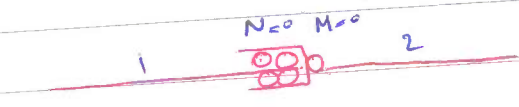
وقتی به زمین متصل نباشد

در اتصال کسری



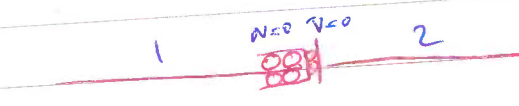
$$C = 2 - 1 = 1$$

لغز به تعداد هر می هم در برابر  
معادله شرط داریم

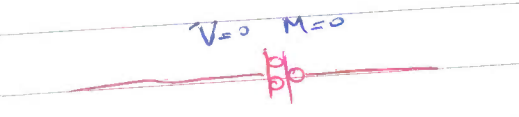


$$C = 1 + 1 = 2$$

در این جا چون عکس العمل  
نیروی عمودی و گشتاور هستی  
مقاومت  $C=2$

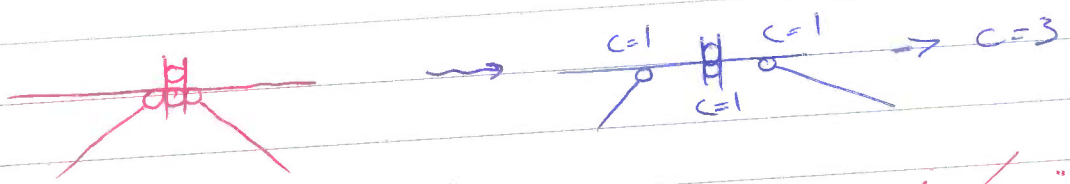


$$C = 1 + 1 = 2$$



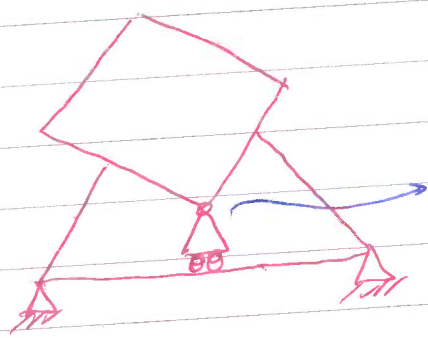
$$C = 1 + 1 = 2$$

تکیه 3

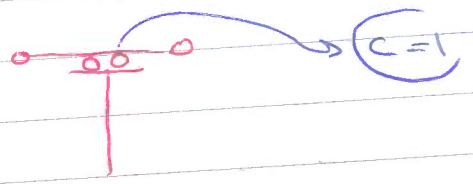


$$C = n$$

در تکیه داخلی داخل 3  
(به زمین متصل نباشد)



$$C = 3$$



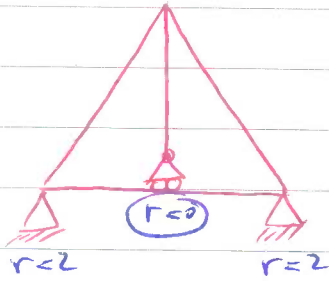
$$C = 1$$

Subject:

Date:

No:

نکته: تلبه‌ها که بزرگترین مفصل هستند در سازه‌ها ۲ می‌باشد.

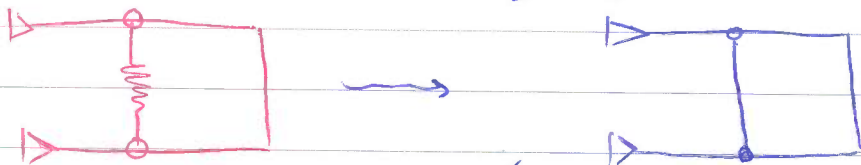


$r = 4$

قشرها:

① قطب‌ی قشری است (تلبه‌ها) و قشرها دور (تلبه‌ها یا داخل) را از سازه حذف کرده و به تعداد این قشرها حذف شده به فرض معین می‌افزایم.

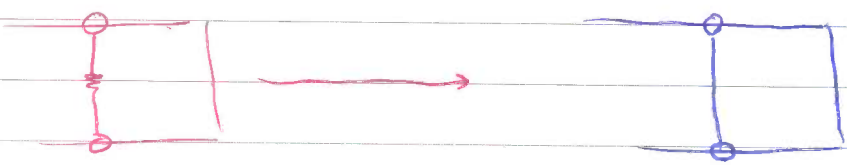
② قشرها داخل را ابتدا عضو و مفصل جابجایی می‌کنیم



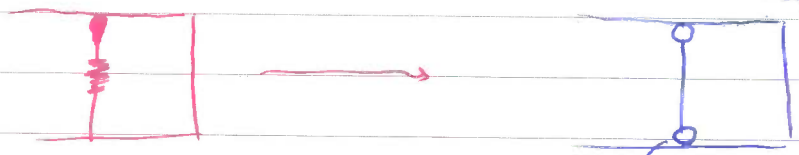
③ قطب‌ها خارج (تلبه‌ها) را مثل قشرها تلبه‌ها محل می‌کنیم. قطب‌ها که داخل را با عضو و مفصل جابجایی می‌کنیم.

مفصل‌ها هم با سازه‌ها باقی‌مانده

نکته: اگر فرض خودی دیگر مفصل بود



اگر فرض خودی دیگر مفصل نبود

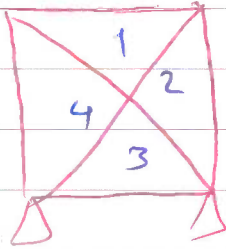


همچنان می‌شود

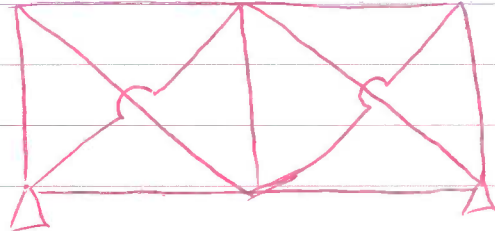
Subject:

Date: No:

تکلیف 3 در صورتی که دو عضو از روی هم رد شوند ← حلقه ها را به طور معمول می شماریم و در آخر به تعداد عضوهای عبوری از بندیکتر 1- می کنیم



$$K = 4$$



از کلمه می نشاء ←  $K = 8 - 1 - 1 = 6$

که با از این حرکت بند (1)



$$K = 1$$

تکلیف 4: حسابش حلقه های زیر چارچوب تیره !!

در بیامی تیر حرکت ما را هم

$$DI = r' (C' + 2)$$

تعداد معادله شده غیر وابسته به نیروی محوری

تعداد عملیات غیر افقی در بندیکتر حاوا

مثال:



$$r' = 0$$



$$r' = 1$$



$$r' = 1$$



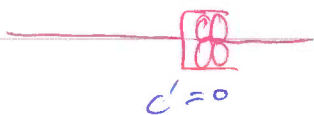
$$r' = 2$$



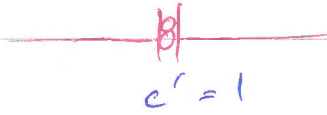
$$r' = 1$$



$$C' = 1$$



$$C' = 0$$



$$C' = 1$$



Subject:

Date:

No:

تذکره مهم: حتماً باید در صورت سوال قيد شود که بارگذاری در راستای قائم است. و در هر جا باید از فرمول صفحه قبل استفاده کرد.

$$DI = (m+r) - 2n$$

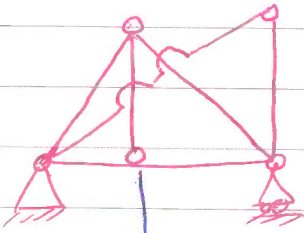
تعداد معضله‌ها فرها

فرها و دولتری؟

تعداد اعضاء فرها

تعداد عکس العمل‌ها کلیه فرها

مهم: در وقت نمودن فرها، تماماً باید مفاصل را باشد اگر چه باشد فرها



$$r = 3$$

$$C = 2 + 1 + 2 + 2 + 1 = 8$$

$$K = 5 - 1 - 1 = 3$$

$$\Rightarrow DI = 11$$

$$DI = (6m+r) - (6n+c)$$

قالب قضای:

تعداد معادله شرط (الغیر از 0)

تعداد اعضاء فرها  
یا  
تعداد عکس العمل‌ها کلیه فرها

n: تعداد لنگه‌ها (حل برضود و یا مندر عموماً و نامیده می‌شود هم چنین حل اتصال اعضاء با آن به بیرون این لنگه در نظر می‌گیریم)

$$C = \sum 3x(P-1) - (\text{تعداد اعضاء که توسط معضله موجود در آن است})$$

تعداد اعضاء می معضله  
معضله خمشی

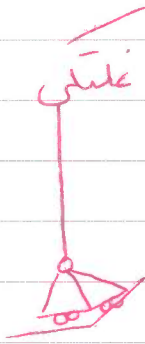


Subject:

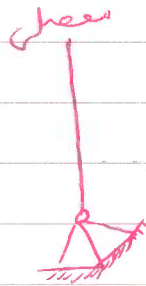
Date:

No:

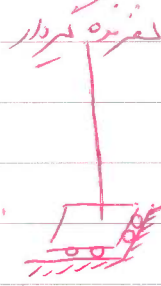
عکس العمل‌ها تولید می‌کند تا در ضوابط تعریفی



$$r=1$$



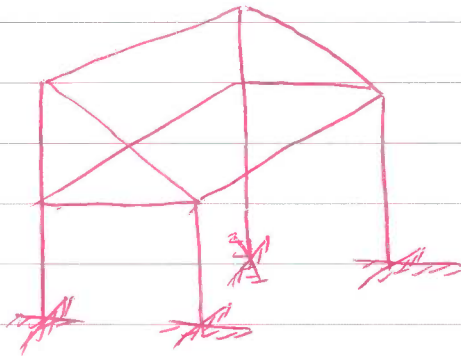
$$r=3$$



$$r=3$$



$$r=6$$



- $m = 13$  تعداد اعضا
- $r = 24$  تعداد عکس‌العمل‌ها
- $n = 10$  تعداد درجه‌ها
- $C = 0$  تعداد معادلات

$$DI = 6 \times 13 + 24 - (6 \times 10 + 0) = \underline{42}$$

Subject:

Date:

No:

## فصل دوم: استاتیک تیرها و فرها:

در صورتی که عملیاتی اعمال شود و نیروی محصور داخلی صفر باشد، تیر محسوب نمی شود.



تیر محسوب نمی شود چون عملیاتی اعمال دارد

چون با A با صفتی غیر برابر است

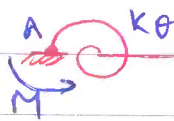
در فرها؟

فرها استاتیکی



$$\Delta_A = \frac{R}{k_\Delta}$$

فرها استاتیکی

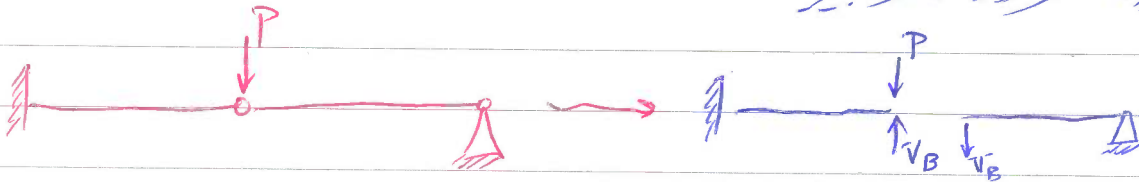


$$\theta_A = \frac{M}{k_\theta}$$

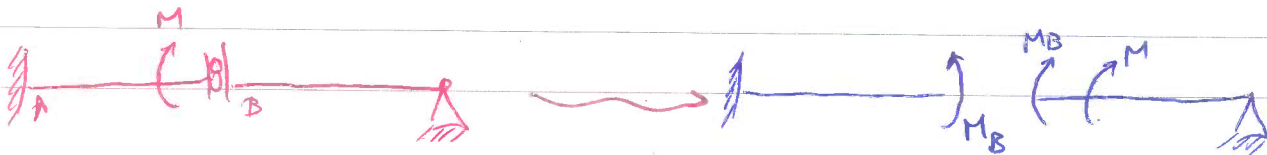
نقطه A با دور غیر برابر است

نکات مهم:

1) اگر نیروی متحرک روی مفصل داخلی اثر کند، می توان پس از جدا سازی هر طرفی که دلخواه است تیر را مستقیماً در نظر بگیریم.



2) در صورتی که نیروی متحرک روی یک مفصل بیرونی یا در طرفین آن اعمال شده بود، پس از جدا سازی تیر را در هر سمت می توان گرفت.





عبارت‌های معضل جسی

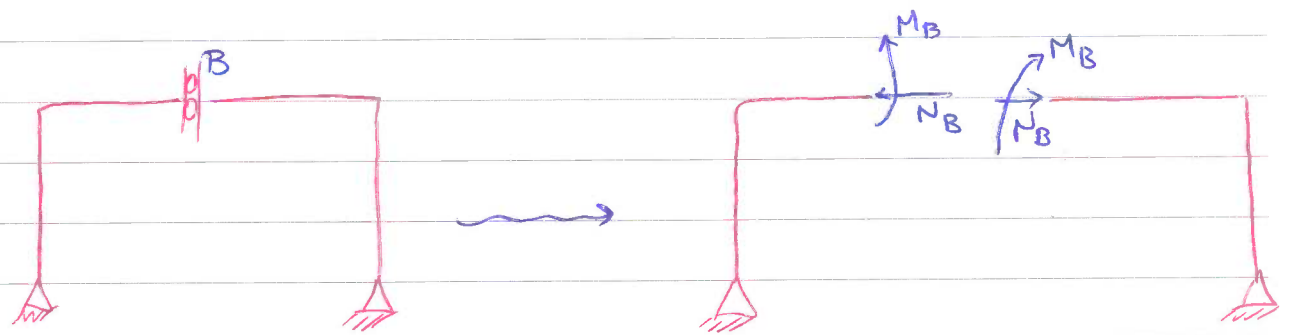
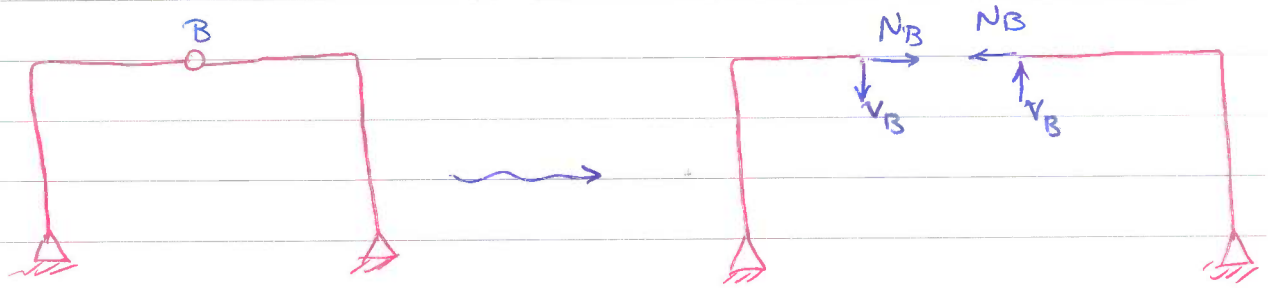


عبارت‌های معضل برشی



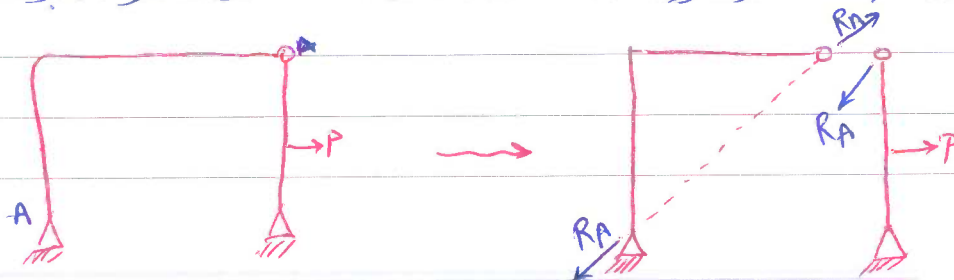
همه عبارت‌های از طرف شروع برعکس کنیم تا جهت‌گیری درجه

دکتر ۳۴۴۳ ارفق دستیم ، در هنگام عبارت‌های نیروی جوی یا بدون دره !!



قالب اعضا و نیروی :

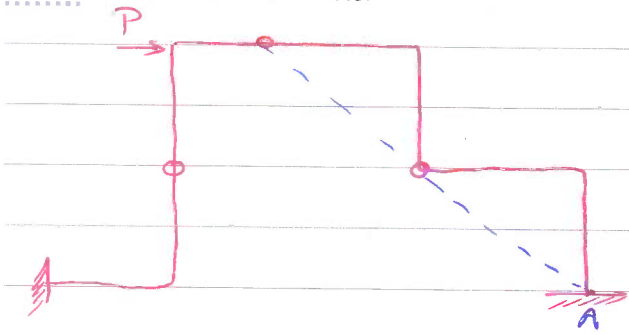
اعضای بیرونی و دور معضلی به هیچ‌گونه بار مستقیمی روی آن اعمال نشده است ، در این اعضا برکت نیروها داخلی در دو انتهای عضو از سمت داخل و اصل مفصل آن حافظه بود .



Subject:

Date:

No:



$M_A = 0$

استاتیک فرما:  
روش مفصل:

در هر مفصل همواره تعادل در هر تریه وجود محمول

نکات:

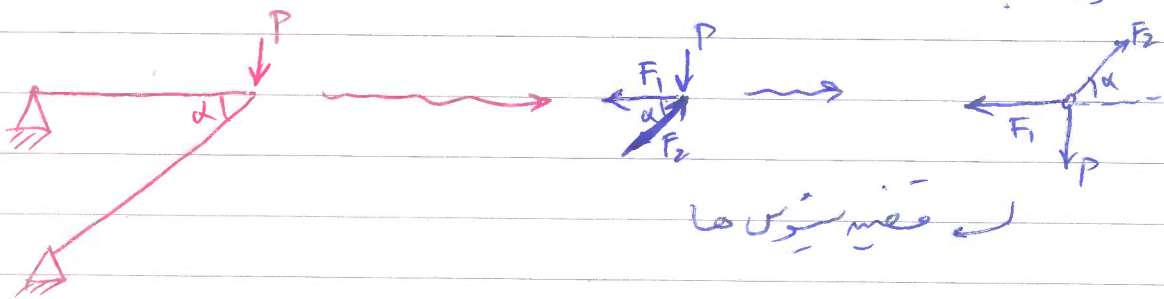
۱) صفر نیروی! دو عضو هم راسته و هیچ نیروی روی مفصل اثر نلند ← هر دو صفر نیروی اند



اگر دو عضو هم راسته باشند و هیچ نیروی روی مفصل اثر نلند ← عضو سوم صفر نیروی است



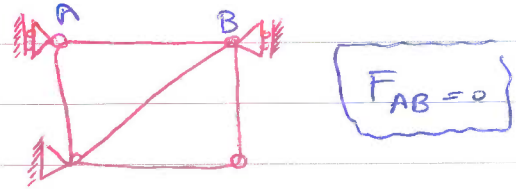
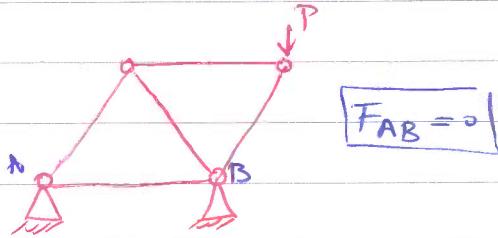
۲) در تریه ها که نیروها خارج از تریه اند و عضوها غیر هم راسته اند و عضوی عمود بر سوس ها بسیار کاربرد دارد است



Subject:

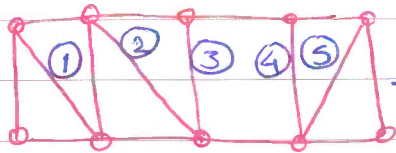
Date: No:

تکانه بسیار مهم: اگر یک عضو در مفصل فاقد یا دارای یکی از این باشد و توانی آن نیز نسبت به دیگر اعضا تغییر نکند یا نداشته باشد، آن عضو نیروی است.

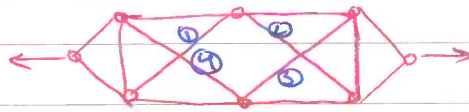


توجه کن: در هر یک از ستان‌ها روشی است که اعضا مورد بررسی را انتخاب می‌کنند:

- 1) مفصل فاقد یا دارای
- 2) به مفصل تنها یک عضو رسیده باشد که دو عضو از آن عمود بر محور تقارن و دو عضو دیگر موازی محور تقارن زاویه یک  $\alpha$  ساخته باشد.



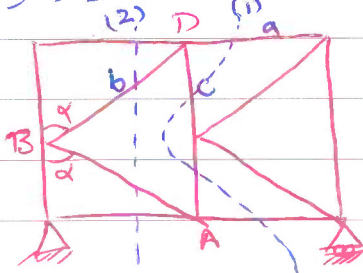
همین‌طور 1, 2, 3, 4, 5



همین‌طور 1, 2, 3, 4, 5  
روش مفصل:

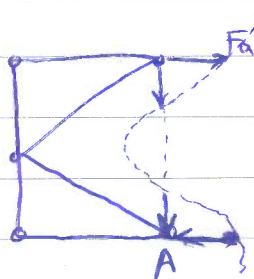
حرفه‌مندی قطع شده تنها سه معادله تعادل می‌توان نوشت ← حد اکثر سه عضو را قطع کند

در حل ابتدا عکس العمل‌ها را بنویس تا اینکه با همی را می‌بینیم پس جوری مقطع می‌زنیم که حد اکثر سه عضو را قطع کند اگر بیش از سه عضو برش دهیم مقطع گنیم، همین مقطع را پس می‌زنیم.



نویس K مثل:

1) حاصل نیروها اعضا افقی ←



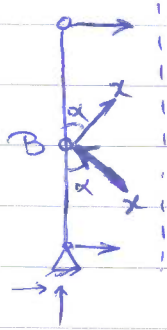
$$\sum M_A = 0 \Rightarrow \sqrt{F_a}$$



Subject:

Date:

No:

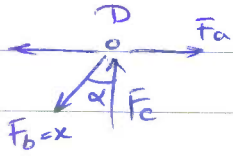


$$\sum F_y = 0 \Rightarrow x \checkmark$$

② یافتن نیرو در اعضا مایل

③ یافتن نیرو در اعضا قائم:

D معضل:

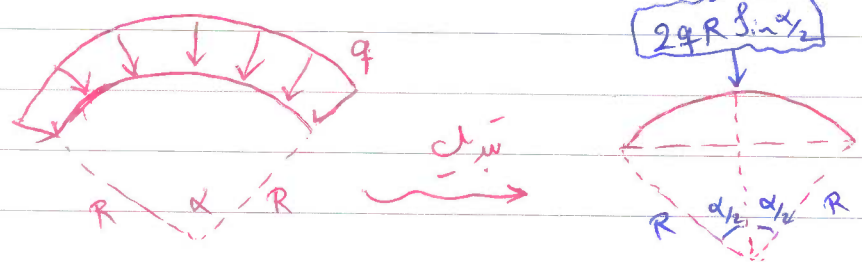


$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_c = F_b \cos \alpha = x \cos \alpha$$

قالب قوسی شکل:

اگر از هر جای قوس ببریم، سه نیروی T، N و M به وجود می آید که مانند یک مثلث عمل می کنند.

نکته: اگر فشارات q به صورت عمود بر قوس وارد شود: نیروی عمود  $2R \sin \frac{\alpha}{2}$  بر جای آن در نظر بگیریم:





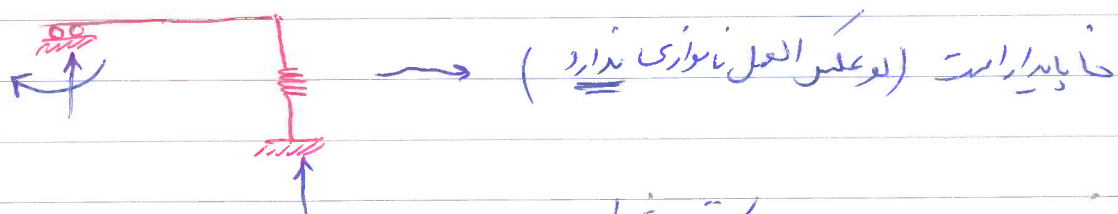
# مفصل سوک : بررسی پایداری سازه ها و

سازه چابوار سجاوار شدن هر نوع بارگذاری روی آن همواره متعادل است  
سازه ناپایدار به بارگذاری وجود دارد که تعادل در سازه برقرار نیست

$DI < 0$  ← سازه ناپایدار  
 $DI = 0$  ← سازه معین و پایداری باید بررسی شود  
 $DI > 0$  ← سازه نامعین است و پایداری باید بررسی شود

تکیه % صاف ← 3 عکس العمل نیرو  
 غیر موازی  
 غیر متقارن

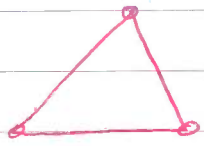
دو عکس العمل ناموازی و یک عکس العمل از نوع لنگر



معادلات نیرو

$$D' = 3K - C$$

مقدار حلقه تکیه



درجه نامعنی داخلی :

$$k=1$$

$$C=3$$

$$D' = 3 \times 1 - 3 = 0$$

معین داخلی است

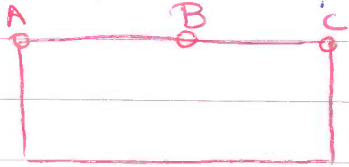
\* اگر درجه نامعنی داخلی منفی شود ← جسم لزوماً ناپایدار داخلی است - (عکس این مطلب صحیح نیست)

Subject: Mostafa Kahimi

Date:

No:

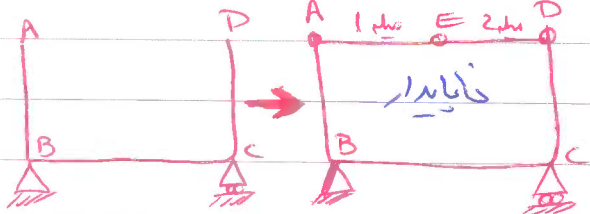
هنگامی که سه معضل در یک راستا باشند می‌توانند آزادانه با هم در هم جفت شوند و معضل در یک راستا با هم جفت می‌شوند.



در صورتی که یک قسم نامیده داخل باشد، برای اتصال مناسب آن به زمین و ایجاد شدن سازه ای پایداری عملی سه عکس العمل یکدیگر را حاصل می‌نماید و در این از سه عکس العمل یکدیگر حاصل می‌تواند است.

ساختن اجزای یک صلب فشرده:

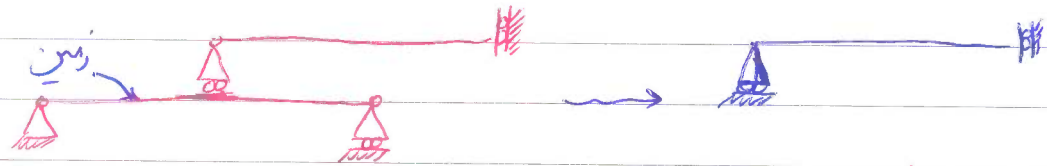
یک قسم پیوسته می‌تواند توسط دو وسیله ای دوسر معضل و غیر هم راستا برتر شود بدون آنکه پایداری آن تغییر کند.



اگر هم راستا باشند می‌توانند پایداری شوند.

کوهل کردن سازه پایداری نامرئین:

حرفه فشرده پیوسته با تکیه گاه مناسب به زمین وصل می‌شود، آن قسمت پایداری است و معادل زمین است.



جابجایی قسم صلب دوسر معضل یک میله:

هرگاه یک قسم صلب تنها با دو معضل به سایر قسمت ها گره می‌شود، می‌توان آن را با یک میله در راستای خط واصل آن دو معضل جابجایی کرد.

