

www.icivil.ir

پرتال جامع دانشجویان و مهندسين عمران

ارائه كتابها و جزوات رايجان مهندسي عمران

بهترين و برترين مقالات روز عمران

انجمن هاي تفصلي مهندسي عمران

خبرنگاه تفصلي مهندسي عمران



@icivilir



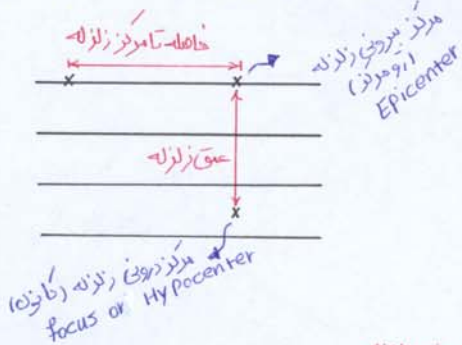
icivil.ir



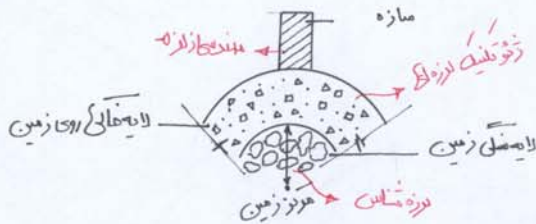
Earthquake Engineering

مهندسي زلزله (EQE)

- مهندسي زلزله به زلزله‌هاي سريده باعث خرابي مي‌شود، توجه مي‌كند و زلزله و قتي از نظر ماحصل دارد كه با محيط زلزلي تداخل مي‌كند.



لرزه‌شناسي
- ثبت تغييرات و ثبت سرعت



با مهندسين لرزه‌شناسي

۱- ثبت سواب زلزله و پيرازيش آن؟

۲- تحليل خطر زلزله، يعني ايله چه نوع زلزله‌اي براي طراحي بايد در نظر گرفته شود.

$$Risk = Hazard \times Vulnerability \text{ of built enviroment } \times Value$$

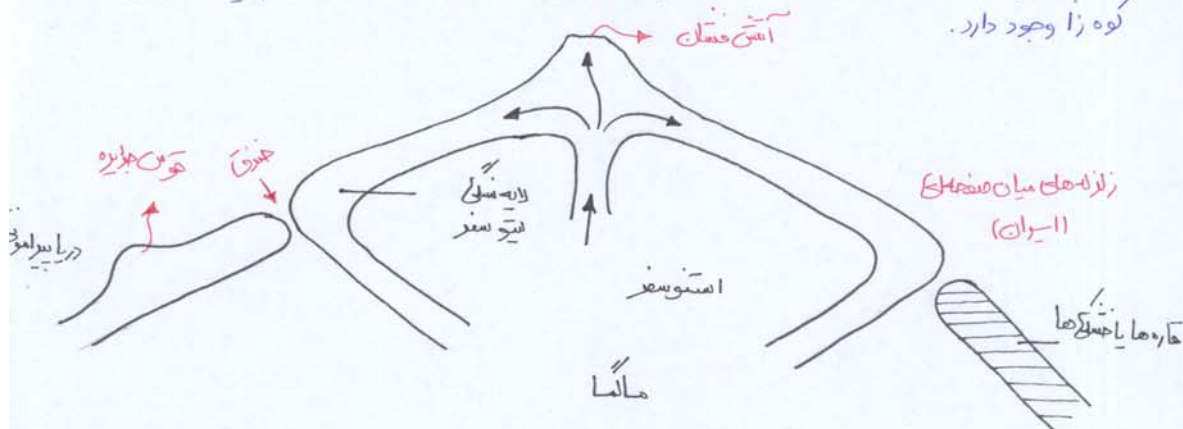
خطر بزرگ	خطر	آسيب پذيري سازه‌ها	ارزش
(لرزه‌شناسي) - ميزان سيشمي		(مهندسي زلزله)	(اقتصاد دان)

- بين براي کاهش خطر پذيري بايد آسيب پذيري را کاهش داده و ريسك را بشناسيم. خطر پذيري را مي‌توان به سه ريسك، رساند، ولي مي‌توان آن را به عوامل مختلف کاهش داد به اين كار (Risk Management) يا دربريت خطر پذيري گفته مي‌شود. براي کاهش خطر پذيري بايد جان زيرسازه، اسلک، اجزاء غيرسازه‌اي مصنوعات، خرابي و ... همه مطلوب باشند.

علل وقوع زلزله

۱- زلزله‌هاي التوفيلي (حرکت پوسته‌هاي زمين) در اين حالت صفحات سخت التوفيلي نسبت به آن مي‌تواند لغت مي‌شود برروي لايه نسبت نرم است و حركت مي‌كند و اين حركت زلزله‌هاي التوفيلي را ايجاد مي‌كند.

فضای لایه سیسفر در زیر دریاها حدود ۷۰ کیلومتر و در زیر خشکی حدوداً دو برابر این مقدار می باشد. در مرز بین این صفحات تکتونیکی گرده ماهی های و سف آبیانوسی، لسل های مخرب، قوس جزیره ها و نواحی کوه زا وجود دارد.



$0 < h \ll 70 \text{ Km}$ → shallow زلزله سطحی

$70 < h \ll 300 \text{ Km}$ → inter mediate زلزله میانی (مترسفی)

$h > 300 \text{ Km}$ → Deep زلزله عمیق

زلزله های سطحی بیشترین خسارت را در بالای کانون ایجاد می کنند، مانند ایران، اما در زلزله های عمیق خسارت بسیار معمولاً در نواحی دورتر اتفاق می افتد مثل زلزله مکزیک.

۲- زلزله های ناشی از اشباع شک های پوست زمین (شکست شک ها در اثر فشار شک های بالا و آب)

۳- انفجار

۴- آتش فشان

۵- زلزله های ناشی از فروریزی در غارها و معادن

۶- زلزله های ناشی از مخزن بزرگ آب (سرها)

تأثیرات زلزله

تأثیرات زلزله در محل : ۱- لسل ۲- زمین لغزش ۳- روانگرایی ۴- سونامی ۵- شدید

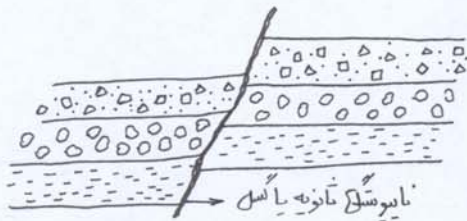
۱- خرابی ساختمان ها (مرتبط با مهندسی زلزله) ۲- ساختمان های خاص
۳- شرایط های حیاتی

۱- مستقیم : سرعت از بابت ها ۲- غیر مستقیم : تحریک و خسارات وارده

تأثیرات و خسارات انسانی، اجتماعی، فرهنگی و ...

گسل Fault

هر ناپیوستگی ثانویه زمین شناسی که در آن جابه جایی رخ داده باشد و یا هر منطقه ای که در آن در یک امتداد یک نوع گسل در مقابل نوع دیگری از گسل قرار گرفته باشد گسل نامیده می شود.



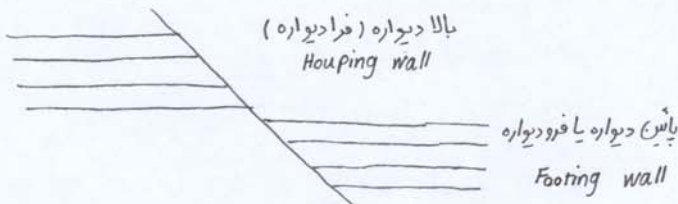
۱- اثر بزرگای زلزله از حدود ۵ یا ۶ بزرگتر باشد جابه جایی در گسل اتفاق می افتد و به این امواج به صورت موج ارتعاش در محل منشأ می گردد.

انواع گسل

الف- گسل تسلل لغز Slip Fault

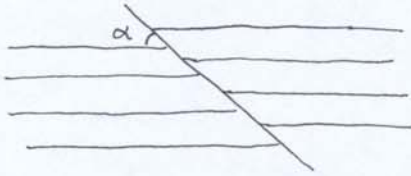
۱- گسل نرمال یا عادی، بهنجار (Normal Fault)

ساز و کار این گسل به صورت کششی می باشد، مانند گسل Izmit ترکیه که حدود یک تا ۳ متر جابه جایی در آن دیده می شود.



Reverse Fault

۲- گسل معکوس



سازوکار این نوع گسل به صورت فشار است.

$\alpha < 30^\circ \rightarrow$ Thrust

انگلی

$\alpha < 5-10^\circ \rightarrow$ Nappe

سفره، تپنا

Strikeslip Fault

ب- گسل امتداد لغز



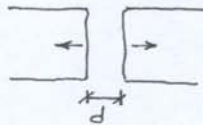
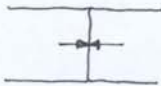
گسل راستگرد



گسل چپگرد

Right Lateral Fault

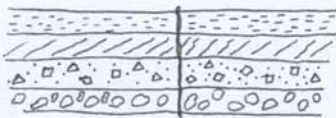
ج- گسل موازی باز شونده



د

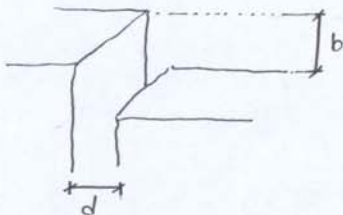
د- گسل سائین

این نوع گسل بعد از زلزله شروع به حرکت می کند.



ه- گسل های ترکیبی

این نوع گسل ها از ترکیب گسل های قبلی بوجود می آیند.



Right lateral

Normal Fault

Earth quake Fault

و- گسل زمین لرزه ای

این نوع گسل، گسلی است که در اثر زلزله ایجاد می شود. قبل گسل شمال تبریز و درونه

لرزه های ایران بیشتر فشاری و برشی (امتداد لغز) می باشند و بیشترين حركات هارا بوجود می آورند.

لرزه های له له در زلزله شناسی بیشتر مورد توجه اند:

۱- لرزه های بنيادی Fundamental Fault

طول اين لرزه ها بين ۱۵ تا ۵۰ كيلومتر می باشد.

۲- لرزه های کواترنری

اين لرزه ها در ۷۰۰ هزار سال پيش دارای حرکت بوده اند و فعاليت های حيرت انگيز آنها بلونه ای است که در ۴۰ هزار سال قبل حركات دو جنبشی و در ۴۰ هزار سال قبل حركات يك جنبشی بزرگ در آن ها اتفاق افتاده است.

لرزه های فعال Active Fault

اين لرزه ها پس از ۱۰۰۰ سال دارای جنبشی های زيتر باشند.

۱- زلزله های خرابان يا فوق لرزه ها (در ايران - اطراف سراسر)

۲- روپرده های مهم لرزه ای

۳- زمين لغزش های بزرگ



پارامترهایی که در لرزه خیزی یک منطقه مؤثر اند، عبارتند از:

۱- افت شیب

Duration

۲- دوام زلزله (زمان زلزله)

Attenuation

۳- کاهش

در حالت کلی با توجه به ویژگی‌ها ایران به دو ناحیه کلی تقسیم می‌شود:

- ۱- ناحیه زائرس
- ۲- ناحیه البرز و ایران مرکزی

ویژگی‌های ناحیه زائرس

- ۱- گونه‌های جوان مربوط به دوره سوم زمین‌شناسی (کریاسه)
- ۲- افت شیب
- ۳- دوام کمتر
- ۴- کاهش سرعت
- ۵- لرزه خیزی یا Reate کمتر
- ۶- چشمت فرناش بالا
- ۷- بزرگای کمتر
- ۸- برای طبقه‌بندی

ویژگی‌های ناحیه البرز و ایران مرکزی

- ۱- گونه‌های پیر مربوط به دوره اول زمین‌شناسی (پریامیرین)
- ۲- افت شیب کم
- ۳- دوام بیشتر
- ۴- کاهش آرام
- ۵- لرزه خیزی یا Reate کمتر
- ۶- چشمت فرناش پایین
- ۷- بزرگای بیشتر
- ۸- برای طبقه‌بندی

نقش‌های معروف ایران

- ۱- نقش همدان، شمال تهران، در جاده هراز
- ۲- نقش باغ شاهر، در ناحیه دربند تهران
- ۳- نقش باغ خسته، در شمال تبریز
- ۴- نقش نازرون یا سیان

۵- لسل خرامان

۶- لسل قلیس

۷- لسل سراوان، در ناحیه خردوس یا دست بیاضی

۸- لسل کربزان، در ناحیه قاش

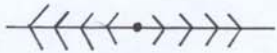
۹- لسل هزاریل، در ناحیه منجیل

انواع موج‌های لرزه‌ای

۱- موج‌های حجمی (body waves)

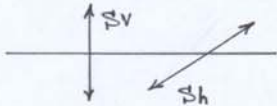
الف- موج اولیه، ترائی (P)

در این موج جهت انتشار و جهت ارتعاش بر یکدیگر منطبق است.



ب- موج ثانویه، برشی (S)

این موج دومین موج است که احساس می‌شود و جهت ارتعاش عمود بر جهت انتشار است. این موج‌ها ب- آن موج عرضی نیز گفته می‌شود، از داخل مایعات و گازها (مایالات) عبور نمی‌کنند.



۲- موج‌های سطحی (موج‌های طولانی) (Long waves) Surface Waves (L)

این موج‌ها از ترکیب موج‌های P و S به وجود می‌آیند - خود به دو دسته تقسیم می‌شوند:

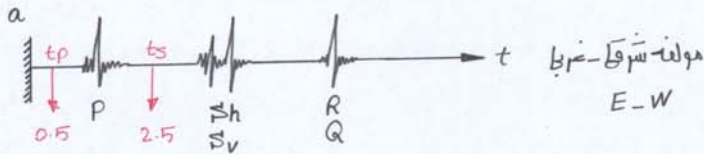
الف- موج ریلی (R) $P + S_v \equiv \text{Rayleigh waves}$



ب- موج لَو (Q) $P + S_h \equiv \text{Love waves}$



- موج زلزلی در صفحه قائم و موج لاری در صفحه افقی منتشر می شود.



$$\rightarrow R_h = 8 \times (2.5 - 0.5) = 16 \text{ Km}$$

سرعت امواج

$$v_p = \sqrt{\frac{K + \frac{4}{3}G}{\rho}}$$

سرعت موج حجمی اولیه

$$v_s = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$$

سرعت موج حجمی ثانویه

K: مدول حجمی پوسته زمین (هال)

G: مدول برشی

P: چگالی یا دانسیته حجمی مواد

$$\left. \begin{aligned} t_s &= \frac{R_h}{v_s} \\ t_p &= \frac{R_h}{v_p} \end{aligned} \right\} \quad t_s - t_p = \frac{R_h}{v_s} - \frac{R_h}{v_p} = R_h \left(\frac{1}{v_s} - \frac{1}{v_p} \right)$$

$$= R_h \left(\frac{v_p - v_s}{v_s v_p} \right)$$

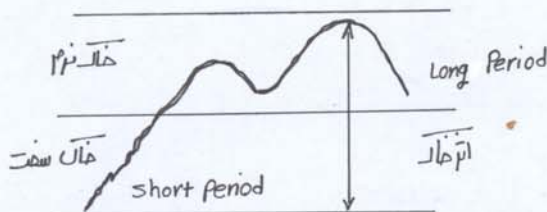
R_h : فاصله تا مرکز زلزله

$$v_p = \sqrt{3} v_s$$

$$v_p = 5.55 \text{ Km/s}$$

$$\rightarrow t_s - t_p = R_h \left(\frac{0.732}{5.5} \right) = \frac{R_h}{8}$$

$$\rightarrow R_h \cong 8(t_s - t_p) \text{ (Km)}$$



Intensity

شدت زلزله

شدت هیوری است برای میزان خرابی در ساختمان های دست بشر و سطح زمین و نیز عکس العمل (لینی)
انسان نسبت به تکان های زمین، پس شدت یک مقیاس لینی می باشد.

انواع مقیاس

MSK : 1964

MMI : مرتالی اصلاح شده (امریکا)

EMS98 : اروپا

JMA : ژاپن

Magnitude

بزرگای زلزله

اندازه یا بزرگی یک زلزله رابطه نزدیکی با مقدار انرژی آزاد شده دارد.

$$M = \log A \quad \text{رابطه مرتالی}$$

M : بزرگای زلزله

A : حراتر دامنه تغییر مکان اندازه تیرک شده توسط تیرزه ها و د - اندر سون بر حسب میلیومتر (mm) در فاصله 100 km روی مرکز زلزله می باشد.

M_w : بزرگای گساری نامیده می شود و نزدیکترین مقدار به مقدار واقعی می باشد.

M_s : بزرگای سطحی می باشد و برای موقعی که $M > 4$ با تیرزه واقعیت نزدیک است.

M_b : بزرگای ناشی از امواج محلی که برای بزرگای کمتر از 4 به مقدار واقعیت نزدیک می باشد.

رابطه شرت و بزرگای (رابطه تقریبی)

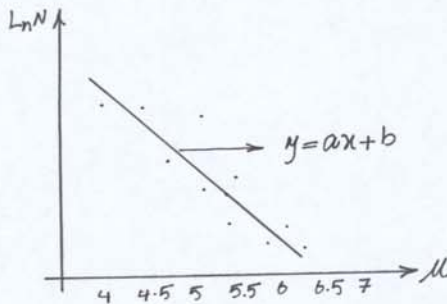
Intensity (I)	Magnitude (M)
I	1.0 - 2.9
II, III	3.0 - 3.9
IV, V	4.0 - 4.9
VI, VII	5.0 - 5.9
VIII, IX	6.0 - 6.9
> X	> 7.0

رابطه گوسلر - رنیر

$$\log N = \alpha - \beta M$$

$$N = e^{\alpha - \beta M}$$

N : تعداد زلزله‌ها با بزرگای ستر از M
 a, b : با استفاده از رگرسیون خطی در ماشین حساب بررسی می‌اند.



تحلیل خطر زلزله

(OSHA)

الف - روش تعیین

$$\log PGA = \bar{a} M_w + \bar{b} R - d \log R + \bar{c}_i S_i + \sigma P$$

رابطه ناهمبندی در ایران

PGA : Peak Ground Acceleration (میانگین حساب زمین)

R : فاصله-ساخته از گسل (Km)

S_i : نوع خاک

σ : افت س

$\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}_i$: ضرایب حاصل

- اند M_w را داشته خود اینرا قرار می دهیم، در

خیر این موردی با توجه به داده M, M_3

M_b را قرار می دهیم.

$d=1$ امواج صلب $P=0$ روش میانگین

$d=0.5$ امواج سطحی $P=1$ روش میانگین +

انحراف معیار

نوع خاک: c_1, c_2, c_3, c_4

σ	c_4	c_3	c_2	c_1	b	a	محدوده
0.352	-0.788	-0.971	-0.754	-0.828	-0.0003	0.322	ایران مرکزی، البرز (قائم)
0.394	-0.585	-0.720	-0.458	-0.688	-0.0004	0.322	ایران مرکزی، البرز (افقی)
0.356	-1.777	-1.230	-1.333	-1.262	-0.0038	0.406	زاکرس (قائم)
0.329	-0.975	-1.020	-1.065	-1.047	-0.0019	0.399	زاکرس (افقی)
0.336	-1.064	-1.139	-1.150	-1.124	-0.0002	0.362	ایران (قائم)
0.333	-0.859	-0.900	-0.852	-0.916	-0.0003	0.360	ایران (افقی)

مثال: اگر در منطقه البرز در خان نوعی زلزله ای با بزرگای تساوی قائم 7.2 در فاصله 15.1 km اتفاق بیافتد و امواج بسیراز نوع همبسته باشند حرکت تساب ایجاد شده چقدر است.

خان نوعی: $S_1 \rightarrow C_1 = -0.828$

روش مایلین 64% : $d=1 \rightarrow \log PGA = 0.322 \times 7.2 + (-0.0003) \times 15 - 1 \times \log 15 - 0.828 \times 1 + 0$

$\rightarrow \log PGA = 0.309$

$\rightarrow PGA = 2.037 \text{ m/s}^2 = 0.207g$

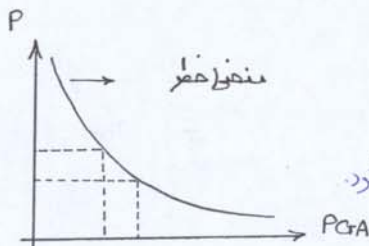
اصال 84.1% یا اصال افزایش 15.9% می باشد
روش مایلین + انحراف معیار

$\log PGA = 0.309 + 0.352 \times 1 = 0.661$

$\rightarrow PGA = 4.581 \text{ m/s}^2 = 0.468g$

ب- روش اصالاتی (PSHA)

در این روش اصال افزایش مایلین تساب زلزله در دوره بازگشت محاسبه می شود.



$P[Y \leq y] = e^{-v(1-Py)}$

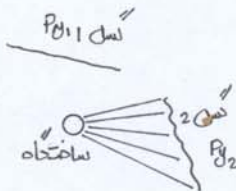
P : اصال افزایش مایلین تساب از PGA

v : نرخ مایلین وقوع زلزله که از رابطه $\log v = \log v_0 + \log v_1$ محاسبه می شود.

$P = P[Y > y] = 1 - P[Y \leq y] = 1 - e^{-v(1-Py)}$

$T_R = \frac{1}{R}$ دوره بازگشت

نسل 3
 P_{y3}



$P[Y \leq y] = P_{y1} \times P_{y2} \times P_{y3} \times P_{y4}$

نسل 4
 P_{y4}

$$R_n = 1 - (1 - P)^t$$

احتمال وقوع زلزله در عمر مفید سازه

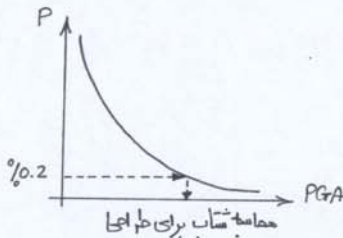
t : عمر مفید سازه

P : احتمال افزایش سالیانه

مثال : اگر احتمال وقوع زلزله در عمر مفید ۱۰۰ ساله یک سازه خاص ۲۰٪ باشد، دوره بازگشت زلزله چقدر است.

$$0.2 = 1 - (1 - P)^{100} \Rightarrow P = 0.0023$$

$$T_R = \frac{1}{P} = 475 \text{ سال}$$



- برای محاسبه R_n سطوح مختلف DBE ، OBE ، MBE ، MCE ، SSE و ... تعاریف و ضوابط خاصی را با توجه به نوع ساختمان ، سازه ، آشن نامی ، سیم و ... مشخص می کنند.

$$DBE \left\{ \begin{array}{l} 50\% \text{ احتمال افزایش در 50 سال} \rightarrow T_R = 75 \text{ years} \\ 64\% \text{ احتمال افزایش در 50 سال} \rightarrow T_R = 100 \text{ years} \end{array} \right.$$

$$MPE \left\{ \begin{array}{l} 10\% \text{ احتمال افزایش در 50 سال} \rightarrow T_R = 475 \text{ years} \\ 10\% \text{ احتمال افزایش در 100 سال} \rightarrow T_R = 1000 \text{ years} \end{array} \right. \quad \text{استاندارد ۲۸۰۰}$$

روش استاتیکی معادل (روش آشن نامی ، استاندارد ۲۸۰۰)

روش طراحی ساختمان در برابر نیروهای جانبی

۱- انتخاب نوع سیستم سازه ای ساختمان

۲- ارائه دیتای های مهندسی برای محاسبه وزن

۳- تعیین درجه مشارکت بار زلزله

۴- محاسبه وزن مؤثر لرزه ای در هر طبقه

۵- انتخاب روش تحلیل (استاتیکی یا دینامیکی) و مشخص کردن برش پایه ساختمان

۶- طراحی سازه با ترکیب بارهای ارائه شده

صرف استاندارد ۲۸۵۵

- تعیین حداقل فواصل و مقررات برای طرح و اجرای ساختمان‌ها در برابر اثرات ناشی از زلزله به‌طور کلیه:
- الف - با هدف ایستایی ساختمان تلفات جانی به حداقل ممکن برسد و تا حد امکان آسیب وارده کم باشد.
- ب - ساختمان‌های با اهمیت زیاد در زلزله‌های ضعیف و متوسط قابلیت بهره‌برداری خود را حفظ کند و در ساختمان‌های با اهمیت متوسط خسارات سازه‌ای و غیرسازه‌ای به حداقل برسد.
- ج - ساختمان‌های با اهمیت خیلی زیاد در زلزله‌های شدید بدون آسیب عمده سازه‌ای قابلیت بهره‌برداری بدون وقفه خود را حفظ کند.

- به عبارت دیگر صرف استاندارد ۲۸۵۵ تأمین امنیت جانی در زلزله‌های شدید و کاهش آسیب‌های عمده سازه‌ای در زلزله‌های ضعیف می‌باشد.

گروه بندی ساختمان‌ها در استاندارد ۲۸۵۵

- ۱- ساختمان‌های با اهمیت خیلی زیاد (نیروگاه‌ها، فارم‌های برون‌وقوع)، پالایشگاه‌ها، مراکز پلیس، بیمارستان، شیرداری و ...)
- ۲- ساختمان‌های با اهمیت زیاد (مدارس، مساجد و ... هر محل تجمع بیش از ۳۰۰ نفر)
- ۳- ساختمان‌های با اهمیت متوسط (ساختمان‌های اداری، تجاری و مسکونی)
- ۴- ساختمان‌های با اهمیت کم (ساختمان موقت با عمر کمتر از ۲ سال یا سازه‌های سبک مانند انبار علوفه و ...)

