

# طراحی سازه های بتنی

بر اساس ACI-318-2019 و مبحث نهم ویرایش ۱۳۹۹



ویرایش چهارم

تابستان ۱۴۰۰

# بنام خدا

## فهرست مطالب

۱- مقدمه	۱
۲- بتن و بتن مسلح	۲
۲-۱- مقاومت فشاری بتن	۳
۲-۲- تبدیل مقاومت نمونه های بتنی	۷
۲-۳- مدول الاستیسیته بتن	۸
۲-۴- مقاومت کششی بتن	۹
۲-۵- تاثیر بارگذاری چند محوره	۱۱
۲-۶- مشخصات میلگرد	۱۴
۲-۷- خزش	۱۶
۲-۸- افت و حرارت	۱۸
۳- خمش	۱۹
۳-۱- طراحی تیر	۱۹
۳-۲- دلایل استفاده از ضریب اطمینان	۲۴
۳-۳- لنگر وارد بر تیر تحت بارهای ثقلی و لرزه ای	۲۶
۳-۴- سازه های بتنی	۲۷
۳-۵- پوشش بتن	۲۸
۳-۶- تحلیل و ضرایب ترک خوردگی	۲۹
۳-۷- مکانیزم تحمل خمش در تیرهای بتنی	۳۳
۳-۸- لنگر مقاوم ترک خوردگی (Mcr)	۳۵
۳-۹- لنگر الاستوپلاستیک مقطع	۴۳
۳-۱۰- لنگر نهایی مقطع	۴۸
۳-۱۱- بلوک معادل تنش ویتنی (Whitney Stress Block)	۴۸
۳-۱۲- محاسبه محل تار خنثی تحت لنگر نهایی	۵۱
۳-۱۳- ظرفیت خمشی مقطع کم فولاد	۵۳
۳-۱۴- حداکثر فولاد کششی مجاز در تیرها	۶۰
۳-۱۵- تعاریف قراردادی برای هندسه تیر بتنی	۷۴
۳-۱۶- ضریب کاهش مقاومت خمشی	۷۵
۳-۱۷- طراحی تیرهای بتنی	۸۰
۳-۱۸- حداقل فولاد کششی	۸۲
۳-۱۹- حداقل فاصله بین میلگردهای طولی	۸۴
۳-۲۰- تاثیر فولاد فشاری	۸۵

- ۳-۲۱- مقاطع T شکل ..... ۹۶
- ۴- برش ..... ۱۰۷
- ۴-۱- ترکیب برش و خمش در تیر ساده تحت بار گسترده ..... ۱۱۰
- ۴-۲- مسیر تنشهای کششی و فشاری در تیر ..... ۱۱۳
- ۴-۳- نحوه انتقال برش ..... ۱۱۴
- ۴-۴- مقاومت برشی تیر بتنی ترک خورده ..... ۱۱۶
- ۴-۵- روابط آیین نامه برای محاسبه مقاومت برشی بتن ..... ۱۱۷
- ۴-۶- مقاومت برشی آرماتورهای عرضی ..... ۱۲۴
- ۴-۷- مقطع بحرانی کنترل برش ..... ۱۳۱
- ۴-۸- فواصل آرماتورهای عرضی ..... ۱۳۲
- ۴-۹- حداقل حجم آرماتور برشی ..... ۱۳۳
- ۴-۱۰- حداکثر حجم آرماتور برشی ..... ۱۳۵
- ۴-۱۱- تیرهای عمیق ..... ۱۴۴
- ۵- ضوابط لرزه ای تیرها ..... ۱۴۵
- ۵-۱- لنگر خمشی محتمل ..... ۱۴۵
- ۵-۲- محاسبه نیروی برشی تیرهای قابهای خمشی بر اساس ظرفیت خمشی ..... ۱۴۷
- ۵-۳- ضوابط طراحی برشی تیرهای با شکل پذیری متوسط ..... ۱۵۰
- ۵-۴- ضوابط طراحی برشی تیرها و ستونها با شکل پذیری ویژه ..... ۱۵۲
- ۵-۵- ضوابط مقاومت خمشی در طول تیر ..... ۱۵۶
- ۵-۶- فواصل آرماتورهای عرضی در ابتدا و انتهای تیر و شکل آنها ..... ۱۵۷
- ۵-۷- ضوابط خاموت در محل وصله ها در تیرهای با شکل پذیری ویژه ..... ۱۶۰
- ۵-۸- مهار جانبی آرماتورهای طولی در تیرهای ویژه ..... ۱۶۱
- ۵-۹- مثال جامع طراحی تیر ..... ۱۶۳
- ۶- مهار آرماتورها ..... ۱۷۸
- ۶-۱- پیوستگی مهاری ..... ۱۸۲
- ۶-۲- طول مهار میلگردهای کششی ..... ۱۸۴
- ۶-۳- طول مهار میلگردهای فشاری ..... ۱۸۸
- ۶-۴- طول مهار گروه میلگرد ..... ۱۹۰
- ۶-۵- قلاب انتهای میلگرد ..... ۱۹۱
- ۶-۶- طول مهار میلگردهای کششی با قلاب ..... ۱۹۴
- ۶-۷- ضوابط خاموت های اطراف میلگردهای انتهایی در تیرهای طره ..... ۲۰۲
- ۶-۸- نقطه قطع تنوریک و عملی میلگردهای خمشی ..... ۲۰۶
- ۶-۹- قطع میلگردها در ناحیه کششی ..... ۲۱۰