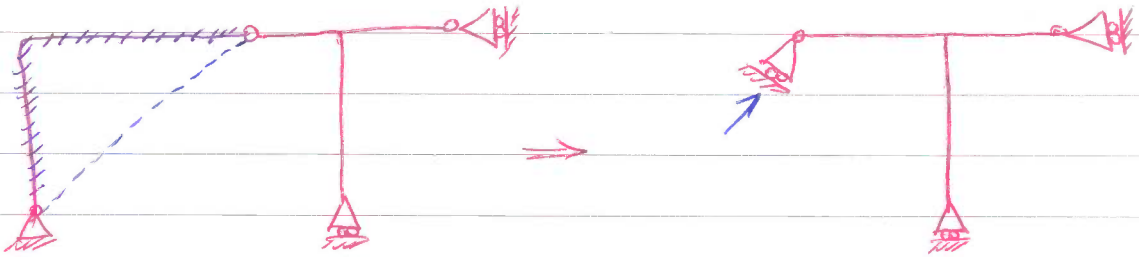
قسم صلب فشرده



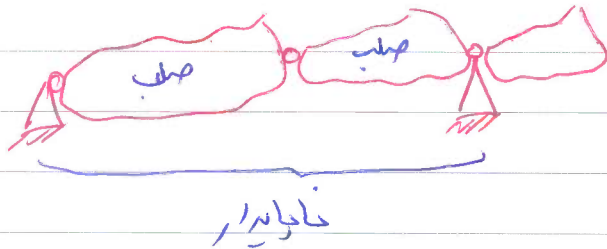
Subject:

Date: . No:

هرگاه یک جسم صلب تنها دو مفصل به هم متصل شود و این دو مفصل در یک راستا باشند و این دو مفصل در یک خط مستقیم باشند آن جسم صلب را می توان به یک مفصل در آنجا که خطی از آن دو مفصل می گذرد در نظر گرفت. این شرط را می توان به این صورت نوشت:



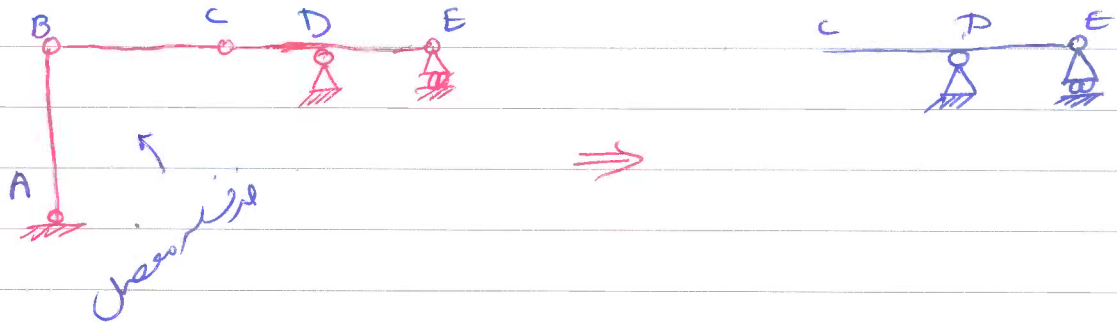
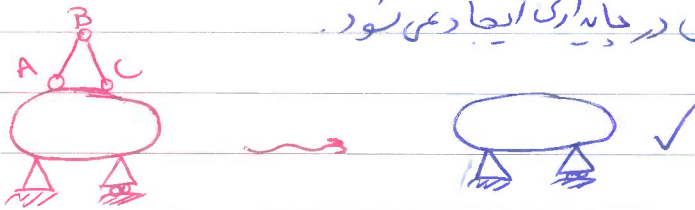
ماده ها سه مفصل و



از سه مفصل در یک راستا خوابگاه  
از سه مفصل غیر هم راستا خوابگاه

لوطی کردن ماده با حذف سه مفصل:

اگر در شرط زیر B و C و A B حذف شوند عملی در جای دیگری ایجاد نمی شود.



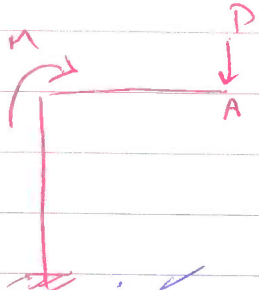
Subject:

Date:

No:

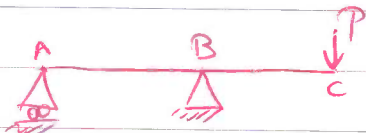
## مفصل چهارم: رسم دیاگرام برش و خمش:

\* در انتهای آزاد در صورت عدم وجود لنگر - لنگر خمشی صفر است



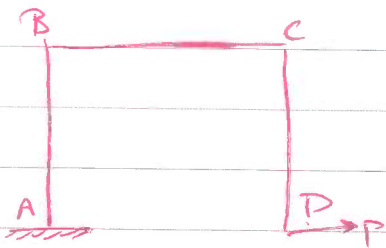
$$M_A = 0$$

\* در تکیه‌گاه غلظت و مفصل (لنگری) - لنگر ممتوزنده است - رسم - جواره لنگر خمشی صفر است



لنگری نیست  $M_A = 0$  و  $M_B \neq 0$

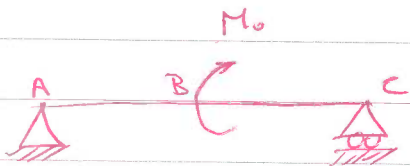
\* در محل اتصال ملب دو عضو به یکدیگر در یک جا، در صورتی که در محل اتصال، لنگر خمشی ممتوزنده نکرده باشد - مقدار لنگر خمشی در دو انتهای اعضا باید یکدیگر برابر باشد



$$(M_B)_{BA} = (M_B)_{BC}$$

$$(M_C)_{CD} = (M_C)_{CB}$$

\* مقدار لنگر خمشی داخلی در طرفین یک لنگر ممتوزنده برابر نیست



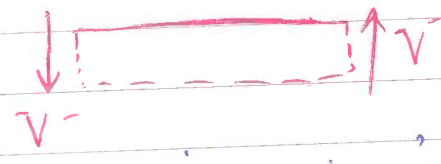
$$M_B^L \neq M_B^R$$



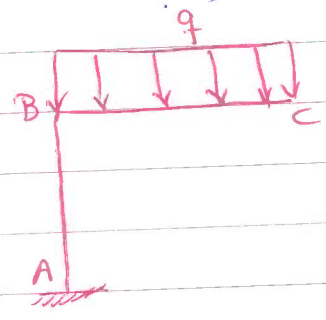
ct:  
ile: No:

معمولاً در این روش:

در صورت مثبت تعادل به دوران عضو در جهت مثبت است  
در صورت منفی تعادل به دوران عضو در جهت مخالف است

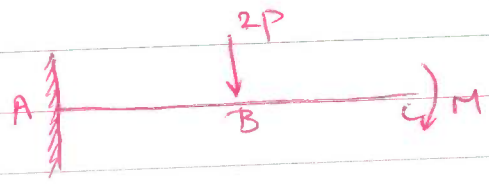


\* در سر آزاد اعضا در صورت نبود نیروی بیرونی مقدار برش همگرا است



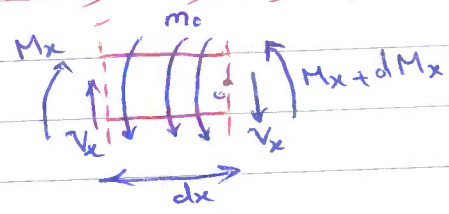
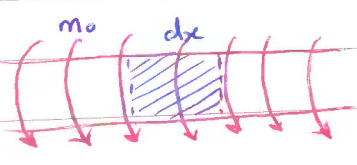
$$V_C = 0$$

\* مقدار نیروی بیرونی داخلی در مفاصل بیرونی متغیر است، برابر می باشد



$$V_{BL} \neq V_{BR}$$

در این حالت در صورت اثر نیروی کشنده تلفظ است



$$\sum M_o = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{dM_x}{dx} = (V_x - m_0)$$

یعنی در هنگام اثر نیروی کشنده، سبب خود را تلفظ، برابر  $V_x - m_0$  است



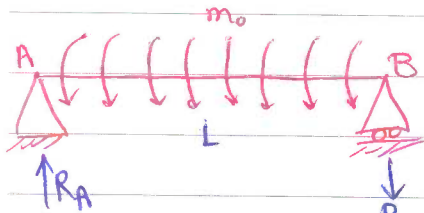
Subject:

Date:

No:

\* در طولی از یک مقطع که نیروی عمودی، شیب است، میزان انحراف می شود، زیرا که نیروی عمودی به صورت

خطی تغییر می کند.  
\* در طولی از یک مقطع که نیروی عمودی، شیب است، میزان انحراف می شود، زیرا که نیروی عمودی به صورت  
خطی افقی خواهد بود (زیرا مقدار شیب در این طول ثابت است)



$$\sum M_B = 0 \Rightarrow R_A \times L - m_0 \times L = 0$$

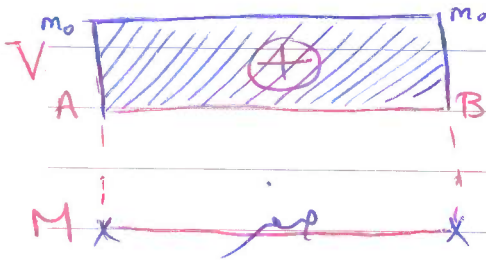
EXP

$$\Rightarrow R_A = m_0$$

چون نمودار برش  $V = m_0$  است و شیب نمودار M

$$V - m_0 = m_0 - m_0 = 0$$

پس  $V - m_0 = 0$  است





Subject:

Date:

No:

### فصل پنجم: روش طر محازی در خواها

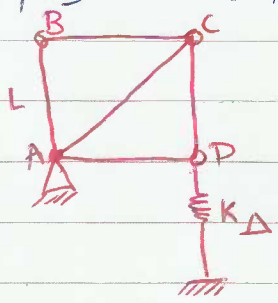
$$\Delta_i + W_R = \sum \frac{FFL}{AE} + \sum \bar{F} \alpha L \Delta T + \sum \bar{F} S + \sum \frac{RR}{K_A}$$

(1)
(2)
(3)
(4)
(5)
(6)

- (1) تغییر مکان در نقطه دلخواه
- (2) نسبت تکیه طرها
- (3) اثر نیروی محوری در اعضا سازه
- (4) اثر تغییر دماگ اعضا
- (5) اثر ضرایب سافت در بین مویناژ اعضا
- (6) اثر وجود فتوحات استاتی داملی و خارجی

\* برای محاسبه تغییرات در روش طر محازی ابتدا تمامی نیروها و داملی اعضا را بر روی روش حساب که بدین (مثل معضله یا مقصود) محاسب می کنیم. سپس در محلی که می خواهیم تغییر مکانش را بدست بیاوریم یک بار وارد می کنیم و سپس از فرمول های بالا یک بار محاسب می کنیم.

با بدقت کرده حسی سوال داده را در تغییرات در نظر بگیریم مثل در زیر هم نیروی محوری داریم عن



$$\Delta_i = \sum \frac{FFL}{AE} + \sum \frac{RR}{K_A}$$

نانی از ما روانه  $\rightarrow$   $\frac{RR}{K_A}$   
 نانی از باطل  $\leftarrow$   $\frac{FFL}{AE}$

نکته بسیار مهم: همیشه ابتدا تمام سازه ای که بار و داملی روش اعمال کردیم را حساب کنیم چون صفر نیروی بیشتر از روش در میاد و احتیاطی به محاسبه نیرو و داملی صفر نیروی در سازه اصلی نیست.

Subject:

Date:

No:

در صورت وجود اعضاي صلب ( $AE = \infty$ ) نيمازي به جرمي نسبي نيروي داخل نسبت ميگيرد  $\frac{FPL}{AE}$  صفر ميشود.

تغییر مکان هر درازتر است، و ما:

در خواهايم معين، عوامل غير مستقيم مثل دما، نشست و خايل سا... صحت صحيح گونه نيروي داخل و عکس العمل تکیه ها هم در سازه ايجاد مي کنند.

\* به نيروي سازه بار نديانته با هم... همي نيروها داخل و عکس العمل ها = صفر  
 پس فقط معادلي زيبر داريم:

$$\Delta_i + W_R = \sum \bar{F} \alpha L \Delta T + \sum \bar{F} \delta$$

وقت شود در ما و از خواي سا... F ناسي در سازه ي داخل اينبار نديانته.

کار انجام شده توسط نشست تکیه ها هم در اثر عکس العمل ها سازه تحت بار واحد سا...  $W_R$  برسي

$$W_R = \pm (\text{نشست تکیه ها هم مربوط}) \times (\text{عکس العمل تکیه ها در نشست تحت بار واحد})$$

$$= \pm \bar{R}_i \times \Delta_i$$

\* وقتي از دما داريم  $F \alpha L \Delta T$  ... به با هم وقت كردن انر عضو...  $F > 0$  ...  $F < 0$

برسي  $\sum \bar{F} \delta$  :  
 در نظر گرفتن خايل سا...  
 1: خايل سا...  
 2: نيروي داخل و عکس العمل در سا...  
 3: تحت اثر بارگذاري واحد

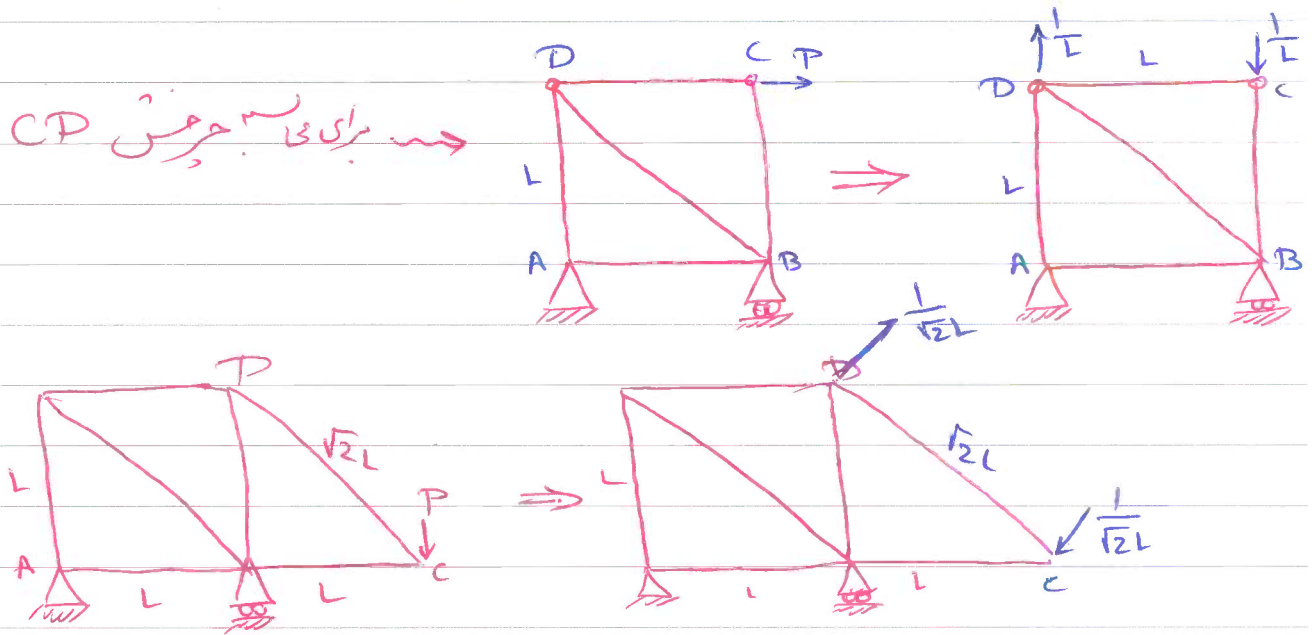
Subject:

Date:

No:

دقت: اگر در هنگام سازه عضو بلندتر از مقدار واقعی شود  $\delta > 0$  ←  
 " کوتاه تر " " " " " ←  $\delta < 0$

نکته: برای سازه‌های چرخش بد اعضا، باید کویل (زوج نیرو) را به صورت عمود بر عضو در دو انتهای آن طوری قرار دهیم که گشت حاصل از آن برابر باشد.



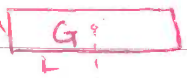

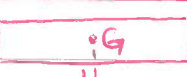
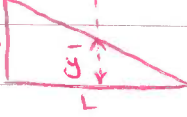


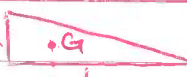
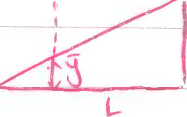
Subject:

Date:

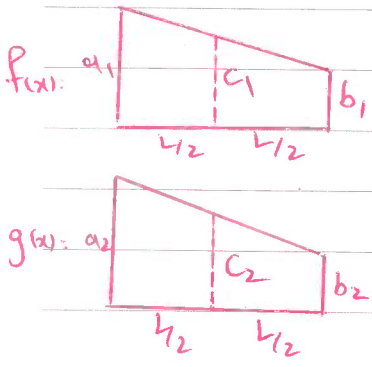
No:

فصل ششم: روش‌های درستی‌ها و فواید حاصل

اولی درستی‌ها

|   |   |
|---|---|
| $f(x):$ <br>$g(x):$     | <p>مساحت درستی:</p> $\int f(x) \cdot g(x) = abL$                            |
| $f(x):$ <br>$g(x):$     | <p>مساحت درستی:</p> $\int f(x) \cdot g(x) = \frac{abL}{2}$                  |
| $f(x):$ <br>$g(x):$     | <p>مساحت درستی با قاعده زير:</p> $\int f(x) \cdot g(x) = \frac{abL}{3}$     |
| $f(x):$ <br>$g(x):$  | <p>مساحت درستی با قاعده غير زير:</p> $\int f(x) \cdot g(x) = \frac{abL}{6}$ |

4 وقت مورد انزال ها بايد با علامت فرار داده شوند



$$\int f(x) \cdot g(x) = \frac{L}{6} \times [a_1 a_2 + 4c_1 c_2 + b_1 b_2]$$

$$c_1 = \frac{a_1 + b_1}{2} \quad , \quad c_2 = \frac{a_2 + b_2}{2}$$



روش کار معیار کار در تیرها و قاب‌ها معین:

$$\Delta_i + W_R = \int \frac{M\bar{M}}{EI} dx + \int \frac{V\bar{V}}{GAs} dx + \int \frac{N\bar{N}}{AE} dx + \int \frac{T\bar{T}}{GJ} dx + \int N\alpha \Delta T dx + \int \frac{M\bar{d}}{h} (T_b - T_t) dx + \sum \bar{N} \delta + \sum \bar{R} \bar{R} + \sum \bar{m} \bar{m}$$

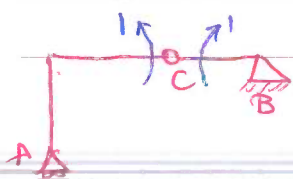
(1)
(2)
(3)
(4)
(5)
(6)
(7)
(8)
(9)
(10)
(11)

- (1) تغییرات در فقط گواه
- (2) اثرات تکیه‌ها
- (3) اثر تغییر شکل‌های خمشی
- (4) اثر تغییر شکل‌های کمانشی
- (5) اثر تغییر شکل‌های محوری
- (6) اثر تغییر شکل‌های بیضی
- (7) اثر تغییرات اعضا
- (8) اثر بارهای حرارتی در اعضا
- (9) اثر ضرایب سادست در هنگام سوند
- (10) اثر ضرایب انتقالی
- (11) اثر ضرایب گسسته

برای محاسبه تغییرات ابتدا باید از اصل هم‌نوعی و نمودار نیروها در رسم می‌کنیم پس بار و واکنش را در نقطه‌ای که می‌خواهیم تغییر شکل آن را حساب کنیم، وارد می‌کنیم و نمودار نیروها را می‌کشیم. و سپس به روش ترسیم به هر مقدار تغییر طول یا بارهای نسبی رسم می‌کنیم. البته این روش برای این است که ما فقط بخش داشته باشیم. برای بررسی و بیضی و ... از همین رسم استفاده می‌کنیم البته نمودارها مخصوص نمودن رسم

\* اگر سوراخ در تیرها خواستند جای را جدا کنیم؟

امداد کردن در C



امداد ضربه E



Subject:

Date:

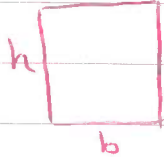
No:

تغییر شکل برشی در حالت حاد و غیره:

$$\Delta_i = \int \frac{-V\bar{V}}{GA_s} dx$$

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

$A_s$ : مساحت موثر برشی مقطع عضو (از رابطه زیر)



$$A_s = \frac{5}{6}bh$$



$$A_s = \frac{9}{10}\pi R^2$$

تغییر شکل محوری در حالت حاد و غیره:

$$\int \frac{N\bar{N}}{AE}$$

$$\frac{N\bar{N}L}{(AE)_i}$$

صلابت محوری مقطع

تغییر شکل در حالت حاد و غیره:

همان طور که می دانیم خواصی مانند نسبت تغییرات و خطای مونتاز، نزدیک داخلی در اعضای باز و معین و همچنین در تکیه گاهها و از آنجمله اصطلاح می شود.

$$\Delta_i + W_R = \int \bar{N} \alpha \Delta T dx + \int \bar{M} \frac{\alpha}{k} (T_b - T_t) dx + \sum \bar{N} \delta$$

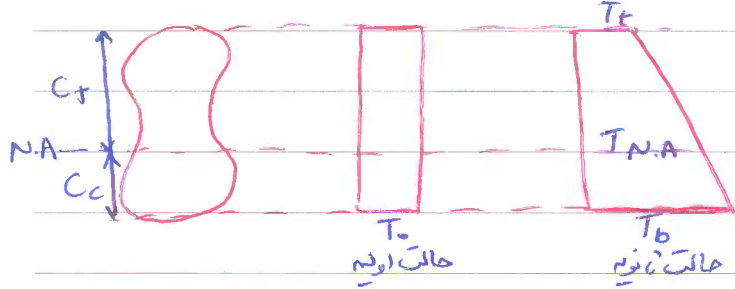
- $W_R$ : اثر نسبت تکیه گاهها در تغییرات (مانند وصل قبلی می شود)
- $\bar{N}$ : نزدیک داخلی محوری در عضوی که گرم یا سرد شده است تحت بارگذاری واحد
- $\alpha$ : ضریب انبساط حرارتی
- $\delta$ : خطای حرکت
- $\delta < 0$ : عضو کوتاه تر
- $\delta > 0$ : عضو بلندتر



**تمرین حرارتی:**

الزین دایسین و سایر مقاطع یک عضو از سازه اصلی را ایجاد شود سبب غیرتساوی و

به آن درازت حرارتی بویند



- $T_0$  → در یک اولیه مقطع
  - $T_b$  → در یک پایین مقطع
  - $T_t$  → در یک بالا مقطع
- } تغییرات دما

اصلی در  $T_b - T_t$  باعث دور مقطع شود و در اثر حرارتی  $\Delta T^*$  را ایجاد می کند  
تغییر دما یا رفتنی نسبت به حالت اولیه باعث انقباض طولی در سازه می شود

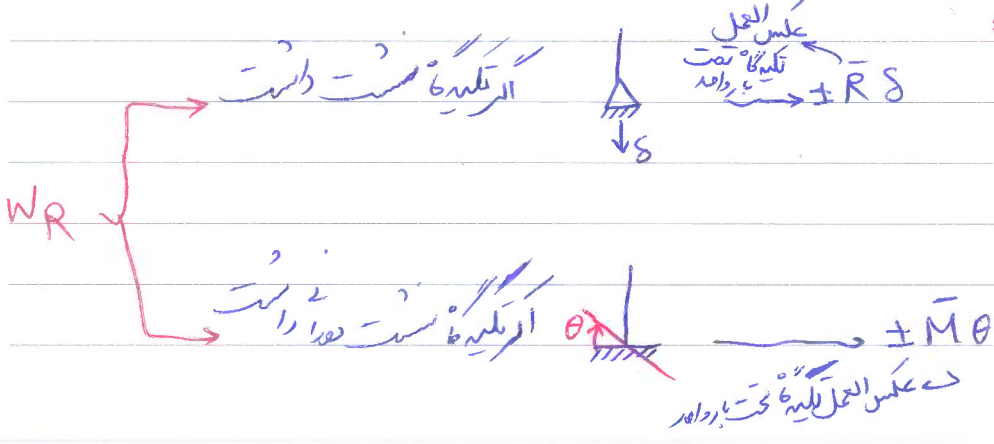
$$\int \bar{M} \alpha \frac{(T_b - T_t)}{h} dx + \int \bar{N} \alpha (T_{NA} - T_0) dx$$

کدام دما در این مقطع  
کدام دما در این مقطع

$\bar{M}$ : معادله تغییرات لگاریتمی تحت بار واحد  
 $h$ : ارتفاع مقطع عضو

بلکه  $WR$ : در اثر حرارتی آنها از تغییر طول می شود و در برابر تغییر طول می کشی صرف نظر می شود

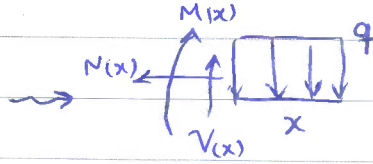
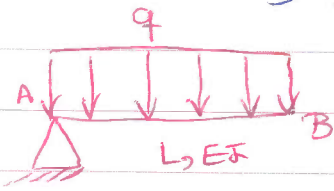
در مقطع متصل  $\rightarrow T_{NA} = \frac{T_b + T_t}{2}$



Subject:  
Date: No:

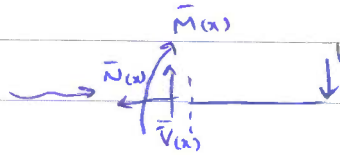
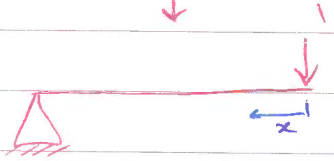
تغییر شکل و برکت بار گسترده 3

در همین حالتی روش ترسی بوجهی مندرج شده و با استفاده از لای مستقیم کرد.



$$M(x) + \frac{qx^2}{2} = 0 \Rightarrow M(x) = -\frac{qx^2}{2}$$

سازه مجازی



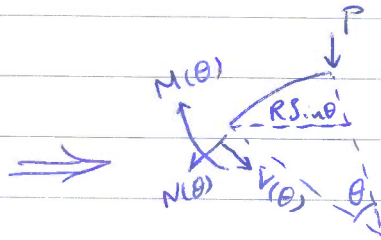
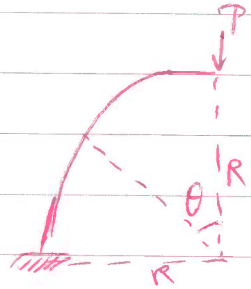
$$M\bar{M}(x) = -x$$

$$\Rightarrow \int \frac{MM\bar{M}}{EI} dx = \int \frac{-qx^2}{2} x \frac{-x}{EI} dx$$

تغییر شکل سازه کی قوسی شکل معین 3

در این شکل برای معادله انتگرال را قبل از آنکه dx درینجا R dθ جایگزین کنیم

$$\Delta_i + W_R = \int \frac{MM\bar{M}}{EI} R d\theta + \int \frac{TV\bar{V}}{GA_s} x R d\theta + \int \frac{TT\bar{T}}{GJ} R d\theta + \int \frac{NN\bar{N}}{AE} R d\theta$$



# مصل معلوم : روش تیر مزدوج :

Subject:

Date:

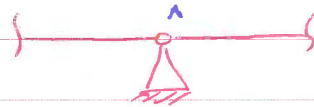
No:

این روش معمولاً برای تیرهای صلب و گسسته در تیرهای ساده کاربرد دارد.