انواع زلزله در استاندارد ۲۸۵۵

الف - زلزله طرح (شدید یا قوی):

زلزله سازه‌ای که کنترل عناصر سازه‌ای زلزله است نه احتمال وقوع زلزله بزرگتر یا مساوی آن در عمر مفید ۵۰ ساله یک ساختمان کمتر از ۱۰ درصد.

$$R_n = 10\% \rightarrow 0.10 = (1 - p)^{50}$$

$$\rightarrow p = 2.105 \times 10^{-3}$$

$$T_R = \frac{1}{p} = 475 \approx 500 \text{ year}$$

T_R : دوره بازگشت

ب - زلزله سطح بهره‌برداری (ضعیف یا ضعیف):

زلزله ناسازه ای (لترال عناصر غیر سازه ای) : زلزله ایست که احتمال وقوع زلزله بزرگتر یا مساوی آن در
 عمر مفید ۵۰ ساله یک ساختمان بیش از ۹۹٫۵ درصد باشد.

$$T_R = 10 \text{ year}$$

نکته: زلزله طرح برای همه ساختمان ها بایر لترال شود ولی زلزله سطح بهره برداری طبق این نامه فقط برای
 ۴ حالت زیر الزامی است:

- ۱- ساختمان بلندتر از ۵۰ متر
- ۲- ساختمان بلندتر از ۵ طبقه
- ۳- ساختمان با اهمیت خیلی زیاد
- ۴- ساختمان با اهمیت زیاد

حرود کاربرد استاندارد ۲۸۰۰

- ساختمان های بتنی
- ساختمان های فولادی
- ساختمان های چوبی
- ساختمان های مصالح سنگی (مصالح بتنی) : حداکثر ۲٫۵ طبقه

ساختمان های غیر مشمول در استاندارد ۲۸۰۰

- ۱- سازه های خاص مانند: پل ها، سرها، نیروگاه ها و ...
- ۲- سازه های صغیری و تکی (سنگی)

شرایط عمومی ساختمان در استاندارد ۲۸۰۰

- ۱- سازه تا حد امکان منظم باشد؛
- ۲- فرو رفتگی و پستی آمیزی زیاد نداشته باشد؛
- ۳- لستر مینی از ۵ سانتی متر نباشد؛
- ۴- پی ها شیب دار نباشد؛
- ۵- در سقف باز شو نباشد؛
- ۶- درز انقطاع رکابت شود؛
- ۷- در همه قابله مرکز جرم و سطح رکابت گردد.

انواع روش های تحلیل

۱- قطعی؟

- استاتیکی (ساده ترین روش)

- دینامیکی - شکر با نرم افزارهای Sap - Etabs

- شبه دینامیکی، طیفی

۲- غیر قطعی؟

- استاتیکی Pushover

- دینامیکی (سخت ترین روش) نرم افزارهای Drain - Idarc - Nisa II - Ansys - ...

دامنه کاربرد روش استاتیکی

۱- ساختمان منظم کمتر از ۵۰ متر

۲- ساختمان نامنظم کمتر از ۱۸ متر

۳- ساختمان هایی که سختی جانبی قسمت فوقانی آنها کمتر از قسمت تحتانی باشد به شرط آنکه:

الف - هر دو قسمت به تنهایی منظم باشند؛

ب - سختی جانبی قسمت تحتانی حداقل ۰.۵ برابر سختی متوسط قسمت فوقانی باشد؛

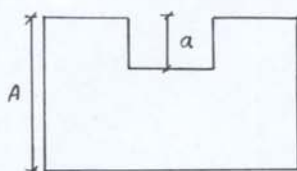
ج - زمان تناوب کل سازه از ۱/۱ برابر زمان تناوب قسمت فوقانی کمتر باشد.

-- روش استاتیکی هم برای سازه های فوق الذکر قابل استفاده است و اگر هر یک از شرایط فوق برقرار باشد باید از روش دینامیکی یا طیفی استفاده کرد ولی روش دینامیکی را برای هر ساختمان می توان استفاده کرد.

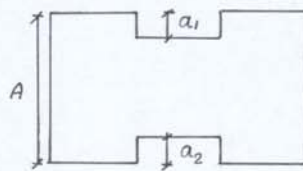
شرایط منظم بودن ساختمان

الف - منظم بودن در پلان

۱- فرورفتگی و پیش آمدگی در هر جهت کمتر از ۲۵ درصد بعد در آن جهت باشد. (قبل از تحلیل)

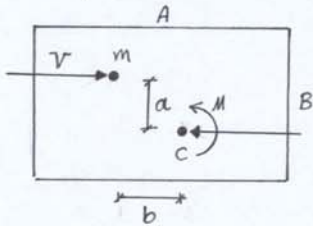


$$\frac{a}{A} < 25\%$$



$$\frac{a_1 + a_2}{A} < 25\%$$

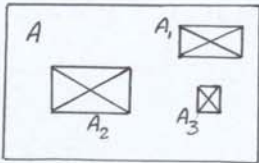
۲- فاصله بین مرکز جرم و مرکز سختی در هر جهت کمتر از ۲۰ درصد بعد در آن جهت باشد، طبقه طبقه شود.
(بعد از تحلیل)



$$\frac{a}{A} < 20\%$$

$$\frac{b}{B} < 20\%$$

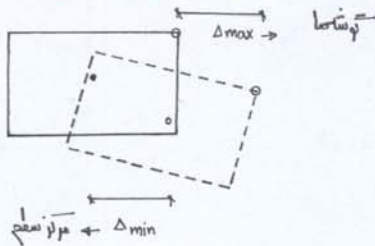
۳- سطح باز شود در لف کمتر از ۵۰ درصد باشد. (قبل از تحلیل)



$$\frac{(A_1 + A_2 + A_3)_{\text{opening}}}{A} \leq 50\%$$

۴- در مسیر اتصال نیروهای جانبی به فونزاسیون انتقال منصفی وجود نداشته باشد (منصفه بار نبوغن نشود)
(قبل از تحلیل)

۵- اختلاف حداقل و حداکثر تغییر مکان در پلان کمتر از ۲۰ درصد باشد (بعد از تحلیل)



$$\frac{\Delta_{\max}}{\Delta_{\min}} \leq 1.2$$

ب- منقسم بودن در ارتفاع
۱- توزیع جرم در سازه یکنواخت باشد، و اختلاف جرم طبقات حداکثر ۵۰ درصد باشد، به جز خنجر و بام
(بعد از تحلیل)

۲- سختی طبقات متناسب باشد یکنواختی است: (بعد از تحلیل)

$$K_i \geq 0.7 K_{i+1}$$

K_i : سختی طبقه i ام

$$K_i = 0.8 (K_{i+1} + K_{i+2} + K_{i+3})$$

۳- اگر این شروع رکایت نشود، آنگاه طبقه نرم (Soft story) نامیده می شود.

۳- مقاومت طبقات مناسب باشد، بتوانای نه: (ببراز تحلیل)

$$S_i \geq 0.8 S_{i+1}$$

S_i : مقاومت طبقه i ام

- اگر این شرط برقرار نباشد، آنگاه طبقه ضعیف (weak story) نامیده می شود.

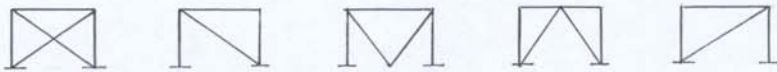
$$\frac{\Delta_{\max}}{\Delta_{\min}} \ll 1.2 \Rightarrow \begin{cases} \text{روشن بینایی} \\ \text{روشن آسمانی یا غیره (با افزایش خروجی از لرزه زنا)}$$

انواع سیستم های لرزه ای جانبی

۱- میتم باربر (دیوار مصالح باری)

۲- میتم قاب ماسه ای ساده (مباریزی- بارمزی)

الف- هم محور (CBF)



ب- بیرون محور (EBF)



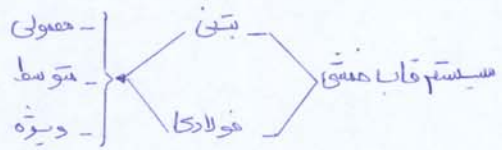
ج- زانوئی (Knee)



د- امضایی



۳- میتم قاب ماسه ای



۴- سیستم دوگانه یا ترکیبی

← قلاب عشق + دیوار (متنی - خوارزما) برقی یا مادری ← در یک صفحه ترکیبی می شود.

انواع روش‌های طراحی

۱- طراحی به روش مقاومت (جنب نیرو توسط اعضا)

۲- طراحی به روش سختی (سرک تغییر مکان‌ها)

$$V = C.W > V_{min}$$

برش پایه ساختمان در
روش استاتیکی معادل

C: ضریب زلزله

W: در صری از بار زلزله + بار مرده + تاسیسات ثابت = وزن مؤثر لرزه‌ای

$$V_{min} = 0.1 A I W$$

A: ضریب ستاب منبای طرح

$$A = 0.35$$

(تهران) منطقه باغفر نسبی خیلی زیاد

$$A = 0.30$$

(همدان) منطقه باغفر نسبی زیاد

$$A = 0.25$$

منطقه باغفر نسبی متوسط

$$A = 0.20$$

منطقه باغفر نسبی کم

I: ضریب اهمیت ساختمان

$$I = 1.4$$

اهمیت خیلی زیاد

$$I = 1.2$$

اهمیت زیاد

$$I = 1.0$$

اهمیت متوسط

$$I = 0.8$$

اهمیت کم

$$C = \frac{A B I}{R}$$

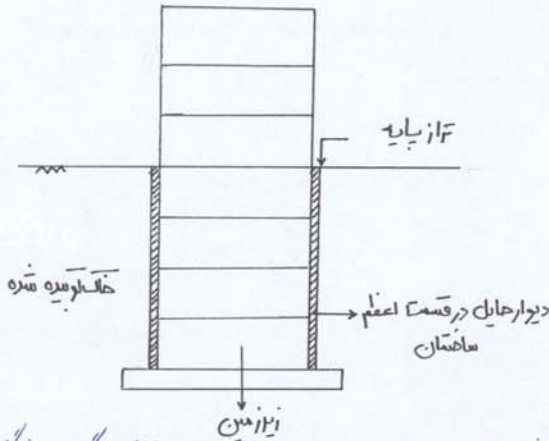
R: ضریب رفتار ساختمان

B: ضریب بازتاب ساختمان

... تراز پایه در ساختمان تراز است نه از آن به پایین حرکتی در ساختمان نسبت به زمین مشاهده نکرد، این تراز در ساختمان های معمولی تراز روی سالوده می باشد.

نکته: اگر ساختمان دارای دیوار حائل باشد نه قسمت اعظم ساختمان را در بر گرفته باشد تراز پایه را می توان به سطح زمین منتقل کرد به شرط آنکه:

- الف - سازه دارای زیرزمین باشد؛
 ب - دیوار قسمت اعظم ساختمان را در بر گرفته باشد؛
 ج - کان تست دیوار توپیده شده باشد.



نکته: اگر وزن خنثی کمتر از ۲۵ درصد وزن بام باشد در محاسبه نیروی زلزله از ضریب تصحیح صرف نظر می گردد. هنگام محاسبه زلزله اثر خنثیهای حذف شود وزن آن به طبقه بام اضافی گردد.

$$\text{طیف} = \begin{matrix} \text{۱. طیف استاندارد} \\ \text{+ اثر خاک} \\ \text{۲. طیف ساخته} \end{matrix}$$

* دیتا برای طبقه ۱۷ و ۱۷ استاندارد ۲۸۰۰

پریود سازه (T)

$$T = 0.08 H^{3/4}$$

قاب های خنثی فولادی

$$T = 0.07 H^{3/4}$$

قاب های خنثی بتنی

$$T = 0.05 H^{3/4}$$

سایر قاب ها

(نارم - دیوار برشی - مصالح بتنی)

H: ارتفاع ساختمان از روی تراز پایه

نکته: اگر دیوارهای ساختمان مانع حرکت قاب شوند، مقادیر پریود فوق در عدد ۰.۸ ضرب می گردد.

$$T = \frac{n}{10} \quad \text{را به تجربی}$$

n: تعداد طبقات

ضریب بارزایب ساختمان (B)

$$B = \begin{cases} 1 + S \left(\frac{T}{T_0} \right) & 0 \leq T \leq T_0 \\ S + 1 & T_0 \leq T \leq T_s \\ (S + 1) \left(\frac{T_s}{T} \right)^{2/3} & T \geq T_s \end{cases}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}}$$

... اگر خان موجود نرم باشد آنگاه کاهش یافته، T افزایش پیدا می کند، تسدیر پر بود بلند یا فرکانس پائین به
بستر ساختمان های بلند آسیب می بیند. اما اگر خان موجود سخت باشد آنگاه K افزایش یافته و آگاهی
پیرامین کند، تسدیر پر بود کوتاه یا فرکانس بالا اتفاق می افتد به بستر ساختمان های کوتاه آسیب می بیند.

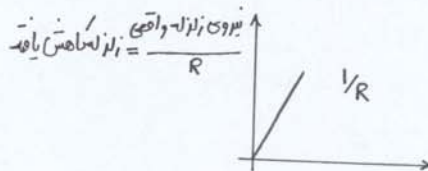
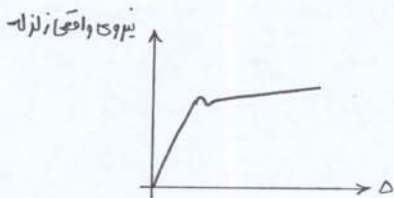
ضریب رفتار ساختمان (R)

* جدول ۲ استاندارد ۲۸۰۰

- شکل پذیری

- اضافه مقاومت

- درجه نامعین (هرچه بالاتر آنگاه، ضریب رفتار بالاتر)



توزیع نیروی جانبی زلزله در ارتفاع ساختمان

نیروی جانبی زلزله در تراز طبقه i ام

$$F_i = (V - F_t) \frac{W_i h_i}{\sum_{j=1}^n W_j h_j} K$$

W_i : وزن مؤثر هر طبقه دیوار + سقف + در هر بارزنده + سیستمات ساختمان

h_i : ارتفاع سقف تراز مورد نظر از تراز پایه

V : برش پایه ساختمان

F_t : نیروی شلاقی

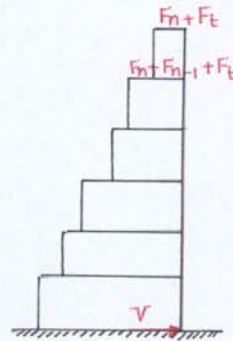
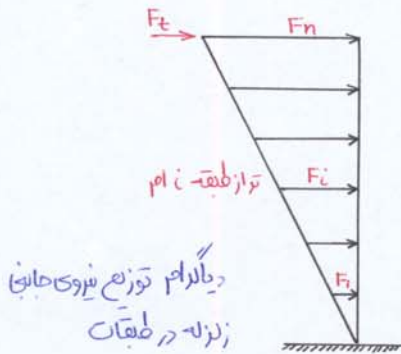
* K در ایران برابر یک در نظر گرفته می شود

$$K = 1$$

اگر $T > 0.7s$ → $F_t = 0.07TV < 0.25V$ ← به تراز طبقه آخر اضافه می‌شود.

اگر $T < 0.7s$ → $F_t = 0$ ←

$$F_i = V \frac{w_i h_i}{\sum_{j=1}^n w_j h_j}$$



توزیع نیروی جانبی رنزل در پلان

$$M_i = \sum_{j=1}^n (e_{ij} + e_{aj}) F_j$$

M_i : ممان پیچشی در تراز طبقه i ام

e_{ij} : بیرون محوری نیروی جانبی طبقه j نسبت به مرکز سطحی طبقه i یا به عبارت دیگر فاصله افقی مرکز جرم طبقه j و مرکز سطحی طبقه i می باشد.

e_{aj} : بیرون محوری اتفاقی طبقه i ام، خروج از مرکز در هر سیم مرکز سطحی و جرم یا اصلاح آن با ضرب از F_j : نیروی رنزل طبقه j ام

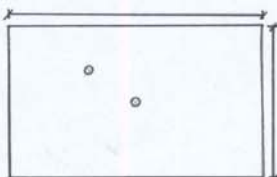
– ممان پیچشی از بالا تا پایین محاسبه می شود، پس از محاسبه ممان پیچشی در تراز هر طبقه نیروی F_i و ممان M_i بین عناصر مقاوم جانبی در آن طبقه تقسیم می شود.

پیچش در ساختمان

۲- محاسباتی

۱- تعادلی (اتفاقی)

– علت پیچش تعادلی تغییرات ناگهانی در جرم می باشد و برای ساختمان های کوتاه تر از ۸ متر قابل صرف نظر کردن است ولی توصیه می شود در نظر گرفته شود.



$$\frac{\Delta_{max}}{\Delta_{min}} > 1.2 \Rightarrow \begin{cases} \text{ديناميكي} & A_j > 3 \\ \text{استاتيكي با افزايش خروج از مرتلزي} \\ \text{يا بدون محوري (استاتيكي با جبرئله)} & 1.0 \leq A_j = \left(\frac{\Delta_{max}}{1.2 \Delta_{min}} \right)^2 \leq 3.0 \end{cases}$$

$$e_{aj} = 5\% \times A_j \quad \text{خروج از مرتلزي افقي}$$

مثال: اگر نسبت $\frac{\Delta_{max}}{\Delta_{min}}$ ، ۱٫۵ باشد ، مقدار خروج از مرتلزي واقعي چقدر است .

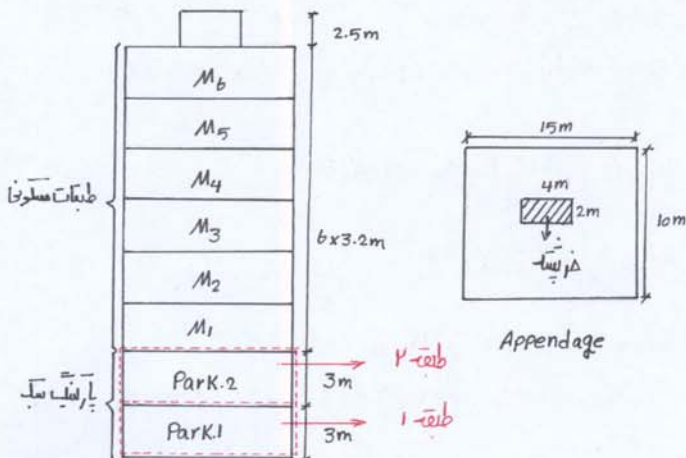
$$\frac{\Delta_{max}}{\Delta_{min}} = 1.5 > 1.2 \Rightarrow 1.0 \leq A_j = \left(\frac{\Delta_{max}}{1.2 \Delta_{min}} \right)^2 = \left(\frac{1.5}{1.2} \right)^2 = 1.56 \leq 3.0$$

$$\Rightarrow e_{aj} = 5\% \times 1.56 = 7.8\% = 0.078$$

$$5\% \leq A_j \times 5\% \leq 15\%$$

نکته: اگر ساختمان کمتر از ۵ طبقه يا ۱۸ متر باشد و خروج از مرتلزي افقي حداكثر ۵ درصد باشد مي توان از محاسبه تير مبني صرف نظر کرد ولي توقيضي شود كه حتماً در نظر گرفته شود.

مثال: اگر ساختمان زير دارای قاب هم محور ساده بوده و در شهر همدان و روی خان نوع III ساخته شود با وزن اينکه وزن مرده هر طبقه ۱۰۰ ton و خريست ۲۰ ton در نظر گرفته شود ، نیروی زلزله هر طبقه را محاسبه كنيد.



$$\text{وزن حمل شده} \% W = 20 \text{ ton} < 25\% \text{ وزن بام} = 0.25 \times 100 = 25 \text{ ton}$$

- از خازنه صرف نظر می گردد و وزن آن به وزن بام اضافه می گردد.

$$H = 2 \times 3 + 6 \times 3 \cdot 2 = 6 + 19.2 = 25.2 \text{ m}$$

$$\text{قاب فولادی هم محور سازه} \quad T = 0.05 H^{3/4} = 0.05 \times 25.2^{3/4} = 0.56 \text{ sec} < 0.7 \text{ sec}$$

CBF

$$\rightarrow \text{شرایطی} \quad F_t = 0$$

- مسلونی در همدان درجه ۱ نوع III

$$I = 1.0$$

$$T_0 = 0.15$$

$$A = 0.3$$

$$T_5 = 0.70$$

$$T_0 = 0.15 \ll T = 0.56 \ll T_5 = 0.70$$

$$R = 6$$

$$S = 1.75$$

$$\rightarrow B = S + 1 = 2.75$$

$$\text{وزن مؤثر هر طبقه} \quad W = W_D + \chi W_L \rightarrow W = W_D + 0.2 W_L$$

$$\left(\text{در صورت بار زلزله بار زلزله (جبرول-1)} \quad \chi = 20 \leftarrow \right)$$

$$\text{بار زلزله طبقات مسلونی} = 200 \text{ Kg/m}^2 = 0.2 \text{ t/m}^2$$

$$\text{بار زلزله بارشک سبک} = 500 \text{ Kg/m}^2 = 0.5 \text{ t/m}^2$$

$$\text{بار زلزله بار برف (همدان)} = 150 \text{ Kg/m}^2 = 0.15 \text{ t/m}^2$$

$$\text{طبقه اول} \quad W_1 = 100 + 0.2 (10 \times 15 \times 0.5) = 115 \text{ ton}$$

$$W_2 = 100 + 0.2 (10 \times 15 \times 0.2) = 106 \text{ ton} \quad i = 2-7$$

$$\text{بام} \quad W_8 = (100 + 0.2 (10 \times 15 \times 0.15)) + (20 + 0.2 (2 \times 4 \times 0.15)) = 128.5 \text{ ton}$$

$$\text{وزن مؤثر زلزله کل} \quad W = \sum_{i=1}^8 W_i = 115 + (6 \times 106) + 128.5 = 879.5 \text{ ton}$$

$$C = \frac{ABI}{R} = \frac{0.3 \times 2.75 \times 1.0}{6} = 0.1375 \rightarrow \text{چاره رقر بفر از اعشار}$$

$$V = C \cdot W = 0.1375 \times 879.5 = 120.93 \text{ ton} > V_{\min}$$

$$V_{\min} = 0.1 \times 0.3 \times 1.0 \times 879.5 = 26.38 \text{ ton} \quad \text{OK} \checkmark$$

$$F_i = (V - \sum_{j=1}^i F_j) \frac{w_i h_i}{\sum_{j=1}^n w_j h_j}$$

$$\sum_{j=1}^n w_j h_j = 115 \times 3 + 106 (6 + 9.2 + 12.4 + 15.6 + 18.8 + 22) + 128.5 \times 25.2 = 12487 \text{ ton-m}$$

$$F_i = V \left(\frac{w_i h_i}{12487} \right) = \frac{120.93}{12487} \times w_i h_i$$

$$F_1 = \frac{120.93}{12487} \times 115 \times 3 = 3.34 \text{ ton}$$

$$F_2 = \frac{120.93}{12487} \times 106 \times 6 = 6.16 \text{ ton}$$

$$F_3 = \frac{120.93}{12487} \times 106 \times 9.2 = 9.44 \text{ ton}$$

$$F_4 = \frac{120.93}{12487} \times 106 \times 12.4 = 12.73 \text{ ton}$$

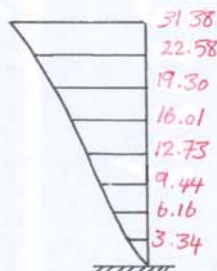
$$F_5 = \frac{120.93}{12487} \times 106 \times 15.6 = 16.01 \text{ ton}$$

$$F_6 = \frac{120.93}{12487} \times 106 \times 18.8 = 19.30 \text{ ton}$$

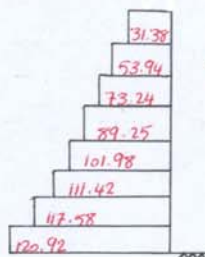
$$F_7 = \frac{120.93}{12487} \times 22 \times 106 = 22.58 \text{ ton}$$

$$F_8 = \frac{120.93}{12487} \times (28.5 \times 25.2) = 31.38 \rightarrow \Sigma = 120.92 \approx 120.93$$

ديالگرام توزيع سيزي
زلزله در ارتفاع



ديالگرام توزيع سيزي زلزله
در طبقات



لنگرهای اساسی معادل

الف - لنگر مولفه قائم زلزله

لنگر مولفه قائم در موارد زیر اجباری است:

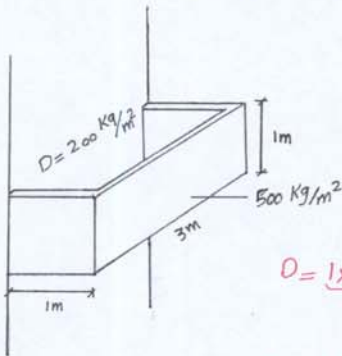
۱- لنگرهای پایه ها

۲- تیرهای با طول بیشتر از ۵ متر

۳- تیرهای که بیش از ۵ درصد بار آن ها در یک نقطه متمرکز باشد.

$$F_v = \begin{cases} 2 \times 0.7 A I W & \text{لنگر پایه ها} \\ 0.7 A I W & \text{سایر موارد} \end{cases}$$

مثال: اگر ساختمان زیر در شهر همدان بوده و محل از حجام باشد مولفه قائم تراس را محاسبه کنید.