- ۶-۱۰- پیوستگی خمشی..... ۲۱۱
- ۶-۱۱- تاثیر ترک ها بر تنشهای فولاد و بتن..... ۲۱۲
- ۶-۱۲- نحوه منظور کردن پیوستگی خمشی در آیین نامه..... ۲۱۳
- ۷- وصله میلگردها..... ۲۱۷
- ۷-۱- انواع وصله..... ۲۱۷
- ۷-۲- وصله پوششی میلگرد کششی (Tension lap splice)..... ۲۱۸
- ۷-۳- وصله اعضای کششی..... ۲۲۳
- ۷-۴- وصله پوششی میلگرد فشاری (Compression lap splice)..... ۲۲۴
- ۷-۵- وصله مکانیکی و جوشی..... ۲۲۴
- ۸- پیچش..... ۲۲۸
- ۸-۱- پیچش تعادل و پیچش همسازی..... ۲۲۸
- ۸-۲- ترک های پیچشی..... ۲۲۹
- ۸-۳- شرط صرف نظر کردن از لنگر پیچشی..... ۲۳۰
- ۸-۴- حداکثر نیروی پیچشی در مقطع..... ۲۳۲
- ۸-۵- مقاومت پیچشی خاموت ها..... ۲۳۳
- ۸-۶- محدودیت خاموتهای پیچشی..... ۲۳۴
- ۸-۷- آرماتورهای پیچشی طولی..... ۲۳۴
- ۸-۸- پیچش سازگاری..... ۲۴۴
- ۹- ستونهای کوتاه..... ۲۴۶
- ۹-۱- تاثیر محصور کردن بتن و میلگرد..... ۲۴۶
- ۹-۲- ضوابط مهار میلگردهای طولی ستون..... ۲۵۰
- ۹-۳- مقایسه دور پیچ با تنگ بسته..... ۲۵۲
- ۹-۴- فواصل تنگ - ستونهای با شکل پذیری متوسط..... ۲۵۴
- ۹-۵- ضوابط تنگ ها در ستونهای با شکل پذیری ویژه..... ۲۵۶
- ۹-۶- ضوابط فاصله دور پیچ ها در ستونهای گرد..... ۲۶۹
- ۹-۷- حداقل فاصله میلگردهای طولی در ستونهای تنگ دار و مارپیچ..... ۲۷۵
- ۹-۸- حداقل تعداد میلگردهای طولی اعضای فشاری..... ۲۷۶
- ۹-۹- محدودیت حداقل و حداکثر درصد میلگرد طولی در اعضای فشاری..... ۲۷۷
- ۹-۱۰- محدودیت ابعاد مقطع ستون..... ۲۷۹
- ۹-۱۱- میلگردهای انتظار خم شده..... ۲۸۳
- ۱۰- مقاومت فشاری ستونهای کوتاه..... ۲۸۴
- ۱۱- استخراج منحنی اندر کنش..... ۲۸۸
- ۱۱-۱- مرکز پلاستیک..... ۲۸۸