نشان دهنده  $(\theta)$  → فرس  
 نشان دهنده جابجایی  $(\Delta)$  → جنبش

## نکات شرایط مرزی استاتیکی :

(1) در یک نقطه میان دو تیر، اگر تیرها تکیه بر یکدیگر داشته باشند و در آنجا درجه آزادی آنها برابر باشد، مگر آن در آن نقطه، نیروها متمرکز اثر کرده باشند. اختلاف فرس در سمت چپ و راست، برابر با مقدار بار متمرکز است.

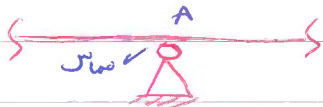


$$(V_L)_A = (V_R)_A$$

$$(V_L)_A \neq (V_R)_A$$

$$|V_L - V_R| = R$$

(2) در یک نقطه میان دو تیر، اگر در سمت چپ و راست آنجا درجه آزادی آنها برابر باشد، مگر آن در آن نقطه مورد نظر یک نیرو متمرکز اثر کرده باشد.



$$(M_L)_A = (M_R)_A$$

$$(M_L)_A \neq (M_R)_A$$

$$(M_L)_A = 0 \text{ و } (M_R)_A = M$$

(3) در یک نقطه میان دو تیر، اگر تیرها تکیه بر یکدیگر داشته باشند و در آنجا درجه آزادی آنها برابر باشد، مگر آن در آن نقطه یک مصل خمشی داخلی وجود داشته باشد.



$$(\theta_L)_A \neq (\theta_R)_A$$

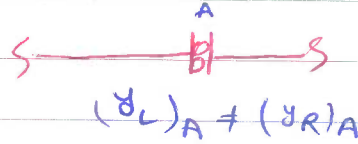
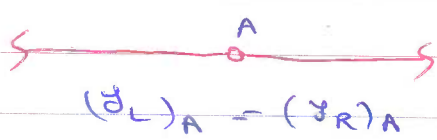
$$(\theta_L)_A = (\theta_R)_A$$

Subject:

Date:

No:

4) در یک نقطه میان از یک تیر، فنر نصب می‌شود. در این نقطه برابر است، مگر این که در آن نقطه یک مفصل برکی داخل می‌شود یا نه.



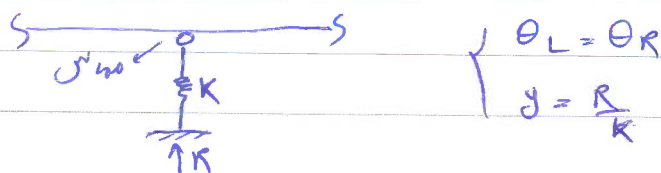
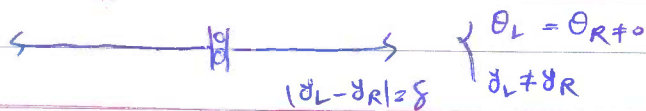
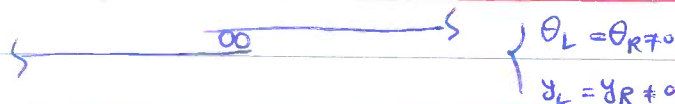
داخل می‌شود یا نه.

اسم تیر مزبور 3

میش نقطه، در تیر مزبور (شرط نری استاتیکی در تیر مزبور) = شب نقطه، در تیر اصلی  
 نقطه، در تیر مزبور = شب نقطه، در تیر اصلی

تیر اصلی

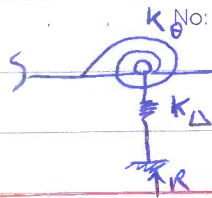
تیر مزبور



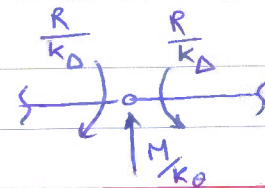


Subject:

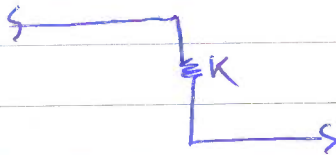
Date:



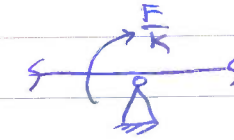
$$\begin{cases} \theta_L + \theta_R \\ y = \frac{R}{k_\Delta} \end{cases} \quad \theta_L - \theta_R = \frac{M}{k_\theta}$$



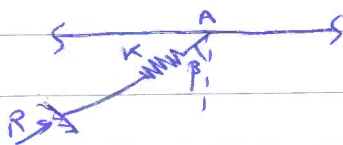
$$\begin{cases} V_L = V_R \\ |V_L - V_R| = \frac{M}{k_\theta} \\ M = \frac{R}{k_\Delta} \end{cases}$$



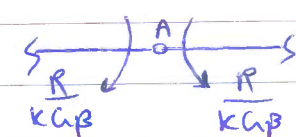
$$\begin{cases} \theta_L \neq \theta_R \\ y_L \neq y_R \end{cases} \quad \theta_L - \theta_R = \frac{F}{k}$$



$$\begin{cases} V_L = V_R \\ M_L + M_R \\ |M_L - M_R| = \frac{F}{k} \end{cases}$$



$$\begin{cases} \theta_L = \theta_R \\ y = \frac{R}{k_{\Delta\theta}} \end{cases}$$



$$\begin{cases} V_L = V_R \\ M = \frac{R}{k_{\Delta\theta}} \end{cases}$$

### تقسیم نیروی تحمل با استفاده از تیر فرج

- (1) ابتدا از بارهای تمرکز در آن تیر را بر  $E\pm$  تقسیم می‌کنیم.
- (2) تیر فرج تیر اصلی را رسم می‌کنیم.
- (3) در آنجا که  $\frac{M}{E\pm}$  را به صورت بارهای تمرکز در تیر فرج اعمال می‌کنیم.
- (4) شیب در تیر اصلی = شیب در تیر فرج
- ضرب در تیر اصلی = تمرکز در تیر فرج

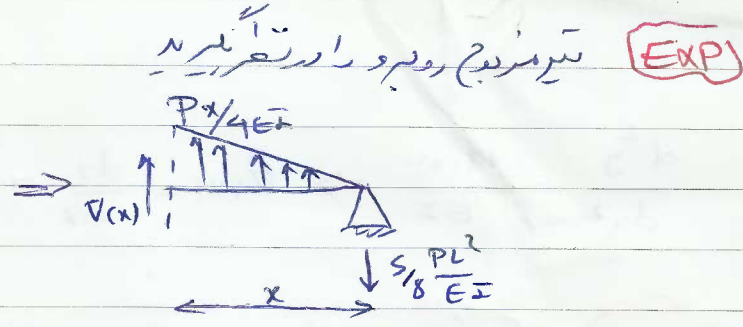
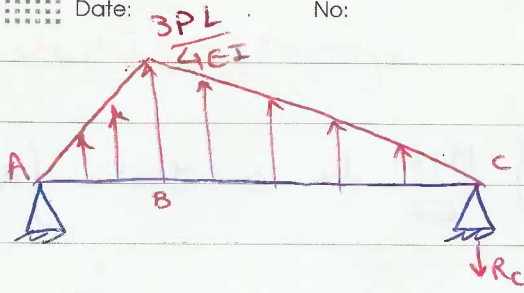
### تعیین محل ضربه‌های تمرکز در تیرها

روش تیر فرج بهترین روش برای یافتن محل ضربه‌هاست. در این حالت باید نقطه‌ای را در تیر فرج بیابیم که تمرکز در آن رخ دهد. می‌دانیم که  $M_{max}$  در تیر فرج در محلی رخ خواهد که مقدار شیب در آن نقطه صفر شود.  $(\frac{dM}{dx} = 0)$

که از رسم تیر فرج و اعمال  $\frac{M}{EI}$  بر روی آن معادله‌ی تعیین ضربه‌ها می‌توانیم در تیر فرج را بیابیم و آن را بر تیر اصلی ضرب می‌کنیم.

Subject: Mostafa Rahimi

Date: No:



$$\sum M_A = 0 \Rightarrow R_C = \frac{5}{8} \frac{PL^2}{EI}$$

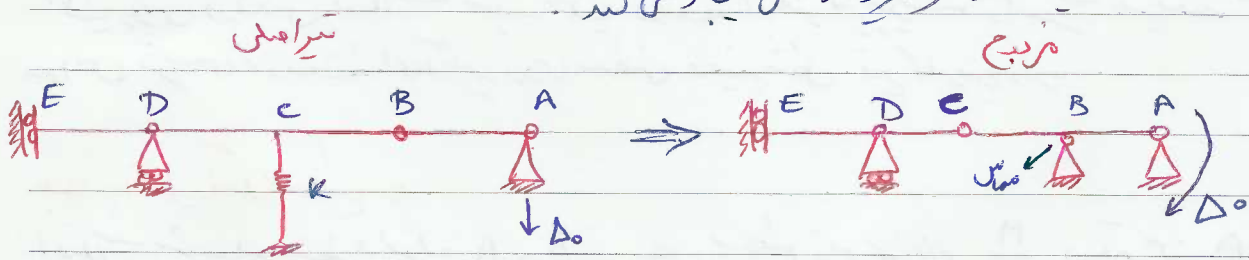
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V(x) + \frac{Px}{4EI} \times \frac{x}{2} - \frac{5}{8} \frac{PL^2}{EI} = 0 \Rightarrow V(x) = \frac{5}{8} \frac{PL^2}{EI} - \frac{Px^2}{8EI}$$

$$\Rightarrow V(x) = 0 \Rightarrow x = \sqrt{5L} \rightarrow \text{محل تغییر علامت}$$

تیرمزیدج تحت اثر نسبت یکدیگر 3

ابتدا این بار را یک رد که همین است یا همین بار همین بود نسبت اثرش نسبت است در آن همین بود نسبت رویم بالا یا پایین به سمت تیر (در تیرمزیدج) وارد می شود

لغی در رفتار نیروها داخل ایجا دهنی کند



همین است پس  
فکره میاره فاصل با فاصل ها !!



# فصل هشتم: گنر سطح و انتگرال برای مستقیم

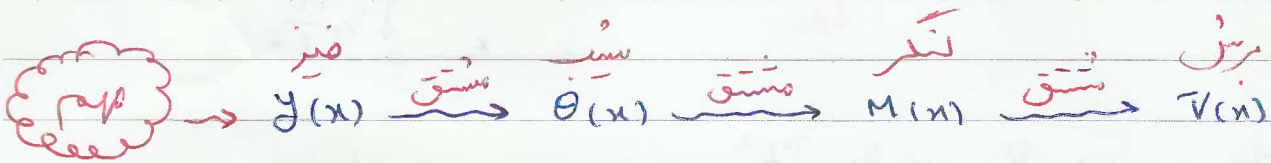
Subject:

Date:

No:

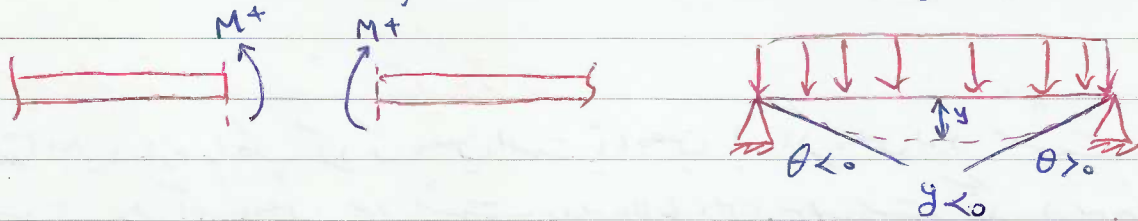
روشن انتگرال برای مستقیم

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{M(x)}{EI} \Rightarrow \theta(x) = \frac{dy}{dx} = \int \frac{M(x)}{EI} dx \Rightarrow y(x) = \int \theta(x) dx$$



این روش برای تعیین معادله تغییر شکل و نیز استفاده می شود.

**هنگام رد**  $\theta$  منفی تغییر شکل را در جهت مثبت  $y$  مثبت  
 نیز تیر به سمت بالا  $\theta < 0$   $y < 0$

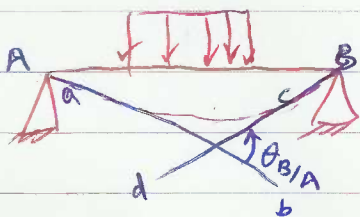


روش گنر سطح در محاسبه تغییر شکل حتی ساده ها

این روش در تعیین اعلاک مثبت بین دو نقطه از تیر بی استفاده و نیز در محاسبه تغییر شکل تیر کاربرد دارد.

## قضیه اول گنر سطح:

اعلاک مثبت بین دو نقطه A و B = سطح زیر نمودار  $\frac{M}{EI}$  در تیر بین A و B  
 اگر خطوط ab و cd مماس بر منحن تغییر شکل باشند زاویه بین آن دو برابر  $\theta_{B/A}$  است.



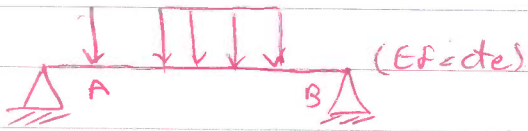
$\theta_{B/A} \rightarrow$  اعلاک مثبت بین A و B

Subject:

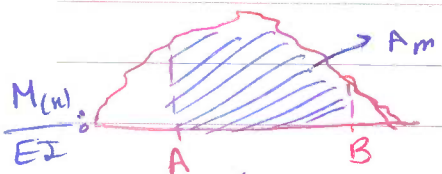
Date:

No:

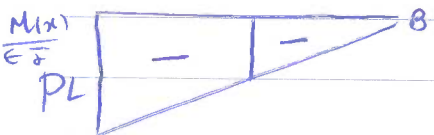
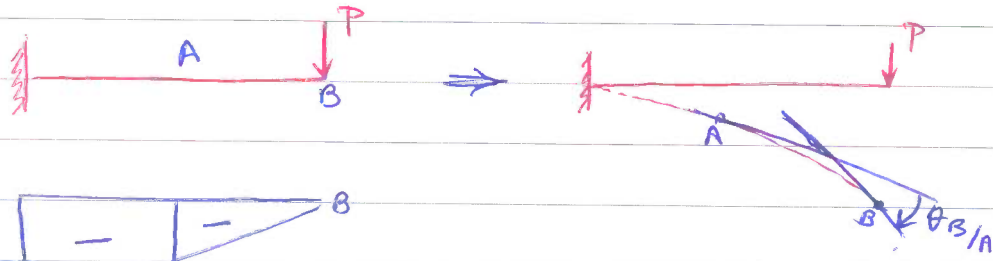
برای می بس  $\theta_{B/A}$  سطح زیر  $\frac{M}{EI}$  از A تا B را حساب کنیم



$$\theta_{B/A} = \theta_B - \theta_A = \int_A^B \frac{M(x)}{EI} dx = A_m$$

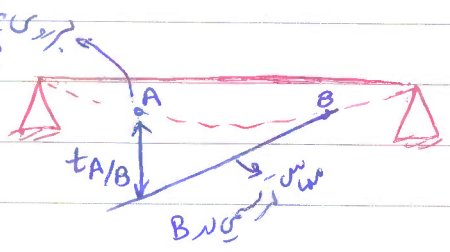


و اگر می بس زیر نمودار  $\frac{M}{EI}$  مستطالت مساوات  $\theta_{B/A}$  به دست می آید. یعنی مستطالت مساوات  $\theta_{B/A}$  به دست می آید. مستطالت مساوات  $\theta_{B/A}$  به دست می آید.



فصل دوم: مرکز سطح

فاصله نقطه A که روی مستقیم تعین شکل است تا مساحت B را  $t_{A/B}$  می نامند.  $t_{A/B}$  را  $t_{A/B}$  می نامند.  $t_{A/B}$  را  $t_{A/B}$  می نامند.



$t_{A/B}$  : انحراف در B

فاصله نقطه A از مرکز سطح

از این نقطه می بس رسم می شود

$$t_{A/B} = \int_A^B \frac{M}{EI} x dx = A_m \bar{x}$$

فاصله مرکز سطح از نقطه A

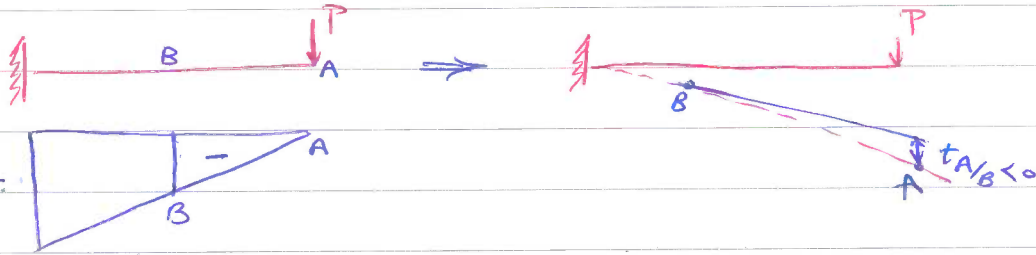
Subject:

Date:

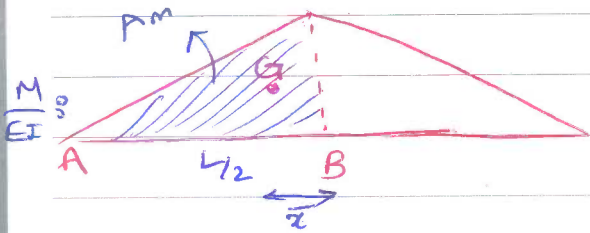
No:

اگر  $t_{A/B} > 0$  ← نقطه A در سمت راستی B قرار دارد.

" " " " " " ←  $t_{A/B} < 0$



**EXA** شیب توزیع دوطرفه را بگیریم  
 منفرجه  $t_{B/A}$  را بیست آید:

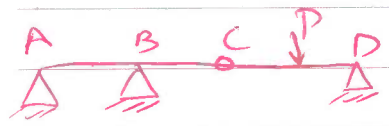


$$A_m = \frac{1}{2} \times \left( \frac{PL}{4EI} \times \frac{L}{2} \right) = \frac{PL^2}{16EI}$$

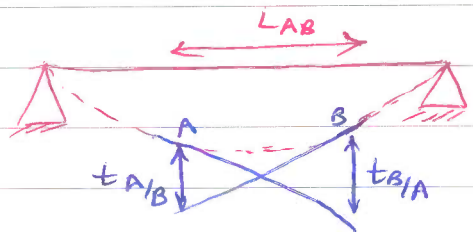
$$\bar{x} = \frac{1}{3} \times \frac{L}{2} = \frac{L}{6}$$

$$\Rightarrow t_{B/A} = A_m \times \bar{x} = \frac{PL^3}{96EI}$$

نکته مهم:  
 1) استفاده از قضیه شیب نقطه فقط بیوجه مجاز است  
 مثل در شکل دو بورد نمی توانیم  $\theta_{D/B}$  را بگیریم.



2) روابط  $t_{A/B}$  و  $t_{B/A}$  هم برابر می باشد



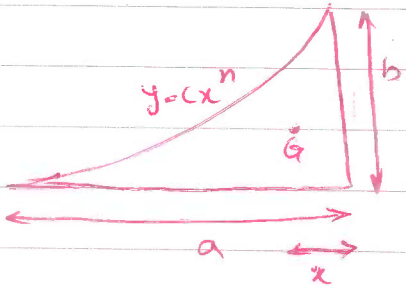
$$t_{A/B} + t_{B/A} = A_m \times L_{AB}$$

Subject:

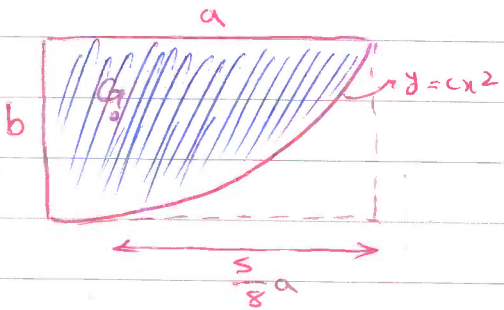
Date:

No:

مسئله Am در اشکال خاص و



$$\begin{cases} A_m = \frac{ab}{n+1} \\ \bar{x} = \frac{a}{n+2} \end{cases}$$



$$\begin{cases} A_m = \frac{2}{3} ab \\ \bar{x} = \frac{5}{8} a \end{cases}$$

کے امر بار کستہ، ری تیرا قاب نہ ہند نمودار لہذا صورت معنی صی سودو  
باید از این فرمول استفادہ کرد





# مضامین ۳: کاربرد ایلیمینیشن متود

Subject:

Date:

No:

تیرہ کی کسوٹی ۳

|  |   |  |
|--|---|--|
|  |   |  |
| $\theta_B = \frac{PL^2}{2EI}, \Delta_B = \frac{PL^3}{3EI}$ | $\theta_B = \frac{ML}{EI}, \Delta_B = \frac{ML^2}{2EI}$ | $\theta_B = \frac{qL^3}{6EI}, \Delta_B = \frac{qL^4}{8EI}$ |

تیرہ کی کسوٹی ۳

|  |   |   |
|--|---|---|
|  |   |   |
| $\theta_A = \frac{ML}{3EI}, \theta_C = \frac{ML}{6EI}$<br>$\Delta_B = \frac{ML^2}{16EI}$ | $\theta_A = \theta_C = \frac{PL^2}{16EI}$<br>$\Delta_B = \frac{PL^3}{48EI}$ | $\theta_A = \theta_C = \frac{qL^3}{24EI}$<br>$\Delta_B = \frac{5qL^4}{384EI}$ |

تیرہ کی کسوٹی ۳، تیرہ کی کسوٹی ۳

|   |  |  |
|---|--|--|
|   |  |  |
| $\theta_B = \frac{ML}{EI}, \Delta_A = \frac{ML^2}{2EI}$ | $\theta_B = \frac{PL^2}{2EI}, \Delta_A = \frac{PL^3}{3EI}$ | $\theta_B = \frac{qL^3}{3EI}, \Delta_A = \frac{5qL^4}{24EI}$ |



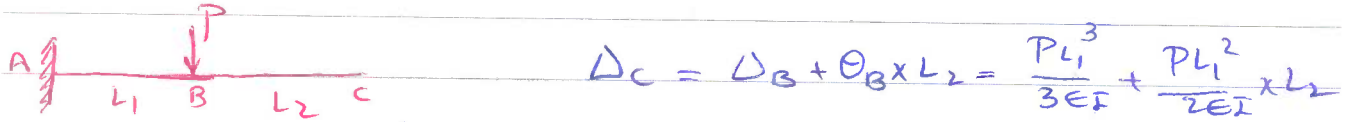
Subject:

Date:

No:

نظارت کارپردی

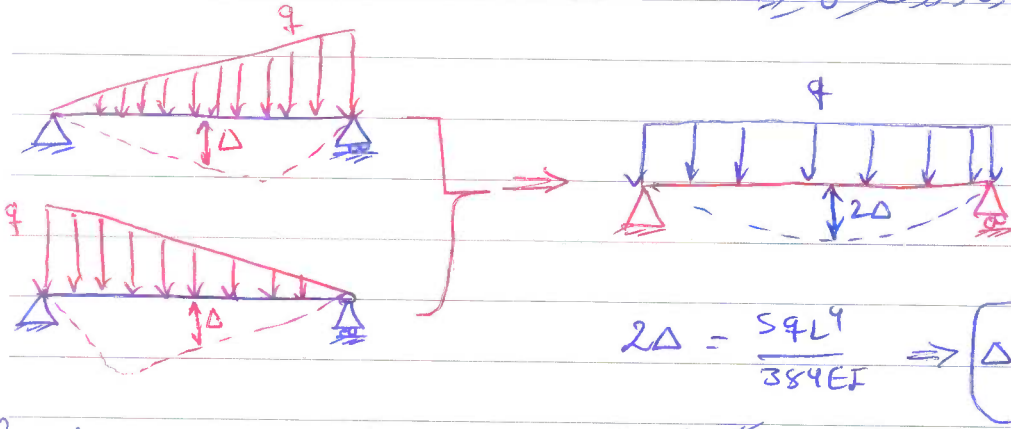
① برای می‌سبمی تری که در وسط آن بارگذاری شده است - ابتدا زیر عمل می‌نماید:



② در یک قطعه نسول برای می‌سبمی خنود و سبب در نقطه دلخواه، عمل شود. ترکیب بارگذاری را از یک بار مابقت مورد نظر تغییر دادیم تا بار بارگذاری معادل دیگری جایگزین کرد.

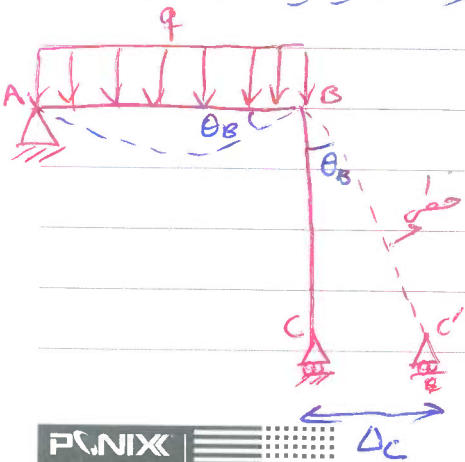


③ برای می‌سبمی بارگذاری مثل شکل زیر، چون تغییر شکل نهایی از ترکیبی آن هم، خود آن برابر است پس یک مستطیل بارگذاری را در نظر می‌گیریم:



$$2\Delta = \frac{5qL^4}{384EI} \Rightarrow \Delta = \frac{5qL^4}{768EI}$$

④ بعضی مواقع عمود حاکم القیاف دیگری که کند یعنی در آن حاصل فرایست به یک تریوسر معوض اضافه می‌شود در این حالت برای می‌سبمی تغییر شکل داریم:



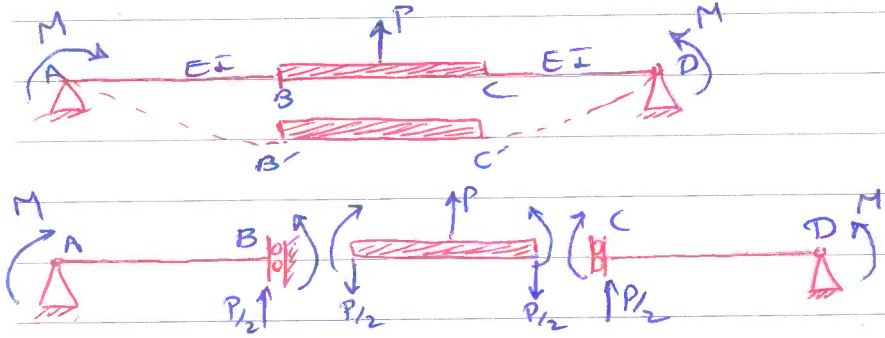
$$\Delta_c = \theta_B \times L, \quad \theta_B = \frac{qL^3}{24EI}$$

$$\Rightarrow \Delta_c = \frac{qL^4}{24EI}$$

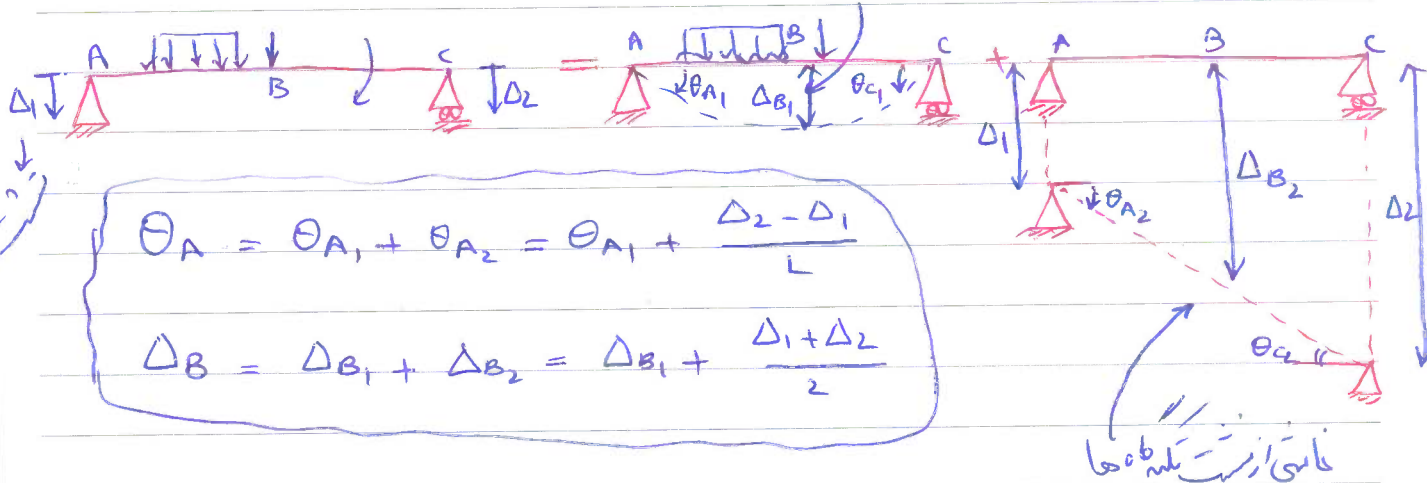
Subject:

Date:

5) مرتبگی مثل شکل زیر را رسم کنید، نقطه ای که عضو صلب موجود است، یعنی تکیه لغزنده کنید.