چون یک تراس می باشد بهترین نوع بارگذاری را در نظر می گیریم، یعنی W بدون در نظر گرفتن درصد مشارکت (یعنی ۱۰۰ درصد)

$$D = \underbrace{1 \times 3 \times 500}_{\text{کف}} + \underbrace{(1 + 3 + 1) \times 1 \times 200}_{\text{دیوار}} = 2500 \text{ Kg}$$

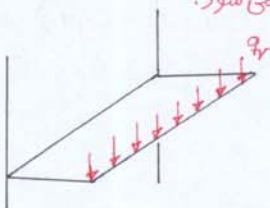
$$L = (1 \times 3 \times 500) + 0 = 1500 \text{ Kg}$$

در محل از حجام بار زنده ۵۰۰ می باشد و چون تراس متصل می شود به ساختمان همان ۵۰۰ در نظر گرفته می شود

$$W = D + L = 2500 + 1500 = 4000 \text{ Kg}$$

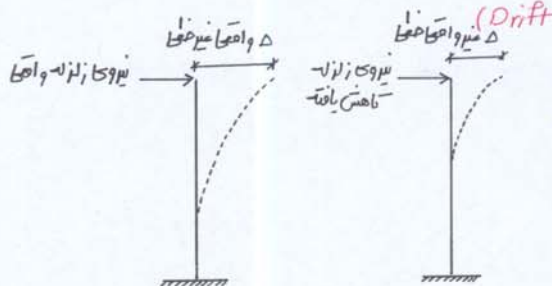
$$F_v = 2 \times 0.7 \times A I W = 2 \times 0.7 \times 0.3 \times 1.0 \times 4000 \text{ Kg} = 1680 \text{ Kg}$$

مولفه قائم به صورت بار لستردگی پخش در انتهای لنگر در نظر گرفته می شود.



$$q_v = \frac{F_v}{3} = \frac{1680}{3} = 560 \text{ Kg/m}$$

ب۔ لَیْسَلُ فَعْرِمَعَانِ جَانِبِ سَارِه (درخت)



$$\frac{\text{سوی، نزل وادی}}{R} = \frac{\text{سوی، نزل وادی}}{R}$$

$$\Delta = (0.7R) \Delta \quad \Delta_{Etabs} \text{ or } \Delta_{sap}$$

$$0.7 R_{\Delta_{\text{Etabs}}} < 0.025 H \leftarrow \frac{1}{G_0} \frac{1}{G_0} \Delta < 0.025 H \leftarrow T < 0.7 \text{ sec} //$$

$0.7R_{\Delta_{Etabbs}} < 0.02H \leftarrow \Delta < 0.02H \leftarrow T_1 > 0.7 \text{ sec}$

$$\text{Drift} = \frac{\Delta}{H}$$

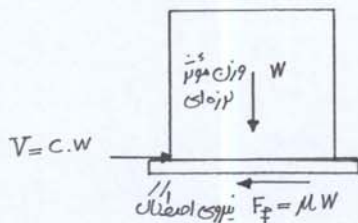
Δ 8 : تقسيمان نسبي لك طبقه
H : ارتفاع آن طبقه

$$\frac{\Delta E_{\text{tabs}}}{H} < \frac{0.025}{0.7R}$$

$$\frac{\Delta E_{\text{tabs}}}{H} < \frac{0.02}{0.7R}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{Drift}_{\text{Etabs}} < \frac{0.036}{R} & T \ll 0.7 \text{ sec} \\ \text{Drift}_{\text{Etabs}} < \frac{0.029}{R} & T > 0.7 \text{ sec} \end{cases}$$

ج۔ لفرل لغزش



$$F.S. = \frac{\text{سروى معيارى}}{\text{سروى معيارى}} \gg 1.5$$

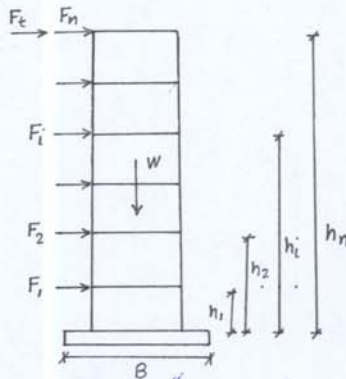
$$F.S. = \frac{M.W}{C.W} = \frac{M}{C}$$

$$F_f = (0.3 \sim 0.5) W$$

$$F.S. = \frac{\mu_{min}}{C_{max}} = \frac{0.3}{0.2} = 1.5 \gg 1.5$$

در سازه‌های مسکونی لغزش به راحتی جواب داده و ضعیفی زیادی به لغزش آن نداشت، ولی در سازه‌های سبک مانند سوله‌ها این کنترل باید صفا انجام شود.

د- کنترل واژگونی



$$F.S. = \frac{\text{لنگر نیروهای مقاوم}}{\text{لنگر نیروهای محرک}} = \frac{W \cdot \frac{B}{2}}{F_t h_t + \sum_{i=1}^n F_i h_i} \gg 1.75$$

$$M_{ja} = F_t (h_n - h_j) + \sum_{i=1}^n F_i (h_i - h_j)$$

لنگر نیروهای محرک در تراز طبقه نام

این رابطه فوق جواب نداد بار تلف سازی، وزن فونراسیون و خال اطراف فونراسیون را نیز در محاسبات در نظر می گیریم.

ه- نیروی وارد بر قطعات الهامی

قطعات الهامی شامل دیوارهای داخلی و بیرونی، دیوارهای خارجی، جان پناه‌ها و دیوارهای طره‌ای (\$B_p = 100\$)، پله‌ها، سقف‌های تازب، آسانسورها، مخازن برج‌ها و روش‌ها، بنای خارجی و اتصالات آن

$$F_p = A B_p I W_p$$

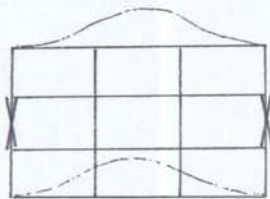
\$F_p\$: نیروی وارد بر قطعات الهامی

\$A\$: سطح فضای طرح

\$B_p\$: از جدول ۷ برستی می آید.

\$W_p\$: وزن قطعه الهامی

تعیین سازه حل شده قبل، اگر قاب آن قاب خمشی متوسط فولادی باشد دوباره حل کرده و نیروهای جانبی محاسبه کنید.



۱- کنترل شاخص پایداری و اثر $P-\Delta$ (اثر ثانویه)

$$\theta_i = \left(\frac{P \Delta W}{V H} \right)_i$$

θ_i : شاخص پایداری طبقه i ام

P : جمع بارهای زنده و مرده در طبقه بالاتر

ΔW : تغییر مکان جانبی سبی طبقه

V : جمع بارهای نیروهای بالاتر از طبقه (برش طبقه)

H : ارتفاع خالص طبقه

$n \geq 6$ طول دهانه ها

شاخص پایداری باید
حده شود

$$Drift = \frac{\Delta W}{H}$$

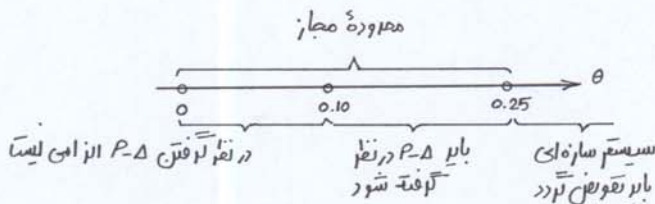
$$\Rightarrow \theta_i = \frac{P_i}{V_i} Drift_i$$

$P = D + L$ در هر مساحت اعصاب
نی شود.

$$V_i = \sum_{j=i}^n F_j + F_t$$

$$\theta_{max} = \frac{1.25}{R} \leq 0.25$$

اگر بیش از این مقدار شود، همان ۰.۲۵ را
در تقریبی گیریم.



تغییر مکان جانبی افزایش یافته
و اثر $P-\Delta$

$$\Delta \bar{W}_i = \frac{\Delta W_i}{1 - \theta_i}$$

$$a_i = \frac{1}{1 - \theta_i} > 1$$

تغییر مکان واقعی طبقه نسبت اثر
 $P-\Delta$

$$\Delta \bar{M}_i = 0.7 R \Delta \bar{W}_i = 0.7 R \frac{\Delta W_i}{1 - \theta_i} < \begin{cases} 0.02 H & ; T \geq 0.75 \\ 0.025 H & ; T < 0.75 \end{cases}$$

مثال: اگر سازه مشخص بعد تحلیل شنه و نیروها و بارها و در فتهای آن به صورت لفت شنه باشه، مقدار
شاخص پایداری در طبقه دوم چقدر است.

Drift

0.0040

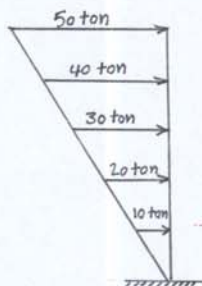
0.0036

0.0055

0.0046

0.0041

0.0038



D

7 ton

30 ton

35 ton

35 ton

35 ton

30 ton

L

1 ton

10 ton

10 ton

10 ton

10 ton

8 ton

$$V_2 = \sum_{j=2}^5 F_j = 20 + 30 + 40 + 50 = 140 \text{ ton}$$

$$\text{Drift}_2 = 0.0041$$

$$P_2 = (D+L)_{2,3,4,5} = 3(35+10) + (30+10) + (7+1) = 183 \text{ ton}$$

$$\theta_2 = \frac{P_2}{V_2} \text{Drift}_2 = \frac{183}{140} \times 0.0041 = 5.36 \times 10^{-3} < 0.1$$

$$a_2 = \frac{1}{1 - \theta_2} = 1.005$$

- پس $P-\Delta$ لازم نیست در نظر گرفته شود.

روش های طراحی

- روش سن مجاز (طراحی سازه های فولادی) : در نظر گرفتن $P-\Delta$ نیروی سست چون روش سن مجاز خودش نیروی سست ها را افزایش می دهد.

$$\frac{f_a}{F_a} \ll 0.15$$

$$\frac{f_a}{F_a} > 0.15 \begin{cases} \frac{f_a}{F_a} + \frac{C_{mx} F_{bx}}{F_{bx}} + \frac{C_{my} F_{by}}{F_{by}} \ll 1.0 \\ \frac{f_a}{0.6 F_y} + \frac{F_{bx}}{F_{bx}} + \frac{F_{by}}{F_{by}} \ll 1.0 \end{cases}$$

- روش حری LRFD (طراحی سازه های بتنی) : $P-\Delta$ سست باید لحاظ شود.

$$M_c = \delta_b M_{2b} + \delta_s M_{2s}$$

؛ شکل نیروی دیاگرام

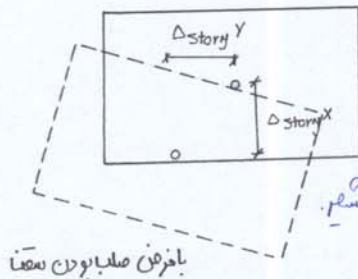
والت دیاگرام : ۱- تحمل بارهای عمودی و انتقال آن به دیوارها و ستون ها (رفتار خارج از صفحه - out of plan)
۲- انتقال نیروهای جانبی باد یا زلزله به عناصر مقاوم جانبی و تأمین پیوستگی در تغییر سگه ها (رفتار داخل صفحه - in plan)

شرایط صلب دیافراگم ۱- حداً از جسی بن باشد؛

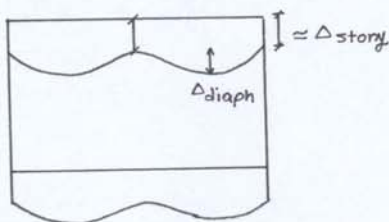
۲- حداقل ۵۰cm ضخامت داشته باشد؛

$$\frac{\Delta_{diaph}}{\Delta_{story}} \leq 0.5 \quad ۳-$$

- سعی شود شرایط فوق رعایت شود، در غیر این صورت مجاز به استفاده نباشد.



با فرض صلب بودن سقف



با فرض انعطاف پذیر بودن

$$\frac{\Delta_{diaph}}{\Delta_{story}} \leq 0.5 \quad ۴ \text{ سقف صلب کامل}$$

$$0.5 \leq \frac{\Delta_{diaph}}{\Delta_{story}} \leq 2.0 \quad ۵ \text{ سقف نیمه صلب (مش بندی سقف)}$$

$$\frac{\Delta_{diaph}}{\Delta_{story}} > 2.0 \quad ۶ \text{ سقف انعطاف پذیر کامل}$$

نکته: سقف های طاق ضربی، سقف های شیار دار و سقف های پس ساخته، صلب محسوب نمی شوند.

- نیروی طراحی هر دیافراگم بصورت زیر محاسبه می شود:

$$F_{pi} = \frac{F_t + \sum_{j=1}^n F_j}{\sum_{j=1}^n w_j} \cdot w_i$$

$$0.35 A I w_i \leq F_{pi} \leq 0.7 A I w_i$$

مثال: برای سازه زیر نیروی هر دیافراگم را محاسبه و کنترل کنید.

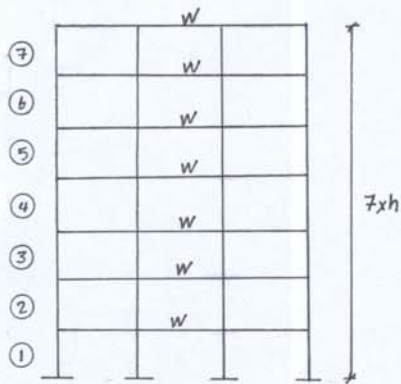
$$A = 0.35$$

$$R = 6$$

$$I = 1.0$$

$$B = 2.4$$

$$T < 0.7 \text{ sec}$$



$$T < 0.7 \rightarrow F_t = 0$$

$$C = \frac{ABI}{R} = \frac{0.35 \times 2.4 \times 1.0}{6} = 0.14$$

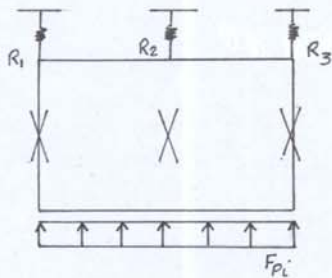
$$0.35 AIW_i = 0.35 \times 0.35 \times 1.0 \times W = 0.1225W$$

$$0.7 AIW_i = 0.7 \times 0.35 \times 1.0 \times W = 0.245W$$

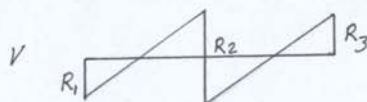
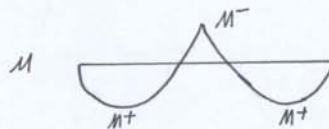
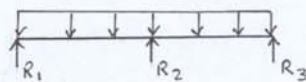
i	W_i	$W_i h_i$	F_i	F_{pi}
①	W	Wh	$V/28$	$0.1225W < 4V/28 < 0.245W$
②	W	$2Wh$	$2V/28$	$0.1225W < 4.5V/28 < 0.245W$
③	W	$3Wh$	$3V/28$	$0.1225W < 5V/28 < 0.245W$
④	W	$4Wh$	$4V/28$	$0.1225W < 5.5V/28 < 0.245W$
⑤	W	$5Wh$	$5V/28$	$0.1225W < 6V/28 < 0.245W$
⑥	W	$6Wh$	$6V/28$	$0.1225W < 6.5V/28 < 0.245W$
⑦	W	$7Wh$	$7V/28$	$0.1225W < 7V/28 < 0.245W$
Σ	$-$	$28Wh$	V	

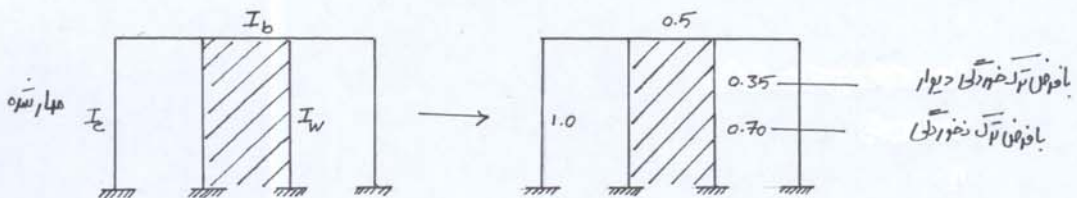
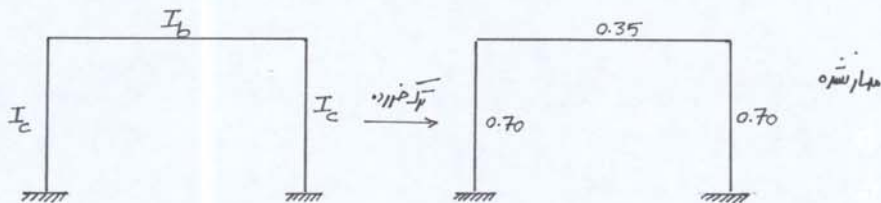
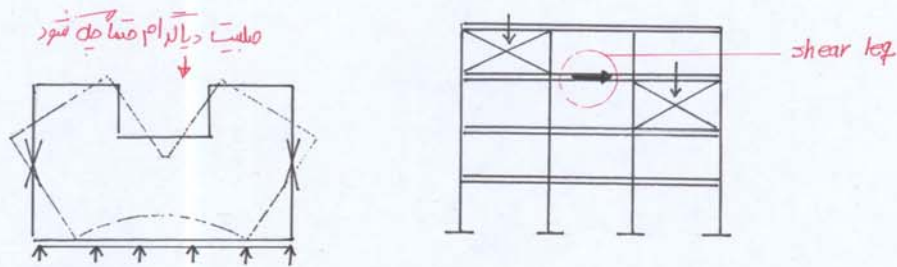
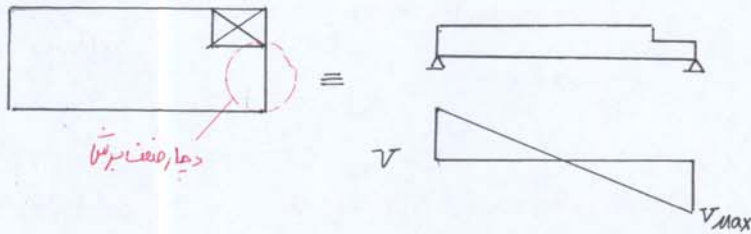
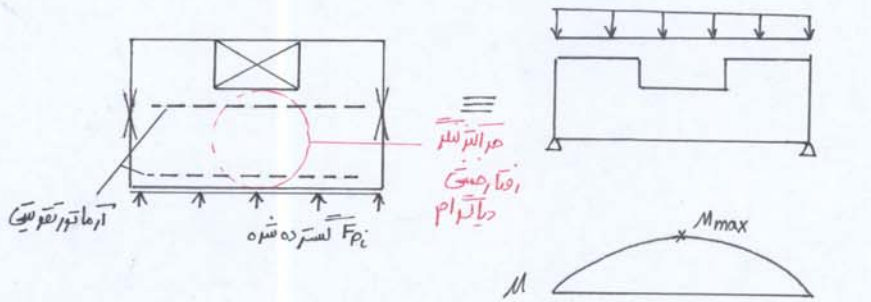
$$F_{pz} = 0.7 AIW = 0.245W$$

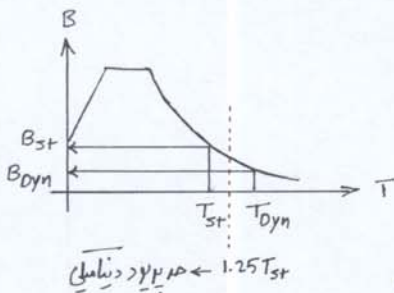
از F_{pi} برای کنترل خشت و برش جایی که و تاس خارج از صفحه دال استفاده می‌گردد.



$\equiv$







$$T_{dyn} \leq 1.25 T_{st}$$

فایل های طراحی سازه های فولادی

- ۱- فایل طراحی سازه : $\min\{T_{dyn}, 1.25 T_{st}\}$
- ۲- فایل کنترل Drift $T_{dyn} \rightarrow B_{dyn} \rightarrow \dots$
- ۳- فایل طراحی پی

فایل های طراحی سازه های بتنی

- ۱- فایل طراحی سازه $\leftarrow$ ضریب پهن خورده $(0.35, 0.70) \times 1.5$
- ۲- فایل تعیین پیرود دینامیکی $\leftarrow L \rightarrow (0.5, 1.0) \rightarrow T_{dyn}$
- ۳- فایل کنترل Drift $\leftarrow (0.35, 0.70)$
- ۴- فایل طراحی فونداسیون $T_{dyn} \rightarrow B_{dyn} \rightarrow \dots$

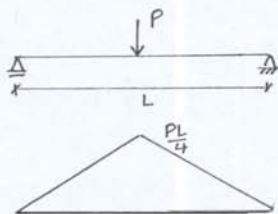
- ساده ترین روش ، ابتدا با فایل طراحی Drift ها ، کنترل می کنیم و اگر جواب نداد به سراغ محاسبه پیرود دینامیکی و B_{dyn} می رویم .

D

ترکیبات بار زاری

$$\begin{aligned}
 & D+L \quad \text{مؤلفه ها} \quad \text{ضریب از مرتبه} \\
 & D+L \pm E_{xp} \pm 0.3 E_y \pm 0.3 E_z \\
 & D+L \pm E_{xN} \pm 0.3 E_y \pm 0.3 E_z \\
 & D+L \pm E_{yp} \pm 0.3 E_x \pm 0.3 E_z \\
 & D+L \pm E_{yN} \pm 0.3 E_x \pm 0.3 E_z \\
 & D \pm E_{xp} \pm 0.3 E_y \pm 0.3 E_z \\
 & D \pm E_{xN} \pm 0.3 E_y \pm 0.3 E_z \\
 & D \pm E_{yp} \pm 0.3 E_x \pm 0.3 E_z \\
 & D \pm E_{yN} \pm 0.3 E_x \pm 0.3 E_z
 \end{aligned}$$

$\Rightarrow$ ۳۴ حالت بار زاری



انواع بارها
- استاتیکی (معمولاً وضعی)

.. دینامیکی (متغیر با زمان)

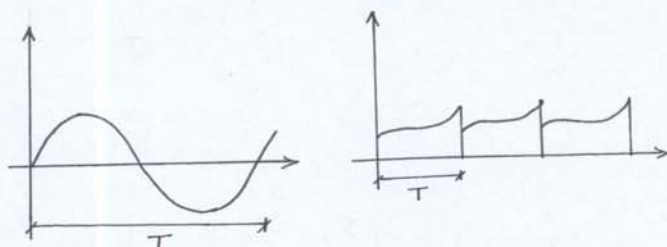
هرگاه تکرار از ۴۰ درصد باردار با زمان تغییر نیز بار دینامیکی خواهد بود (دینامیک: هر بار کمتر متغیر با زمان)



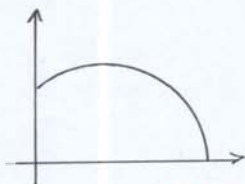
انواع بارهای دینامیکی

۱- همیشگی: تغییرات آن نسبت به زمان مشخص است مثل بارهای صنعتی

الف- متناوب یا منقطع: بار که دارای دوره تناوب باشد، مثل بارهای هارمونیک سینوسی



ب- ناهمبواب یا نامنظم: دارای پریود مشخصی نیستند و با استفاده از سری فوریه به ترکیب‌های از $\sin$ و $\cos$ تبدیل می‌شوند.



انفجار

۲- ناهمیشگی یا هترونی: تغییرات آن نسبت به زمان مشخص نیست مانند: زلزله یا بار.

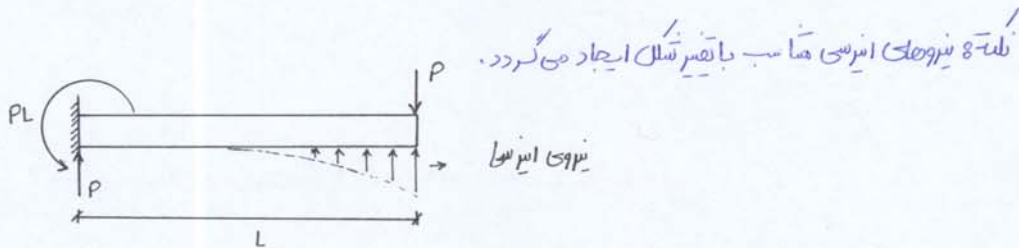


- دینامیک سیالات حالت استاتیکی می باشد و در هر لحظه $\sum F = 0$ می باشد ، ولی مقادیر تعادل در هر لحظه تغییر می کنند به عبارت دیگر فرق دینامیک و استاتیک از جهت دینامیک مقدار نیروهای مقاوم داخلی می باشد.

- بارهایی بصورت دینامیکی بررسی می شوند عبارتند از:

زلزله - باد - سیل - انفجار - ارتعاشات ماشین آلات صنعتی و حرکات خودروها

- برای مقابله با نیروهای خارجی ، نیروهای الاستیک در جسم ایجاد می شوند سرعت زره توسط نیروهای الاستیک یا میرایی مقابله می شود و سلب زره توسط جرم یا انرسی مقابله می گردد ، به عبارت دیگر برای مقابله با سلب نیروی انرسی و برای مقابله با سرعت نیروهای میرایی به وجود می آید.



نکته: نیروهای انرسی سلب با تغییر شکل ایجاد می گردد.

درجه آزادی دینامیکی: تعداد متغیرهایی است که در آن نیروی انرسی وجود دارد یا تعداد تغییر مکان هایی است مستقل که در آنها انرسی داریم.