6) در شکل زیر برای هر یک از دوران تعیین کنید و در آن روش از روش زیر کلاس کنید:



$$\theta_A = \theta_{A_1} + \theta_{A_2} = \theta_{A_1} + \frac{\Delta_2 - \Delta_1}{L}$$

$$\Delta_B = \Delta_{B_1} + \Delta_{B_2} = \Delta_{B_1} + \frac{\Delta_1 + \Delta_2}{2}$$

نمایی از نسبت تکیه ها

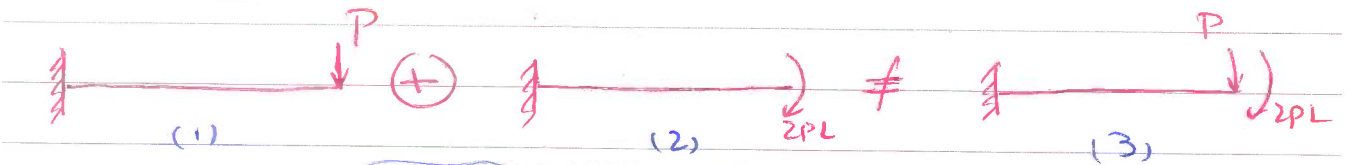
حاصل دم : زوئى انرژى و استوارى

$$U = \int_0^L \frac{M^2(x)}{2EI} dx + \int_0^L \frac{V^2(x)}{2GA_s} dx + \int_0^L \frac{N^2(x)}{2EA} dx + \int_0^L \frac{T^2(x)}{2GJ} dx + \sum \frac{F_s^2}{2k_\Delta} + \sum \frac{m^2}{2k_\theta}$$

\* براى سىستمى انرژى حما زوئى انرژى هور را انجا مى دهيم ، اين تفاوت كه وقتى مدل نمودار لنجر استوارى با هوريش زوئى انرژى هور را انجا مى دهيم .

وقتى عدد در رنج قبولى انرژى ضربه شود \*

**Caution** استفاده از جمع انرژى در سىستمى ساده حتماً بايد



$$U_1 + U_2 + U_3$$

انرژى درضاها :

چون نيروي محوري در طول ضربه ثابت است ، داريم :

$$U = \sum \frac{F^2 L}{2AE} + \sum \frac{F_s^2}{2k_\Delta}$$

نيروي داخل فضا انتقالى

انرژى در سىستمى ساده  
اعضاي

براهى توب : رسازه ها كه به نوسان ضربه هاى معصوم تفسير ما ن و يا  $\theta$  آن ها

را مى دهيم ، داريم :

انرژى در سىستمى ساده گت به ستمى :

$$U = \frac{1}{2} P \Delta$$

تغيمت در محل انرژى در درازى است

انرژى در سىستمى رسازه گت لنجر ستمى :

$$U = \frac{1}{2} M \theta$$

نمودار محل انرژى

EXP



$$\Delta_A = \frac{PL^3}{3EI} \Rightarrow U = \frac{1}{2} P \Delta_A = \frac{P^2 L^3}{6EI}$$



$$\theta_A = \frac{ML}{3EI} \Rightarrow U = \frac{1}{2} M \theta_A = \frac{M^2 L}{6EI}$$

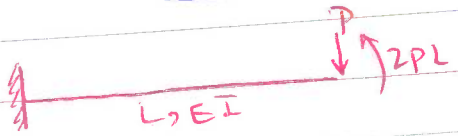


$$\Delta_A = \Delta L = \frac{PL}{AE} \Rightarrow U = \frac{1}{2} P \Delta_A = \frac{P^2 L}{2AE}$$

شکل‌های دیگر

$$U = \pm \sum_{i=1}^m \frac{1}{2} P_i \Delta_i \pm \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} M_i \theta_i$$

$\Delta_i$  از تغییرات در راستای نیروی  $P_i$  (فقط مثبتی از  $P_i$ )  
 $\theta_i$  از دوران در جهت لنگر  $M_i$  (مثبتی از  $M_i$  در جهت لنگر و منفی در جهت مخالف)



$$U = \pm \frac{1}{2} P \times \Delta_B \pm \frac{1}{2} \times 2PL \times \theta_B$$

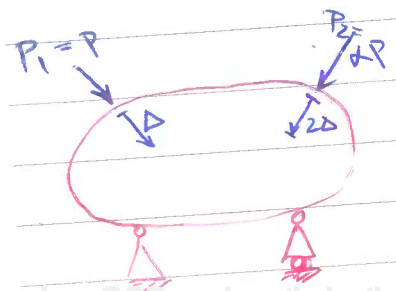
EXP

$$\Delta_B = \frac{PL^3}{3EI} - \frac{2PL \times L^2}{2EI} = -\frac{2PL^3}{3EI}$$

$$\theta_B = -\frac{2PL \times L}{EI} + \frac{PL^2}{2EI} = -\frac{3PL^2}{2EI}$$

همان‌طور که  $P$  و  $M$  مثبت است

$$\Rightarrow U = -\frac{1}{2} P \times \left( \frac{2PL^3}{3EI} \right) + \frac{1}{2} \times 2PL \times \left( \frac{3}{2} \frac{PL^2}{EI} \right) = \frac{7P^2 L^3}{6EI}$$



نکته: در سوال این به همین شکل داده بود باید از این استفاده کرد.

$$U = f(P_1, P_2) \Rightarrow \frac{\partial U}{\partial P} = \frac{\partial U}{\partial P_1} \times \frac{\partial P_1}{\partial P} + \frac{\partial U}{\partial P_2} \times \frac{\partial P_2}{\partial P}$$

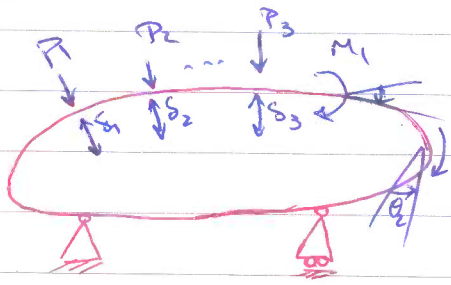
$$\Rightarrow \frac{\partial U}{\partial P} = 2\Delta \times \alpha = \Delta(1+2\alpha)$$



Subject:

Date:

No:



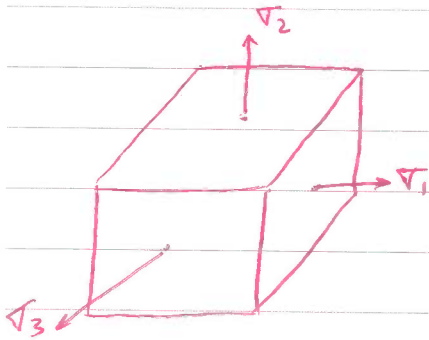
عضو اول با سلیانو 3

$$u = f(\delta_1, \delta_2, \dots, \theta_1, \theta_2)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial \delta_i} = P_i \\ \frac{\partial u}{\partial \theta_i} = M_i \end{cases}$$

عضو دوم با سلیانو 3

$$U = f(P_1, P_2, \dots, M_1, M_2, \dots) \Rightarrow \begin{cases} \frac{\partial U}{\partial P_i} = \delta_i \\ \frac{\partial U}{\partial M_i} = \theta_i \end{cases}$$

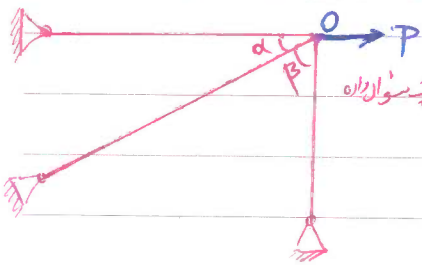


Caution

$$u = \frac{1}{2E} (V_1^2 + V_2^2 + V_3^2) - \frac{\nu}{E} (V_1 V_2 + V_2 V_3 + V_3 V_1)$$

تکانه 3 انرژی در یک عضو هستی

$$U_{ij} = \frac{2EI}{L} (\theta_i^2 + \theta_i \theta_j + \theta_j^2)$$



سوال مهمه در شکل زیر  $\frac{\Delta_1}{\Delta_2} = ?$

$$U = \frac{AE}{2L} (3\Delta_1^2 + 3\Delta_2^2 + 2\Delta_1 \Delta_2)$$

$\Delta_1$ : تغییر عمودی  
 $\Delta_2$ : تغییر مکان قائم

حالا چون نیروی قائم در مفاصل 0 نداریم پس:

$$\frac{\partial U}{\partial \Delta_2} = 0 \Rightarrow 6\Delta_2 + 2\Delta_1 = 0 \Rightarrow \frac{\Delta_1}{\Delta_2} = 3$$



# مصل یاد عم : قضیہ بی- ماکول :

Subject:

Date:

No:

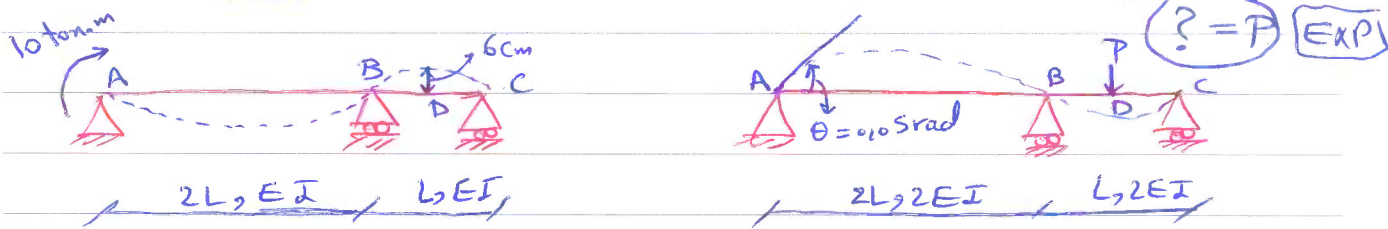


با این شرفه توسط نیروی حالت (2) تحت تعین حالت (1) = با این شرفه توسط نیروی حالت (1) تحت تعین حالت (2)

$$P_1 \delta_2 = P_2 \delta_1$$

\* اگر نیرو در جای مناسب باشد، این شرفه علامت منفی یا مثبت خواهد بود.

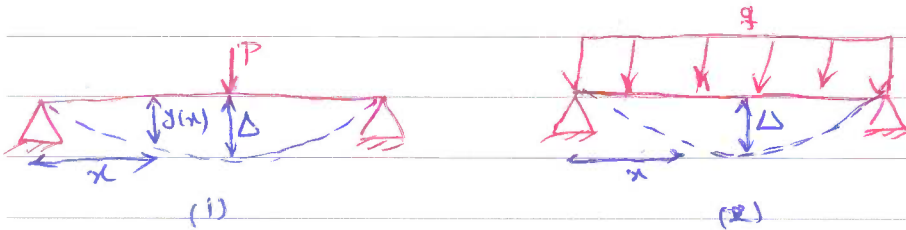
نکته و معادله: در استفاده از روش ماکول،  $E$  هر قسمت از تیر مهمت نبود.



$$-M \times \theta_{A2} = -P \times \Delta'_{D1} \Rightarrow -10 \times 0.105 = -P \times 0.105$$

مختار جهت بون  $M$  و  $\theta_{A2}$  در جهت  $\rightarrow$   $P = \frac{50}{3} \text{ ton}$  در جهت  $\rightarrow$

تکامل سطح زیر منفی تعین تکل با استفاده از بی ماکول :



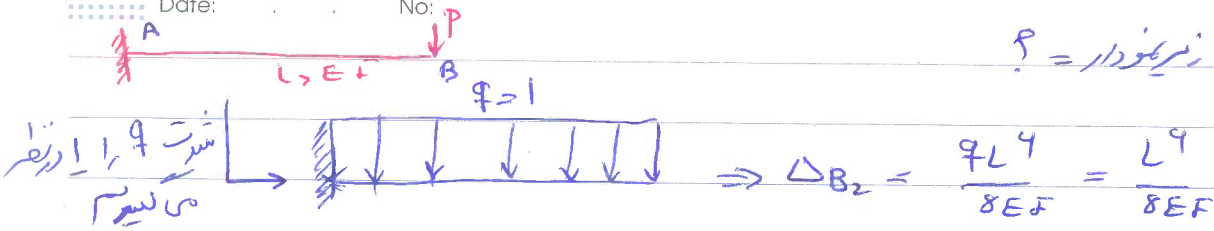
$$\text{مساحت زیر نمودار تیر (1)} = \frac{P \Delta}{q}$$

Subject:

Date:

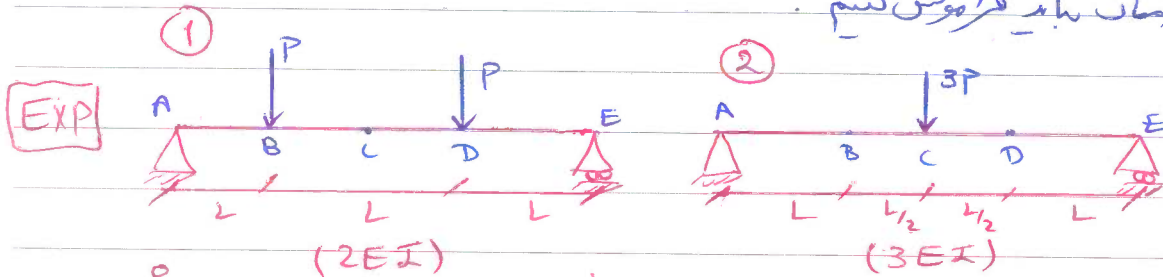
No:

تساوی زبری نمودار =  $\delta$  EXP



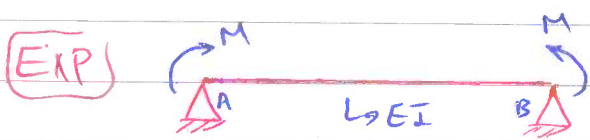
$\Rightarrow P \times \Delta_{B_2} = q \times S_{AB} \Rightarrow S_{AB} = \frac{PL^4}{8EI}$

توجه: در سوال ها بی-ماتریس به جارجی مصاف برابر مد نظر بود. یعنی با جارجی دیگر از جارجی تغییر مکان نباید فراموش کنیم.



در شکل بال اگر غیر در نقطه C در سیر (1) برابر  $\Delta$  باشد غیر نقطه B در سیر (2)  $\delta$  چون در D هم بار وارد می شود باید آن را هم در نظر بگیریم.

$P \times \Delta_B + P \times \Delta_D = 3P \times \frac{2}{3} \Delta \Rightarrow \Delta_B = \Delta$



سوال خوب مسامت زبری منحنی

$\theta_A = \theta_B = \frac{qL^3}{24EI} = \frac{L^3}{24EI}$

$\Rightarrow \Delta_{\text{تساوی}} = M \times \theta_A + M \times \theta_B = M \times \frac{L^3}{24EI} + M \times \frac{L^3}{24EI} = \frac{ML^3}{12EI}$

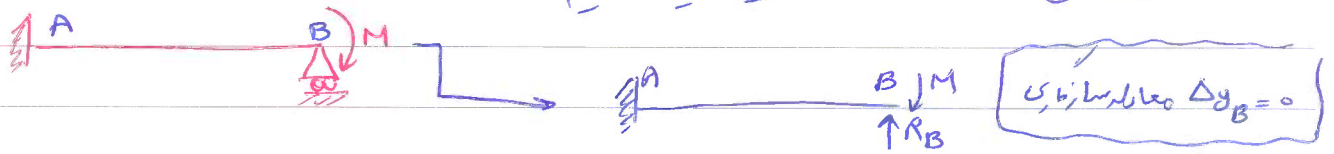
# فصل نواز هم: حل سازه‌ها با روش نری و

Subject:

Date:

No:

در روش نری یک معادلی سازطری نری تعریف می‌کنیم:



$$\Rightarrow -\frac{R_B L^3}{3EI} + \frac{ML^2}{2EI} = \Delta y_B = 0 \Rightarrow R_B = \frac{3}{2} \frac{M}{L}$$

مقاله کنیم

|  |   |
|--|---|
|  | $M_A = \frac{M}{2} \quad (M \text{ به جهت } \curvearrowright)$ $R_B = \frac{3M}{2L}, \quad \theta_B = \frac{ML}{4EI}$ |
|  | $M_A = \frac{3PL}{16}$ $R_B = \frac{5P}{16}, \quad \theta_B = \frac{PL^2}{32EI}$                                      |
|  | $M_A = \frac{qL^2}{8}$ $R_B = \frac{3qL}{8}, \quad \theta_B = \frac{qL^3}{48EI}$                                      |

\* اگر نیروی P روی تکیه‌گاه اثر کند، برش و محض در تمام طول تیر صفر است و هیچ تغییر شکل نداریم.



① در تکیه‌گاه لغزنده تیر در تمام طول تیر صفر است ( $\theta_B = 0$ )

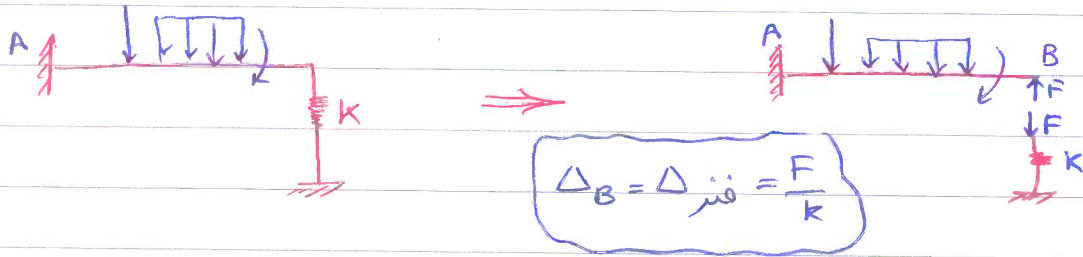


Subject:

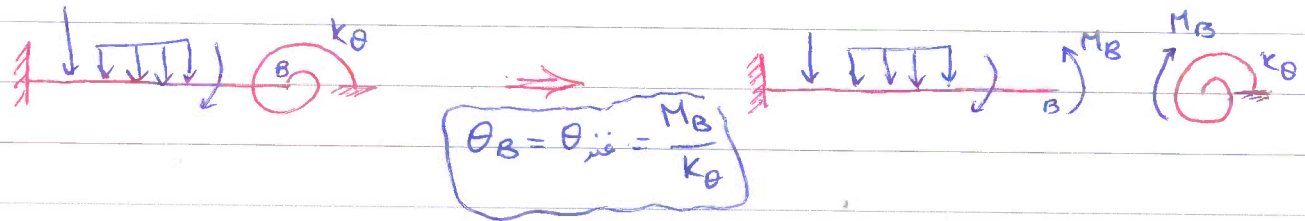
Date:

No:

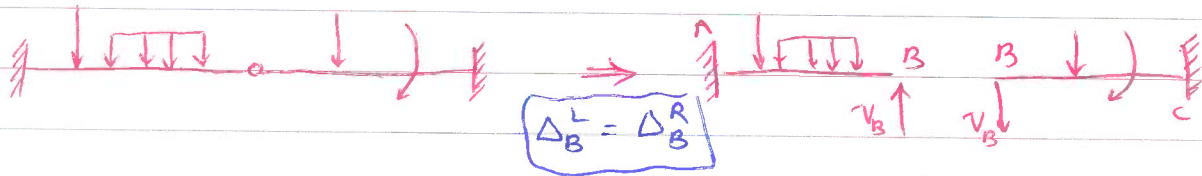
2) وقتی فنر استعاضی داریم، این جورى فنر را آزاد مى كنيم:



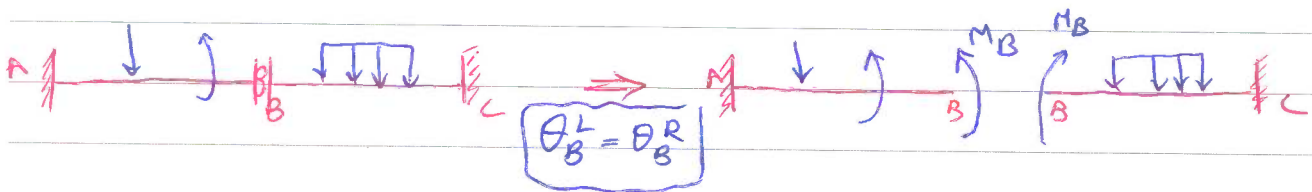
3) در تیرهای مستوی فنر در داریم:



4) وقتی مفصل عمقی را آزاد مى كنيم، فنر استعاضی مفصل عمیق را استعاضی مى كنيم برابر است:



5) وقتی مفصل برشی را آزاد مى كنيم، فنر استعاضی مفصل برشی را استعاضی مى كنيم برابر است:

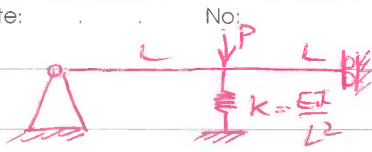




Subject:

Date:

No:



(EAP) فرض کنید تکیه‌گاه معین رو می‌برو داریم و در این حالت نیروی فنرها می‌خواهیم.

$$\Delta_{\text{فنر}} = \Delta_B$$

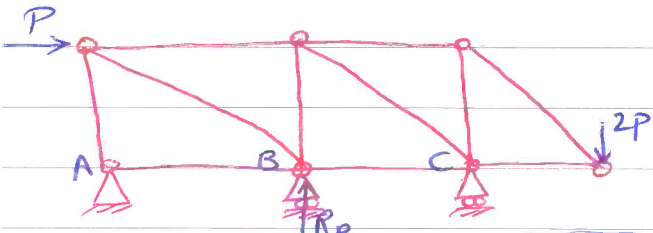
می‌دانیم که

سین فنرها می‌بریم و در آن F قرار می‌دهیم و سپس با استفاده از شرط مجازی، تغییر تکیه‌گاه B را بر حسب P و F بدست می‌آوریم و در آخر برابر فنرها می‌کنیم.

کلیه خرابی‌ها را معین با استفاده از شرط مجازی و

الف) نامعینی ما صحت

به جای تکیه‌گاه B،  $R_B$  را می‌کنیم.



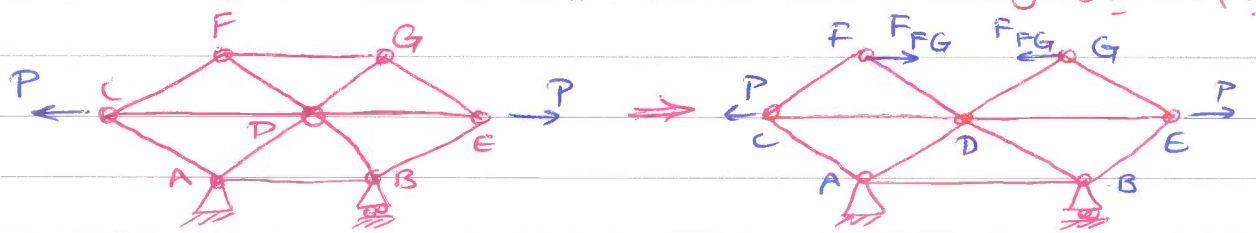
با استفاده از شرط مجازی،  $\Delta_B$  را بدست

$$0 = \Delta_{By} = \sum \frac{F_1 \bar{F}_1 L}{AE} + \sum \frac{F_2 \bar{F}_2 L}{AE}$$

ماده قاعده شامل  $R_B$

ماده قاعده شامل  $2P$

ب) نامعینی داخلی



برای حل این نوع خرابی‌ها، نیروی تکیه‌گاهی که آن را به عنوان قید اضافی در نظر گرفته‌ایم و این عضو را از نظر حذف می‌کنیم. در ادامه نیروی این عضو را روی فراموشی صورت تحویل در نظر گرفته و معادله‌ی سازگاری را بدست می‌آوریم:

$$\Delta_{F/G} = \Delta_{LFG} = \frac{F_{FG} L}{AE}$$

نیروی تکیه‌گاهی

$$\Delta_{F/G} = \sum \frac{F_1 \bar{F}_1 L}{AE} + \sum \frac{F_2 \bar{F}_2 L}{AE}$$

نیروی که توسط عضو بار P ایجاد می‌شود

نیروی که توسط عضو بار FG وارد می‌شود

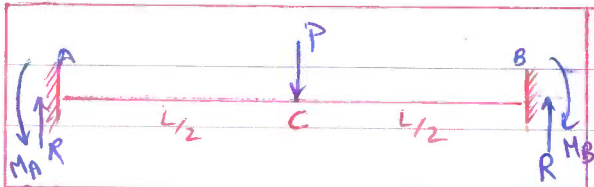


Subject:

Date:

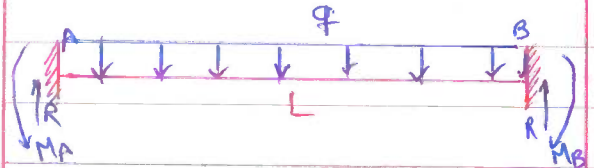
No:

استاده از درجہ بعضی درجہ سارده صفا بعین :



$$R = P/2 \rightarrow M_A = M_B = \frac{PL}{8}$$

$$M_C = \frac{PL}{8} \rightarrow \Delta = \frac{PL^3}{192EI}$$



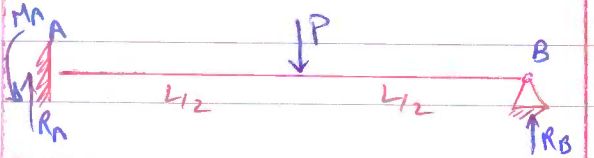
$$R = \frac{qL}{2} \rightarrow M_A = M_B = \frac{qL^2}{12}$$

$$M_C = \frac{qL^2}{24} \rightarrow \Delta = \frac{qL^4}{384EI}$$



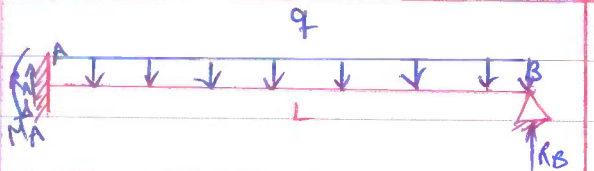
$$M_A = \frac{M}{2} \rightarrow R = \frac{3M}{2L}$$

$$\theta = \frac{ML}{4EI}$$



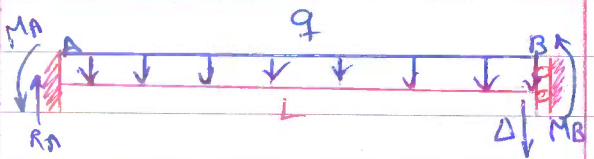
$$M_A = \frac{3PL}{16} \rightarrow \theta = \frac{PL^2}{32EI}$$

$$R_A = \frac{11P}{16} \rightarrow R_B = \frac{5P}{16}$$



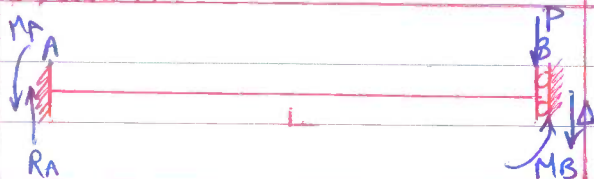
$$M_A = \frac{qL^2}{8} \rightarrow \theta = \frac{qL^3}{48EI}$$

$$R_A = \frac{5qL}{8} \rightarrow R_B = \frac{3qL}{8}$$



$$M_A = \frac{qL^2}{3} \rightarrow M_B = \frac{qL^2}{6}$$

$$\Delta = \frac{qL^4}{24EI} \rightarrow R = qL$$

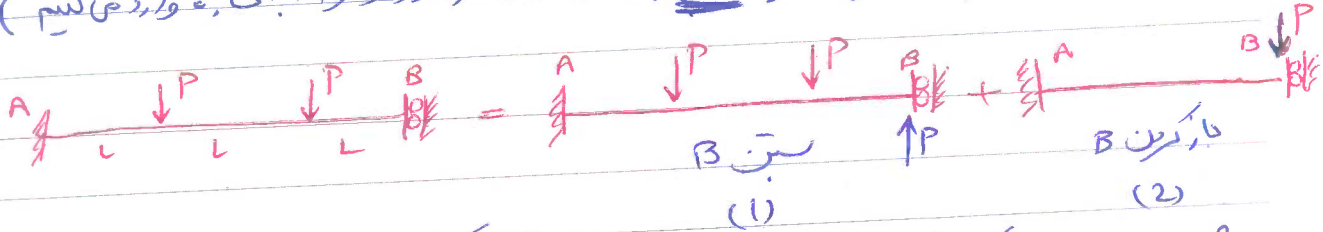


$$M_B = \frac{PL}{2} \rightarrow M_A = \frac{PL}{2} \rightarrow \Delta = \frac{PL^3}{12EI}$$

$$\Delta_{B'} = -\frac{1}{2}\Delta \rightarrow R = P$$

نقطه ۱ - کاربرد ۱

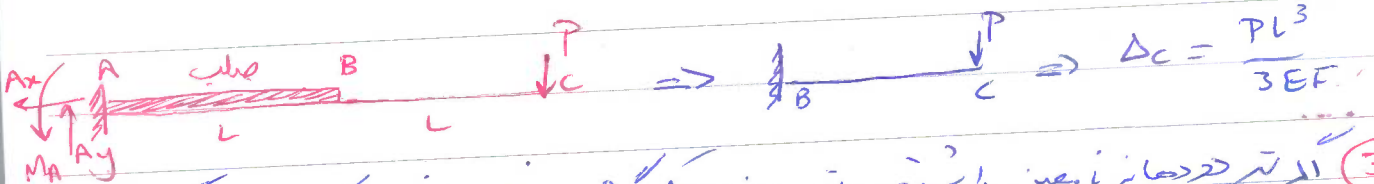
۱) وقتی تکیه‌گاه نظریه کمر در تیر را تعیین داریم، می‌توانیم برای می‌سبب تغییر شکل آن، از روشی بازو بستن اصل استفاده کنیم. (یعنی نصف بارگذاری وارده را در دو طرفه به ما به وارد می‌کنیم)



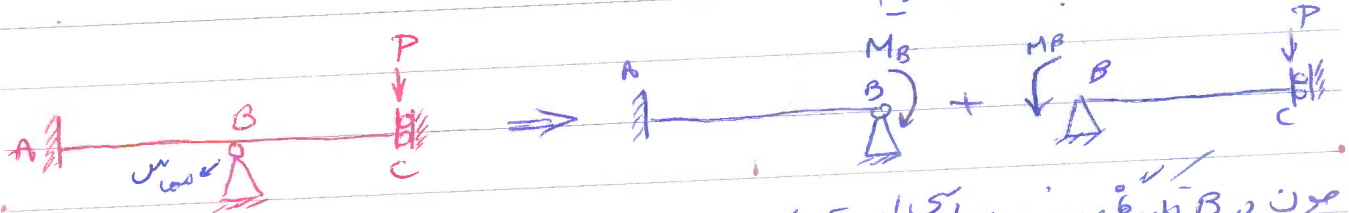
مثلاً می‌شود که وقتی P را به بیس تیر (۱) وارد می‌کنیم مانند تیر کمر کمر می‌شود (۱)

$$\Delta_B = \Delta_{B_1} + \Delta_{B_2} = 0 + \frac{P(3L)^3}{12EI} = \frac{9PL^3}{4EI}$$

۲) در فرض سازها اعضا صلب و وجود دارند به صورت مستقیم. بعلن العمل هر مناسب ترین متصل شده کامل مهارت شده. در این تیر سازها، می‌توان این اعضا به یکدیگر را مانند فرض کرد و آن‌ها را از سازه حذف کرد.



۳) اگر تیر در دهانه را تعیین داریم، تیر را از محل تکیه‌گاه معضلی میانی جدا کرده و دو تیر در دو طرف آن تکیه‌گاه قرار می‌دهیم و دو تیر به وجود آمده را تحلیل می‌کنیم و نتایج آن در محل تکیه‌گاه را به هم می‌زنیم.



چون در B تکیه‌گاه معضلی می‌سبب است پس  $\theta_{BL} = \theta_{BR}$

$$\Rightarrow \theta_{BL} = \theta_{BR} \Rightarrow \frac{M_{BL}}{4EI} = \frac{PL^2}{2EI} - \frac{M_{BL}}{EI} \Rightarrow \boxed{M_B = \frac{2PL}{5}}$$

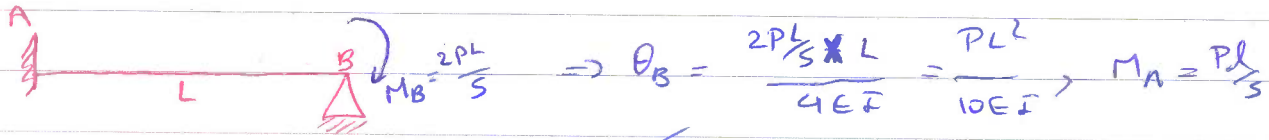
Subject:

Mostafa Karimi

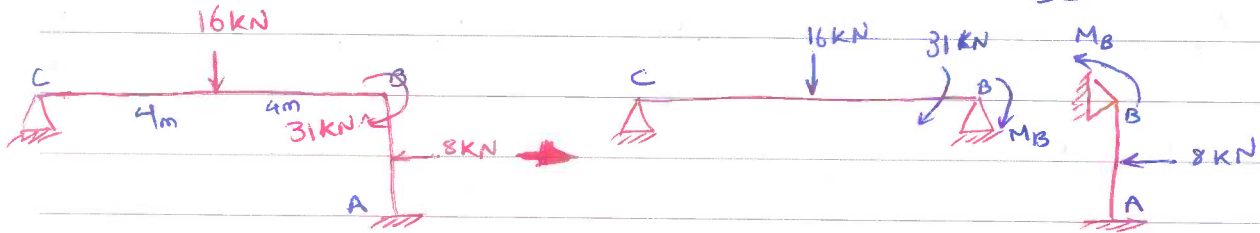
Date:

No:

حال وقت که طرفین  $M_B$  نیست که می توانیم عماد را عکس العمل ها کنیم تا همی را ببینیم و در آن



4 در کلیر با همی نامعین، مثل از دو عضو، یک اتصال فاقه جایی، قاب از عمل اتصال دو عضو جدا کرده و با هم پیوسته جایی در کل اتصال دو عضو، برای هر یک از مقاطع جدا شده در نقطه اتصال یک تکیه که معضلی در نظر می آید و در نهایت یک معادله سازگاری بین نقطه جدا شده می نویسیم.



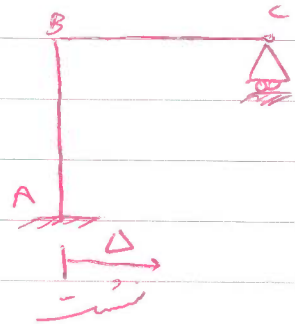
$$\theta_{BC} = \theta_{BA} \Rightarrow \frac{(31 + M_B) \times 8}{3EI} - \frac{16 \times 8^2}{16EI} = \frac{8 \times 4^2}{32EI} - \frac{M_B \times 4}{4EI} \Rightarrow M_B = -4 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$\Rightarrow M_A = M_1 + M_2 = 2 + \frac{3PL}{16} = 2 + \frac{3 \times 8 \times 4}{16} = 6 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

تکیه از بزرگ 8 کلمبرون

کمانشی از قوه 16 کلمبرون

5 اگر در راستای یک قید معین از یک سازه نامعین نیست ایجاد شود، در هیچ یک از سمت های سازه نیروها داخل ایجاد نمی شود اما اگر در راستای قیدی نامعین یک سازه نیست ایجاد شود، تنها در آنجا نامعین سازه نیروها داخل ایجاد می شود.



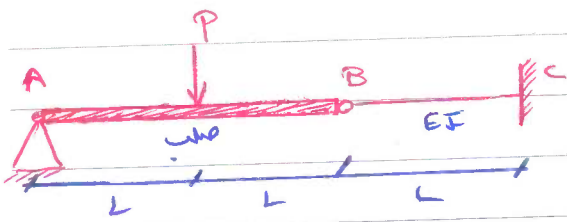
تمام عکس العمل ها تا هم واقع سازه همراست است در راستای قید معین  $A_x$  است

ct:

date:

No:

نکته: وقتی اصلاً یک سبب طرفین مفصل هستیم، افواستیم با لینم با هر وقت بود که سبب را با سبب (در معادله قرار دادیم) سبب را منفی قرار داد. یعنی در نهایت اصلاً یک سبب طرفین مفصل هستیم برابر است با مجموع سبب ها در طرفین !!



$$V_B = \frac{P}{2}$$

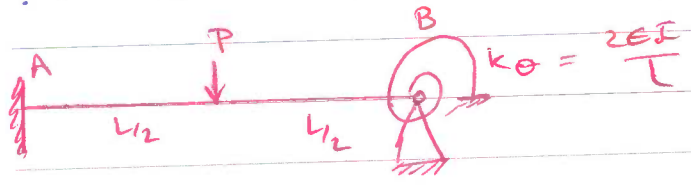
$$\theta_B^R = -\frac{P/2 \cdot L^2}{2EI} = -\frac{PL^2}{4EI}$$

$$\Delta_B = \frac{P/2 \cdot L^3}{3EI} = \frac{PL^3}{6EI}$$

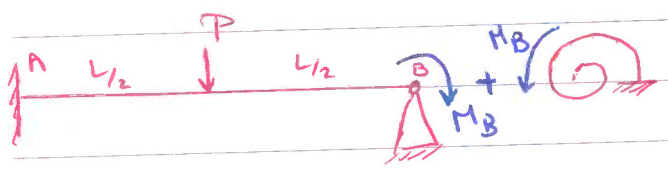
$$\Rightarrow \theta_B^L = \frac{\Delta_B}{2L} = \frac{PL^2}{12EI} \Rightarrow \theta_B^L - \theta_B^R = \frac{PL^2}{12EI} - \left(-\frac{PL^2}{4EI}\right) = \frac{PL^2}{3EI}$$

$$\Rightarrow |\theta_B^L - \theta_B^R| = \frac{PL^2}{12EI} + \frac{PL^2}{4EI} = \boxed{\frac{PL^2}{3EI}}$$

نکته مهم: وقتی روی یک تیر از دو طرف مفصل داریم و از هر طرف یک بار افواستیم، تیر را می‌توانیم به صورت یک تیر فرض کنیم:



$$\theta_B = \theta_{\text{فکر}}$$



$$\left\{ \begin{aligned} \theta_B &= -\frac{PL^2}{32EI} + \frac{M_B L}{4EI} \\ \theta_{\text{فکر}} &= -\frac{M_B}{k_\theta} = -\frac{M_B}{\frac{2EI}{L}} \end{aligned} \right.$$

$$\Rightarrow \boxed{M_B = \frac{PL}{24}}$$



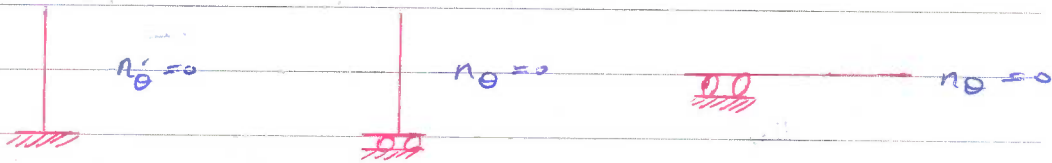
تاریخ / / فصل نهم: سبب است و موضوع .....

درجه آزادی سازه :

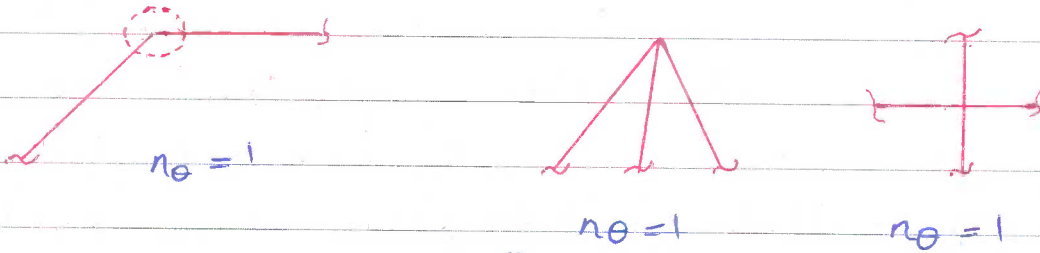
مجموع درجه آزادی دورانی و انتقالی

درجه آزادی دورانی در یک سازه (n<sub>θ</sub>) :

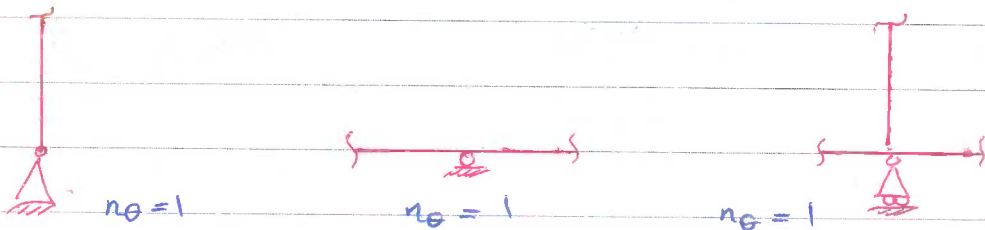
① در محل اتصالات زیر و دوران سازه است ← n<sub>θ</sub> = 0 درجه آزادی دورانی



② در محل اتصال سازه دو یا چند عضو یک درجه آزادی دورانی وجود دارد

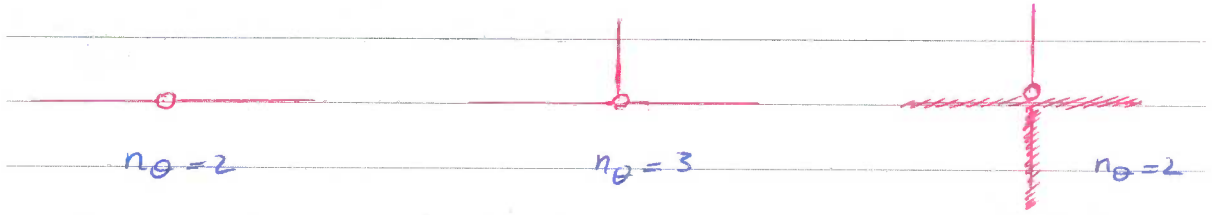


③ در محل اتصال یک عضو سازه به یک عضو متصل یا غلطی ← یک درجه آزادی دورانی





4) در اتصال مفصلی اعضا به تعداد اعضا متصل به مفصل درجه آزادی دورا دارند



5) در اتصال مفصل برشی به یک درجه آزادی دورا



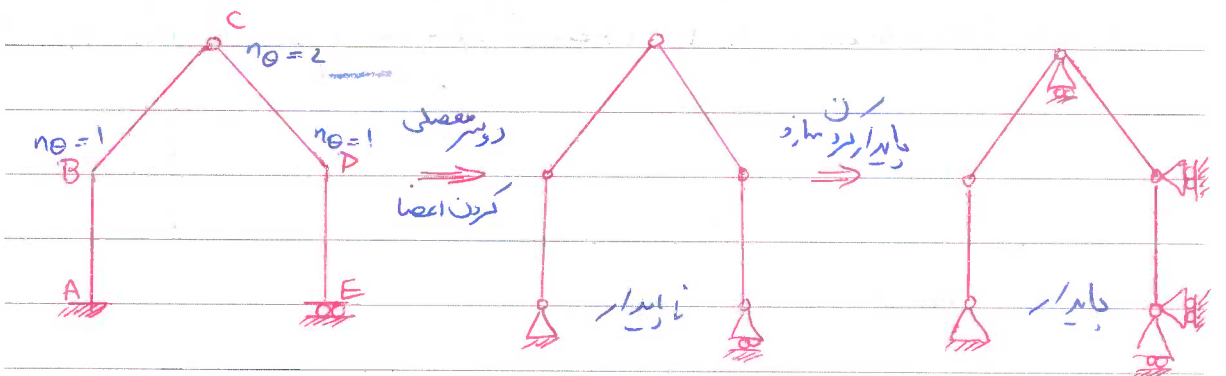
6) ممبرها دورا و انتقالی هیچ نقشی در درجه آزادی ندارند از سازه فرغشون می‌کنیم

درجه آزادی انتقالی نزدیک سازه (n<sub>Δ</sub>) = 3

1) کلیه اعضا را دو مفصل می‌کنیم به سازه فرما می‌شود

2) اگر سازه پایدار بود n<sub>Δ</sub> = 0

اگر پایدار نبود به تعداد حداقل ممبرها که بتوانیم سازه را پایدار کنیم n<sub>Δ</sub> گویند

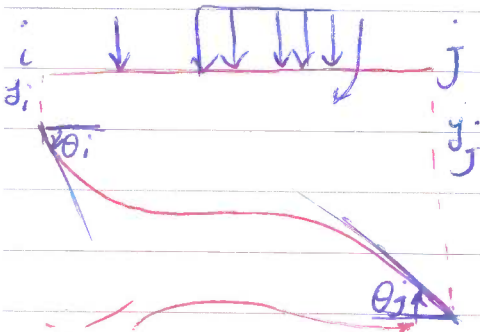


س → 
$$\begin{cases} n_{\theta} = 4 \\ n_{\Delta} = 3 \end{cases}$$

Subject:

Date:

No:



$$\begin{cases} M_{ij} = \frac{2EI}{L} (2\theta_i + \theta_j - 3\psi_{zj}) + FEM_{ij} \\ M_{ji} = \frac{2EI}{L} (2\theta_j + \theta_i - 3\psi_{zi}) + FEM_{ji} \end{cases}$$

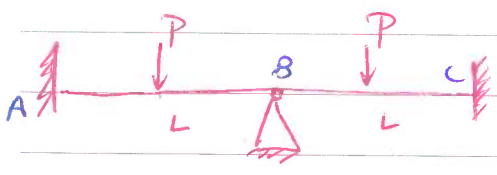
$M_{ji}$  و  $M_{ij}$  جهت ساعتگرد مثبت

①  $\theta_i$  و  $\theta_j$  جهت ساعتگرد  $\oplus$   
 جهت چارو ساعتگرد  $\ominus$   
 از محور افقی جهت مثبت  $\psi$  را رسم می کنیم

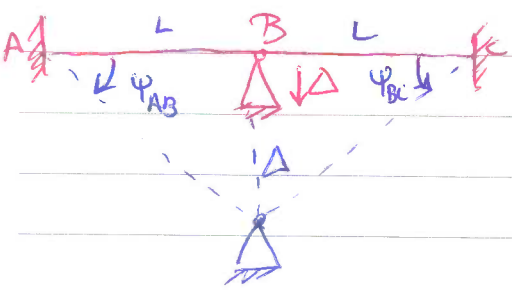
②  $\psi$  برحسب تغییرات طول و انحرافات  
 جهت ساعتگرد  $\oplus$   
 چارو  $\ominus$

$$\psi_{zj} = \psi_{zi} = \psi = \frac{y_j - y_i}{L}$$

از تیرها و مفصلها تیرها را رسم و  $\psi$  روی تیرها را اضافه کنیم برابر صفر می گیریم  
 مگر تیرها روی تیرها که نسبت ثابت است



$$\psi_{AB} = \psi_{BC} = 0$$



$$\psi_{AB} = + \frac{\Delta}{L} \text{ (ساعتگرد)}$$

$$\psi_{BC} = - \frac{\Delta}{L} \text{ (چارو ساعتگرد)}$$

اگر نسبت را رسم کنیم:

# فہم FEM (تبدیلی):

| تبدیلی بہ بنیادی | FEM <sub>j</sub>                    | FEM <sub>j</sub> <sub>i</sub>       |
|------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
|                  | $-\frac{PL}{8}$                     | $+\frac{PL}{8}$                     |
|                  | $-\frac{Pab}{L} \times \frac{b}{L}$ | $+\frac{Pab}{L} \times \frac{a}{L}$ |
|                  | $-\frac{qL^2}{12}$                  | $+\frac{qL^2}{12}$                  |
|                  | $-\frac{qL^2}{20}$                  | $+\frac{qL^2}{30}$                  |
|                  | $+\frac{M}{4}$                      | $+\frac{M}{4}$                      |
|                  | $-\frac{PL}{8}$                     | $+\frac{PL}{8}$                     |
|                  | $-\frac{qL^2}{12}$                  | $+\frac{qL^2}{12}$                  |

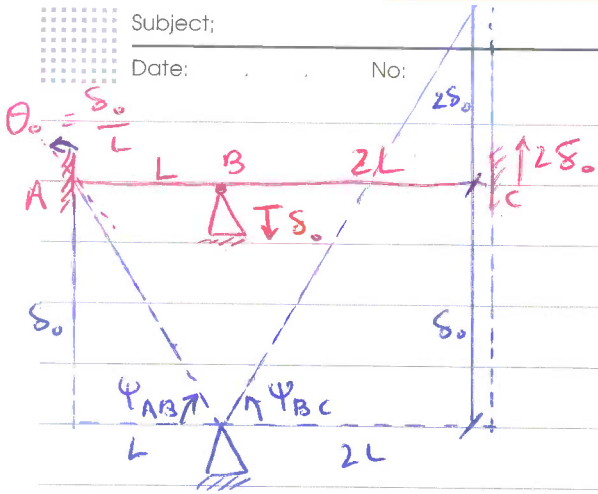
↓  
بار شدہ  
↓  
ساختہ

دقت: سمت ہی جائے جس میں اند بہ جریں  
سمت ایسی جائے جس میں اند

Subject:

Date:

No:



$$\psi_{AB} = + \frac{\delta_0}{L} \quad (\text{ساعتگرد})$$

EXP

$$\psi_{BC} = - \frac{3\delta_0}{2L} \quad (\text{پادساعتگرد})$$

حکم  $\rightarrow \theta_B = ?$

چون به هم داریم !!

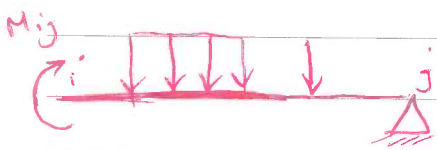
$$M_{BA} = \frac{2EI}{L} (2\theta_B + \theta_A - 3\psi_{BA}) + FEM = \frac{2EI}{L} (2\theta_B + (-\frac{\delta_0}{L}) - \frac{3\delta_0}{L})$$

$$\Rightarrow M_{BA} = \frac{2EI}{L} (2\theta_B - \frac{4\delta_0}{L})$$

$$M_{BC} = \frac{2EI}{L} (2\theta_B + \theta_C - 3\psi_{BC}) + FEM = \frac{2EI}{2L} (2\theta_B - 3 \times (\frac{-3\delta_0}{2L}))$$

$$\Rightarrow M_{BC} = \frac{2EI}{2L} (2\theta_B + \frac{9\delta_0}{2L})$$

توازن گزینشی B  $\Rightarrow$   $\Rightarrow M_{BC} + M_{BA} = 0$   $\Rightarrow \theta_B = \dots$



دانه اصل شده نسبت به 3  
 1) اگر در یک عضو بعضی قسمتی داشته باشیم داریم:

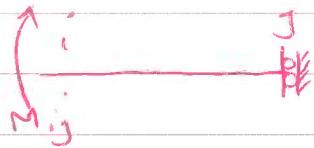
$$M_{ij} = \frac{3EI}{L} (\theta_i - \psi_{ij}) + FEM'_{ij}$$

$$FEM'_{ij} = FEM_{ij} - \frac{1}{2} FEM_{ji}$$





(2) از دو یک طرفی عضو متصل به هم با العنصره برداریم:

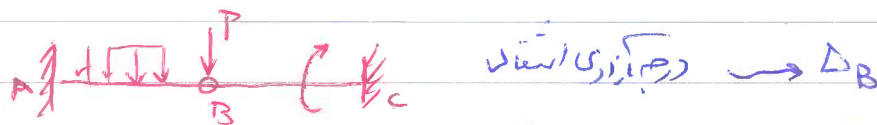


$$M_{ij} = \frac{EI}{L} (\theta_i - \theta_j) + FEM_{ij}$$

| شکل | $FEM_{ij}$        |
|-----|-------------------|
|     | $-\frac{qL^2}{3}$ |
|     | $-\frac{PL}{2}$   |

دو حالت:

(1) در سازه های دراز در صورت آزادی انتقال، برای تحلیل باید مقدار معین در محل آزادی انتقال، این است که در این منظور به ازای هر دو صورت آزادی انتقال، نیاز به یک معادله معین داریم. در صورتی که حالتی از معادله برش در محل در صورت آزادی انتقال سازه استفاده می کنیم.



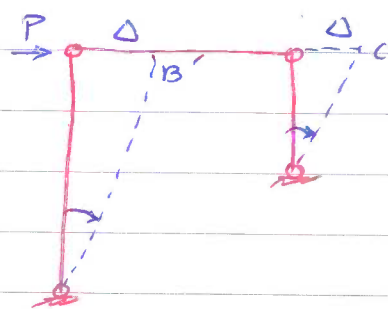
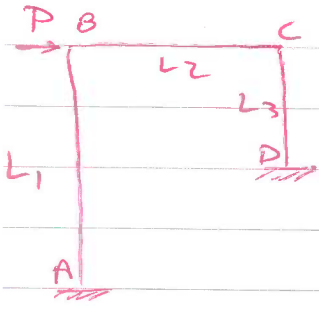
$\Rightarrow$   $\Rightarrow \boxed{V_B^L + P = V_B^R}$

Subject:

Date:

No:

2) برای به دست آوردن  $\psi$  در اعضا درجه آزادی انتقال، از اصل خنثی سازی استفاده می شود تا آنکه در هر دو عضو مفصل تبدیل شود و اعمال یک تغییر مکان فرضی  $\Delta$  در یک سر، در هر دو سر سایر نقاط سازه را به دست می آید.