- دینامیک یک نقطه (ذره) در یک صفحه: یک حرکت در جهت x و یک حرکت در جهت y ← دو درجه آزادی دینامیکی

- دینامیک یک نقطه (ذره) در فضا: سه حرکت در راستای x ، y و z ← سه درجه آزادی دینامیکی

- دینامیک یک جرم (جسم صلب): حرکت x ، y و دوران حول z ← سه درجه آزادی دینامیکی

- دینامیک یک جرم (جسم صلب) در فضا: سه حرکت در راستای x ، y و z و سه دوران حول x ، y و z ← شش درجه آزادی دینامیکی

نکته: با توجه به اینکه در سازه های دینامیکی درجه نامعین زیاد است به جای استفاده از روش نیرو (روش نرمی) از روش تغییر شکل های سختی استفاده می شود.

- از آنجاکه سیستم‌های ساختمانی پیوسته هستند برای کاهش تعداد درجات آزادی معمولاً هر طبقه به صورت یک جسم صلب در نظر گرفته می‌شود.

انواع تحلیل از نظر قطعیت

- تحلیل قطعی : Deterministic ← بارهای مشخص معلوم هستند

- تحلیل احتمالی : Probabilistic ← براساس حدس و احتمال

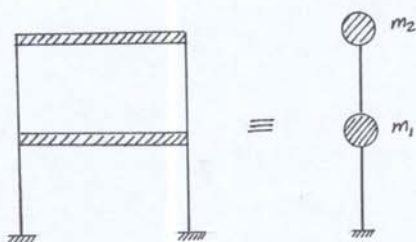
انواع تحلیل از نظر نوع تحلیل

- قطعی : برای تغییر شکل‌های کوچک

- غیرقطعی : برای تغییر شکل‌های بزرگ

انواع روش‌های مدل کردن سازه

۱- روش تکرکز جرم (lumped Mass Discretization)



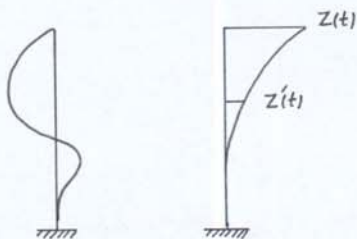
- در این روش صرفاً کاهش تعداد درجات آزادی می‌باشد ولی خطا وارد محاسبات نمی‌گردد، در نتیجه نیروها معافه کارانه می‌باشد.

- این روش برای سیستم‌هایی که دارای جرم متمرکز هستند، مانند منابع آب و تلفات مناسب بود ولی برای سازه‌ها، دودکش‌ها و... مناسب نمی‌باشد.

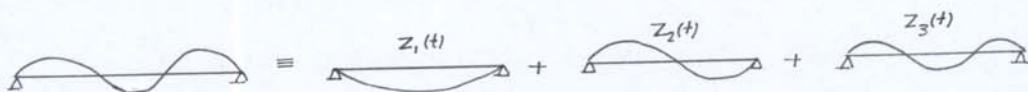
- در این روش این تکرکز باید مناسب باشد و اینرسی باشد. یا مناسب با تغییر شکل‌ها.

۲- روش مختصات تغییر یافته یا جرم پیوسته Generalized coordinates

- در این روش برای سازه یک تابع شکل (shape function) در نظر گرفته می‌شود و این تابع شکل در تغییر مکان یکسری نقاط خاص (نقاط حساس) یا نقاط دارای تغییر مکان حائز اهمیت می‌گردد.



$$v(x,t) = \underbrace{Z(t)}_{\text{تغییر شکل سازه اصلی}} \underbrace{\psi(x)}_{\text{مختصات تغییر یافته}} \underbrace{\psi(x)}_{\text{تابع شکل}}$$



$$v(x,t) = \sum Z_n(t) \psi_n(x)$$

- این روش بیشتر برای جرم‌های پیوسته مانند: دودکش‌ها، تیلوها و سرها مناسب می‌باشد.

۴- روش اجزای محدود Finite Elements

در این روش جسم به اجزای کوچک تقسیم شده و از هر جزء تابع شکل در نظر گرفته می‌شود، سپس درجات آزادی این اجزای به یکدیگر بسته می‌شود اساس این روش معادله $EI y'' = M(x)$ می‌باشد.

انواع روش‌های عددی

- اجزای محدود : Finite Elements ← خرد کردن سازه ← سازه‌های
- تفاضل آب : Finite Difference ← خرد کردن معادلات ریاضی ← آب

اجزای اصلی معادلات تعادل دینامیکی

۱- جرم : جرم نقطه اثر شتاب و بر اساس اصل دالامبر اینرسی به وجود می‌آید.



$$F = ma$$

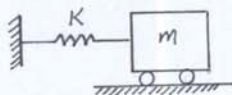
$$M = I_G \cdot \alpha$$

$$\alpha = \ddot{\theta}$$

α : شتاب زاویه‌ای

a : شتاب خطی

۲- سختی (خاصیت الاستیک یا فنری): سختی K نیروی لازم برای تغییر مکان واحد است.



www.icivil.ir

پرتال جامع دانشجویان و مهندسين عمران

ارائه كتابها و جزوات رايجان مهندسي عمران

بهترين و برترين مقالات روز عمران

انجمن هاي تفصلي مهندسي عمران

خوشگاه تفصلي مهندسي عمران

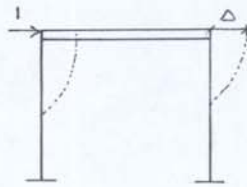
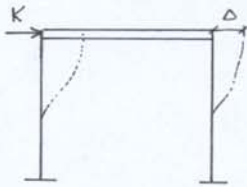


@icivilir

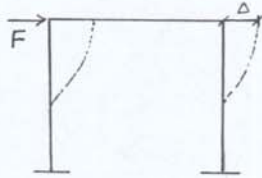


icivil.ir



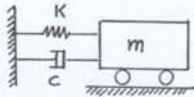


$$K = \frac{I}{\Delta}$$

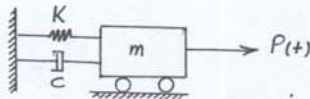


$$K = \frac{F}{\Delta}$$

۳- خاصیت میرایی (استقلال یا دمیر) : این خاصیت برای رفتار ساختمان مفید است، میرایی عامل مقابل در برابر سرعت می باشد، مانند جذب انرژی در تیفه‌های مصالح بنایی



- مقدار میرایی در سازه‌های بتنی کمتر از سازه‌های فولادی می باشد و باید سعی گردد در میرایی بیشتر در اعضاء فرعی مثل تیرها ایجاد شود نه در اعضاء اصلی.



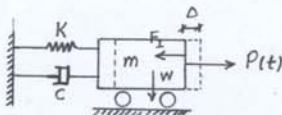
۴- بار دینامیکی $P(t)$:

مدل سازه به درجه آزادی دینامیکی واداسته اجباری

میرا

معادلات تعادل دینامیکی

۱- روش تعادل مستقیم (دیالگرام آزاد جسم)



f_I : نیروی انرسی

$$\sum F_x = 0 : -f_s - f_d - f_I + P(t) = 0$$

$$\rightarrow P(t) = f_I + f_d + f_s$$

$$F_I = ma = m\ddot{x}$$

$$F_D = c\dot{x} = c\dot{x}$$

$$F_S = Kx$$

$$\Rightarrow m\ddot{x} + c\dot{x} + Kx = P(t)$$

معادله تعادل دینامیک سیستم یک درجه

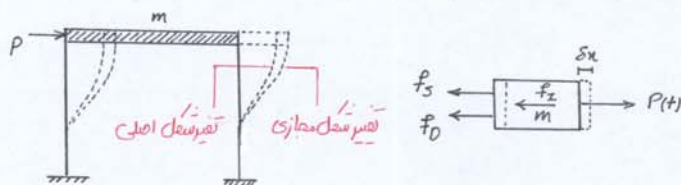
آزادی و اداسه میرا

التر $P(t)=0$ حرکت ارتعاش آزاد

نکته: تازمانی تهرابطه به هم پیوسته باشد چه در اساتیک و چه در دینامیک می توان از اصل جمع آثار هوائیا superposition استفاده کرد.

۲- روش بار مجازی

در این روش سین از مشخص شدن نیروها در هر درجه آزاد دینامیک یک تغییر مکان مجازی ایجاد می کنند و بار نیروهای انجام شده را برابر صفر قرار می دهند.



$$W=0 \Rightarrow W = -F_S \delta x - F_D \delta x - F_I \delta x + P(t) \delta x = 0$$

$$F_I + F_D + F_S = P(t)$$

$$\Rightarrow m\ddot{x} + c\dot{x} + Kx = P(t)$$

۳- روش انرژی (اصل هاملتون)

در این روش مجموع تغییرات انرژی جنبشی و پتانسیل یک سیستم و بار انجام شده توسط نیروهای غیر پتانسیل مانند بار وارده و نیروی میرایی در یک فاصله زمانی $\Delta t = t_2 - t_1$ برابر صفر است.

$$T = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m \dot{x}^2$$

$$V = \frac{1}{2} K x^2$$

8. کار انجام شده نیروهای

$$W = P(t)\delta x - F_D\delta x = P(t)\delta x - c\dot{x}\delta x$$

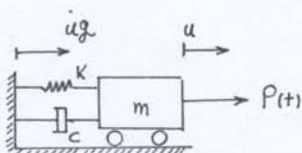
خبر بماند

$$\int_{t_1}^{t_2} \delta(T-V) dt + \int_{t_1}^{t_2} W dt = 0$$

$$\Rightarrow \int_{t_1}^{t_2} \delta \left(\frac{1}{2} m \dot{x}^2 - \frac{1}{2} K x^2 \right) dt + \int_{t_1}^{t_2} (P(t)\delta x - c\dot{x}\delta x) dt = 0$$

دفعه اول $\delta \left(\frac{1}{2} K x^2 \right) = K x \delta x$

$$\Rightarrow m\ddot{x} + c\dot{x} + Kx = P(t)$$



معادله تعادل حرکتی تحت اثر حرکتی

u_g : حرکتی نسبت به یک نقطه دلخواه ثابت

$\dot{u}_g$: سرعت زمین

$\ddot{u}_g$: شتاب زمین

$u - u_g =$ فنر $\rightarrow$ حرکت نسبی

$\dot{u} - \dot{u}_g =$ دمپر $\rightarrow$ سرعت نسبی

$\ddot{u} - \ddot{u}_g =$ شتاب نسبی

$$-m\ddot{u} - c(\dot{u} - \dot{u}_g) - K(u - u_g) + P(t) = 0$$

$$\Rightarrow m\ddot{u} + c\dot{u} + Ku = P(t) + c\dot{u}_g + Ku_g$$

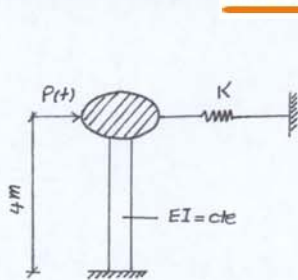
تغییر مکان زمین سرعت زمین

تقسیم مکان نسبی: $u_r = u - u_g \rightarrow u = u_r + u_g$

$$-m(\ddot{u}_r + \ddot{u}_g) - c\dot{u}_r - Ku_r + P(t) = 0$$

$$m\ddot{u}_r + c\dot{u}_r + Ku_r = P(t) - m\ddot{u}_g$$

معادله ارتعاش به صورت نسبی
- المانی که به زمین متصل می باشد نسبی و اگر متصل نباشد تقسیم مکان خود و اصلی می باشد.



مثال: برای شکل زیر معادله تعادل دینامیکی را بدست آورید.

$$EI = 2.56 \times 10^4 \text{ Kg f.m}$$

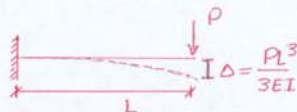
$$K = 60 \text{ tonf/m}$$

$$W = 45 \text{ tonf}$$

$$g = 10 \text{ m/s}^2$$

$$m = \frac{W}{g} = \frac{45000}{10} = 4500 \text{ Kg}$$

$$K_t = K_{\text{فن}} + K_{\text{کششی}}$$



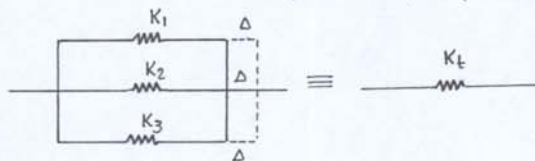
$$K_t = \frac{3EI}{L^3} + K = \frac{3 \times 2.56 \times 10^4}{4^3} + 60000 = 61200 \text{ Kg f/m}$$



$$m\ddot{u} + Ku = P(t)$$

$$4500\ddot{u} + 61200u = P(t)$$

نکته: در فنهای موازی تغییر مکان ها با هم برابر می باشد در نتیجه:

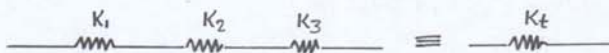


$$K_t = \sum K_i$$

ها برابر

$$F = F_1 + F_2 + F_3$$

ولی در فنهای سری یا متوالی نیروی داخل فن ها با هم مساوی می باشد در نتیجه:



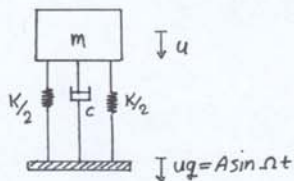
$$\frac{1}{K_t} = \sum \frac{1}{K_i}$$

ها برابر

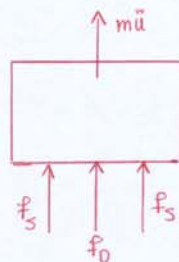
$$\Delta_t = \Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3$$

$$F = K\Delta \rightarrow \Delta = \frac{F}{K}$$

مثال: مدل یک ماشین اندازه گیری ارتعاش طبق شکل زیر تحت ارتعاش هارمونیک $Asin \Omega t$ قرار دارد معادله این دستگاه را بر اساس تغییر مکان نسبی u بدست آورید.



بافزین: $u > u_g$
 * فقط برای سبب مستقیم



$$\Sigma F_y = 0 : m\ddot{u} + f_D + 2f_S = 0$$

$$f_D = c(\dot{u} - \dot{u}_g)$$

$$f_S = \frac{K}{2}(u - u_g)$$

$$\Rightarrow m\ddot{u} + c(\dot{u} - \dot{u}_g) + K(u - u_g) = 0$$

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + Ku = c\dot{u}_g + Ku_g$$

$$u_g = A \sin \Omega t \rightarrow \dot{u}_g = A \Omega \cos \Omega t \rightarrow \ddot{u}_g = -A \Omega^2 \sin \Omega t$$

$$\Rightarrow m\ddot{u} + c\dot{u} + Ku = \underbrace{c(A \Omega \cos \Omega t) + K(A \sin \Omega t)}_{P(t)}$$

- $u(t)$ بر اساس معادلات معادله فوق درج برست می آید.

$$u_r = u - u_g \rightarrow u = u_r + u_g \rightarrow \ddot{u} = \ddot{u}_r + \ddot{u}_g$$

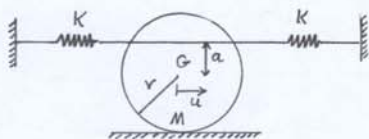
$$m\ddot{u} + c(\dot{u} - \dot{u}_g) + K(u - u_g) = 0 \rightarrow m(\ddot{u}_r + \ddot{u}_g) + c\dot{u}_r + Ku_r = 0$$

$$m\ddot{u}_r + c\dot{u}_r + Ku_r = -m\ddot{u}_g = -m(A \Omega^2 \sin \Omega t)$$

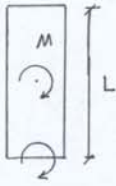
$$\Rightarrow m\ddot{u}_r + c\dot{u}_r + Ku_r = Am \Omega^2 \sin \Omega t$$

- $u_r(t)$ بر اساس حرکت نسبی یا تغییر شکل نسبی برست می آید.

مثال: با استفاده از روش انرژی (اصل هامیلتون) معادله تعادل دستگاه زیر را بدون در نظر گرفتن اصطکاک برست آورید.

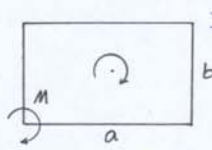


نکته: محاسبه ممان انرسی دورانی مرکز (IG)



$$I_G = \frac{1}{12} ML^2$$

$$I_G = \frac{1}{3} ML^2$$



$$I_G = \frac{1}{12} M(a^2 + b^2)$$

$$I_G = \frac{1}{3} M(a^2 + b^2)$$



$$I_G = \frac{1}{2} Mr^2$$

$$I_G = Mr^2$$

$$dm = \rho dv$$

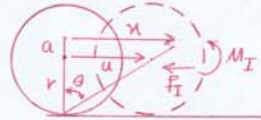
$$I_G = \int r^2 dm = \rho \int r^2 dv$$

$$T + V = \alpha e \rightarrow \frac{d}{dt}(T + V) = 0$$

$$T = \frac{1}{2} M \dot{u}^2 + \frac{1}{2} I_G \dot{\theta}^2$$

$$I_G = \frac{1}{2} Mr^2$$

با فرض سرعت شعاعی کوچک



$$u = r\theta \rightarrow \dot{u} = r\dot{\theta} \rightarrow \ddot{u} = r\ddot{\theta}$$

$$x = (a+r)\theta \rightarrow \ddot{x} = (a+r)\ddot{\theta}$$

$$x = \left(\frac{a+r}{r}\right)u$$

$$\Rightarrow T = \frac{1}{2} M (r\dot{\theta})^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} Mr^2\right) \dot{\theta}^2$$

$$= \frac{1}{2} Mr^2 \dot{\theta}^2 + \frac{1}{4} Mr^2 \dot{\theta}^2 = \frac{3}{4} Mr^2 \dot{\theta}^2$$

$$V = 2 \cdot \left(\frac{1}{2} Kx^2\right) = K(r+a)^2 \theta^2$$

$$\frac{d}{dt}(T + V) = \frac{d}{dt} \left(\frac{3}{4} Mr^2 \dot{\theta}^2 + K(r+a)^2 \theta^2 \right) = 0$$

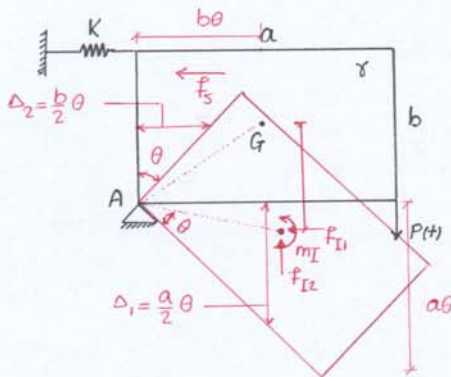
$$\left(\frac{3}{4} Mr^2\right) \times 2\dot{\theta}\ddot{\theta} + K(r+a)^2 \times 2\theta\dot{\theta} = 0 \rightarrow \left(\frac{3}{2} Mr^2\right) \ddot{\theta} + 2K(r+a)^2 \theta = 0$$

$$\ddot{\theta} + \underbrace{\frac{4K(r+a)^2}{3Mr^2}}_{\omega_n^2} \theta = 0$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{4K(r+a)^2}{3Mr^2}} = \frac{2(r+a)}{r} \sqrt{\frac{K}{3M}}$$

مسألة: مفادہ تعادل دینا میلیی صفتہ صلب زیر راہست آورد جسم واحد سطحی را از فریق شیر.

نکته: در احصای صلب ما مجاز هستیم که جسم را وزن را در مرکز جسم متمرکز شیر.

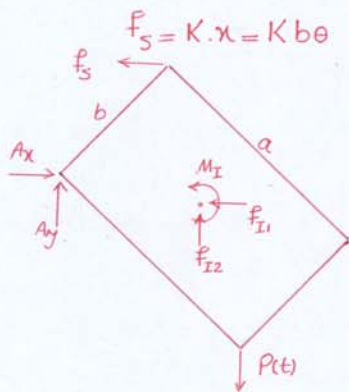


$$F_{I1} = M \cdot a_x = (\gamma ab) \frac{b}{2} \ddot{\theta} = \frac{1}{2} \gamma ab^2 \ddot{\theta}$$

$$F_{I2} = M a_y = (\gamma ab) \frac{a}{2} \ddot{\theta} = \frac{1}{2} \gamma a^2 b \ddot{\theta}$$

$$m_I = I_G \cdot \alpha = \frac{1}{12} M(a^2 + b^2) \ddot{\theta}$$

$$m_I = \frac{1}{12} (\gamma ab)(a^2 + b^2) \ddot{\theta}$$

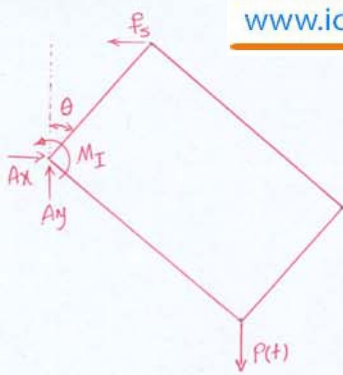


$$\sum M_A = 0 \quad \therefore F_s b + F_{I1} \frac{b}{2} + F_{I2} \frac{a}{2} + m_I - P(t) a = 0$$

$$K b \theta b + \frac{1}{2} \gamma ab^2 \ddot{\theta} \cdot \frac{b}{2} + \frac{1}{2} \gamma a^2 b \ddot{\theta} \cdot \frac{a}{2} + \frac{1}{12} \gamma ab(a^2 + b^2) \ddot{\theta} - P(t) a = 0$$

$$\underbrace{\frac{\gamma b}{3} (a^2 + b^2) \ddot{\theta}}_{m^*} + \underbrace{(K \frac{b^2}{a}) \theta}_{K^*} = P(t)$$

$$\Rightarrow m^* \ddot{\theta} + K^* \theta = P(t)$$



$$m_I = \frac{1}{3} \rho a b (a^2 + b^2) \ddot{\theta}$$

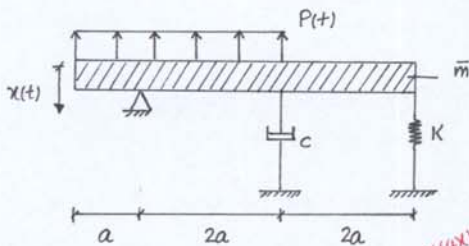
اول حل دوم 8

$$F_s = K b \theta$$

$$\sum M_A = 0 : F_s \cdot b + m_I - P(t) \cdot a = 0$$

$$\rightarrow m^* \ddot{\theta} + K^* \theta = P(t)$$

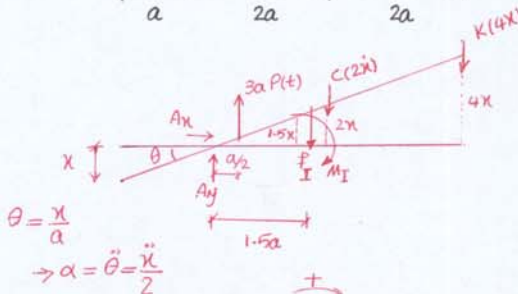
مثال: اگرچه واحد طول یکسان است، زیرا $\bar{m}$ باشد معادله تعادل دینامیکی سیستم را بدست آورید.



$$F_I = M a = (5a \bar{m}) \times 1.5 \ddot{x} = 7.5 a \bar{m} \ddot{x}$$

$$M_I = \left(\frac{1}{12} M L^2 \right) \alpha = \frac{1}{12} (5a \bar{m} \times (5a)^2) \times \frac{\ddot{x}}{a}$$

$$= \frac{125}{12} m a^2 \ddot{x}$$



$$\theta = \frac{x}{a}$$

$$\rightarrow \alpha = \ddot{\theta} = \frac{\ddot{x}}{a}$$

$$\sum M_A = 0$$

$$\rightarrow \left(F_I \times \frac{3}{2} a \right) + 2c\dot{x}(2a) + (4Kx \times 4K) + \frac{125}{12} \bar{m} a^2 \ddot{x} - 3a P(t) \cdot \frac{a}{2} = 0$$

$$\Rightarrow \underbrace{\frac{65}{3} \bar{m} a \cdot \ddot{x}}_{m^*} + \underbrace{4c\dot{x}}_{c^*} + \underbrace{16Kx}_{K^*} = \underbrace{-1.5 a P(t)}_{P^*(t)}$$

$$m^* \ddot{x} + c^* \dot{x} + K^* x = P^*(t)$$

یادآوری از دینامیک

سیستم ارتعاش آزاد یک درجه آزادی بدون میرایی

$$m \ddot{x} + K x = 0 \rightarrow \ddot{x} + \left(\frac{K}{m} \right) x = 0 \rightarrow \ddot{x} + \omega_n^2 x = 0$$

ω_n^2

$$x = x_c = A \sin \omega_n t + B \cos \omega_n t$$

I.C. : $x(0) = x_0$
 $\dot{x}(0) = V_0 \Rightarrow x = \left(\frac{V_0}{\omega_n}\right) \sin \omega_n t + x_0 \cos \omega_n t$

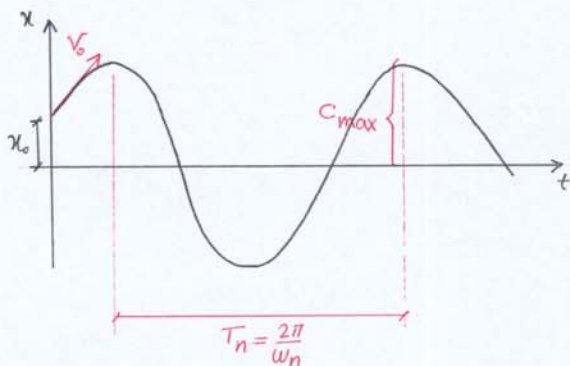
$$= C \sin(\omega_n t + \varphi)$$

دامنه : C

φ : زاویه فاز اولی

$$C = \sqrt{\left(\frac{V_0}{\omega_n}\right)^2 + x_0^2}$$

$$\varphi = \tan^{-1} \frac{x}{V_0/\omega_n}$$



ارتعاش آزاد سیستم یک درجه آزادی با میرایی

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + Kx = 0$$

نسبت میرایی : $\xi = \frac{c}{c_c}$

$$c_c = 2m\omega_n = 2\sqrt{Km}$$

الف - $c > c_c \rightarrow \xi > 1$

میرایی شدید

$$x = Ae^{\lambda_1 t} + Be^{\lambda_2 t}$$

حالت غیر ارتعاشی

$$\lambda_{1,2} = \frac{-c}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{K}{m}}$$