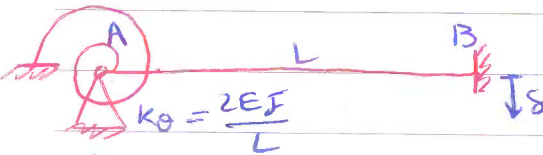


$$\psi_{AB} = + \frac{\Delta}{L_1} \text{ (مغز)}$$

$$\psi_{BC} = 0$$

$$\psi_{CD} = + \frac{\Delta}{L_3} \text{ (مغز)}$$

3) در صورت وجود فرجهی محشی و یا انتقالی در سازه به معنای استفاده از روش سبب است در محل قرارگیری این فرجه، سبب یا فرجه سازه را با نیروی فرضی مرتبط می شود.



$$M_{AB} = -M_s$$



$$\theta_A = \theta_{\text{مغز}} = + \frac{M_s}{k_\theta} = \frac{M_s L}{2EI}$$

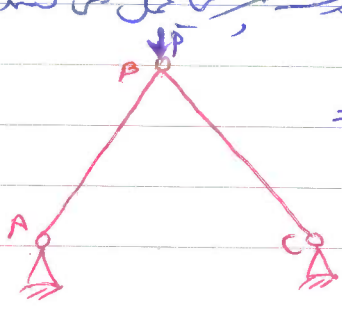
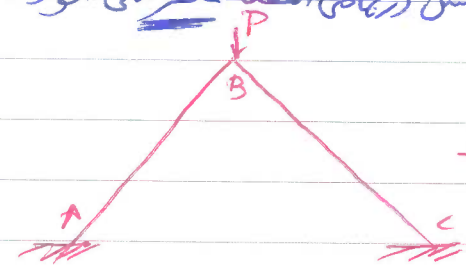
$$\theta_B = 0$$

$$\psi_{AB} = \frac{S}{L}$$

$$\Rightarrow M_{AB} = \frac{2EI}{L} \left( \frac{M_s L}{EI} - \frac{3S}{L} \right) = -M_s \Rightarrow M_s = \frac{2EIS}{L^2}$$

$$M_s = \frac{2EIS}{L^2}$$

4) در سازه های ردیفی آزادی انتقال صورت می گیرد و سازه تحت اثر نیروی متعمد در هر دو طرف قرار می گیرد. در این حالت اعضا به صورت فرجه عمل می کنند و بین دو فرجه در خاص المفاصل صفر می شود و فقط نیروی محوری داریم.



$$\Rightarrow F_{AB} = F_{BC} =$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} P$$

$$M_A = M_C = 0$$

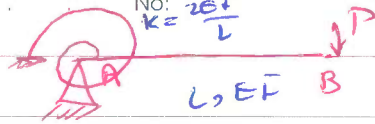
# محل جزایم: مدلسازی با فنر

Subject:

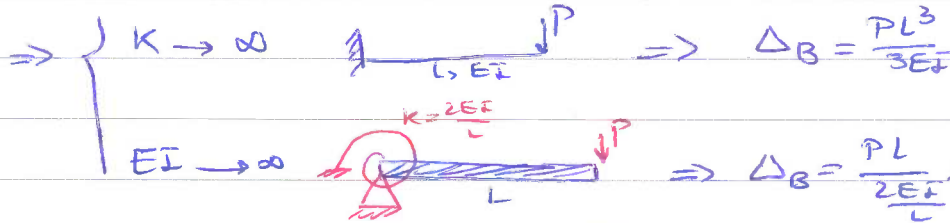
Date:

No:  $k = \frac{2EI}{L}$

EXP



عبارت توانیم از آنجا با فنر مدل کنیم

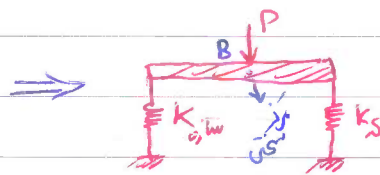
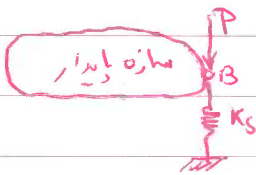


$$\Delta_B = \frac{5}{6} \frac{PL^3}{EI}$$

$$k_{\Delta} = \frac{6EI}{5L^3} = \text{سختی فنر معادل}$$

|  |                                 |  |                                  |
|--|---------------------------------|--|----------------------------------|
|  | $\Delta_B = \frac{PL^3}{192EI}$ |  | $\Delta_B = \frac{PL^3}{3EI}$    |
|  | $\theta_A = \frac{ML}{4EI}$     |  | $k = \frac{12EI}{L^3}$           |
|  | $\Delta_B = \frac{PL^3}{48EI}$  |  | $\Delta_B = \frac{PL^3}{3EI}$    |
|  | $\Delta_{By} = \frac{P}{kL^2}$  |  | $\Delta_{By} = \frac{PL}{AEk^2}$ |

## مدلسازی با فنرهای استقامتی

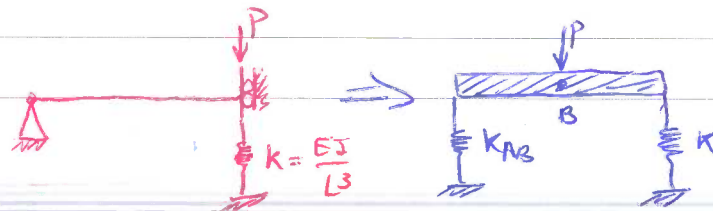


1) در این حالت سازه و فنر اهمیت موازی

بسیار کمند

$$\Delta_B = \frac{P}{k_{ghw} + k_s}$$

EXP

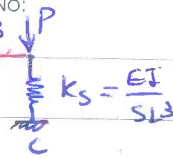
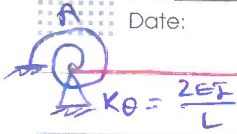


$$\Delta_B = \frac{P}{\frac{3EI}{L^3} + \frac{EI}{L^3}} = \frac{PL^3}{4EI}$$

Subject:

Date:

No:

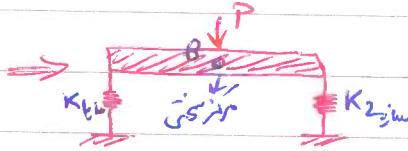
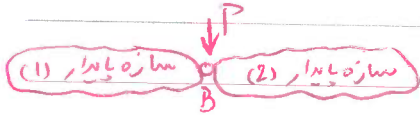


$$F_{BC} = P \times \frac{k_{BC}}{\Sigma K} = P \times \frac{k_s}{k_s + k_{AB}}$$

مثال مهم

$$P \times \frac{\frac{EI}{SL^3}}{\frac{EI}{SL^3} + \frac{6EI}{L^3}}$$

در صورتی که باریک صفت باشد !!



2) در این حالت نیرو در سازه ها

حالت موازی پیدا می کنند.

و نیرو به هر سازه به نسبت سختی تقسیم می شود.



$$\Delta_B = \frac{P}{k_{AB} + k_{AC}} = \frac{P}{\frac{3EI}{L^3} + \frac{3EI}{(2L)^3}} = \frac{8 PL^3}{27 EI}$$

مهره را در A و B نصب کنیم  
 ← از اینجا  
 $M_A = F_{AB} \times L$

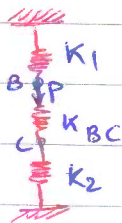
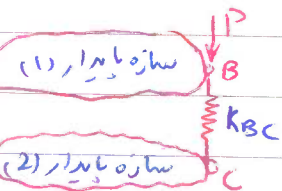
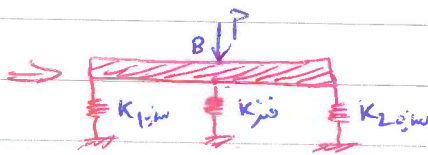
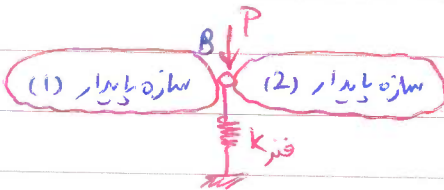
$$F_{AB} = P \times \frac{k_{AB}}{\Sigma K_i}$$

3) در این حالت فنر موازی

به حالت موازی می شود و

نیروی بین آن ها به نسبت

سختی تقسیم می شود.



4) در این حالت سازه 1 با فنر موازی است و

سازه 2 با فنر سری است.

در این حالت سختی معادل بین  $k_2$  و  $k_{BC}$  را از فنر اول

سری ها جدا بکنیم پس معادل را با  $k_1$  موازی در نظر می گیریم.

نیروی در  $k_{BC}$  و سازه 2 برابر است.

$$\frac{1}{k_{e'}} = \frac{1}{k_{BC}} + \frac{1}{k_2}$$

$$k_{e'} = \frac{k_2 k_{BC}}{k_2 + k_{BC}}$$

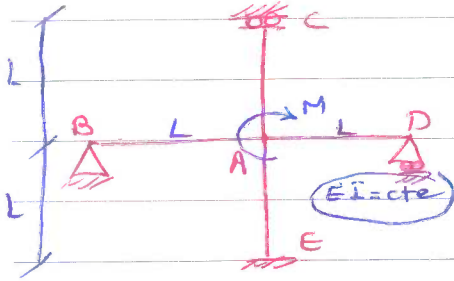
$$k_e = k_1 + k_{e'}$$

$$F_1 = P \times \frac{k_1}{k_e}$$

$$F_{e'} = P \times \frac{k_{e'}}{k_e}$$



مدلسازی با فنرهای 3



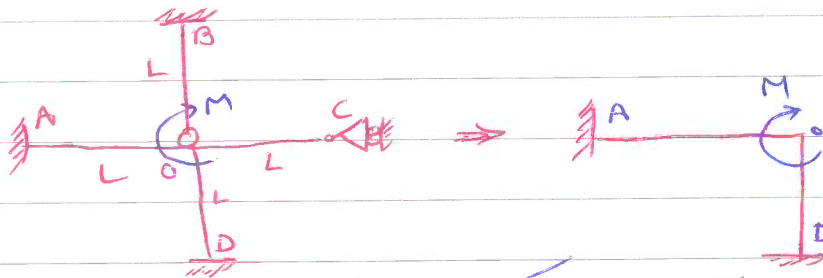
در این حالت چون  $\theta$  فرض بر همی اعضا برابر است  
 به شکل موازی بر همه اعضا  $\theta$  می کنیم. به وقت کنیم  
 که برای می بسیم سختی اعضا نقطه A، اعضاء موازی فرض می کنیم

$$K_{AB} = \frac{3EI}{L} \rightarrow K_{AC} = \frac{EI}{L} \rightarrow K_{AD} = \frac{3EI}{L} \text{ و } K_{AE} = \frac{4EI}{L}$$

$$\Rightarrow \theta_A = \frac{M}{\sum K_i} = \frac{M}{K_{AB} + K_{AC} + K_{AD} + K_{AE}} = \frac{ML}{11EI}$$

4 فنر در اعضا به نسبت سختی فرض می شود

مسئله جانبی:



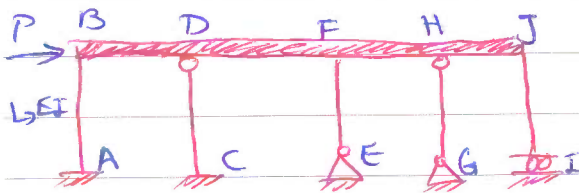
در شکل درجه حرارت  
 OB مفصل در سطح  
 تکیه از شکل می کشند

عنصر OC هم شیب کمین است و تکیه را تحمل می کند. پس شکل من با آن تبدیل می شود

$$K_{OA} = \frac{4EI}{L} = K_{OD} \Rightarrow M_{OA} = M \times \frac{K_{OA}}{K_{OA} + K_{OD}} = \frac{1}{2} M$$

$$M_A = \frac{1}{2} M_{OA} = \frac{M}{4}$$

نقشه: اگر استخوان مثل شکل درجه حرارت کنیم همه به شکل ضربه می خورند



$$\Delta_B = \frac{P}{K_{AB} + K_{CD} + K_{EF} + K_{GH} + K_{IJ}}$$

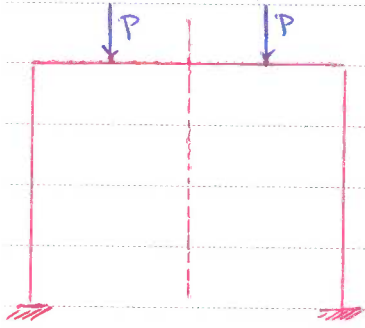
$$= \frac{P}{\frac{12EI}{L^3} + \frac{3EI}{L^3} + \frac{3EI}{L^3} + 0 + 0} = \frac{PL^3}{18EI}$$

بافتن در تکیه  
 به صورت  
 به صورت  
 به صورت

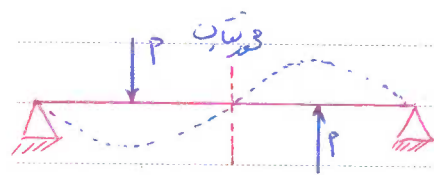
Subject: Mostafa Rahim  
 Year. Month. Date. ( )

# مصل بارندهم: تعارین رسیازه‌ها؟

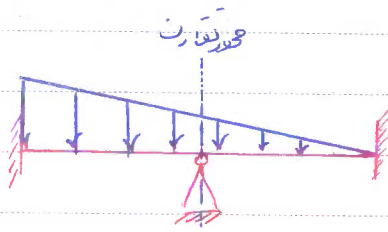
بنا به جور بارنداری داریم:



① بارنداری متقارن (متقیم):  
 اگر از وسط یعنی محور تقارن کاغذ را تا کنیم دقیقاً  
 بندوها روی هم منطبق می‌شوند.



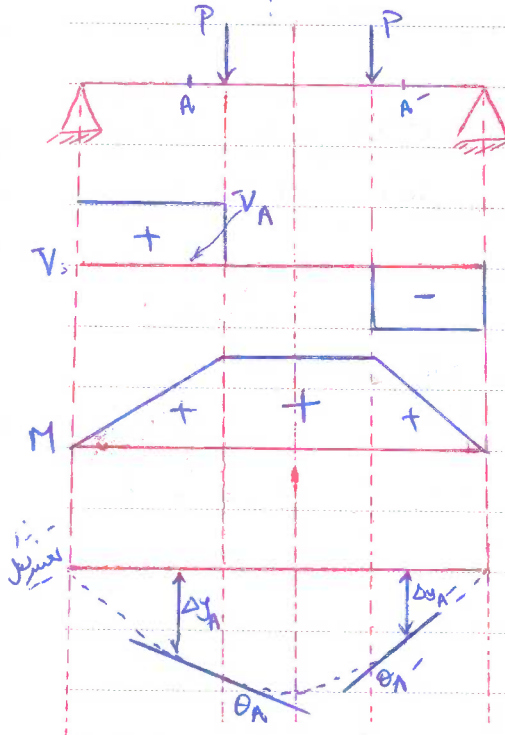
② بارنداری با دمتقارن (معلوس):  
 اگر از محور تقارن کاغذ رو تا کنیم ما را معلوس می‌شوند.



③ بارنداری کلی:  
 اگر نه با دمتقارن باشد نه متقارن بارنداری کلی  
 است.

خواص بارنداری متقارن:

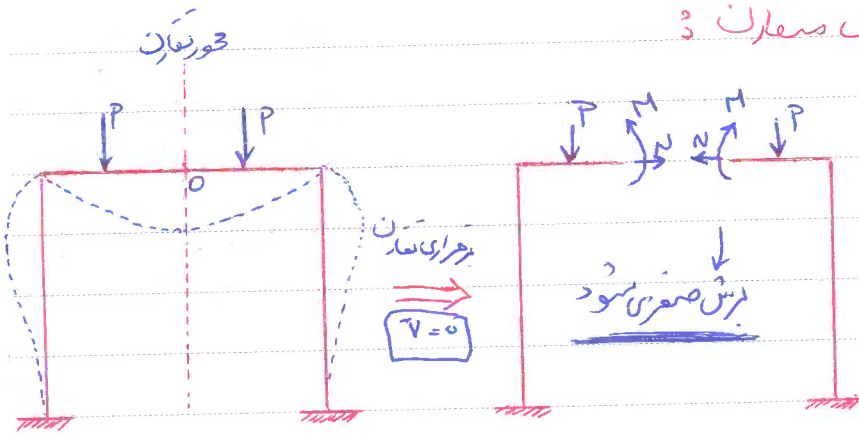
وقتی بارنه متقارن باشه و بارنداری متقارن هم  
 روش باشه و تیرگی زیر را دارد:



$$\begin{aligned} V_A &= -V_{A'} \\ M_A &= M_{A'} \\ \Delta y_A &= \Delta y_{A'} \\ \theta_A &= -\theta_{A'} \\ N_A &= N_{A'} \\ \Delta x_A &= -\Delta x_{A'} \end{aligned}$$

→ اگر قاب داریم

### خطات مهم در مورد قاب بارگذاری ممتد:



وقتی قاب مون تحت بارگذاری ممتد است روی محور تقارن حتماً برش صفری نبود

چون برش صفر است پس روی محور تقارن فقط و فقط عابجهایی در راستای قائم داریم

Result

$$\left. \begin{aligned} V_0 &= 0 \\ \theta_0 &= 0 \\ \Delta_{x_0} &= 0 \\ M_0 &\neq 0, N_0 \neq 0, \Delta_{y_0} \neq 0 \end{aligned} \right\}$$

البته المردود و تغییرات افقی تعریف شوند رابطه بالا برقرار است یعنی المردود حالت زیر را داشته باشیم دیگر تغییرات افقی و دوران ( $\theta$ ) تعریف نمی شود

المربا بر متمرکز روی محور تقارن داریم

$V_0$  تعریف نمی شود

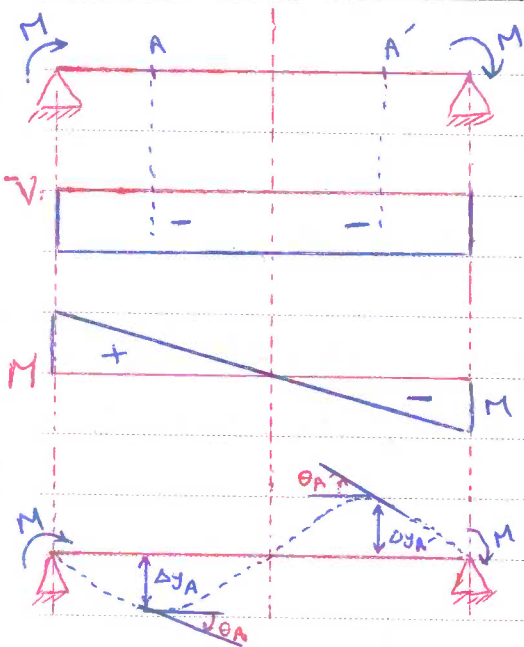
المربد معضلی فیزیکی در روی محور تقارن داریم

$\theta_0$  (دوران) تعریف نمی شود

Subject:

Year:      Month:      Date:      ( )

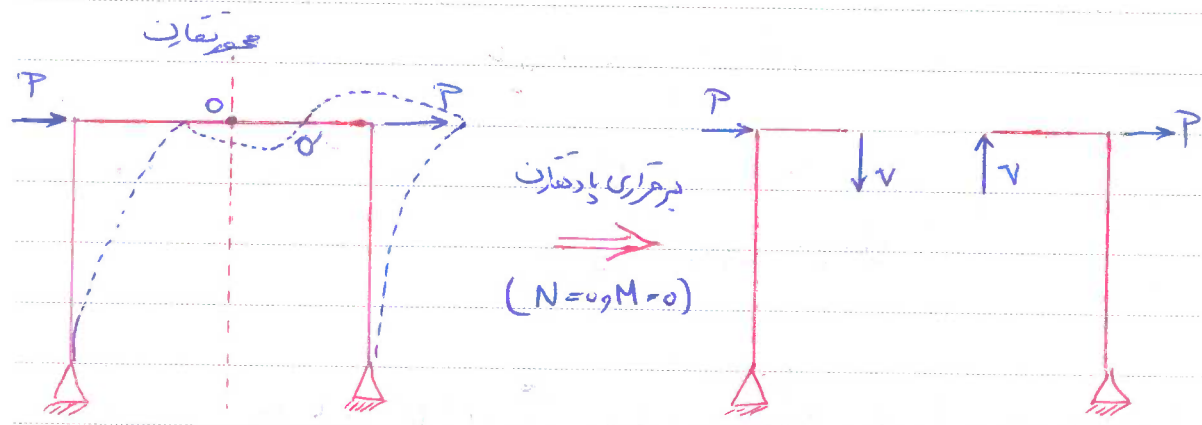
خواص سازه‌ها یارمقارن :



$$\begin{aligned}
 V_A &= V_{A'} \\
 M_A &= -M_{A'} \\
 \Delta y_A &= -\Delta y_{A'} \\
 \theta_A &= \theta_{A'} \\
 N_A &= -N_{A'} \\
 \Delta x_A &= \Delta x_{A'}
 \end{aligned}$$

الغاب دانستيم →

نکات مهم در مورد رفتار بارگذاری یارمقارن :



وقتی قابیون تحت بارگذاری یارمقارن است روی محور تقارن نیروی محوری صفر است اما برش صفر نیست.

چون نیروی محوری صفر است پس ایضا جابه‌جایی در راستای نیروی محوری و همچنین اطراف آن دوران وجود دارد.



Subject:

Year. Month. Date. ( )

در باره یاد مستعار  $\Rightarrow$  **Results**  $\rightarrow$

$$\left. \begin{array}{l} N_0 = 0 \\ M_0 = 0 \\ \Delta y_0 = 0 \\ V_0 \neq 0, \theta_0 \neq 0, \Delta x_0 \neq 0 \end{array} \right\}$$

در این شرایط عملاً باید نیروی محوری و گشتاور فقط 0 تعریف شده باشد تا در این باره برآید. اگر در شرایط باشد  $N_0$  و  $M_0$  تعریف نمی شود

در محل تقاطع محور تقارن و سازه یک نیروی محوری محمود بر محور تقارن قرار گیرد  $\rightarrow$   $N_0$  تعریف نمی شود

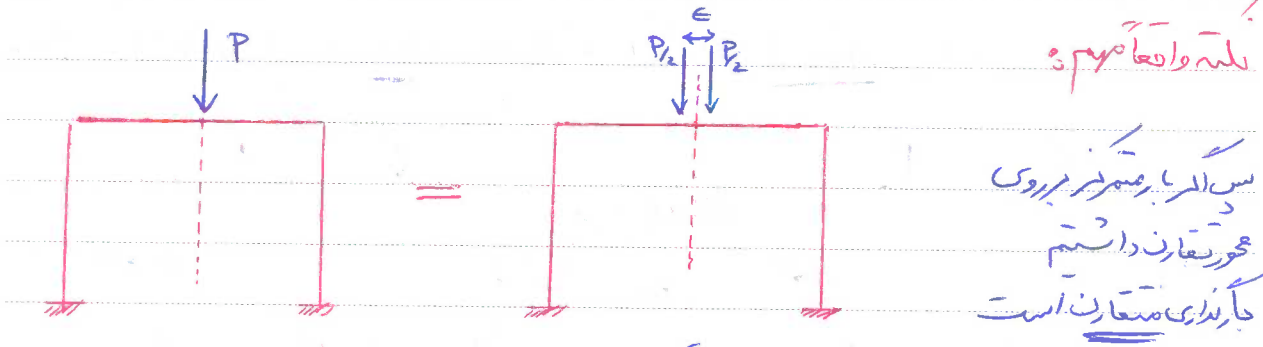
در محل تقاطع محور تقارن و سازه یک گشتاور محوری محمود بر محور تقارن قرار گیرد  $\rightarrow$   $M_0$  تعریف نمی شود

اگر نیروی محور تقارن مفصل برشی  $\parallel$  راسته باشیم  $\rightarrow$   $\Delta y_0$  تعریف نمی شود

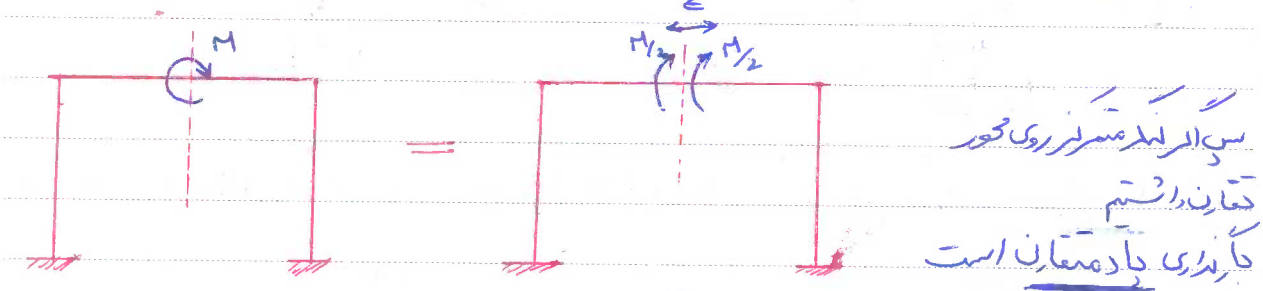
نکته و مهم: اگر عین العمل تکیه ها در سازه ی مستطی کت ایندزی متعارن یاد مستعار تقارن یا با تقارن سازه را خراب کند لزوماً آن واکس تکیه ها منفرجه است

Subject :

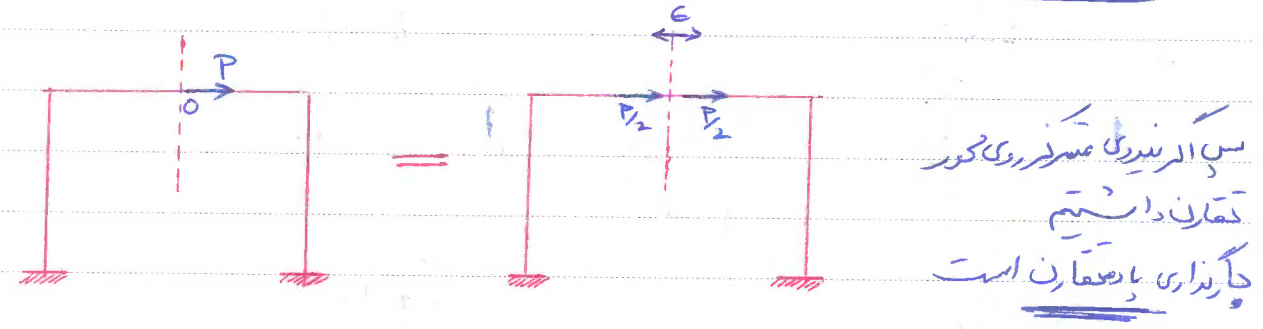
Year . Month . Date . ( )



سیالترین مسئله در پروی  
معمولاً تقارن داریم  
کاربری یاد می‌توان است

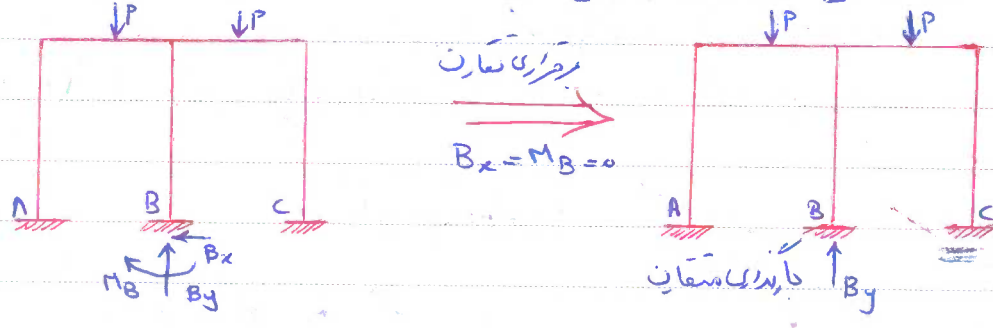


تقارن داریم  
کاربری یاد می‌توان است



تقارن داریم  
کاربری یاد می‌توان است

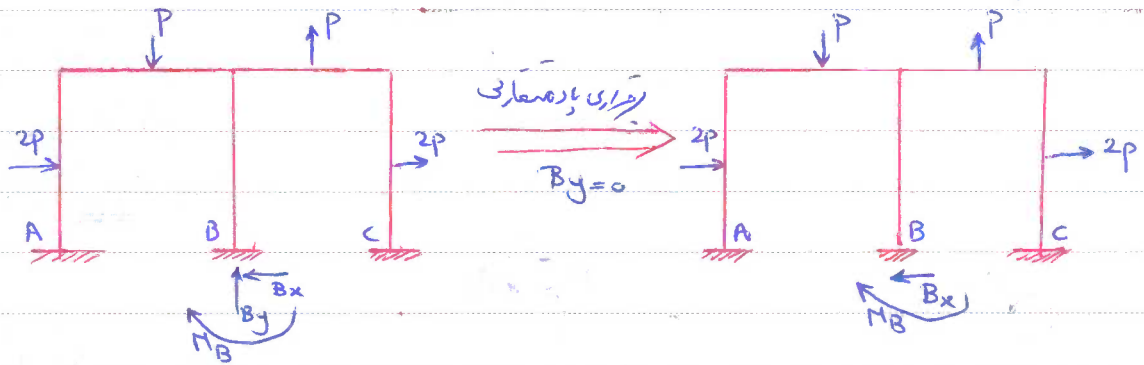
\* با توجه به نکته بالا در سازه زیر  $B_x$  و  $M_B$  با یکدیگر برابرند اما کاربری متفاوت است. سازه برهم نخورد