در حالتان دراز

ب - $c = c_c \rightarrow \xi = 1$

میرایی بحرانی

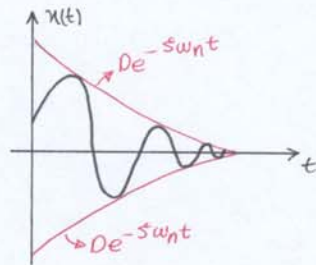
$$\lambda_1 = \lambda_2 = -\frac{c}{2m} = -\frac{2m\omega_n}{2m} = -\omega_n$$

$$x = (A + Bt)e^{-\omega_n t} \quad \text{حرکت آزاد اسیل میانی}$$

$$c < c_c \rightarrow \xi < 1 \quad \text{حرکت آزاد اسیل میانی}$$

$$x = D \sin(\omega_d t + \phi) e^{-\xi \omega_n t}$$

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2}$$



$$\omega_d < \omega_n \rightarrow T_d > T_n \quad \text{پریود میانی بلندتر از پریود نامی}$$

ارتعاش و اداسیون اجباری: سیستم یک درجه آزادی تحت بار هارمونیک بیرون میانی

$$m\ddot{x} + Kx = F_0 \sin \omega t$$

ω : فرکانس دورانی بار وارده (بار آزادی)

ω_n : فرکانس دورانی طبیعی سیستم

ω_d : فرکانس دورانی میانی

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2}$$

$$x = x_c + x_p$$

$$\text{جواب عمومی: } x_c = A \sin \omega_n t + B \cos \omega_n t$$

$$\text{جواب خصوصی: } x_p = D \sin \omega t$$

$$x = \underbrace{A \sin \omega_n t + B \cos \omega_n t}_{\text{جواب عمومی یا گذرا}} + \underbrace{\frac{F_0/K}{1 - (\frac{\omega}{\omega_n})^2} \sin \omega t}_{\text{جواب خصوصی یا ماندگار}}$$

$$\text{I.C.: } \begin{aligned} x(0) &= 0 \\ \dot{x}(0) &= V_0 = 0 \end{aligned} \Rightarrow x = \underbrace{\left(\frac{F}{K}\right)}_{x_{st}} \underbrace{\frac{1}{1 - \beta^2}}_{\text{M.F.}} (\sin \omega t - \beta \sin \omega_n t)$$

$$\beta = \frac{\omega}{\omega_n} \rightarrow \omega = \beta \omega_n$$

$$\text{نسبت پاسخ} = \text{Response Ratio} = R(\beta) = \frac{x}{x_{st}}$$

$$= \frac{1}{1 - \beta^2} (\sin \omega t - \beta \sin \omega_n t)$$

$$m\ddot{x} + Kx = F_0 \sin \omega t$$

$$x = A \sin \omega_n t + B \cos \omega_n t + \frac{F_0}{K} \cdot \frac{1}{1-\beta^2} \sin \omega t$$

I.C. 3 $\begin{matrix} x(0)=0 \\ \dot{x}(0)=0 \end{matrix} \Rightarrow x = \underbrace{\frac{F_0}{K}}_{\text{M.F.}} \underbrace{\frac{1}{1-\beta^2}}_{\text{م.ف.}} (\underbrace{\sin \omega t}_{\text{مولفایا}} - \underbrace{\beta \sin \omega_n t}_{\text{مولفایا}})$

ارتعاش واداسته سیستم درجه آزادی تحت بارهارموند با میرایی

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + Kx = F_0 \sin \omega t$$

* در سامان بستر سرنو، دارم

$x_c =$ جواب حالت ارتعاشی آزاد با میرایی

$$x_p = A_1 \sin \omega t + B_1 \cos \omega t$$

جواب هارمونیک: $x_p = C' \sin(\omega t - \phi')$

$$C' = \frac{F_0/K}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right]^2 + \left[2\zeta \frac{\omega}{\omega_n}\right]^2}}$$

$$\phi' = \text{Arc tg} \left(\frac{c\omega/K}{1 - (\frac{\omega}{\omega_n})^2} \right)$$

$$M.F. = \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right]^2 + \left[2\zeta \frac{\omega}{\omega_n}\right]^2}}$$

حالت بستر: $\frac{\omega}{\omega_n} = 1 \Rightarrow M.F. = \frac{1}{\sqrt{0 + (2\zeta)^2}} = \frac{1}{2\zeta} \Rightarrow C' = \frac{F}{K} \cdot \frac{1}{2\zeta} \quad \text{max حالت}$

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + Kx = F_0 \sin \omega t \Rightarrow x(t) = e^{-\zeta \omega_n t} (A \sin \omega_d t + B \cos \omega_d t) +$$

$$\frac{F_0}{K} \cdot \frac{1}{(1-\beta^2)^2 + (2\zeta\beta)^2} [(1-\beta^2) \sin \omega t - 2\zeta\beta \cos \omega t]$$

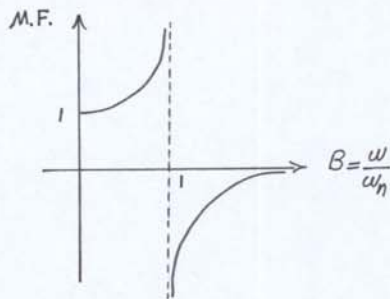
$$R(t) = \frac{\sin B\omega_n t - B \sin \omega_n t}{1 - \beta^2}$$

در حالت سُر و $\lim_{B \rightarrow 1} R(t) = \frac{0}{0} \rightarrow$ استفاده از قاعده هویتال $\lim_{B \rightarrow 1} R(t) = \frac{\omega_n t \cos \beta \omega_n t - \sin \omega_n t}{-2B}$

$$\lim_{B \rightarrow 1} R(t) = \frac{\omega_n t \cos \omega_n t - \sin \omega_n t}{-2}$$

در حالت سُر و $R(t) = \frac{\sin \omega_n t - \omega_n t \cos \omega_n t}{2}$

مagnification Factor: $M.F. = \frac{(\chi_p)_{\max}}{\chi_{st}} = \frac{F_0/k \cdot \frac{1}{1 - (\omega/\omega_n)^2}}{F_0/k}$

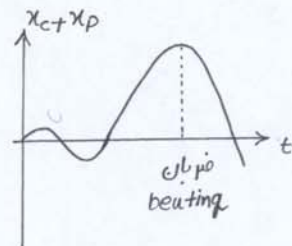
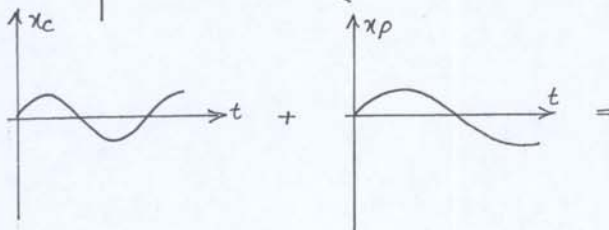
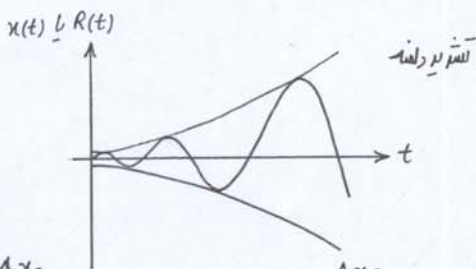


$$= \frac{1}{1 - (\frac{\omega}{\omega_n})^2} = \frac{1}{1 - \beta^2}$$

$M.F. = 1 \leftarrow \beta \ll 1 \leftarrow \omega \ll \omega_n$ (در حالت سُر)

$M.F. = \infty (\approx 20) \leftarrow \beta = 1 \leftarrow \omega = \omega_n$ (در حالت رزونانس)

$M.F. = 0 \leftarrow \beta \gg 1 \leftarrow \omega \gg \omega_n$ (در حالت سُر)



$$I.C.: \begin{matrix} x(0)=0 \\ \dot{x}(0)=0 \end{matrix} \Rightarrow B = \frac{F_0}{K} \frac{2\zeta\beta}{(1-\beta^2)^2 + (2\zeta\beta)^2}$$

$$\rightarrow \underline{ll} \quad x(t) = \frac{F_0}{K} \frac{1}{(1-\beta^2)^2 + (2\zeta\beta)^2} [(1-\beta^2) \sin \omega t - 2\zeta\beta \cos \omega t]$$

$$= c \sin(\omega t - \tau')$$

$$\underline{ll} \text{ دامنه ارتعاش } : c = \frac{F_0}{K} [(1-\beta^2)^2 + (2\zeta\beta)^2]^{-1/2}$$

$$\tau' = \tan^{-1} \left(\frac{2\zeta\beta}{1-\beta^2} \right)$$

$$\underline{ll} \text{ در حالت تشدید } \beta_{peak} = \sqrt{1-2\zeta^2} \Rightarrow (M.F.)_{max} = \frac{1}{2\zeta\sqrt{1-2\zeta^2}} \approx \frac{1}{2\zeta}$$

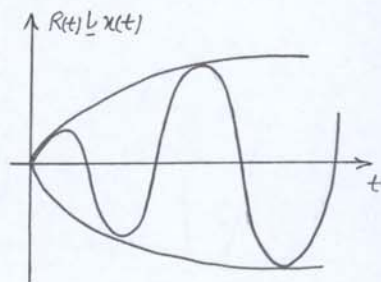
$$(M.F.)_{max} = \frac{1}{2\zeta} \rightarrow (M.F.) \rightarrow \infty \quad \zeta \rightarrow 0$$

$$x(t) = e^{-\zeta\omega_n t} (A \sin \omega_d t + B \cos \omega_d t) - \frac{F_0}{K} \frac{1}{2\zeta} \cos \omega t$$

$$\omega_d \approx \omega_n \approx \omega \quad * \quad \leftarrow \text{می توان هر دو را برای \omega_d قرار داد}$$

$$I.C.: \begin{matrix} x(0)=0 \\ \dot{x}(0)=0 \end{matrix} \Rightarrow x(t) = \frac{F_0}{K} \cdot \frac{1}{2\zeta} \cos \omega_n t (e^{-\zeta\omega_n t} - 1)$$

$$R(t) = \frac{1}{2\zeta} \cos \omega_n t (e^{-\zeta\omega_n t} - 1)$$

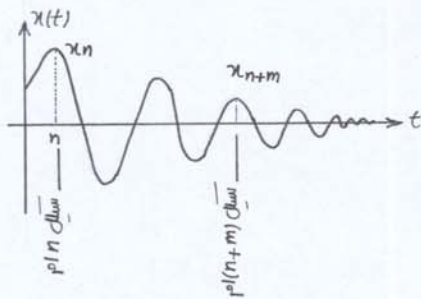


روش های تعیین مقدار میرایی

الف - روش آزماشگاهی (تجربی)

در این روش با شبیه سازی میرایی نامدل یک فز و سیوالا سیک و دانستن خواص سازه و همچنین اندازه گیری مقدار K و m در آزمایشگاه صورت می گیرد. برای سازه های غیری که حدود ۵ درصد میرایی سازه های بتنی حدود ۱۵ درصد می باشد.

ب. روش منزل گارتي يا گاهشي گارتي



$$x = D \sin(\omega_d t + \varphi) e^{-\zeta \omega_n t}$$

$$\frac{x_n}{x_{n+m}} = \frac{D \sin(\omega_d t_n + \varphi) e^{-\zeta \omega_n t_n}}{D \sin(2m\pi + \omega_d t_n + \varphi) e^{-\zeta \omega_n (t_n + mT_d)}} = \frac{e^{-\zeta \omega_n t_n}}{e^{-\zeta \omega_n (t_n + mT_d)}}$$

$$\sin \alpha = \sin(2K\pi + \alpha)$$

$$\Rightarrow \frac{x_n}{x_{n+m}} = e^{-\zeta \omega_n (t_n - t_n - mT_d)}$$

$$T_d = \frac{2\pi}{\omega_d} = \frac{2\pi}{\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}}$$

$$\frac{x_n}{x_{n+m}} = e^{m\zeta \omega_n \cdot \frac{2\pi}{\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}}} = e^{\frac{2\pi m \zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$$

$$\zeta < 0.2 \Rightarrow \sqrt{1-\zeta^2} \approx 1$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{x_n}{x_{n+m}} = e^{\frac{2\pi m \zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \\ \frac{x_n}{x_{n+m}} \approx e^{2\pi m \zeta} \end{array} \right\}$$

* تنها مجهول ζ مي باشد بابت گرفتن L_n از دو طرف داريم :

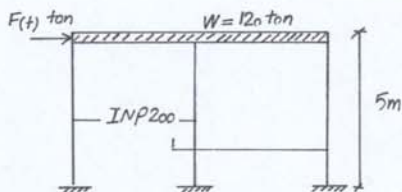
$$L_n\left(\frac{x_n}{x_{n+m}}\right) = 2\pi m \zeta \xrightarrow{\text{بهرين منزل گارتي}} \zeta = \frac{1}{m} L_n\left(\frac{x_n}{x_{n+m}}\right) = 2\pi \zeta$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{رابطه فوقه} : \frac{x_n}{x_{n+m}} = e^{2\pi m \zeta} \\ e^{\alpha} \approx 1 + \alpha \end{array} \right\} \frac{x_n}{x_{n+m}} \approx 1 + 2\pi m \zeta \Rightarrow \zeta = \frac{x_n - x_{n+m}}{2\pi m x_{n+m}}$$

ج. در اين روش مقدار سيل هاي لازم براي گاهشي ده درصد دانه اندازه گيري مي شود و مقدار ζ برابر مي شود با :

$$\zeta \approx \frac{0.1}{n}$$

مثال: در یک قاب فولادی نیروی هارمونیک $F_t = 0.15 \sin \frac{\pi t}{4}$ اعمال می گردد این قاب موتور را بر روی خود حمل می کند اگر در صر میرایی ۵ باشد دامنه حرکت یا بار و همچنین حراکت تشریفاتی آن را محاسبه کنید. در حالت تشریفاتی عدد هارمونیک می شود.



$$E = 2.1 \times 10^6 \text{ Kg/cm}^2$$

$$I = 2140 \text{ cm}^4$$

$$K = 3 \times \frac{12EI}{L^3} = \frac{3 \times 2.1 \times 12 \times 10^6 \times 2140}{(500)^3} = 1294.3 \text{ Kg/cm}$$

$$\chi_{st} = \frac{F_0}{K} = \frac{0.15 \times 10^3}{1294.3} = 0.386 \text{ cm} \approx 0.0039 \text{ m}$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K}{m}} = \sqrt{\frac{1294.3 \times 100 \text{ Kg/m}}{120 \times 10^3 / 9.81}} = 3.25 \text{ Rad/s} \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2 = 981 \text{ cm/s}^2$$

$$\beta = \frac{\omega}{\omega_n} = \frac{\pi/2}{3.25} = 0.483$$

$$C = \frac{F_0}{K} \frac{1}{\sqrt{(1-\beta^2)^2 + (2\beta)^2}} = \frac{0.0039}{\sqrt{(1-0.483^2)^2 + (2 \times 0.05 \times 0.483)^2}} = 0.005 \text{ m} = 0.5 \text{ cm}$$

$$V_{max} = 12 \frac{EI}{L^3} \times C = \frac{12 \times 2.1 \times 10^6 \times 2140}{(500)^3} \times 0.5 = 215.7 \text{ Kg/cm}$$

× هر ستون سه بار به قدر سه بار در یک ستون به قدر یک بار.

$$M_{max} = V \cdot L = 215.7 \times 500 = 107856 \text{ Kg/cm}$$

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{I} = \frac{107856 \times 10}{2140} = 504 \text{ Kg/cm}^2$$

$$C = \chi_{max} = \frac{F_0}{K} \cdot \frac{1}{2.5} = 0.0039 \times \frac{1}{2 \times 0.05} = 3.9 \text{ cm}$$

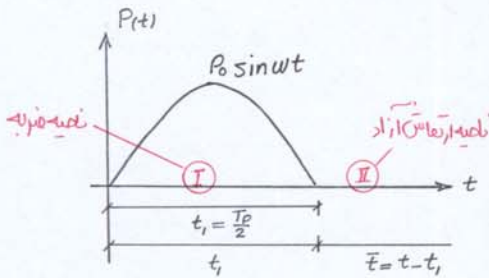
$$V_{max} = K \times C_{max} = 1682.6 \text{ Kg/cm}$$

$$M_{max} = 841300 \text{ Kg/cm} \quad , \quad \sigma_{max} = 3931 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\text{نسبت تشریفاتی به حالت اول} = \frac{3931}{504} \approx 7.8$$

بارگذاری ضربتی Shock load

بارگذاری ضربتی باری است که به صورت ضربتی در یک مدت کوتاه به سازه وارد شود



الف- بار ضربتی

برای سیستم بدون میرایی و بدون شرایط اولیه

نسبت انرژی زمان ضربتی کوتاه باشد میرایی مؤثر نبوده و فرست جذب انرژی پیرایه اند.

در نیمه ضربتی $t < t_1 = \frac{T_P}{2} \rightarrow \chi(t) = \frac{P_0}{K} \frac{1}{1-\beta^2} (\sin \omega t - \beta \sin \omega_n t)$

اگر $t > t_1 \rightarrow$ ارتعاش آزاد : $\chi(t) = \frac{\dot{\chi}(t_1)}{\omega_n} \sin \omega_n (t - t_1) + \chi(t_1) \cos \omega_n (t - t_1)$

* شرایط اولیه ارتعاش آزاد = شرایط انتهای ضربتی $t_1 = \frac{T_P}{2} = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{\pi}{\omega}$

سرعت صفر گردد و شرایط بحرانی شکل دامنه $\beta = \frac{\omega}{\omega_n} \rightarrow \omega = \beta \omega_n$

$t \ll t_1 \rightarrow \omega t \ll \pi \rightarrow \dot{\chi}(t) = 0$

$\Rightarrow \omega \cos \omega t - \beta \omega_n \cos \omega_n t = 0$

$\cos \omega t = \cos \omega_n t \rightarrow \omega t = 2\pi - \omega_n t$

$\Rightarrow \omega t + \omega_n t = 2\pi \rightarrow \omega t (1 + \frac{\omega_n}{\omega}) = 2\pi$

$\omega t (1 + \frac{1}{\beta}) = 2\pi \rightarrow \omega t = \frac{2\pi}{1 + \frac{1}{\beta}} \left. \begin{array}{l} \omega t < \pi \end{array} \right\} \frac{2\pi}{1 + \frac{1}{\beta}} < \pi$

$$\Rightarrow 1 + \frac{1}{\beta} > 2 \Rightarrow \frac{1}{\beta} > 1 \Rightarrow \beta < 1$$

نکته: اگر $\beta < 1$ باشد، حالت دافعه-تفیر مکانی است، در نامه-ضربه اتفاق می افتد.

مثال: اگر مقدار $\beta = \frac{2}{3}$ باشد ضربه بزرگتری می خورد.

حالت دافعه-تفیر مکانی است $\beta = \frac{2}{3} < 1$

$$\omega t = \frac{2\pi}{1 + \frac{1}{\beta}} = \frac{2\pi}{1 + \frac{3}{2}} = \frac{4\pi}{5} = 0.8\pi$$

$$\omega_n t = \frac{\omega t}{\beta} = \frac{3}{2} \times \frac{4}{5} \pi = \frac{12}{10} \pi = 1.2\pi$$

$$x(t) = \frac{P_0}{K} \frac{1}{1 - \beta^2} (\sin \omega t - \beta \sin \omega_n t)$$

$$x(t)_{\max} = \frac{P_0}{K} \frac{1}{1 - \frac{4}{9}} (\sin 0.8\pi - \frac{2}{3} \sin 1.2\pi) \quad \left. \begin{array}{l} \\ \chi_{st} = \frac{P_0}{K} \end{array} \right\} \Rightarrow M.F. = \frac{\chi_{\max}(t)}{\chi_{st}} =$$

$$\frac{1}{1 - \frac{4}{9}} (\sin 0.8\pi - \frac{2}{3} \sin 1.2\pi) = 1.77$$

اگر $\beta > 1$ ← حالت دافعه-در ارتعاش آزاد ← ضربه حالت قبل

$$x_{\max} = \frac{2P_0\beta}{K(1 - \beta^2)} \cos \frac{\pi}{2\beta}$$

$$M.F. = \frac{2\beta}{1 - \beta^2} \cos \frac{\pi}{2\beta} \rightarrow \text{با قراردادن مستوی برابر صفر}$$

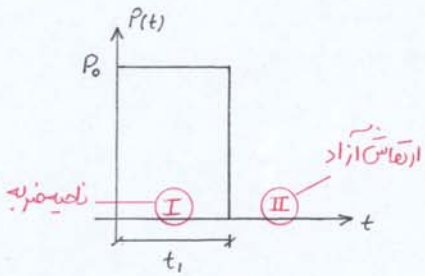
$$\Rightarrow (M.F.)_{\max} = \frac{\pi}{2} = 1.57$$

مثال: اگر $\beta = \frac{4}{3}$ باشد ضربه بزرگتری می خورد.

حالت دافعه-در ارتعاش آزاد $\beta = \frac{4}{3} > 1$

$$M.F. = \frac{2\beta}{1 - \beta^2} \cos \frac{\pi}{2\beta} = \frac{2 \times \frac{4}{3}}{1 - \frac{16}{9}} \cos \frac{3\pi}{8} = 1.312$$

ب. بار مستطیلی یا پالس step load



۰ ≤ t ≤ t₁ بار

$$P(t) = P_0 \rightarrow m\ddot{x} + Kx = P_0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_c = A \sin \omega_n t + B \cos \omega_n t \\ x_p = \frac{P_0}{K} \end{cases}$$

$$x(t) = A \sin \omega_n t + B \cos \omega_n t + \frac{P_0}{K}$$

$$\text{I.C. : } \begin{cases} x(0) = 0 \\ \dot{x}(0) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} B = -\frac{P_0}{K} \\ A = 0 \end{cases} \Rightarrow x(t) = -\frac{P_0}{K} \cos \omega_n t + \frac{P_0}{K}$$

$$x(t) = \frac{P_0}{K} (1 - \cos \omega_n t)$$

سرحد اولی سرن دایره : سری سیر شود ← $\dot{x}(t) = 0$

$$\dot{x}(t) = \frac{P_0}{K} (0 + \omega_n \sin \omega_n t) = 0 \Rightarrow \underbrace{\frac{P_0 \omega_n}{K}}_{\neq 0} \sin \omega_n t = 0$$

$$\Rightarrow \sin \omega_n t = 0 \rightarrow \omega_n t = \pi$$

$$\frac{2\pi}{T} t = \pi \rightarrow t = \frac{T}{2}$$

بار > ۱/۲ T : بار مستطیلی در ناحیه اولی اتفاق می افتد.

$$x_{\max} = \frac{P_0}{K} (1 - \cos \pi) = \frac{P_0}{K} (1 - (-1)) = \frac{2P_0}{K} \rightarrow (M.F.)_{\max} = 2, \omega_n t = \pi$$

بار < ۱/۲ T : بار مستطیلی در ناحیه اولی اتفاق می افتد.

$$x_{\max} = \frac{2P_0}{K} \sin\left(\frac{\omega_n t_1}{2}\right) \rightarrow M.F. = 2 \sin \frac{\omega_n t_1}{2} \rightarrow (M.F.)_{\max} = 2$$

بارگذاری ضربی نام تراوم
نکته: اگر نسبت $(\frac{t_1}{T})$ کم باشد شکل بارگذاری دایره مهم نیست و فقط مقدار بار وارده باید در نظر گرفته شود در این حالت دامنه ماکزیمم حداکثر در دامنه ارتعاش آزاد اتفاق می افتد.

t_1 : مدت زمان اعمال نیرو (ضربه)

T : پریود ارتعاش ساده

نکته: در این حالت بارگذاری به علت زمان خیلی کم انسان های الاستیک تحت تأثیر قرار نمی گیرند چون تغییر شکل ماضی بویک هستند.