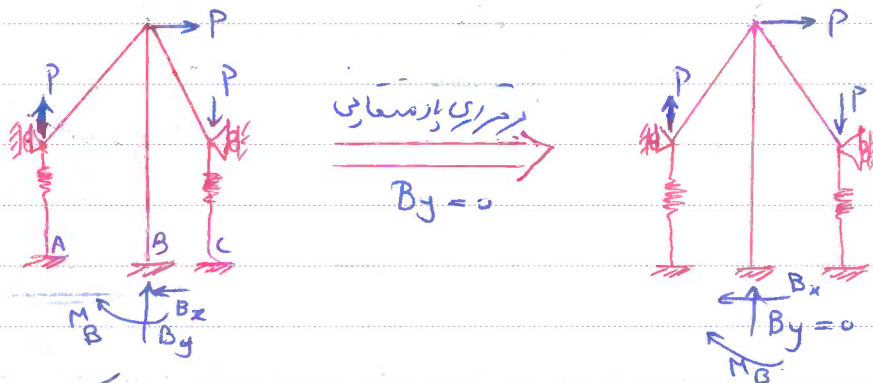
Subject:

Year:      Month:      Date:      ( )

\* حالتی که در باره  $B_y$  به هم میزنیم تا بارگذاری یادمعاری برهم نخورد

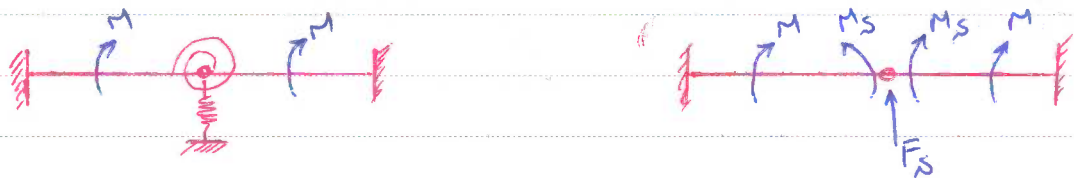


نکته است: در باره زبردت بود چون با P افقی وارد شده است بارگذاری یادمعاری است



نکته مهم! اگر فضا داشته باشیم فضا را از بارها جدا می کنیم و اثر آن ها را به بارها وارد می کنیم. دوباره مثل قبل اگر تعاری یا بار تعاری ساده را برهم زدیم مقدار نیروی فضاها صفر است

به های فضا تعاری ← یک نیروی مترکز  
به با فضا تعاری ← دو لنگ مختلف جهت



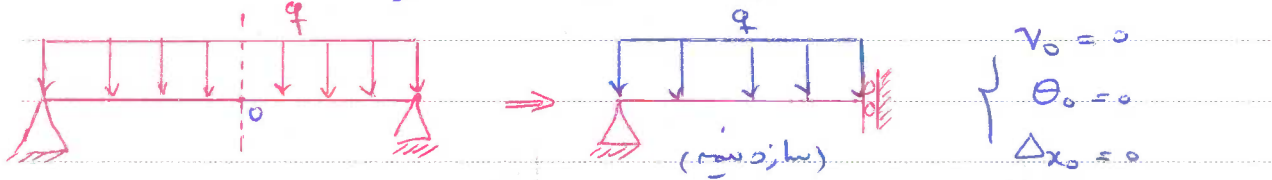
در سطح با هم چون  $F_s$  و  $M_s$  یادمعاری را برهم زدیم اند ←  $M_s = 0$   $F_s = 0$

Subject:

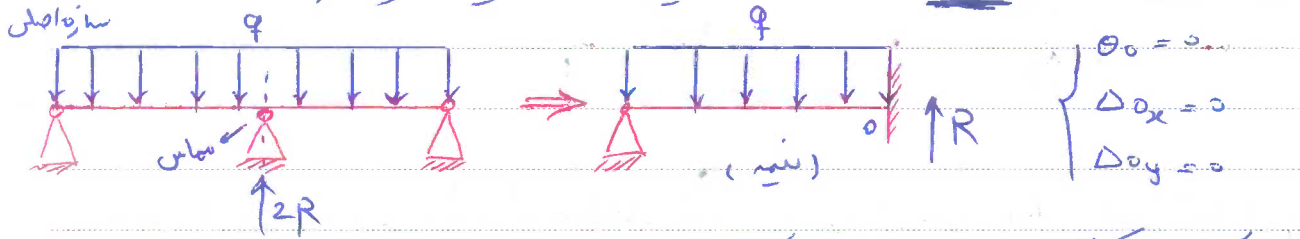
Year: Month: Date: ( )

یافتن باره نیمه در باره ها صغارت یا بار برداری صغارت:

1) اگر در محل محور تقارن عضو نداشته باشیم ← تکیه با گزینه لبردار

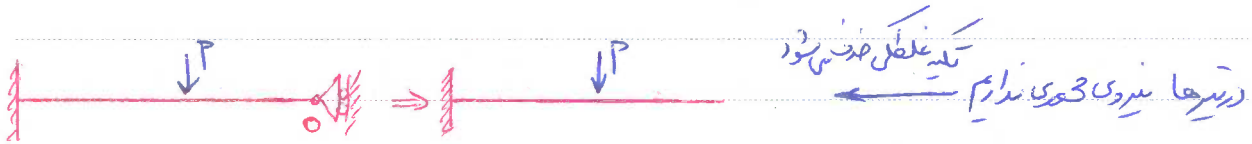
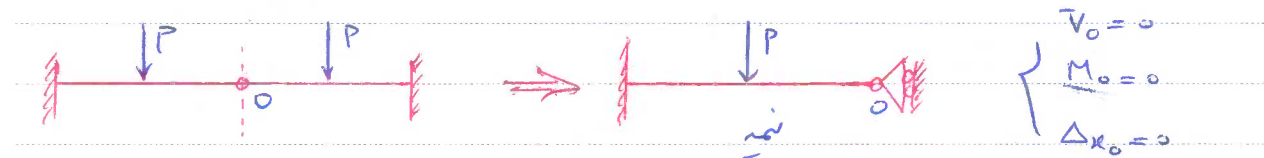


2) اگر تکیه با معصی در محور تقارن داشته باشیم ← تکیه با لبردار

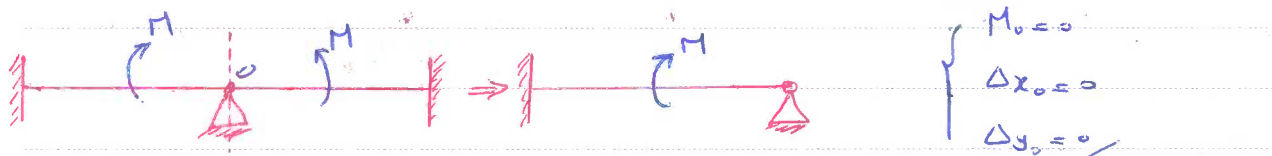


المرعس العمل تکیه 0 R؛ شد علس العمل آن در باره اعلى 2R است

3) اگر روی محور تقارن معصی غشی داشته باشیم ← تکیه با غلغلی در ایسای محور تقارن



4) اگر روی محور تقارن تکیه با معصی داشته باشیم ← تکیه با معصی



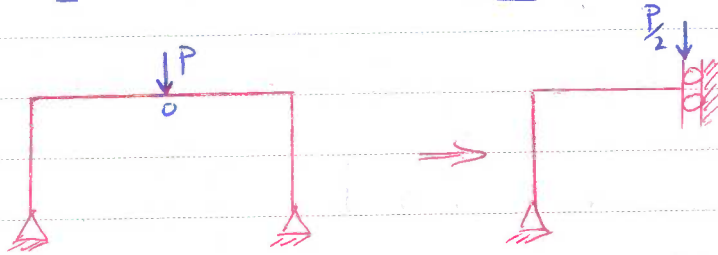
چون علس العمل تکیه با همی روی محور تقارن داریم ← لبرس روی محور تقارن تعریف کن شود



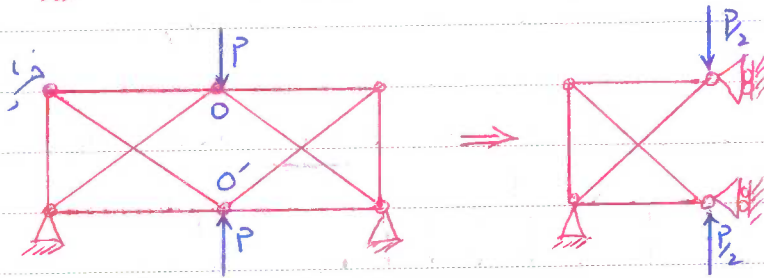
subject :

Year . Month . Date . ( )

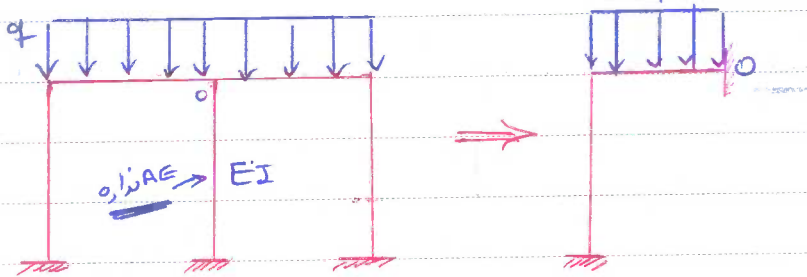
5) اگر بر روی محور تعان جابجایی دارند ← یعنی از بار باروی سازه سبب باروی در صم



$$\left\{ \begin{array}{l} \theta_0 = 0 \\ \Delta_{x_0} = 0 \\ \Delta_{y_0} = \text{جابجایی} \end{array} \right.$$



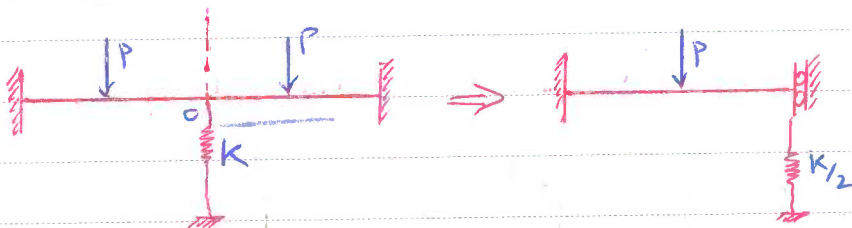
6) اگر روی محور تعان عضوی داریم که ماده تغییر طول محوری بود (یعنی AE آن بسیار بزرگ بود) ← AE روی عضو نوشته شده باشد ←  $AE = \infty$  تکلیف تغییر ندارد



$$\left\{ \begin{array}{l} \theta_0 = 0 \\ \Delta_{x_0} = 0 \\ \Delta_{y_0} = 0 \end{array} \right.$$

$AE \rightarrow EI$  بزرگ

7) اگر روی محور تعان فنر استعانی داریم ← سختی فنر ارضف می کنیم

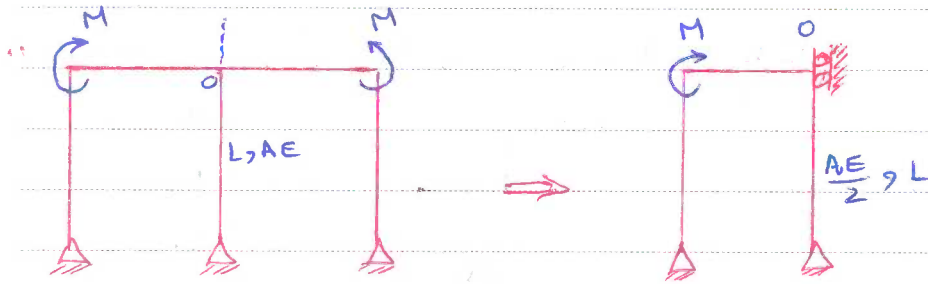


$$\left\{ \begin{array}{l} \theta_0 = 0 \\ \Delta_{x_0} = 0 \end{array} \right.$$

Subject: Mostafa Rahim

Year: Month: Date: ( )

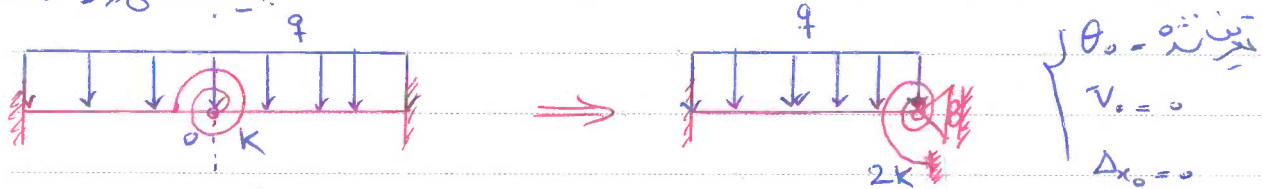
8) اگر روی محور تقارن عضو یا غیر طول محوری داشته باشیم (AE ثابت) ← یعنی عضو نصف شود



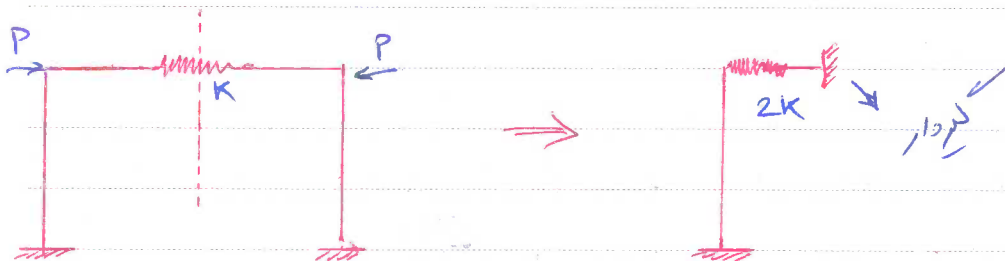
9) اگر روی محور تقارن معضله بی داشته باشیم ← تکیه لغزنده لبردار



10) اگر روی محور تقارن هم معضله هستی و هم فنر دورانی داشته باشیم ← یعنی فنر 2 برابر تبدیل به غلطی در استای تقارن



11) اگر محور تقارن فنر استای داشته باشیم ← یعنی فنر دو برابر

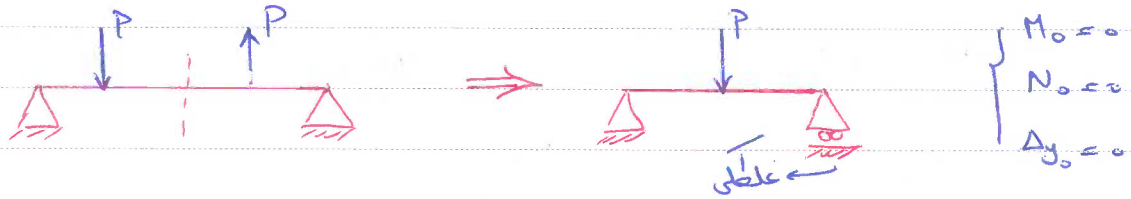


Subject:

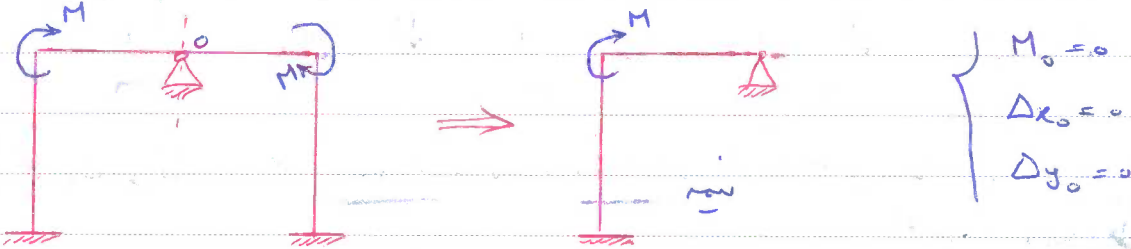
Year.      Month.      Date.      ( )

یافتن باره نیمه در سازه ها مستقل یا باز مستقر ۳

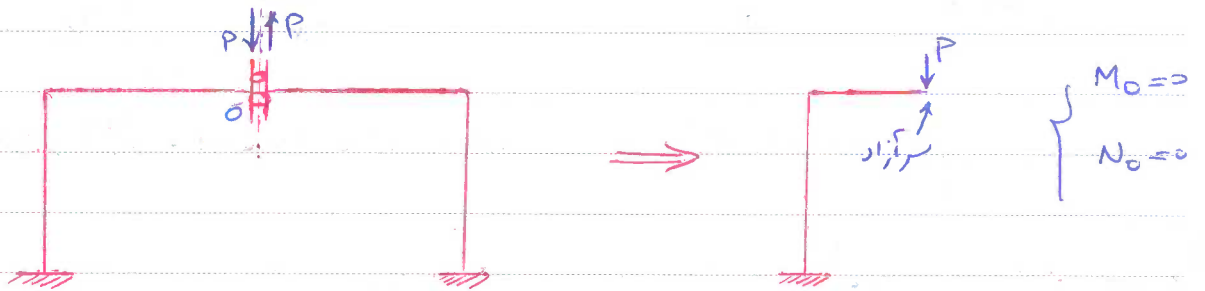
① اگر هیچ روی محور تقارن نباشد ← تکیه و غلطی



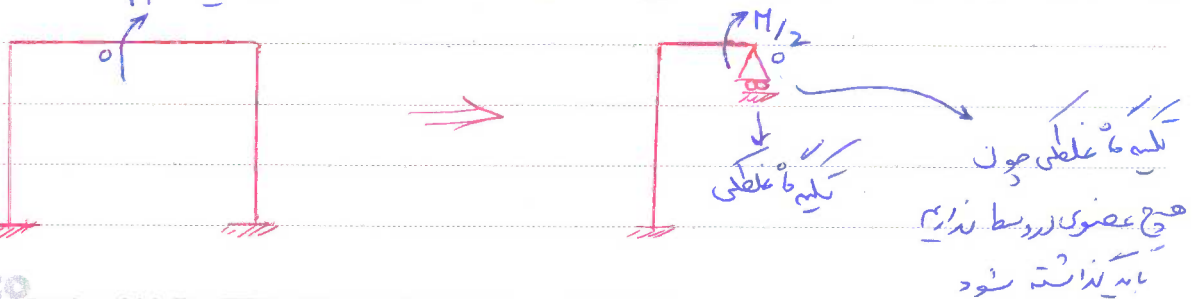
② اگر تکیه با مفصلی روی محور تقارن بود ← تکیه و مفصلی



③ اگر روی محور تقارن مفصل برشی بود ← آن سوراخ به سوراخ تبدیل می کنیم



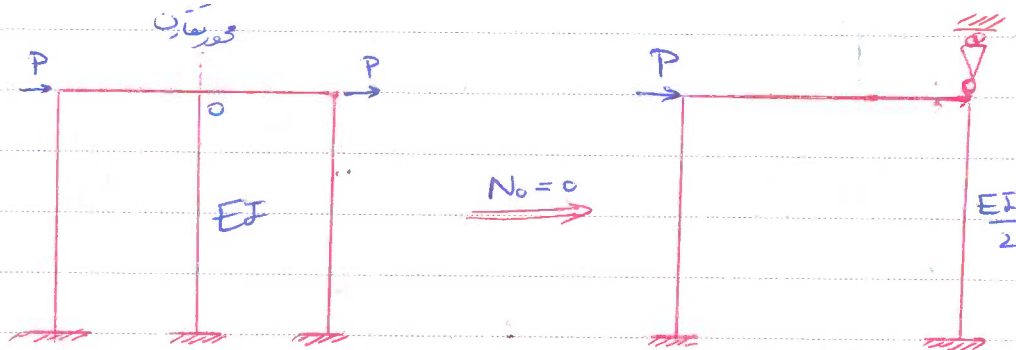
④ اگر روی محور تقارن لنگر مستمر داشتیم ← لنگر نصف می کنیم



Subject :

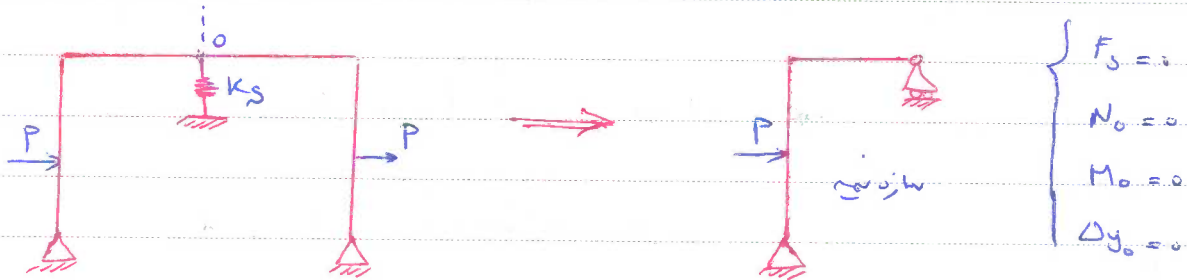
Year . Month . Date . ( )

(5) در روی محور تقارن یک عضو دارای  $EI$  و هود داشته باشد یعنی عضو نصف شود



(عدم تغییر شکل محوری) در این سازه چون در ستون نیروی محوری نداریم پس نیازی به اخلال نیست و می توان حذف نمود

(6) اگر روی محور تقارن یک فنر انحنایی موازی محور تقارن قرار گیرد فنر از سازه حذف می شود



(7) اگر روی محور تقارن یک موصل خمشی + فنر دور قرار گیرد فنر از سازه حذف می شود

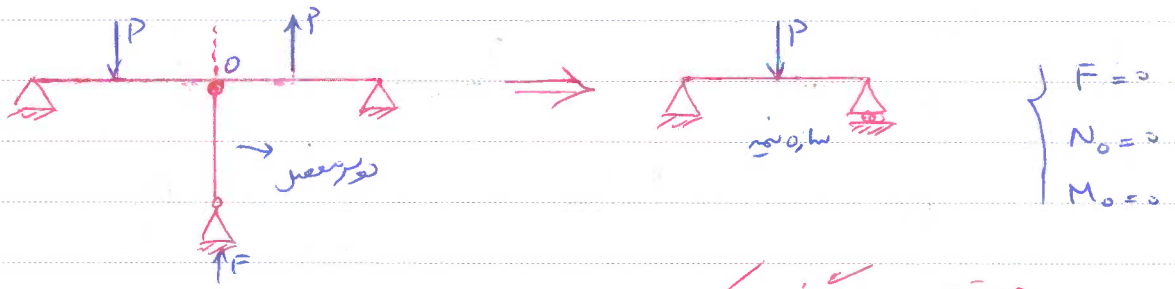




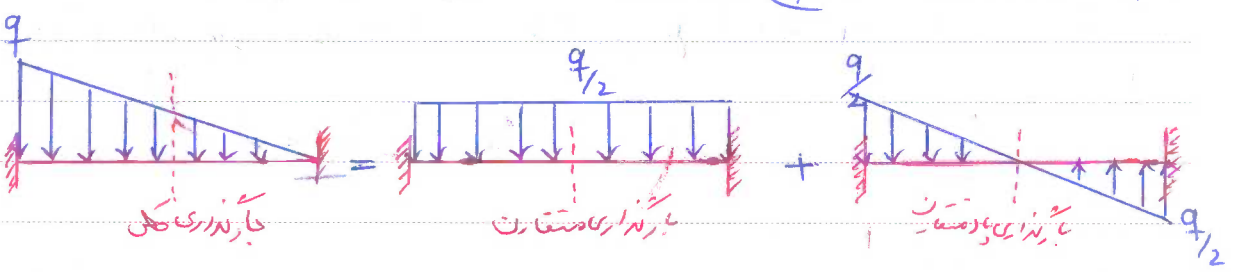
Subject :

Year . Month . Date . ( )

8) نیروی محوری تقارن یک عضو دوسر معضیل قرار گیرد ← آن را از سازه حذف می کنیم

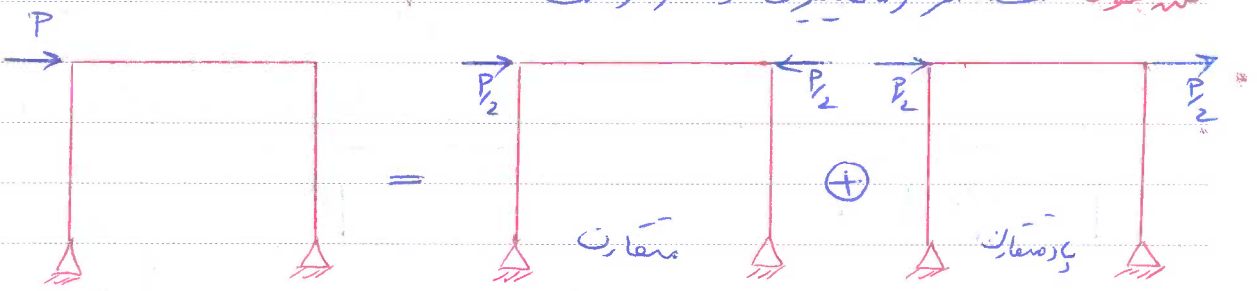


بررسی سازه های متقارن با بارگذاری نامتقارن  
بارگذاری نامتقارن را می توان به مجموع دو بارگذاری متقارن و یک بارگذاری نامتقارن تبدیل کرد.



دقت شود بارها از  $q$  به  $q/2$  تبدیل شده اند \*

نکته سوال: سازه را از بار تغییر مکان وسط افق است



در سازه بار متقارن که تغییر مکان وسط صفا صفا صفا است

در سازه متقارن هم چون نیروی دوسط نداریم پس تغییر مکان وسط صفا صفا است (می توانیم تبدیل به غلط کنیم)

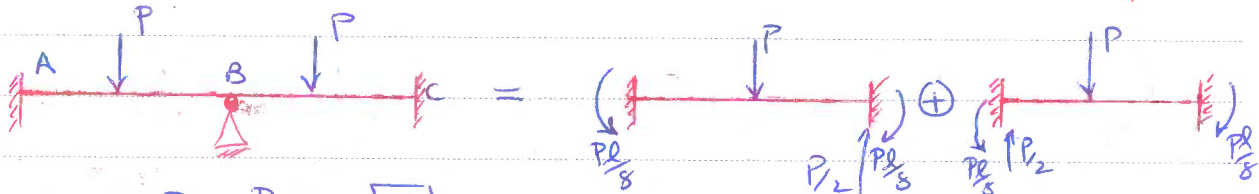
ساز در اصل تغییر مکان وسط صفا صفا است

نقشه سازه  
PAPCO

Subject:

Year:      Month:      Date:      ( )

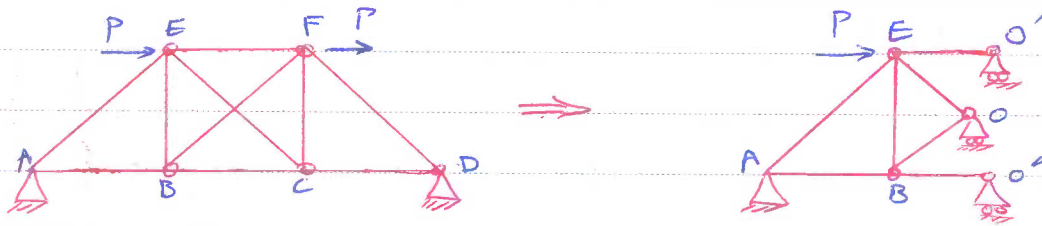
سؤال مهم: عکس العمل قائم B ؟



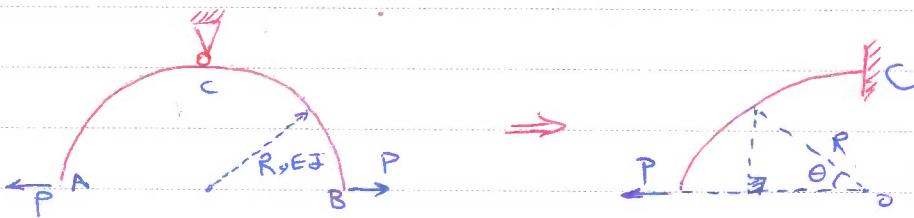
$$R_B = P_2 + P_{1/2} = \boxed{P}$$

دقت: حد سازه متعارف با انرژی متعارف عکس العمل قائم تکیه روی محور تعان (دو برابر) سازه تکیه است.

سؤال جانب: سازه تکیه ای خرابی زیر:



سؤال خوب: دوران نقطه A ؟

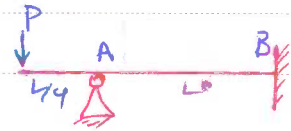
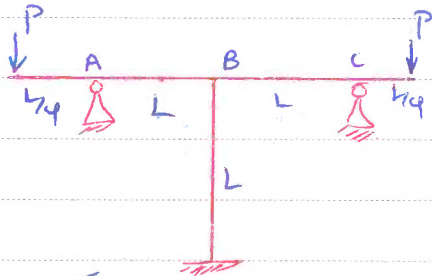


$$M(\theta) = P \times R \sin \theta \quad \bar{M}(\theta) = 1 \Rightarrow \theta_A = \int \frac{M \bar{M}}{EI} R d\theta = \int_0^{\pi/2} \frac{P R \sin \theta \cdot 1}{EI} R d\theta$$

Subject :

Year .      Month .      Date .      ( )

سؤال خوب: لنگردر نقطه B



در این نقطه  $M_B = \frac{PL}{4} \times \frac{1}{2} = \boxed{\frac{PL}{8}}$

نکته: لنگردر نقطه B از سازه‌ی سیمه با بازه اصلی برابر است و نیاز به دو برابر کردن نیست.

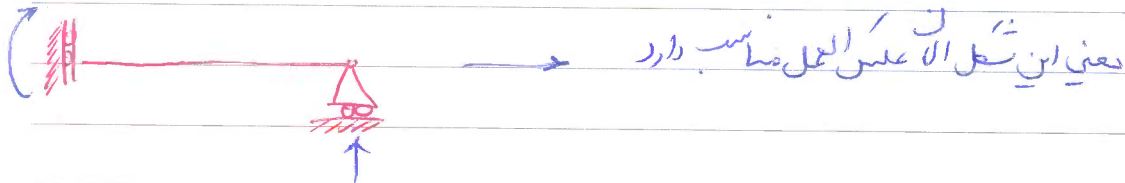
## نصل سازه‌ها: حالت‌ها:

خطایر سازه‌ها یعنی عوارض

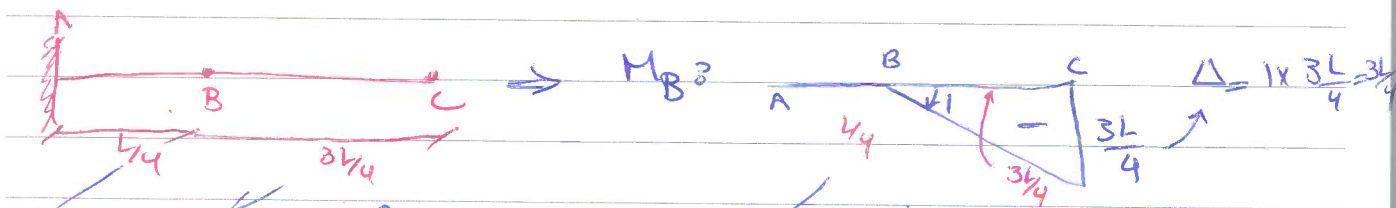
اسم خطوط‌تأثیر بر روش مولر بر سازه:

- ① قیود مورد نظر از سازه حذف شود
- ② تغییر شکل واحد محاسب تغییر شده و در محل قیود حذف شده بر سازه اعمال می‌کنیم و نمودار تغییر شکل سازه را بر اساس آن قیود رسم می‌کنیم
- ③ تغییر شکل سازه همان خطایر است

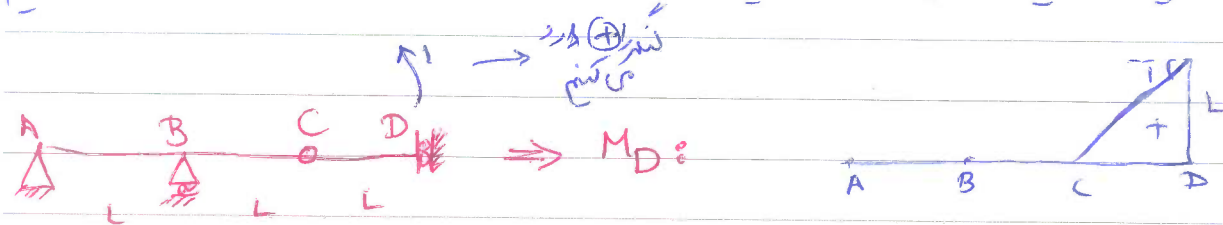
نکته بسیار مهم: در سازه‌ها یعنی اگر سازه از حذف قیود، معنی آن سازه به عکس العمل مناسب به زمین متصل بود، خطایر آن سمت صفر است متغیر از عکس العمل مناسب و عکس العمل از نوع قائم و عکس العمل از نوع لغز و عکس العمل از نوع قائم است.



وقتی خطایر سازه را رسم می‌کنیم اعداد در دی نمودار خطایر را جابجا به معنی مثبت می‌آوریم.



وقتی خواستیم خطایر را رسم کنیم بارها را هم در جهت مثبت (ساعتگرد) وارد می‌کنیم.

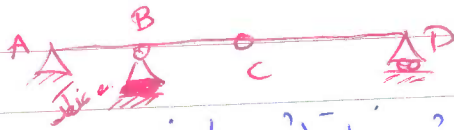


Subject:

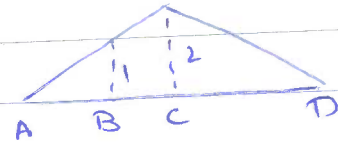
Date:

No:

\* در حالتی که معضل خمشی داریم، خط تأثیر من شکله و در جاهای که عضو سست است، شکسته نداریم.



→ By:



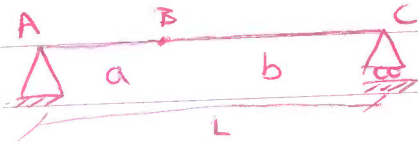
\* در محل معضل برشی، احتمال تغییر ارتفاع (برش) وجود دارد و سبب خط تأثیر در مخرج معضل برشی می‌باشد. یعنی دو خط موازی تأثیر در مخرج معضل برشی وجود دارد.



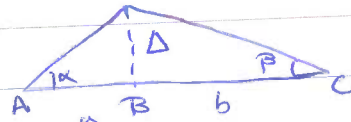
⇒ Cy:



برای آوردن خط تأثیر در مخرج معضل برشی:



MB:

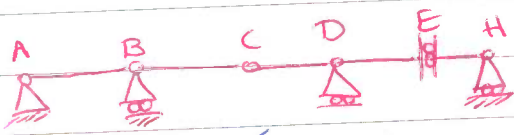


$$\alpha + \beta = 1$$

$$\rightarrow \frac{\Delta}{a} + \frac{\Delta}{b} = 1 \Rightarrow \Delta = \frac{ab}{L}$$

$$\Delta = \frac{ab}{L}$$

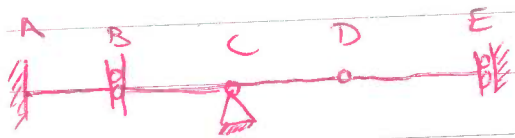
جواب:



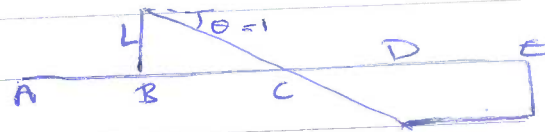
→ Mp:



توجه مهم: اگر خواستیم خط تأثیر لرزشی تهیه کنیم معضله (مختل) میانی المان و همواره فقط یکی از طرفین به مقدار یک واحد بعد از آن می‌آید یعنی همواره تمام دوران واحد در یک طرف ظاهر شود و طرف دیگر ثابت می‌ماند.



→ MB =



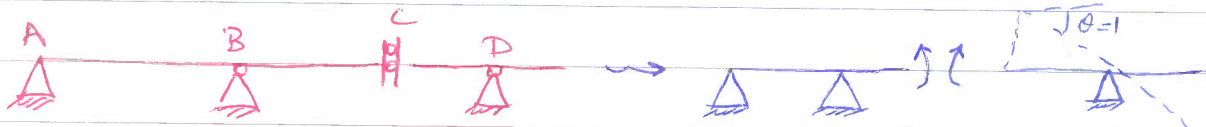


Subject:

Date:

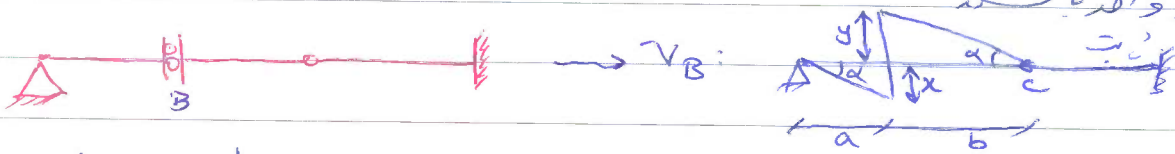
No:

نکته: فقط تأثیر نیرو در معضل برشی می توان تیر را از محل معضل برشی جدا کرد با اعمال دولنگر، فقط یکی از طرفین به سمت بالا حرکت کرده و یک واحد از طرف دیگر ثابت میماند.



رسم فقط تأثیر برش در یک نقطه:

دو تیر می برشی فرضی در جهت مثبت (راست یا A چپ یا B) اعمال می کنیم اما باید چهار ضلعی این تیرها واحد باشند.



$$\begin{cases} x + y = 1 \\ \frac{x}{a} = \frac{y}{b} \end{cases} \Rightarrow x = \frac{a}{L} \text{ و } y = \frac{b}{L}$$

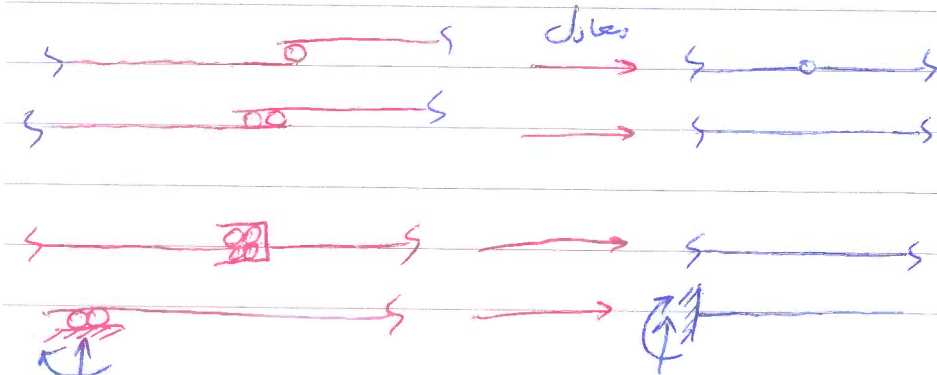
رسم فقط تأثیر برش در معضل خمشی:

چون تیر در معضل خمشی نداریم پس از جدا سازی تیر، همواره فقط یکی از طرفین به مقدار واحد حرکت می کند و طرف دیگر ثابت میماند.



نکات و امعاً مهم:

برای ساده سازی اتصال مثلک داخلی را با اتصال معضل جانبین می کنیم. نکته 6 تسلط بر هم بگیرد در جانبین می کنیم.



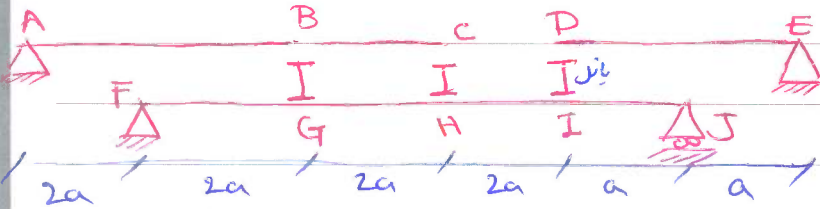
Subject:

Date:

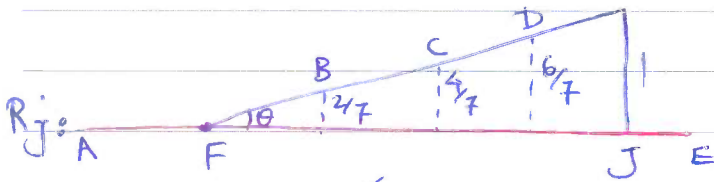
No:

\* وقت: اگر فردا هستیم، سخت آن را به بی نهایت میل می‌دهیم.

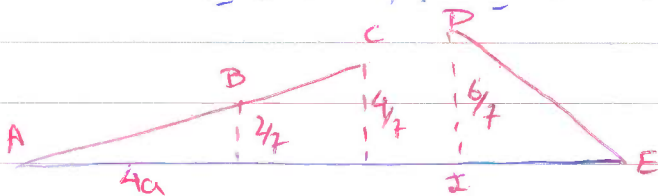
رسم خطوط تأثیر در تیرهای پابیل داره:



- ابتدا خط تأثیر تیری که پابیل رو شتر اسی کنیم. (صورت سؤال همچون می‌گه که باید خط تأثیر کدوم نقطه رو بکشیم)
- بر اساس اندازه‌ها و اصول‌ها بین پابیل‌ها و تکیه‌ها و کجا رو یک خط تأثیر کشیده شده و مقادیر اندازه‌های پابیل‌ها را بدین می‌کنیم.



③ حال تعاضل که از پابیل‌ها رو یک خط تأثیر جدا کرده ایم، را بر هم وصل می‌کنیم.



\* چون پابیل در HI حرکت نمی‌کنه پس در نمودار خط تأثیر مقدارش صفر است.



Subject:

Date:

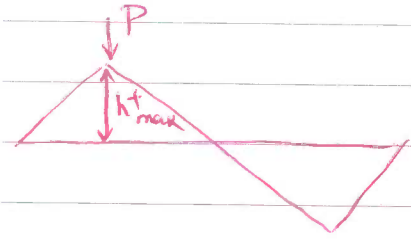
No:

کاربرد خط تاثیر:

وقتی یک کامیون از روی پرتال رد می شود.

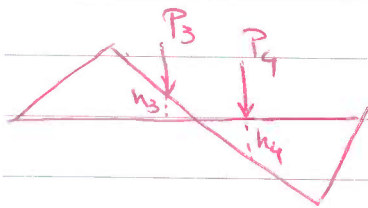
① عبور بار متمرکز:

الزاماً متمرکز از روی پرتال رد می شود و می خواهد بیشترین اثر را - را روی پرتال بداند، ابتدا خط تاثیر تکیه تا مورد نظر سوال را می کشیم پس هر جا که نمودار خط تاثیر max بود، بار متمرکز را قرار می دهیم و در ارتفاع خط تاثیر آن را ضرب می کنیم.



$$\begin{aligned} \text{مقدار مقدار حالت مثبت} &= P \cdot h_{max} \\ \text{مقدار مقدار حالت منفی} &= P \cdot h_{min} \end{aligned}$$

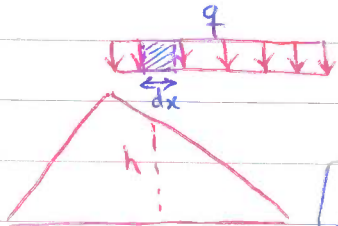
اگر دو بار متمرکز وارد می شود:



$$\text{مقدار مقدار} = P_3 h_3 + P_4 h_4$$

② عبور بار گسترده طبقاً با طول محدود:

در این حالت ابتدا خط تاثیر مقدار رسم می کنیم سپس بار گسترده را در قسمتی از پرتال قرار می دهیم که حداکثر مقدار خط تاثیر نمودار خط تاثیر بدست آید. سپس با ضرب حداکثر مقدار در بار گسترده مقدار مقدار خط تاثیر بدست می آوریم.



$$\text{مقدار max} = \int h \cdot q \cdot dx$$

$$\text{مقدار خط تاثیر از بار گسترده طبقاً با طول محدود} = q \times \text{مقدار مقدار}$$

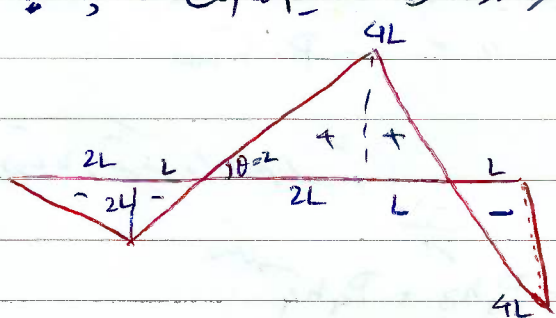
Subject:

Date: No:

**نکته:** الرخه، نتر قدر هذ تلبه +، و هذ تلبه - دانست باير برا هر ليد و موقوع مقدار هذ ليد  
 قدر و ب دانست باير و باير ليد و باير ليد ان ها و اير و هم و دره اير max ان ها را ب عنوان  
 هذ ليد قدر در نظر بليريم

**3) جا ليد ليدوا هذ تلبه زنده؟**

ابتدا خط نتر قدر را رسم كرده و س ي بارها ليد شده را يك بار در طول ها مثبت و باير ليد در طول ها منفي  
 قرار مي دهيم و در هر حالت از بار كذاي مقدار هذ را با هم كرده تا هذ ليد قدر بدست آيد. وقت بود هذ گاهي  
 كه باير ليد شده به صورت زنده با طول منفي تعريف مي شود، مي توان هر طول دلخواصي از بار را انتخاب  
 نمود و در هذ تير صحت به صورت براننده قرار داد. اگر بار ليد شده مرده دانستيم تا كم صحت ها به مثبت و  
 منفي اير تقصير بليريم



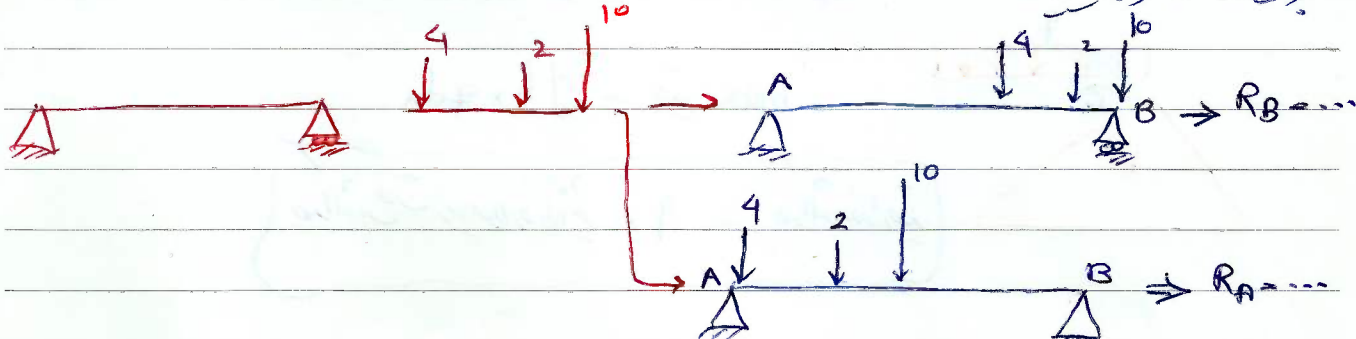
$$S_{max}^+ = \frac{4L \times 3L}{2} = 6L^2$$

$$S_{max}^- = \frac{-2L \times 3L}{2} + \frac{-4L \times L}{2} = -5L^2$$

$$\Rightarrow S_{max} < 6L^2$$

**4) هذ ليد بيش در تير بوسه مفصل دانتر عبور n بار متحرك؟**

در اين حالت بار كذاي ها را يك بار متصلي اليه نسبت را نسبت و يك بار منتهي اليه نسبت صحت قرار مي دهيم  
 و براي هر نوع حالت هذ ليد بيش (كه همان تلبه زنده بارها است) بدست مي آويم و max  
 بيش را در نظر بليريم



$$V_{max} = \max(R_A, R_B) = \dots$$



Subject:

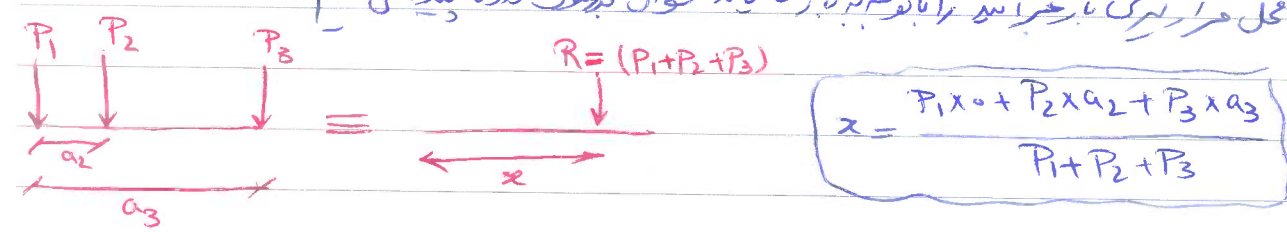
Date:

No:

5) محاسبه مدارک اندرگشتی در یک تیر دو موعضله ناهمبند با سه متحرک و ...

1) ابتدا بپراکنید بارها را که سوال بهیون داده رو حساب می کنیم

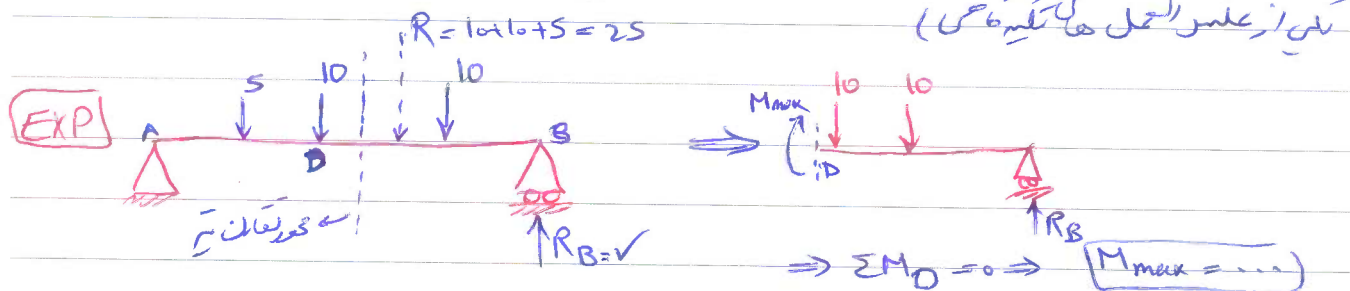
2) محل قرارگیری بار خراب کننده را با توجه به سوال بهیون داده پیدا می کنیم:



3) حال این بارها + بپراکنید راهی روی تیر قرار می دهیم که محور تعادل تیر فاصله بین تیر روی بپراکنند و نزدیکترین بار به بپراکنند را ضو کنند.

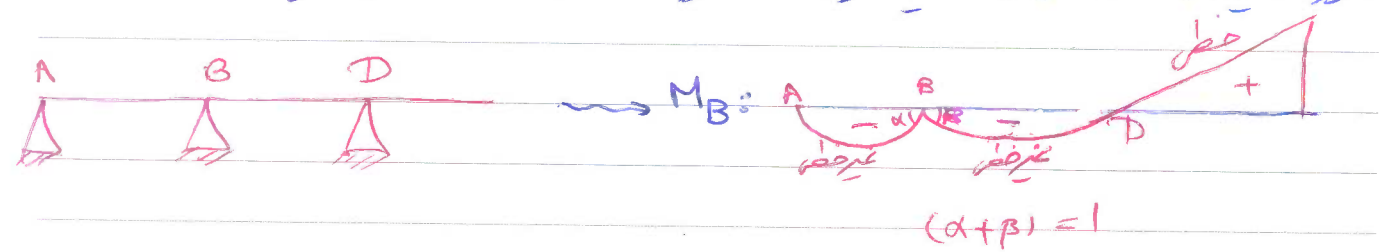
4) پس از یافتن عکس العمل ها تکیه ها، اندرگشتی در تیر در زیر نزدیکترین بار به بپراکنند بارها را حساب می کردیم.

5) حال از نزدیکترین بار به بپراکنند بارها، یک برش می زنیم و  $M_{max}$  را پیدا می کنیم. (با همگی تیری حول تکیه از عکس العمل ها تکیه ها می)



خطای تیر تکیه ناهمبند:

در ناهمبندی ها، در صورت معین تیر، فقط تیر فقط در صورت ناهمبندی تیر معین است.



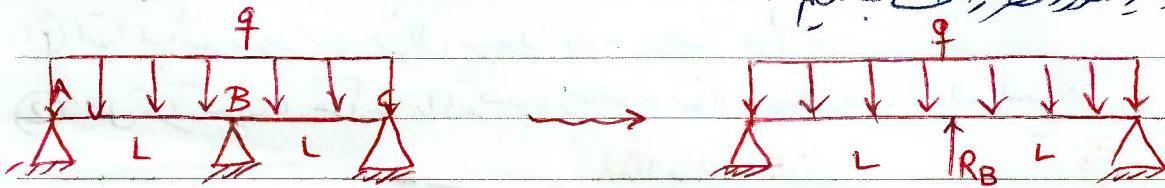


Subject:

Date:

No:

تکلیف: برای یافتن معادله مرتبه منحنی خطی و مقدار فراموشی که بار سوزده را در طول مورد نظر قرار داده و مقدار تغییر معادله مرتبه را حساب کنیم



$$\Delta_B = 0 \Rightarrow \Delta_B = \frac{5q(2L)^4}{384EI} - \frac{R_B(2L)^3}{48EI} = 0 \Rightarrow R_B = \frac{5qL}{4}$$

$$R_B = q \times \int_{-L}^L \frac{y^2}{L} dy \Rightarrow \frac{5qL}{4} = q \times \int_{-L}^L \frac{y^2}{L} dy \Rightarrow \int_{-L}^L \frac{y^2}{L} dy = \frac{5L}{4}$$

لازم می دانم از جناب آقای مهندس غفاری بابت اسکن  
خلاصه این درس تشکر ویژه و صمیمانه داشته باشم

**اگر این جزوه نقشی در موفقیت شما در  
کنکور کارشناسی ارشد و دکتری داشت،**

**لطفاً ما را از دعای خیر خود**

**بی نصیب نگذارید.**

**با تشکر**

**مصطفی رحیمی**

**nce.rahimi@yahoo.com**