بیک حداکثر در دامنه ارتعاش آزاد $\rightarrow$ ضربه تراوم کم $\rightarrow \frac{t_1}{T} < \frac{1}{4} = 0.25$
تقریباً $\frac{1}{4}$ در نظر می گیرند

$$\chi(t) = \frac{\dot{\chi}(t_1)}{\omega_n} \sin \omega_n \bar{t} + \underbrace{\chi(t_1)}_{=0} \cos \omega_n \bar{t} \quad ; \quad \bar{t} = t - t_1$$

$$\chi(t) = \frac{\dot{\chi}(t_1)}{\omega_n} \sin \omega_n \bar{t}$$

$$\Delta V = \frac{1}{m} \int_0^{t_1} F dt \quad * \text{ در دینامیک } \rightarrow \text{ سطح زیر نمودار}$$

$$\Delta \dot{\chi}(t) = \frac{1}{m} \int_0^{t_1} [P(t) - \underbrace{K(t)}_{=0}] dt$$

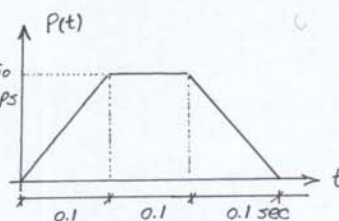
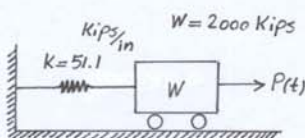
$$\dot{\chi}(t_1) - \dot{\chi}(0) = \frac{1}{m} \int_0^{t_1} P(t) dt$$

$$\dot{\chi}(t_1) = \frac{1}{m} \underbrace{\int_0^{t_1} P(t) dt}_{\text{سطح زیر منحنی بار}} \rightarrow \chi(t) = \frac{1}{m} \int_0^{t_1} P(t) dt \cdot \frac{1}{\omega_n} \sin \omega_n \bar{t}$$

$$\Rightarrow \chi(t) = \frac{1}{m \omega_n} \left(\int_0^t P(t) dt \right) \sin \omega_n \bar{t}$$

$$\chi_{max} = \frac{1}{m \omega_n} \int_0^{t_1} P(t) dt$$

مثال: در شکل زیر حالت تغییر شکل و دینامیک نیروی برشی را بدست آورید.



$$\begin{aligned} * g &= 9.81 \text{ m/s}^2 = 981 \text{ cm/s}^2 \\ &= 32.2 \text{ ft/s}^2 = 386.4 \text{ in/s}^2 \end{aligned}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega_n} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}} = 2\pi \sqrt{\frac{2000/386.4}{51.1}} \rightarrow T = 2.5 \text{ sec}$$

$$\omega_n = \frac{K}{m} = 3.14 \text{ Rad/sec} \quad t_1 = 0.3 \rightarrow \frac{t_1}{T} = \frac{0.3}{2} = 0.15 < 0.25 \text{ ضربه اول ترازم}$$

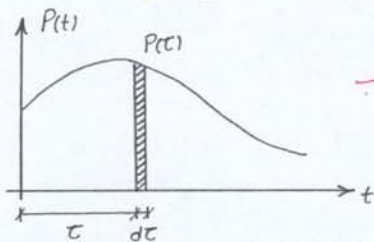
$$\Rightarrow \chi_{\max} = \frac{1}{m\omega_n} \int_0^{t_1} P(t) dt$$

$$\chi_{\max} = \frac{1}{\frac{2000}{386.4} \times 3.14} \left[\left(\frac{0.1+0.3}{2} \right) \times 50 \right] = 0.615 \text{ in}$$

مساحت ذوزنقه

$$V_{\max} = F_{S \max} = K \chi_{\max} = 51.1 \times 0.615 = 31.43 \text{ Kips}$$

تحليل دینامیکی سازه يك درجه آزادی تحت بار زلزلی (انگزال دو هامل، ديو هامل)



$dt < \frac{T}{10}$ دقت خوب

... با توجه به این که از تحلیل خطی استفاده می‌شود مجاز هستیم که معادله برای نواحی مختلف را درست آورده و از super position استفاده کنیم.

$$\chi(t) = \frac{1}{m\omega_n} \left(\int_0^{t_1} P(t) dt \right) \sin \omega_n \bar{t} : \bar{t} = t - t_1$$

$$d\chi(t) = \frac{1}{m\omega_n} P(\tau) d\tau \sin \omega_n (t - \tau) \quad \text{نوع مبرای}$$

$$\chi(t) = \int d\chi \rightarrow \chi(t) = \frac{1}{m\omega_n} \int_0^t P(\tau) \sin \omega_n (t - \tau) d\tau$$

حل عمومی انگزال ديو هامل توسط دو روش ذوزنقه و سیمپسون می‌باشد.

$$\sin \omega_n (t - \tau) = \sin \omega_n t \cos \omega_n \tau - \cos \omega_n t \sin \omega_n \tau$$

$$\chi(t) = \frac{1}{m\omega_n} \int_0^t P(\tau) \sin \omega_n t \cos \omega_n \tau d\tau -$$

$$\frac{1}{m\omega_n} \int_0^t P(\tau) \cos \omega_n t \sin \omega_n \tau d\tau$$

$$x(t) = \sin \omega_n t \underbrace{\frac{1}{m\omega_n} \int_0^t P(\tau) \cos \omega_n \tau d\tau}_{A(t)} - \cos \omega_n t \underbrace{\frac{1}{m\omega_n} \int_0^t P(\tau) \sin \omega_n \tau d\tau}_{B(t)}$$

$$x(t) = \frac{1}{m\omega_n} (A(t) \sin \omega_n t - B(t) \cos \omega_n t)$$

پایه محاسبه $A(t)$ و $B(t)$ از روش سیمپسون یا ذوزنقه استفاده می کرد.

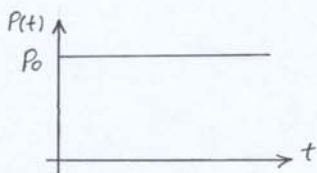
$$A(t) = \int_0^t P(\tau) \cos \omega_n \tau d\tau = \int_0^t I(\tau) d\tau$$

$$A(t) = \Delta \tau \cdot \frac{1}{2} (I_0 + 2I_1 + 2I_2 + \dots + 2I_{n-1} + I_n) \quad \text{روش ذوزنقه}$$

$$A(t) = \Delta \tau \cdot \frac{1}{3} (I_0 + 4I_1 + 2I_2 + 4I_3 + \dots + I_n) \quad \text{روش سیمپسون (نابریج باشد) روش سیمپسون}$$

از شرط اول و دوم استفاده می کنیم: $x(t) = \frac{\dot{x}(t)}{\omega_n} \sin \omega_n t + x(t) \cos \omega_n t + \frac{1}{\omega_n m} \int_0^t P(\tau) d\tau \sin \omega_n t$

$$\Rightarrow x(t) = \frac{\dot{x}_0}{\omega_n} \sin \omega_n t + x_0 \cos \omega_n t + \frac{1}{m\omega_n} \int_0^t P(\tau) \sin \omega_n (t-\tau) d\tau$$



ج. بار ثابت

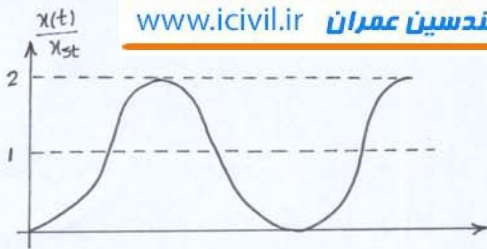
از شرط اول و دوم استفاده می کنیم: $x_0 = 0$
 $\dot{x}_0 = 0$

$$x(t) = \frac{\dot{x}_0}{\omega_n} \sin \omega_n t + x_0 \cos \omega_n t + \frac{1}{m\omega_n} \int_0^t P(\tau) \sin \omega_n (t-\tau) d\tau$$

$$x(t) = \frac{1}{m\omega_n} \int_0^t P_0 \sin \omega_n (t-\tau) d\tau = \frac{P_0}{m\omega_n} \int_0^t \sin \omega_n (t-\tau) d\tau$$

$$= \frac{P_0}{m\omega_n^2} [\cos \omega_n (t-\tau)]_0^t$$

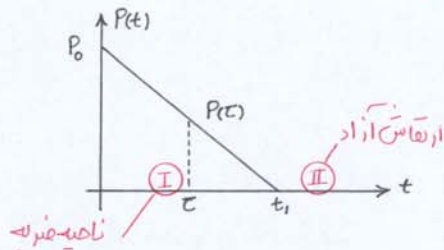
$$\Rightarrow x(t) = \frac{P_0}{m\omega_n^2} (\cos 0 - \cos \omega_n t) \rightarrow x(t) = \frac{P_0}{K} (1 - \cos \omega_n t)$$



د- بارشانی

$$P(\tau) = P_0 \left(1 - \frac{\tau}{t_1}\right)$$

شرایط اولی: $x_0 = 0$
 $\dot{x}_0 = 0$



حالت ضرب: $t < t_1$

$$x(t) = \frac{\dot{x}_0}{\omega_n} \sin \omega_n t + x_0 \cos \omega_n t + \frac{1}{m\omega_n} \int_0^t P(\tau) \sin \omega_n (t-\tau) d\tau$$

$$\Rightarrow x(t) = \frac{1}{m\omega_n} \int_0^t P_0 \left(1 - \frac{\tau}{t_1}\right) \sin \omega_n (t-\tau) d\tau$$

$$\Rightarrow x(t) = \frac{P_0}{K} (1 - \cos \omega_n t) - \frac{P_0}{K t_1} \left(\frac{\sin \omega_n t}{\omega_n} - t \right)$$

$$M.F. = 1 - \cos \omega_n t + \frac{\sin \omega_n t}{\omega_n t} - \frac{t}{t_1} = 1 - \cos \frac{2\pi t}{T} + \frac{\sin \frac{2\pi t}{T}}{\frac{2\pi t}{T}} - \frac{t}{t_1}$$

حالت ارتعاش آزاد: $t > t_1$

$$x(t_1) = \frac{P_0}{K} (1 - \cos \omega_n t_1) + \frac{P_0}{K t_1} \left(\frac{\sin \omega_n t_1}{\omega_n} - t_1 \right)$$

$$= \frac{P_0}{K} \left(1 - \cos \omega_n t_1 + \frac{\sin \omega_n t_1}{\omega_n t_1} - \frac{t_1}{t_1} \right)$$

$$\Rightarrow x(t_1) = \frac{P_0}{K} \left(\frac{\sin \omega_n t_1}{\omega_n t_1} - \cos \omega_n t_1 \right)$$

$$\dot{x}(t) = \frac{P_0}{K} (\omega_n \sin \omega_n t) + \frac{P_0}{K t_1} (\cos \omega_n t - 1)$$

$$\Rightarrow \dot{x}(t_1) = \frac{P_0}{K} \left(\omega_n \sin \omega_n t_1 + \frac{\cos \omega_n t_1}{t_1} - \frac{1}{t_1} \right)$$

$$x(t) = \frac{\tilde{x}(t_1)}{\omega_n} \sin \omega_n \bar{t} + x_0 \cos \omega_n \bar{t} \quad ; \quad \bar{t} = t - t_1$$

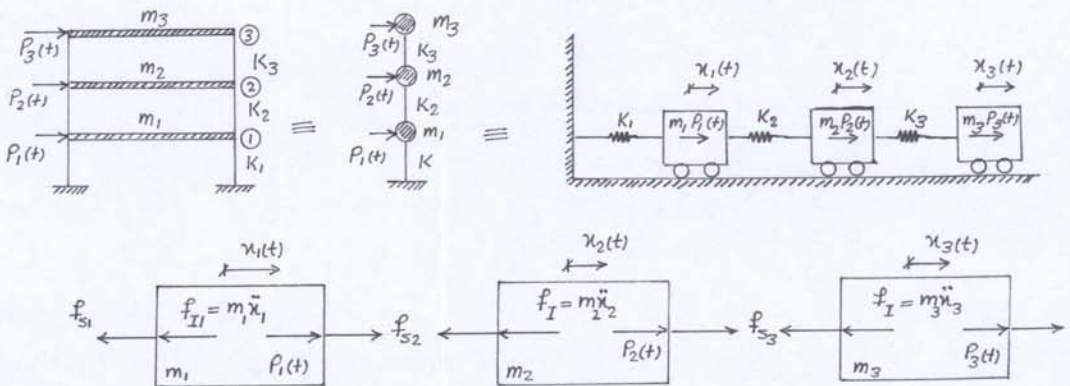
$$x(t) = \frac{P_0}{K \omega_n t_1} \left\{ \sin \omega_n t - \sin \omega_n (t - t_1) \right\} - \frac{P_0}{K} \cos \omega_n t$$

- اگر در سیستم میرایی وجود داشته باشد:

$$x(t) = \frac{1}{m \omega_d} \int_0^t P(\tau) e^{-\xi \omega_n (t-\tau)} \sin \omega_d (t-\tau) d\tau$$

سیستم‌های غیر خطی (MDOF)

- روش ساده در سازه‌های مالتی درجه‌ای:



$$\begin{cases} f_{s1} + m_1 \ddot{x}_1 - f_{s2} - P_1(t) = 0 \\ f_{s2} + m_2 \ddot{x}_2 - f_{s3} - P_2(t) = 0 \\ f_{s3} + m_3 \ddot{x}_3 - P_3(t) = 0 \end{cases} \quad ; \quad \begin{cases} f_{s1} = K_1 x_1 \\ f_{s2} = K_2 (x_2 - x_1) \\ f_{s3} = K_3 (x_3 - x_2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 + (K_1 + K_2) x_1 - K_2 x_2 = P_1(t) \\ m_2 \ddot{x}_2 + (K_2 + K_3) x_2 - K_2 x_1 - K_3 x_3 = P_2(t) \\ m_3 \ddot{x}_3 - K_3 x_2 + K_3 x_3 = P_3(t) \end{cases}$$

$$\text{معادلات:} \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{x}_3 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_1 + K_2 & -K_2 & 0 \\ -K_2 & K_2 + K_3 & -K_3 \\ 0 & -K_3 & K_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_1(t) \\ P_2(t) \\ P_3(t) \end{Bmatrix}$$

حالت بدون میرایی : $[M]\{\ddot{x}\} + [K]\{x\} = \{P(t)\}$

حالت با میرایی : $[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = \{P(t)\}$

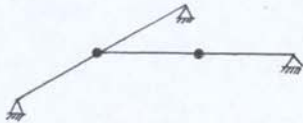
ارتعاش آزاد و سیستم چند درجه آزادی بدون میرایی

زاویه دوران دامنه
 $[M]\{\ddot{x}\} + [K]\{x\} = \{0\} \rightarrow x = \hat{x} \sin(\omega_n t + \theta)$
 $\dot{x} = \hat{x} \omega_n \cos(\omega_n t + \theta)$
 $\ddot{x} = -\hat{x} \omega_n^2 \sin(\omega_n t + \theta)$

$\Rightarrow \ddot{x} = -\hat{x} \omega_n^2 \sin(\omega_n t + \theta) = -\omega_n^2 x$
 $-M \hat{x} \omega_n^2 \sin(\omega_n t + \theta) + K \hat{x} \sin(\omega_n t + \theta) = 0$
 $\Rightarrow (K - \omega_n^2 M) \hat{x} \sin(\omega_n t + \theta) = 0$

درمیان $\neq 0$
 $\omega_n^2 M - K = 0 \Rightarrow \omega_n = \sqrt{K/M}$ معادله n مجهول
 : شرط جواب داشتن معادله

نحوه معادله ماتریس جرم و سختی
 ۱- جرم را در نقاطی باید متمرکز کنیم که حساس بوده و تغییر شکل داشته باشند. مثل و سه تیر ها و وصل اتصال تیر ها به یکدیگر.



۲- در هر درجه آزادی می توان معادلات تعادل را نوشت.

۳- تعریف درایه های ماتریس به صورت زیر می باشند :

K_{ij} : نیروی الاستیک ایجاد شده در درجه آزادی i بر اثر تغییر مکان واحد اعمال شده در درجه آزادی j ،
 m_{ij} : جرم (نیروی اینرسی) ایجاد شده در درجه آزادی i بر اثر شتاب واحد اعمال شده در درجه آزادی j ،
 c_{ij} : میرایی ایجاد شده در درجه آزادی i بر اثر سرعت واحد اعمال شده در درجه آزادی j .

$c_{ij} = c_{ji}$

$K_{ij} = K_{ji}$

$m_{ij} = m_{ji}$

۴- با توجه به قانون تپی مالتسول داریم :

$\ddot{u}_i, \ddot{u}_j, \ddot{u}_k > 0$

نکته: ماتریس جرم، سختی و میرایی ماتریس‌های مربعی معمار هستند. به اولاً درایه‌های روی قطر اصلی آنها مثبت است، ثانیاً نسبت به قطر اصلی معمار است، ثالثاً درمیان ضرایب آنها صفاً مثبت است.

۵- اگر درمیان ماتریس سختی منفی باشد، اصلاً لغاتی شود که سازه ناپایدار (un stable) می‌باشد.

۶- میرایی بیشتر در سازه‌های با درجه آزادی کم (سازه‌های کوتاه‌تر) اثر دارد و در سازه‌های بلند معمولاً در همان چند طبقه اول مؤثر بوده و جذب انرژی می‌کند.

۷- اگر دیاگرام طلب باشد در سازه‌های دوبعدی در هر طبقه یک درجه آزادی انتقالی و برای سازه‌های سه بعدی در هر طبقه سه درجه آزادی (۲ انتقالی و ۱ دورانی) در نظر می‌گیریم.
همچنین اگر دیاگرام طلب باشد ماتریس جرم قطری بوده و مد برشی که مربوط به انتقال می‌افتد.
* دیوار برشی رفتارشی صفاً است و قاب صفاً رفتارشی دارد.

۸- ماتریس جرم سازه‌هایی که جرم متمرکز دارند، ماتریس قطری می‌باشند.

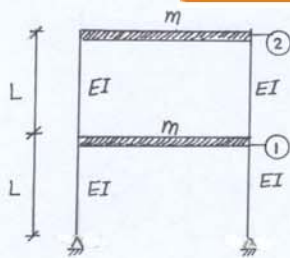
۹- در نهایت به عنوان مثال برای یک سازه درجه آزادی خواهیم داشت:

$$\begin{cases} f_{S1} = K_{11} x_1 + K_{12} x_2 + K_{13} x_3 \\ f_{S2} = K_{21} x_1 + K_{22} x_2 + K_{23} x_3 \\ f_{S3} = K_{31} x_1 + K_{32} x_2 + K_{33} x_3 \end{cases} \Rightarrow \begin{Bmatrix} f_{S1} \\ f_{S2} \\ f_{S3} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_S \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{Bmatrix} f_S \end{Bmatrix} = [K] \begin{Bmatrix} x \end{Bmatrix} \rightarrow \det |K| > 0$$

$$\begin{cases} f_{I1} = m_{11} \ddot{x}_1 + m_{12} \ddot{x}_2 + m_{13} \ddot{x}_3 \\ f_{I2} = m_{21} \ddot{x}_1 + m_{22} \ddot{x}_2 + m_{23} \ddot{x}_3 \\ f_{I3} = m_{31} \ddot{x}_1 + m_{32} \ddot{x}_2 + m_{33} \ddot{x}_3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{Bmatrix} f_{I1} \\ f_{I2} \\ f_{I3} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{x}_3 \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{Bmatrix} f_I \end{Bmatrix} = [M] \begin{Bmatrix} \ddot{x} \end{Bmatrix} \Rightarrow \det |M| > 0$$

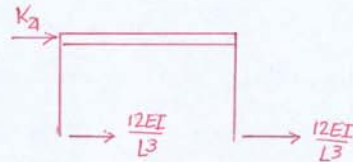
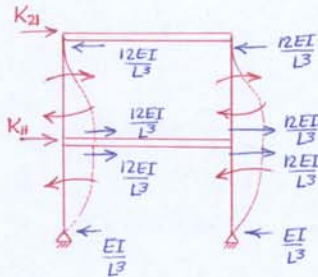


مثال: ماتریس جرم و سختی سازه زیر را بدست آورید:

- فرض می‌شود سقف صلب است، هر بار یک درجه آزادی را بازمی‌نشم و سختی همان درجه و درجه دیگر را بدست می‌آوریم.

الف - محاسبه ماتریس سختی

الف-۱ - بار کردن درجه آزادی ①

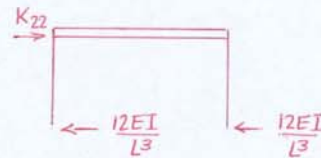
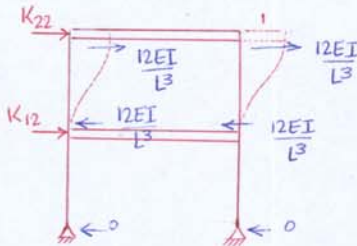


$$\sum F_x = 0 \Rightarrow K_{21} + 2 \frac{12EI}{L^3} = 0 \Rightarrow K_{21} = -\frac{24EI}{L^3}$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow K_{11} + K_{21} - 2 \frac{EI}{L^3} = 0$$

$$\Rightarrow K_{11} = \frac{30EI}{L^3}$$

الف-۲ - بار کردن درجه آزادی ②



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow K_{22} - 2 \frac{12EI}{L^3} = 0 \Rightarrow K_{22} = \frac{24EI}{L^3}$$

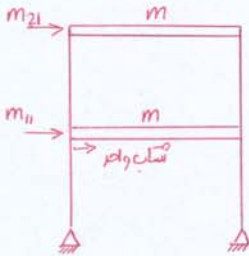
$$\sum F_x = 0 \Rightarrow K_{22} + K_{12} = 0$$

$$\Rightarrow K_{12} = -\frac{24EI}{L^3}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{30EI}{L^3} & -\frac{24EI}{L^3} \\ -\frac{24EI}{L^3} & \frac{24EI}{L^3} \end{bmatrix} = \frac{64EI}{L^3} \begin{bmatrix} 5 & -4 \\ -4 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow \det(K) = (5 \times 4) - (4 \times 4) = 4 > 0 \quad OK \checkmark$$

ب- محاسبه ماتریس جرم

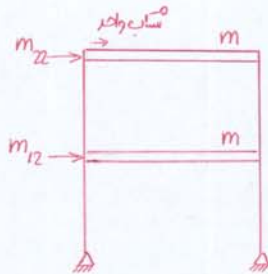
ب- ۱- باز کردن درجه آزادی ①



$m_{21} = 0 \rightarrow$ چون جرم آن با نسبت واحدها اعمال شده حالت نمی‌لنزد.

$$m_{11} = m$$

ب- ۲- باز کردن درجه آزادی ②



$$m_{22} = m$$

$m_{12} = 0 \rightarrow$ چون جرم آن با نسبت واحدها اعمال شده حالت نمی‌لنزد.

$$M = \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} = m \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \det(M) = m^2 > 0 \quad OK \checkmark$$

$$x(t) = \frac{1}{m\omega_d} \int_0^t P(\tau) e^{-\xi\omega_n(t-\tau)} \sin \omega_d(t-\tau) d\tau$$

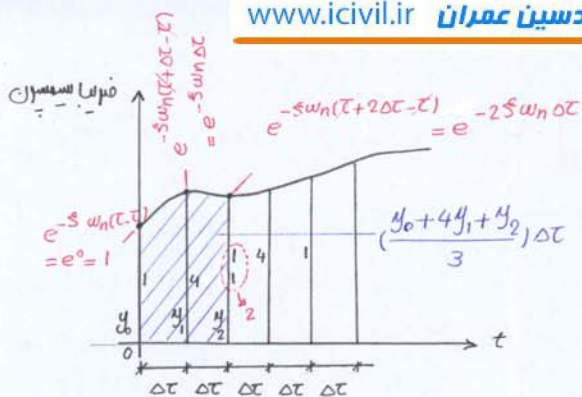
$$= A(t) \sin \omega_d t - B(t) \cos \omega_d t$$

$$A(t) = \frac{1}{\omega_d m} \int_0^t P(\tau) e^{-\xi\omega_n(t-\tau)} \cos \omega_d \tau d\tau$$

$$B(t) = \frac{1}{m\omega_d} \int_0^t P(\tau) e^{-\xi\omega_n(t-\tau)} \sin \omega_d \tau d\tau$$

$$A(t) = \frac{1}{m\omega_d} \times \frac{\Delta \tau}{3} (I_0 + 4I_1 + 2I_2 + \dots + 4I_{n-1} + I_n)$$

قریب

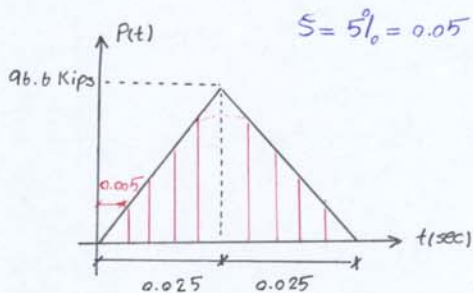
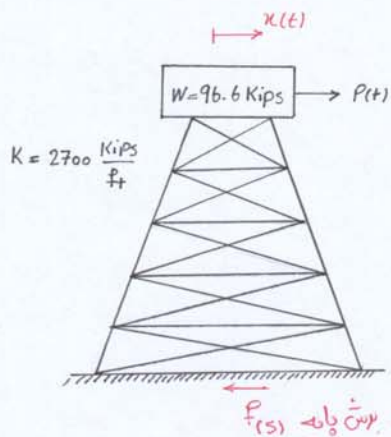


$$y_0 = 1 \times 1 = 1$$

$$y_1 = 4e^{-\xi\omega_n\Delta t}$$

$$y_2 = e^{-2\xi\omega_n\Delta t}$$

مثال: پاسخ دینامیکی یک آب زیر رادرمقابل بار انفجاری شکل زیربا استفاده از روش اشتغال دو حال واز قاعده سیغسون محاسبه کنید.



$$\omega_n = \sqrt{\frac{K}{m}} = \sqrt{\frac{2700}{96.6/32.2}} = 30 \text{ Rad/s}$$

$$\rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega_n} = 0.209 \text{ sec}$$

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2} = 30 \sqrt{1 - 0.05^2} = 29.97 \approx 30 \text{ Rad}$$

$$\Delta t = \frac{T}{10} = \frac{0.05}{10} = 0.005 \text{ sec}$$

$$\omega_n \Delta t = 30 \times 0.005 = 0.15 \text{ Rad} = 8.59^\circ$$

$$\int_0^t I(\tau) d\tau = \Delta t \times \frac{1}{3} (I_0 + 4I_1 + 2I_2 + \dots + I_n)$$

$n=10 \rightarrow$ 89.9

$$G = \frac{\Delta t}{3m\omega_d} = \frac{0.005}{3 \times \frac{96.6}{32.2} \times 30} = 1.852 \times 10^{-5}$$

$$y_0 = 1$$

$$y_1 = 4e^{-5\omega_n \Delta\tau} = 4e^{-0.05 \times 0.15} = 3.97$$

$$y_2 = e^{-25\omega_n \Delta\tau} = e^{-2 \times 0.05 \times 0.15} = 0.985$$

$\tau(\text{sec})$	$P(\tau)$ Kips	$\sin \omega \tau$	$\cos \omega \tau$	$\frac{2}{x}$ (4)	ضرب سیگنل y	$A(t)$	$\frac{2}{x}$ (3)	ضرب سیگنل y	$B(t)$	$\frac{7}{x}$ (3)	$\frac{10}{x}$ (4)	$\frac{11}{x}$ (12)	$\frac{11}{x}$ (13)	$\frac{11}{x}$ (14)	$\frac{11}{x}$ (15)
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)	(15)	
0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	
0.005	19.32	0.149	0.989	19.11	3.97		2.88	3.97							
0.010	38.64	0.296	0.955	36.90	0.985	112.21*	11.44	0.985	22.70	33.21**	21.68	11.53	2.14×10^{-4}	0.58	
0.015	57.96	0.435	0.900	52.16	3.97		25.21	3.97							
0.020	77.28	0.565	0.825	63.76	0.985	418.99	43.66	0.985	177.23	236.73	146.21	90.52	1.68×10^{-3}	4.54	
0.025	96.60	0.682	0.732	70.71	3.97		65.88	3.97							
0.030	77.28	0.783	0.622	48.07	0.985	810.82	60.51	0.985	542.04	634.87	337.15	297.72	5.51×10^{-3}	14.88	
0.035	57.96	0.867	0.498	28.86	3.97		50.25	3.97							
0.040	38.64	0.932	0.362	13.99	0.985	487.24	36.01	0.985	837.51	920.11	303.18	616.93	0.0114	30.78	
0.045	19.32	0.976	0.219	4.23	3.97		18.86	3.97							
0.050	0	0.997	0.071	0	0.985	1018.02	0	0.985	948.39	114.97	67.34	947.63	0.0176	47.52	

$$* \quad 0 \times 1 + 19.11 \times 3.97 + 36.90 \times 0.985 = 112.21$$

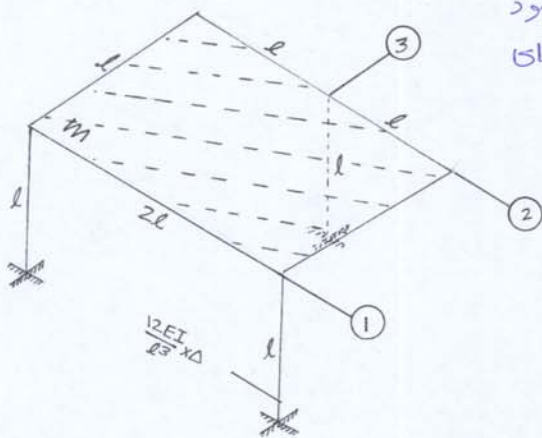
$$112.21 + 36.90 \times 1 + 52.16 \times 3.97 + 63.76 \times 0.985 = 418.99$$

$$** \quad 112.21 \times 0.296 = 33.21$$

در محاسبه دوز تقویت از ضرب یک در ابتدا استفاده می‌کنیم.

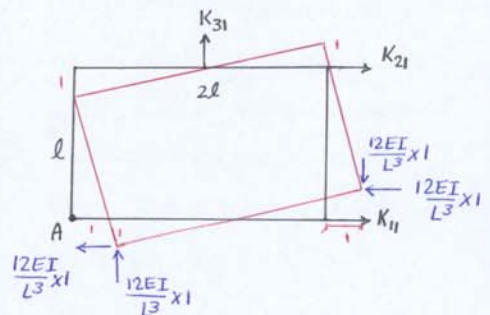
به علت میرا بودن ضرب استی اول یک و استی آخر ۰.۹۸۵ می‌باشد، در استی دوم بار دیگر استی آن ۰.۹۸۵ می‌باشد.

مثال: اگر از پیش سن‌ها صرف نظر در و صلبی‌های سن‌ها در هر دو صلبی EXI باشد. ماتریس صلبی و جرم سازه زیر را بدست آوریم.



نکته: درجه آزادی ریلی به جای ستون ندارد و معمولاً سه راستای طوری در نظر گرفته می شود که اگر هر درجه را بازنکردیم سازه در راستای دو درجه دیگر جابجایی نداشته باشد یا به عبارت دیگر نیروی ایجاد شده در راستای دیگر کاری انجام ندهد.

الف-۱- بازنکردن درجه آزادی ①



$$\sum F_y = 0 \quad : \quad K_{31} + \frac{12EI}{L^3} \times l - \frac{12EI}{L^3} \times l = 0$$

$$\rightarrow K_{31} = 0$$

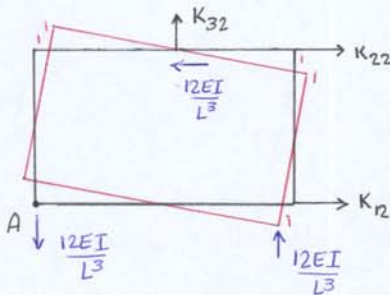
$$\sum M_A = 0 \quad : \quad K_{21} \times L + \frac{12EI}{L^3} \times 2L = 0$$

$$\rightarrow K_{21} = -\frac{24EI}{L^3}$$

$$\sum F_x = 0 \quad : \quad K_{11} + K_{21} - \frac{12EI}{L^3} - \frac{12EI}{L^3} = 0$$

$$\rightarrow K_{11} = \frac{48EI}{L^3} > 0$$

الف-۲- بازنکردن درجه آزادی ②



$$\sum F_y = 0 \quad : \quad K_{32} + \frac{12EI}{L^3} - \frac{12EI}{L^3} = 0$$

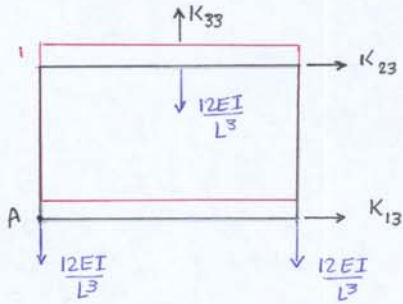
$$\rightarrow K_{32} = 0$$

$$\sum M_A = 0 \quad : \quad K_{22} \times L - \frac{12EI}{L^3} \times L - \frac{12EI}{L^3} \times 2L = 0$$

$$\rightarrow K_{22} = \frac{36EI}{L^3} > 0$$

$$\sum F_x = 0 \quad : \quad K_{12} + K_{22} - \frac{12EI}{L^3} = 0 \quad \rightarrow \quad K_{12} = -\frac{24EI}{L^3}$$

الف-۳- بار کردن درجه آزادی ③



$$\sum F_y = 0 : K_{33} - 3 \times \frac{12EI}{L^3} = 0$$

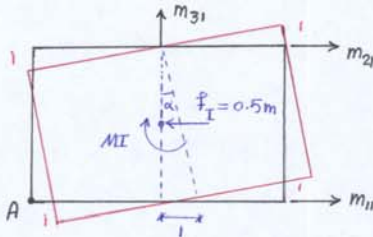
$$\rightarrow K_{33} = \frac{36EI}{L^3}$$

$$\sum M_A = 0 : K_{23} \times L + \frac{12EI}{L^3} \times L + \frac{12EI}{L^3} \times 2L - K_{32} \times L = 0$$

$$\rightarrow K_{23} = 0$$

$$\sum F_x = 0 : K_{13} + K_{23} = 0 \rightarrow K_{13} = 0$$

$$K = \frac{12EI}{L^3} \begin{bmatrix} 4 & -2 & 0 \\ -2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \rightarrow \det(K) = \frac{12EI}{L^3} \times 24 > 0$$



ب-۱- بار کردن درجه آزادی ①

$$\alpha = \frac{1}{L} \times \text{مسافت افقی} = \frac{1}{L}$$

$$f_I = 0.5m$$

$$M_I = \frac{1}{12} m(a^2 + b^2) \alpha = \frac{1}{12} m(l^2 + 4l^2) \times \frac{1}{L} = \frac{5}{12} ml$$

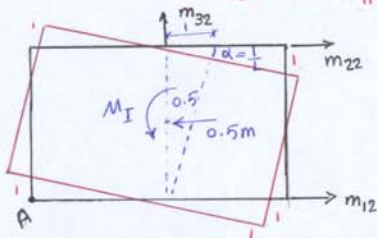
$$\sum F_y = 0 : m_{13} = 0$$

$$\sum M_A = 0 : m_{21} \times L - 0.5m \times \frac{L}{2} + \frac{5}{12} mL = 0$$

$$\rightarrow m_{21} = -\frac{m}{6}$$

$$\sum F_x = 0 : m_{11} + m_{21} - 0.5m = 0$$

$$\rightarrow m_{11} = \frac{2}{3} m > 0$$



ب-۲- بار کردن درجه آزادی ②

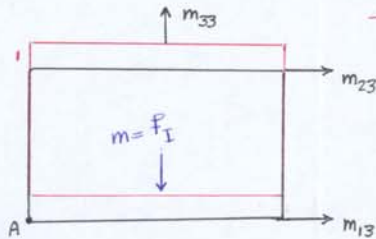
$$\sum F_y = 0 \quad ; \quad m_{32} = 0$$

$$\sum M_A = 0 \quad ; \quad m_{22} \times L - 0.5m \times \frac{L}{2} - \frac{5}{12} mL = 0$$

$$\rightarrow m_{22} = \frac{2}{3} m > 0$$

$$\sum F_x = 0 \quad ; \quad m_{12} + m_{22} - 0.5m = 0$$

$$\rightarrow m_{12} = -\frac{m}{6}$$



ب-۳- لاژ بردن درجه آزادی ③

$$\sum F_y = 0 \quad ; \quad m_{33} = m > 0$$

$$\sum M_A = 0 \quad ; \quad m_{23} \times L + m \times L - m_{33} \times L = 0$$

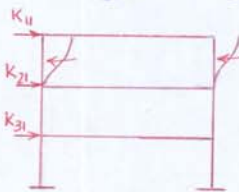
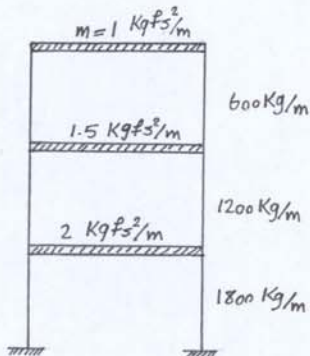
$$\rightarrow m_{23} = 0$$

$$\sum F_x = 0 \quad ; \quad m_{13} + m_{23} = 0 \rightarrow m_{13} = 0$$

$$M = m \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{1}{6} & 0 \\ -\frac{1}{6} & \frac{2}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\det(M) = m \times \frac{15}{36} > 0$$

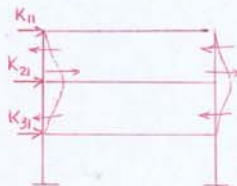
مثال: فرکانسها و مدهای ارتعاشی سازه زیر را بدست آورید:



$$K_{11} = 600$$

$$K_{21} = -600$$

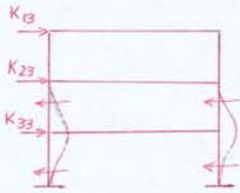
$$K_{31} = 0$$



$$K_{12} = -600$$

$$K_{22} = 1800$$

$$K_{32} = -1200$$



$$K_{13} = 0$$

$$K_{23} = -1200$$

$$K_{32} = 3000$$

$$K = 600 \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} \quad \det(K) = 3600 > 0$$

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1.5 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad \det(M) = 3 > 0$$

$$|K - \omega_n^2 M| = 0 \Rightarrow 600 \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & -2 \\ 0 & -2 & 5 \end{vmatrix} - \omega_n^2 \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1.5 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow |K| - \frac{\omega_n^2}{600} |M| = 0 \quad ; \quad \frac{\omega_n^2}{600} = \lambda$$

$$\begin{vmatrix} 1-\lambda & -1 & 0 \\ -1 & 3-1.5\lambda & -2 \\ 0 & -2 & 5-2\lambda \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow (1-\lambda)(3-1.5\lambda)(5-2\lambda) - 4(1-\lambda) - (5-2\lambda) = 0$$

$$\Rightarrow \lambda \text{ values are } \begin{cases} \lambda_1 = 0.351 \\ \lambda_2 = 1.610 \\ \lambda_3 = 3.540 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \omega_1 = 14.5 \text{ Rad/s} \\ \omega_2 = 31.1 \text{ Rad/s} \\ \omega_3 = 46.1 \text{ Rad/s} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T_1 = 0.43 \text{ sec} \\ T_2 = 0.20 \text{ sec} \\ T_3 = 0.14 \text{ sec} \end{cases}$$

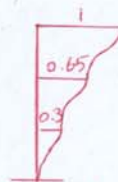
$$\lambda = 0.351 \rightarrow \begin{bmatrix} 1-0.351 & -1 & 0 \\ -1 & 3-1.5 \times 0.351 & -2 \\ 0 & -2 & 5-2 \times 0.351 \end{bmatrix} \hat{\lambda} = \begin{bmatrix} - \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \rightarrow \Phi_{11} = 1$$

$$\begin{bmatrix} \Phi_{11} \\ \Phi_{21} \\ \Phi_{31} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\Phi_{11} = 1$$

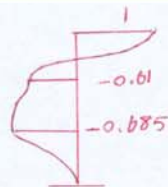
$$\Phi_{21} = 0.65 \Rightarrow \Phi_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.65 \\ 0.3 \end{bmatrix}$$

$$\Phi_{31} = 0.3$$



$$\omega_1 = 14.5 \text{ Rad/s} \quad T = 0.43 \text{ sec}$$

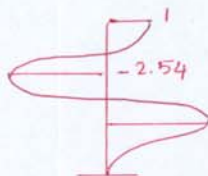
$$\lambda_2 = 1.62 \rightarrow \Phi_2 = \begin{Bmatrix} -0.610 \\ -0.685 \end{Bmatrix}$$



مرسلة دوم

$$T = 0.25 \text{ sec}$$

$$\lambda_3 = 3.54 \rightarrow \Phi_3 = \begin{Bmatrix} 1 \\ -2.54 \\ 2.44 \end{Bmatrix}$$



مرسلة سوم

$$T = 0.14 \text{ sec}$$

ناتده در مدل چون تمام طبقات رو به يك طرف حركت مي كنند زمان رفت و برگشت يابريود پيتر بوده و پيترين جذب انرژي در اين مدل انجام مي شود و اصلا حاكفاتي مي شود كه مدل اول ، مر غالب مي باشد.

فرميات آناليز ديناميكي چندرجه آزادي

- ۱- در اين آناليز جرم به صورت متركز در نظر گرفته مي شود.
- ۲- ستون ها فقط در جهت افقي حركت مي كنند ولي در جهت قائم ثابت فرفن مي شود. (از تغير شكل محوري ستون ها صرف نظر مي گردد)
- ۳- لف طبقات به صورت صلب فرفن مي شود.
- ۴- تيرها نسبت به ستون ها صلب در نظر گرفته مي شود.

قانون بجا - ماسچول

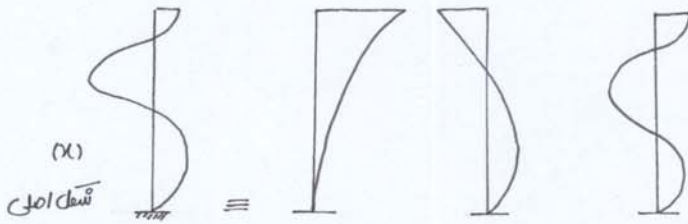
$$\Phi K = \omega^2 M \Phi$$

$$\rightarrow \Phi_m^T \omega_n^2 M \Phi_n = \omega_m^2 \Phi_m^T M \Phi_n$$

$$\underbrace{(\omega_n^2 - \omega_m^2)}_{\neq 0} \Phi_m^T M \Phi_n = 0 \rightarrow \Phi_m^T M \Phi_n = 0$$

$$\begin{cases} \Phi_m^T K \Phi_n = 0 \\ \Phi_m^T C \Phi_n = 0 \end{cases}$$

تحلیل چند درجه آزادی



مصفیات نرمال $\rightarrow x(t) = \Phi y \rightarrow$ در ساده اولی $x(t) = \phi_1 y_1 + \phi_2 y_2 + \phi_3 y_3$
 ماتریس نرمال $\rightarrow$ مصفیات اولی $\rightarrow$ (مورد بعد)

$$\begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_1 & \phi_2 & \dots & \phi_n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{aligned} x &= \Phi y \\ \dot{x} &= \Phi \dot{y} \\ \ddot{x} &= \Phi \ddot{y} \end{aligned}$$

$\downarrow$ $\left\{ \begin{matrix} \phi_{11} \\ \phi_{21} \\ \vdots \\ \phi_{n1} \end{matrix} \right\}$ $\downarrow$ $\left\{ \begin{matrix} \phi_{1n} \\ \phi_{2n} \\ \vdots \\ \phi_{nn} \end{matrix} \right\}$

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = P(t) \rightarrow M\Phi\ddot{y} + C\Phi\dot{y} + K\Phi y = P(t)$$

ماتریس نرمال Φ_n^T و Φ_n

$$\underbrace{(\Phi_n^T M \Phi)}_{M_n} \ddot{y} + \underbrace{(\Phi_n^T C \Phi)}_{C_n} \dot{y} + \underbrace{(\Phi_n^T K \Phi)}_{K_n} y = \underbrace{\Phi_n^T P(t)}_{P_n(t)}$$

تاریخچه تاریخی زمانی (Time history)

ماتریس جرم $M_n = \Phi_n^T M \Phi_n$: جرم تقسیم یافته معادلات سیستم یک درجه آزادی

ماتریس ضریب تخمین $C_n = \Phi_n^T C \Phi_n$: ضریب تخمین تقسیم یافته معادلات سیستم یک درجه آزادی

ماتریس سفتی $K_n = \Phi_n^T K \Phi_n$: سفتی تقسیم یافته معادلات سیستم یک درجه آزادی

ماتریس بار $P_n(t) = \Phi_n^T P(t)$: بار تقسیم یافته معادلات سیستم یک درجه آزادی

لستر جواب $\omega_n = \sqrt{\frac{K_n}{M_n}}$

$$C_n = 2 \xi_n M_n \omega_n$$

$$M_n \ddot{y}_n + C_n \dot{y}_n + K_n y_n = P_n(t) \rightarrow \ddot{y}_n + 2 \xi_n \omega_n \dot{y}_n + \omega_n^2 y_n = \frac{P_n(t)}{M_n}$$

آنالیز سب‌دینامیکی (طیفی) Spectral

استاتیکی $\leftarrow 100\%$ طیف طرغ استاندارد $\leftarrow 90\%$ طیف سافقاه $\leftarrow 80\%$

تعریف طیف طرغ: تغییرات حرارت هر پارامتر در مقابل پیرود یا فرکانس را طیف طرغ آن پارامتر می‌نامند به عبارت دیگر نقاط طرغ هئیی مقادیر حرارت آن پارامتر در آن پیرود یا فرکانس می‌باشند.

الف- آنالیز طیفی سازه یک درجه آزادی

$$x(t) = \frac{1}{m \omega_n} \int_0^t P(\tau) \sin \omega_n (t - \tau) d\tau$$

$$\left. \begin{aligned} &= \frac{1}{m \omega_n} \int_0^t \underbrace{m \ddot{x}_g}_{F(t)} \underbrace{\sin \omega_n (t - \tau)}_{\frac{d}{dt}} d\tau \\ &mv = \int_0^t F(t) dt \rightarrow v = \frac{1}{m} \int_0^t F(t) dt \end{aligned} \right\} \Rightarrow x(t) = \frac{1}{\omega_n} \underbrace{\frac{1}{m} \int_0^t F(t) dt}_{\text{سرعت } v(t)}$$

$$\Rightarrow x(t) = \frac{1}{\omega_n} v(t)$$

$$\Rightarrow x_{\max} = \frac{1}{\omega_n} v_{\max}(t) \rightarrow x_{\max} = \frac{1}{\omega_n} S_v(\xi, T)$$

S_v : طیف سرعت (سرعت طیفی)

$$x_{\max} = \frac{1}{\omega_n} S_v(\xi, T) = S_d(\xi, T)$$

S_d : طیف تغییر مکان (تغیر مکان طیفی)

$$* S_v = \omega_n S_d$$

$$F_s = K_n = K \Phi \left\{ \frac{L_n}{M_n \omega_n} \right\} V_n(t) = M \Phi \Omega^2$$

$$\Omega^2 = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & \omega_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & \omega_n^2 \end{bmatrix}$$

$$F_{Sn} = M \Phi_n \frac{L_n}{M_n} \omega_n V_n(t)$$

$$x_{n \max} = \Phi_n \frac{L_n}{M_n \omega_n} S_{vn}$$

$$y_{n \max} = \frac{L_n}{M_n \omega_n} S_{vn}$$

$$F_{Sn \max} = M \Phi_n \frac{L_n}{M_n} \omega_n S_{vn}$$

محاسبه بردش باید

$$V_n = [1] F_{Sn} = \begin{bmatrix} 1 & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_{S1} \\ F_{S2} \\ \vdots \\ F_{Sn} \end{Bmatrix}$$

$$V_{n \max} = [1] M \Phi_n \frac{L_n}{M_n} \omega_n S_{vn} \rightarrow V_{n \max} = \frac{L_n^2}{M_n} \omega_n S_{vn}$$

روشن محاسبه ماتریس میرایی

الف- روشن محاسبه میرایی معادل در هر مد

$$C_n = 2 S_n M_n \omega_n$$

ب- روشن ماتریسی (به صورت ترکیبی از ماتریس M و C)

$$[C] = \alpha [M] + \beta [K]$$

در هر مد α در هر مد β در هر مد

$$\begin{Bmatrix} \alpha \\ \beta \end{Bmatrix} = 2 \begin{bmatrix} \omega_j & -\omega_i \\ -\frac{1}{\omega_j} & \frac{1}{\omega_i} \end{bmatrix} \frac{\omega_j \omega_i}{\omega_j^2 - \omega_i^2} \begin{Bmatrix} S_i \\ S_j \end{Bmatrix}$$

بهتر است که ω_i و ω_j به ترتیب مد اول و دوم در نظر گرفته شوند و در ضمن این دو مد باید دو مد متوالی باشند.

8. سون از مشخص شدن α و β برای هر مد
مثلاً در K ام داریم

$$S_K = \frac{\alpha}{2 \omega_K} + \frac{\beta \omega_K}{2}$$

در سیستم درجه آزادی $F_I + F_S = 0 \rightarrow -m\ddot{s}_a + Ks_d = 0$
 بدون میرایی آزاد

$$\rightarrow s_a - \frac{K}{m} s_d = 0$$

$$s_a - \omega_n^2 s_d = 0 \rightarrow s_a = \omega_n^2 s_d \quad (s_a: \text{شیب پهنی (فیلد) شتاب})$$

$$s_a = \omega_n s_v = \omega_n^2 s_d$$

مقادیر تغییر مکان، سرعت و شتاب با توجه به طیف طرح در دست می آید.

ب- آنالیز طیفی سازه چند درجه آزادی

$$x_{total} = x + \{1\} x_g$$

x_g : تغییر مکان زمین

برای تغییر مکان سازه رابطه زمین در دست می آید.

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + Kx = P(t) \rightarrow m\ddot{x} + c\dot{x} + Kx = -m\{1\}\ddot{x}_g$$

$$M_n \ddot{y}_n + C_n \dot{y}_n + K_n y_n = P_n(t)$$

$$P_n = \underbrace{\phi_n^T m \{1\}}_{L_n} \ddot{x}_g = P_{\text{effective}} \quad \text{مؤثر}$$

$$L_n = \phi_n^T m \{1\} \quad \text{مؤثر تبدیل زلزله-سازه}$$

$$\Rightarrow P_n = L_n \ddot{x}_g$$

$$y_n = \frac{L_n}{M_n \omega_n} v_n(t)$$

$$x = \Phi y = \Phi \left\{ \frac{L_n}{M_n \omega_n} v_n(t) \right\}$$

$$\text{در مد } n \text{ ام} \quad x_n = \phi_n \frac{L_n}{M_n \omega_n} v_n(t)$$

مثال: در مثال قبلی اگر میرایی هراول و دوم ۵ درصد باشند، ضرایب α و β و میرایی هر سه را محاسبه کنید.

$$\omega_1 = 14.5 \text{ Rad/s} \rightarrow \omega_i$$

$$\omega_2 = 31.1 \text{ Rad/s} \rightarrow \omega_j$$

$$\omega_3 = 46.1 \text{ Rad/s}$$

$$S_1 = S_2 = \frac{1}{5} = 0.05$$

$$S_i \quad S_j$$

$$\begin{Bmatrix} \alpha \\ \beta \end{Bmatrix} = 2 \begin{bmatrix} 31.1 & -14.5 \\ -\frac{1}{31.1} & \frac{1}{14.5} \end{bmatrix} \frac{31.1 \times 14.5}{31.1^2 - 14.5^2} \begin{Bmatrix} 0.05 \\ 0.05 \end{Bmatrix}$$

$$\alpha = 2 \times \frac{31.1 \times 14.5}{31.1^2 - 14.5^2} \times (31.1 - 14.5) \times 0.05 = 0.989$$

$$\beta = 2 \times \frac{31.1 \times 14.5}{31.1^2 - 14.5^2} \times \left(\frac{-1}{31.1} + \frac{1}{14.5} \right) \times 0.05 = 0.0022$$

$$S_3 = \frac{0.989}{2 \times 46.1} + \frac{0.0022 \times 46.1}{2} = 0.061 \approx 6.1\%$$

ترلیب هرهلی ارتعاشی

الف- روش جمع قدر مطلق مرها (SAV) Sum Absolute Values

$$r \ll \sum_{n=1}^N |r_n|$$

این روش بسیار دست بالا بوده و برای حالتی خوب است که همه مرها در یک لحظه به مقدار ماکزیمم خود برسند.

ب- روش جذر مجموع مربعات مرها (SRSS) Square Root of the Sum of the Square

$$r = \sqrt{\sum_{n=1}^N r_n^2}$$

ج- روش تأثیر مرهای ارتعاشی بر روی تیلیر (CQC) Complete Quadratic combination

$$r = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n r_i p_{ij} r_j}$$

$$p_{ij} = \frac{8\lambda^2(1+\xi)\xi^{3/2}}{(1-\xi^2)^2 + 4\lambda^2\xi(1+\xi)^2}$$

$$\xi = \frac{\omega_j}{\omega_i} \quad \lambda = \frac{c}{c_{cr}} \quad \text{نسبت میرایی}$$

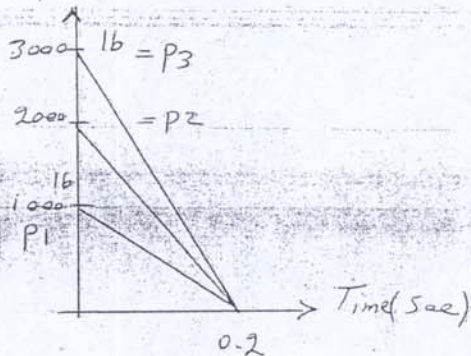
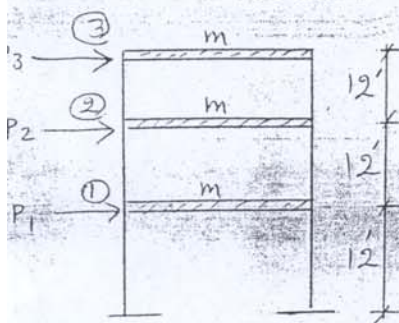
- روشن ب از روشن الفادقیق تر بوده و کاربر ران بیشتر در سازه های ۲ بعدی می باشد، روشن ب از دور و روشن ب کامل تر بوده و اثر مد رارو کمتری دارد و در نظر می گیریم و برای سازه های ۳ بعدی مناسب می باشد. در تمامی طیف سازه ها برای هر مد جداگانه تغییر شکل، برش و ... را محاسبه می کنیم و سپس بایلی از روشن ها فوق جواب ها را با بایلی تر تغییر می کنیم.

(1)

الف - اگر در سازه زیر همان انرژی هستون $E = 30 \times 10^6 \text{ psi}$, $I = 200 \text{ in}^4$ باشد همین درم در طبقه

مقدار جابه جایی سقف ها و برش طبقات را در لحظه $t = T_1$ بدست آورید. در ضمن بازنگری

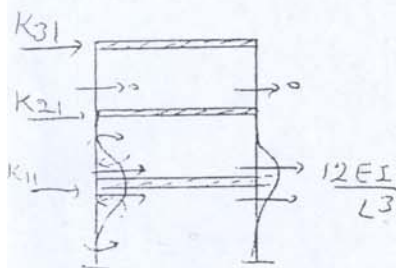
تقسیمات در برش طبقات را با طبقه بندی کردن میرایی مناسب کنید.



الف - درش آن نزدیک سبی

حام الد - مناسب مایرین سنی

- باز کردن درجه آزادی ①



$$K_{31} = 0$$

$$K_{21} = -\frac{24EI}{L^3}$$

$$K_{11} = \frac{48EI}{L^3} > 0 \quad \checkmark$$

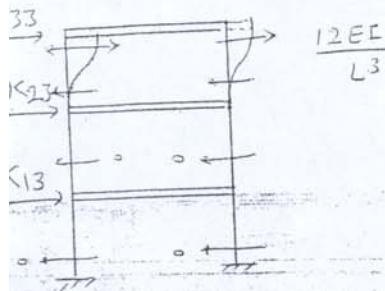
- باز کردن درجه آزادی ②

$$K_{32} = -\frac{24EI}{L^3}$$

$$K_{22} = \frac{48EI}{L^3} > 0 \quad \checkmark$$

$$K_{12} = -\frac{24EI}{L^3}$$

1)



$$K_{33} = \frac{24EI}{L^3} > 0 \quad \checkmark$$

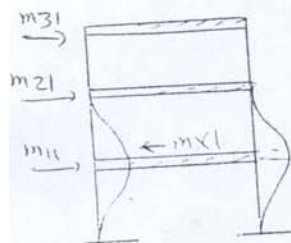
$$K_{23} = -\frac{24EI}{L^3}$$

$$K_{13} = 0$$

ماتریس $K = \begin{bmatrix} \frac{48EI}{L^3} & -\frac{24EI}{L^3} & 0 \\ -\frac{24EI}{L^3} & \frac{48EI}{L^3} & -\frac{24EI}{L^3} \\ 0 & -\frac{24EI}{L^3} & \frac{24EI}{L^3} \end{bmatrix} = \frac{24EI}{L^3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ ✓ معین

$$\det(K) = 2 \times 2 + 0 + 0 - 0 - 2 - 1 = 4 - 3 = 1 > 0 \quad \text{ok} \checkmark$$

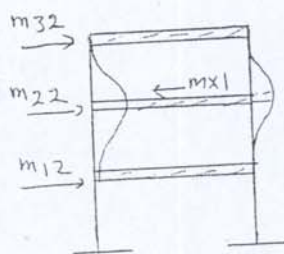
بار دوم - محاسبه ماتریس موم



$$m_{11} = m > 0$$

$$m_{21} = 0$$

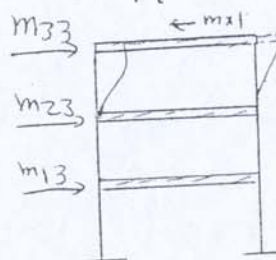
$$m_{31} = 0$$



$$m_{12} = 0$$

$$m_{22} = m > 0$$

$$m_{32} = 0$$



$$m_{13} = 0$$

$$m_{23} = 0$$

$$m_{33} = m > 0$$

ماتریس $M = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & m \end{bmatrix} = m \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ ✓ معین

$$\det(M) = 1 > 0 \quad \text{ok} \checkmark$$

(3)

معادلات حرکت - معادلات تعادل

$$|K - \omega_n^2 M| = 0 \Rightarrow \frac{24EI}{L^3} \begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{vmatrix} - \omega_n^2 \begin{vmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & m \end{vmatrix} = 0$$

$$\frac{\omega_n^2 m L^3}{24EI} = \lambda \Rightarrow \begin{vmatrix} 2 - \lambda & -1 & 0 \\ -1 & 2 - \lambda & -1 \\ 0 & -1 & 1 - \lambda \end{vmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow \lambda^3 - 5\lambda^2 + 6\lambda - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = 0.198 \\ \lambda_2 = 1.555 \\ \lambda_3 = 3.247 \end{cases}$$

$$m = 150 \text{ lb/in}^2, I = 200 \text{ in}^4, E = 30 \times 10^6 \text{ psi}$$

$$\lambda = \frac{\omega_n^2 \times 150 \times (12 \times 12)^3}{24 \times 30 \times 10^6 \times 200} \Rightarrow \omega_n = \text{مقدار}$$

$$\begin{cases} \omega_1 = 7.98 \frac{\text{rad}}{\text{sec}} \\ \omega_2 = 22.36 \text{ " } \\ \omega_3 = 32.31 \text{ " } \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T_1 = 0.79 \text{ sec} \\ T_2 = 0.28 \text{ " } \\ T_3 = 0.19 \text{ " } \end{cases}$$

معادلات حرکت - معادلات تعادل

$$\lambda_1 = 0.198 \Rightarrow \begin{bmatrix} 2 - 0.198 & -1 & 0 \\ -1 & 2 - 0.198 & -1 \\ 0 & -1 & 1 - 0.198 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{11} \\ \phi_{21} \\ \phi_{31} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \phi_1 = \begin{bmatrix} \phi_{11} = 1 \\ \phi_{21} = 1.802 \\ \phi_{31} = 2.247 \end{bmatrix}$$

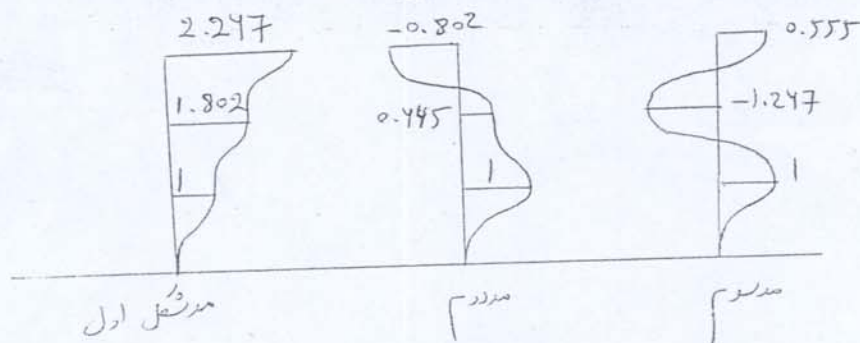
$$\lambda_2 = 1.555$$

$$\begin{bmatrix} 2-1.555 & -1 & 0 \\ -1 & 2-1.555 & -1 \\ 0 & -1 & 1-1.555 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{12} \\ \phi_{22} \\ \phi_{32} \end{bmatrix} = \vec{0} \Rightarrow \phi_2 = \begin{bmatrix} \phi_{12}=1 \\ \phi_{22}=0.445 \\ \phi_{32}=-0.802 \end{bmatrix}$$

$$\lambda_3 = 3.247$$

$$\begin{bmatrix} 2-3.247 & -1 & 0 \\ -1 & 2-3.247 & -1 \\ 0 & -1 & 1-3.247 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{13} \\ \phi_{23} \\ \phi_{33} \end{bmatrix} = \vec{0} \Rightarrow \phi_3 = \begin{bmatrix} \phi_{13}=1 \\ \phi_{23}=-1.247 \\ \phi_{33}=0.555 \end{bmatrix}$$

$$\Phi = [\phi_1, \phi_2, \phi_3] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1.802 & 0.445 & -1.247 \\ 2.247 & -0.802 & 0.555 \end{bmatrix}$$



$$p(t) = \begin{Bmatrix} 1000(1 - \frac{t}{0.2}) \\ 2000(1 - \frac{t}{0.2}) \\ 3000(1 - \frac{t}{0.2}) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{Bmatrix} \times 1000(1 - \frac{t}{0.2}) \quad 1b$$

$$p(t) = p_0 (1 - \frac{t}{t_1}) \quad \uparrow$$

(8)

ماتریس جرم - جاب جرم، سته و نیروی مؤثر در هر درجه آزادی:

$$M_n = \phi_n^T M \phi_n$$

$$M_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1.802 & 2.247 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 150 & 0 & 0 \\ 0 & 150 & 0 \\ 0 & 0 & 150 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1.802 \\ 2.247 \end{bmatrix} = 1394.43 \text{ lb} \cdot \text{s}^2/\text{in} \quad \text{جرم مؤثر در هر درجه}$$

$$M_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0.445 & -0.802 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 150 & 0 & 0 \\ 0 & 150 & 0 \\ 0 & 0 & 150 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0.445 \\ -0.802 \end{bmatrix} = 276.18 \quad "$$

$$M_3 = \begin{bmatrix} 1 & -1.247 & 0.555 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 150 & 0 & 0 \\ 0 & 150 & 0 \\ 0 & 0 & 150 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -1.247 \\ 0.555 \end{bmatrix} = 429.46 \quad "$$

$$K_n = \phi_n^T K \phi_n$$

$$\frac{24EI}{L^3} = 48225.3 \text{ lb/in} \quad \text{— سته مؤثر در هر درجه}$$

$$K_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1.802 & 2.247 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1.802 \\ 2.247 \end{bmatrix} \times 48225.3 = 88793.8 \text{ lb/in}$$

$$K_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0.445 & -0.802 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0.445 \\ -0.802 \end{bmatrix} \times 48225.3 = 138070.7 \quad "$$

$$K_3 = \begin{bmatrix} 1 & -1.247 & 0.555 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -1.247 \\ 0.555 \end{bmatrix} \times 48225.3 = 448312.7 \quad "$$

$$P_n = \phi_n^T P(t)$$

— نیروی مؤثر در هر درجه

$$P_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1.802 & 2.247 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \times 1000 \left(1 - \frac{t}{0.2}\right) = 11345 \left(1 - \frac{t}{0.2}\right) \text{ lb}$$

⑦

$$P_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0.445 & -0.802 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \times 1000 \left(1 - \frac{t}{0.2}\right) = -516 \left(1 - \frac{t}{0.2}\right) \text{ lb}$$

$$P_3 = \begin{bmatrix} 1 & -1.247 & -0.555 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \times 1000 \left(1 - \frac{t}{0.2}\right) = 171 \left(1 - \frac{t}{0.2}\right) \text{ lb}$$

* تمام هتم تيرل ω_n ها:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K_n}{M_n}} : \begin{cases} \omega_1 = \sqrt{\frac{88793.8}{1394.43}} = 7.98 \checkmark \\ \omega_2 = \sqrt{\frac{138070.7}{276.18}} = 22.36 \checkmark \\ \omega_3 = \sqrt{\frac{448312.7}{429.46}} = 32.31 \checkmark \end{cases}$$

پريدل

$$t = T_1 = 0.79 \text{ س} > t_1 = 0.2 \text{ س}$$

جواب بار زواري سني

تمام ستم - حل معادلات ارتعاش در هر س

و جواب تغيير شكل ها در برش طيقا

$$\begin{aligned} y(t) &= \frac{P_0}{K \omega_n t_1} \left\{ \sum \sin \omega_n t - \sum \sin \omega_n (t - t_1) \right\} - \frac{P_0}{K} e_n \omega_n t \\ &= \frac{P_0}{K \omega_n t_1} \left\{ \sum \sin \omega_n t - \sum \sin \omega_n (t - t_1) - \frac{e_n \omega_n t}{1} \times \omega_n t_1 \right\} \end{aligned}$$

در هر س در ارتعاشي

$$M_n \ddot{y}_n + K_n y_n = P_n(t)$$

$$\text{ميرادل} : 1394.43 \ddot{y}_n + 88793.8 y_n = 11345 \left(1 - \frac{t}{0.2}\right)$$

$$y_1 = \frac{11345}{88793.8 \times 7.98 \times 0.2} \left\{ \sum 7.98 t - \sum 7.98 (t - 0.2) - 7.98 \times 0.2 \cos 7.98 t \right\}$$

(V)

$$y_1 = 0.08 \left\{ \sum_i 7.98 t - \sum_i 7.98 (t - 0.2) - 1.596 e^{-7.98 t} \right\}$$

$$t = T_1 = 0.79 \text{ s} \Rightarrow y_1 = -0.046 \text{ in}$$

مسألة: $y_2 = ?$

$$276.18 \ddot{y}_2 + 138070.7 \dot{y}_2 = 516 \left(1 - \frac{t}{0.2}\right)$$

$$y_2 = -8.36 \times 10^{-4} \left\{ \sum_i 22.36 t - \sum_i 22.36 (t - 0.2) - 4.472 e^{-22.36 t} \right\}$$

$$t = 0.79 \Rightarrow y_2 = 2.67 \times 10^{-3} \text{ in}$$

مسألة: $429.46 \ddot{y}_3 + 448312.7 \dot{y}_3 = 171 \left(1 - \frac{t}{0.2}\right)$

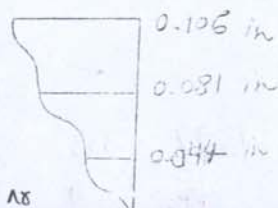
$$y_3 = 5.90 \times 10^{-5} \left\{ \sum_i 32.31 t - \sum_i 32.31 (t - 0.2) - 6.462 e^{-32.31 t} \right\}$$

$$t = 0.79 \Rightarrow y_3 = -3.42 \times 10^{-4} \text{ in}$$

$$y = \begin{Bmatrix} -0.046 \\ 2.67 \times 10^{-3} \\ -3.42 \times 10^{-4} \end{Bmatrix} \text{ in}$$

$$x = \Phi y = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1.302 & 0.445 & -1.247 \\ 2.247 & -0.802 & 0.555 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} -0.046 \\ 2.67 \times 10^{-3} \\ -3.42 \times 10^{-4} \end{Bmatrix}$$

$$x = \begin{Bmatrix} -0.044 \\ -0.081 \\ -0.106 \end{Bmatrix} \text{ in}$$



⑧

محاسبه برش طبقات در زمین $t = T_1 = 0.79$ س

$$F_s = Kx \Rightarrow [F_s] = [K]\{x\}$$

$$[F_s] = 48225.3 \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} -0.0447 \\ -0.081 \\ -0.106 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -337.6 \\ -578.7 \\ -1205.6 \end{Bmatrix} \text{ lb}$$

شرطی $[F_s]$

$$\{V\} = \begin{Bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -337.6 - 578.7 - 1205.6 \\ -578.7 - 1205.6 \\ -1205.6 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -2121.97 \\ -1784.3 \\ -1205.6 \end{Bmatrix} \text{ lb}$$

برش در طبقات $\{V\}$ طبقات

ب- روش آنالیز طیفی - محاسبه تغییر مکان درش صاف با استفاده از طیف بدون میرای

$$\omega_n = \begin{Bmatrix} 7.98 \\ 22.36 \\ 32.31 \end{Bmatrix} \text{ Rad/sec} \quad \Phi = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1.802 & 0.445 & -1.247 \\ 2.247 & -0.802 & 0.555 \end{bmatrix}$$

$$M_n = \begin{Bmatrix} 1394.43 \\ 276.18 \\ 429.46 \end{Bmatrix} \text{ lb} \cdot \text{sec}^2/\text{in} \quad K_n = \begin{Bmatrix} 88793.87 \\ 138070.7 \\ 448312.7 \end{Bmatrix} \text{ lb/in} \quad T_n = \begin{Bmatrix} 0.797 \\ 0.28 \\ 0.19 \end{Bmatrix} \text{ sec}$$

$$L_n = \Phi_n^T M \{1\}$$

ماتریس L_n محاسبه

$$L_1 = \Phi_1^T M \{1\} = [1 \quad 1.802 \quad 2.247] \begin{bmatrix} 150 & 0 & 0 \\ 0 & 150 & 0 \\ 0 & 0 & 150 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix} = 757.35 \text{ lb} \cdot \text{sec}^2/\text{in}$$

$$L_2 = [1 \quad 0.445 \quad -0.802] \begin{bmatrix} 150 & 0 & 0 \\ 0 & 150 & 0 \\ 0 & 0 & 150 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix} = 96.45 \text{ lb} \cdot \text{sec}^2/\text{in}$$

$$L_3 = [1 \quad -1.247 \quad 0.555] \begin{bmatrix} 150 & 0 & 0 \\ 0 & 150 & 0 \\ 0 & 0 & 150 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix} = 46.2$$

(4)

تاسیس - تعیین سرعت طغیانی از روی لراف $(\xi=0)$

$$(T_1 = 0.79 \text{ s}, \xi=0) \Rightarrow Sv_1 = 1.16 \text{ ft/s} = 13.92 \text{ in/sec}$$

$$(T_2 = 0.28 \text{ s}, \xi=0) \Rightarrow Sv_2 = 1.10 \text{ s} = 13.20 \text{ in}$$

$$(T_3 = 0.19 \text{ s}, \xi=0) \Rightarrow Sv_3 = 0.82 \text{ s} = 9.84 \text{ in}$$

$$Sv = \begin{Bmatrix} 13.92 \\ 13.20 \\ 9.84 \end{Bmatrix} \text{ in/sec}$$

$$x_{n \max} = \frac{L_n}{M_n \omega_n} Sv_n$$

تاسیس - حساب حداکثر تغییر شکل (تغییر مکان)

$$x_{1 \max} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1.802 \\ 2.247 \end{Bmatrix} \times \frac{757.35}{1394.43 \times 7.98} \times 13.92 = \begin{Bmatrix} 0.948 \\ 1.704 \\ 2.124 \end{Bmatrix} \text{ in} \quad \text{مقادیر}$$

$$x_{2 \max} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0.445 \\ -0.802 \end{Bmatrix} \times \frac{96.45}{276.18 \times 22.36} \times 13.20 = \begin{Bmatrix} 0.204 \\ 0.096 \\ -0.168 \end{Bmatrix} \text{ in}$$

$$x_{3 \max} = \begin{Bmatrix} 1 \\ -1.247 \\ 2.555 \end{Bmatrix} \times \frac{46.2}{429.46 \times 32.31} \times 9.84 = \begin{Bmatrix} 0.032 \\ 0.041 \\ 0.018 \end{Bmatrix} \text{ in}$$

$$x_{\max} = \begin{Bmatrix} \sqrt{0.948^2 + 0.204^2 + 0.032^2} = 0.970 \\ \sqrt{1.704^2 + 0.096^2 + 0.041^2} = 1.707 \\ \sqrt{2.124^2 + 0.168^2 + 0.018^2} = 2.131 \end{Bmatrix} \text{ in}$$

(۱۰)

۱۲ جیام - حساب نیروی الاستیک در طبقه

$$F_{S_n \max} = M \phi_n \frac{L_{in}}{M_n} \omega_n S V_n$$

$$F_{S1 \max} = \begin{bmatrix} 150 & 0 & 0 \\ 0 & 150 & 0 \\ 0 & 0 & 150 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1.802 \\ 2.217 \end{Bmatrix} \times \frac{757.35}{1394.43} \times 7.98 \times 13.92 = \begin{Bmatrix} 9049.68 \\ 16307.52 \\ 20334.63 \end{Bmatrix}$$

$$F_{S2 \max} = \begin{bmatrix} 150 & 0 & 0 \\ 0 & 150 & 0 \\ 0 & 0 & 150 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 0.445 \\ -0.802 \end{Bmatrix} \times \frac{96.45}{276.18} \times 22.36 \times 13.20 = \begin{Bmatrix} 15461.34 \\ 6880.29 \\ -12400.0 \end{Bmatrix}$$

$$F_{S3 \max} = \begin{bmatrix} 150 & 0 & 0 \\ 0 & 150 & 0 \\ 0 & 0 & 150 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ -1.217 \\ 0.555 \end{Bmatrix} \times \frac{46.2}{429.46} \times 32.31 \times 9.84 = \begin{Bmatrix} 3701.25 \\ -4615.45 \\ 2054.19 \end{Bmatrix}$$

$$F_{S \max} = \begin{Bmatrix} \sqrt{9049.68^2 + 15461.34^2 + 3701.25^2} \\ \sqrt{16307.52^2 + 6880.29^2 + 4615.45^2} \\ \sqrt{20334.63^2 + 12400^2 + 2054.19^2} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 18293.4 \\ 18291.4 \\ 23905.6 \end{Bmatrix}$$

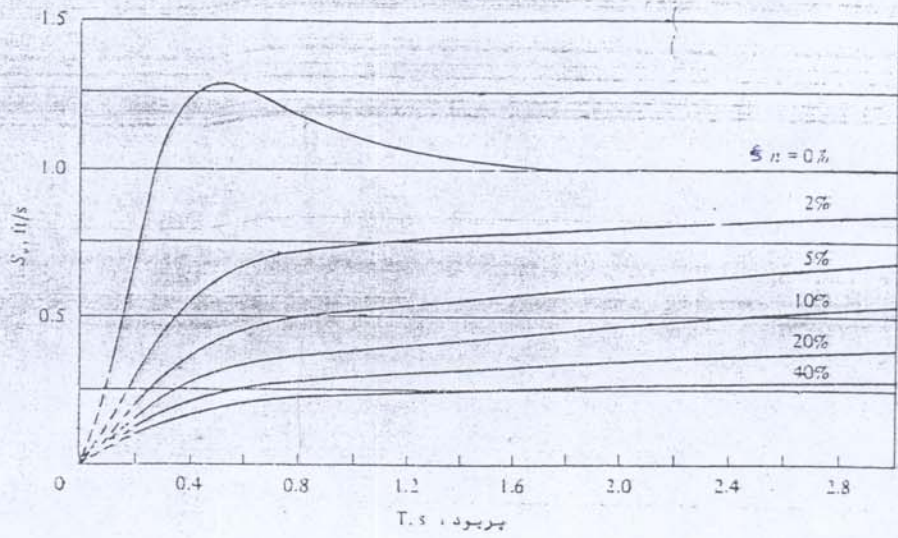
۱۲ جیام - حساب ریس مرتبه

$$Z_{n \max} = \frac{L_{in}^2}{M_n} \omega_n S V_n$$

$$Z_{1 \max} = \frac{L_1^2}{M_1} \omega_1 S V_1 = \frac{757.35^2}{1394.43} \times 7.98 \times 13.92 = 45611.8$$

$$Z_{2 \max} = \frac{96.45^2}{276.18} \times 22.36 \times 13.20 = 9941.6$$

$$Z_{3 \max} = \frac{46.2^2}{429.46} \times 32.31 \times 9.84 = 1530.1$$



شکل م ۱-۲۷ طیف میانگین پاسخ سرعت