۲۸۹	۲-۱۱- منحنی اندرکنش
۲۹۸	۱۲- خمش دو محوره همراه با نیروی محوری
۲۹۸	۱-۱۲- روش سازگاری کرنش
۳۰۰	۲-۱۲- روش بار معکوس
۳۰۱	۳-۱۲- منحنی های هم بار
۳۰۲	۴-۱۲- روش منحنی هم بار PCA
۳۰۵	۱۳- ستونهای لاغر
۳۰۷	۱-۱۳- ضریب K
۳۱۱	۲-۱۳- تاثیر لاغری بر لنگر داخلی ستون
۳۱۲	۳-۱۳- تاثیر سرعت بارگذاری و خزش
۳۱۷	۴-۱۳- تفاوت $P\Delta$ و $P\delta$
۳۱۸	۵-۱۳- شرط صرف نظر کردن از اثرات لاغری ستون
۳۲۲	۶-۱۳- قاب با حرکت جانبی و بدون حرکت جانبی
۳۲۳	۷-۱۳- تشدید لنگر در قابهای مهار شده ( $Q < 0.05$ ):
۳۲۵	۸-۱۳- تشدید لنگر در قابهای مهار نشده ( $Q > 0.05$ ):
۳۲۸	۹-۱۳- مراحل طراحی ستونهای لاغر
۳۳۰	۱۰-۱۳- مثال -ستون لاغر مهار شده
۳۳۷	۱۱-۱۳- مثال -ستون لاغر مهار نشده
۳۴۴	۱۴- تیر ضعیف- ستون قوی
۳۴۷	۱۵- چشمه اتصال
۳۵۵	۱۶- خیز تیرها
۳۵۶	۱-۱۶- روش اول: کنترل غیر مستقیم خیز
۳۵۷	۲-۱۶- روش دوم: محاسبه دقیق خیز
۳۶۹	۱۷- دالها
۳۷۰	۱-۱۷- دال یک طرفه و دو طرفه
۳۷۳	۲-۱۷- کنترل خیز در دالها
۳۷۹	۳-۱۷- آرماتور افت و حرارت در دالها
۳۸۲	۴-۱۷- آرماتور برشی در دالها
۳۸۳	۱۸- تحلیل دالهای یک طرفه به روش ضرایب لنگر و برش
۳۸۸	۱۹- دالهای دو طرفه
۳۸۹	۱-۱۹- روش طراحی مستقیم
۴۰۴	۲۰- روش قاب معادل
۴۰۶	۲۱- ضوابط تکمیلی دالها

- ۴۰۶..... ۲۱-۱- پیچش در گوشه های دالها
- ۴۰۷..... ۲۱-۲- برش دو طرفه در دالها و پی ها
- ۴۲۳..... ۲۱-۳- انتقال لنگر نامتعادل در دالهای بدون تیر
- ۴۲۸..... ۲۲- کنترل عرض ترک در تیرها
- ۴۲۹..... ۲۳- پی
- ۴۳۱..... ۲۳-۱- مدلسازی شالوده
- ۴۳۱..... ۲۳-۲- طراحی میلگردهای شالوده
- ۴۳۲..... ۲۳-۳- مقطع بحرانی شالوده
- ۴۳۴..... ۲۳-۴- طراحی پی برای برش یک طرفه
- ۴۳۴..... ۲۳-۵- طراحی پی برای خمش
- ۴۳۵..... ۲۳-۶- طراحی پی برای برش یک طرفه
- ۴۳۶..... ۲۳-۷- پی-مقطع بحرانی خمش و برش
- ۴۳۷..... ۲۳-۸- حداقل فولاد کششی در پی
- ۴۳۹..... ۲۴- طراحی تیرچه بلوک
- ۴۳۹..... ۲۴-۱- ضوابط نشریه ۵۴۳
- ۴۴۱..... ۲۴-۲- محاسبه بار گسترده وارد بر تیرچه
- ۴۴۳..... ۲۴-۳- کنترل ابعاد هندسی تیرچه ها
- ۴۴۵..... ۲۴-۴- کنترل دال بتنی ۵ سانتیمتری برای خمش
- ۴۴۷..... ۲۴-۵- کنترل دال بتنی ۵ سانتیمتری برای برش پانچ
- ۴۴۸..... ۲۴-۶- آرماتور افت و حرارت
- ۴۵۰..... ۲۴-۷- مساحت آرماتورهای کششی
- ۴۵۱..... ۲۴-۸- آرماتور فوقانی (بالایی)
- ۴۵۱..... ۲۴-۹- آرماتور منفی
- ۴۵۱..... ۲۴-۱۰- کلاف میانی
- ۴۵۲..... ۲۴-۱۱- آرماتور عرضی
- ۴۵۴..... ۲۵- کنترل خیز تیرچه
- ۴۵۴..... ۲۵-۱- روش تقریبی
- ۴۵۵..... ۲۵-۲- محاسبه دقیق خیز تیرچه توسط نرم افزار SAFE
- ۴۶۶..... ۲۵-۳- محاسبه خیز دقیق بر اساس روش ACI209

این جزوه را جهت تدریس درس سازه های بتن آرمه ۱ و ۲ در دانشکده عمران دانشگاه تبریز تهیه کرده ام. مطالب بر اساس ACI-318-19 و مبحث نهم ویرایش پنجم (۱۳۹۹) نگاشته شده است.

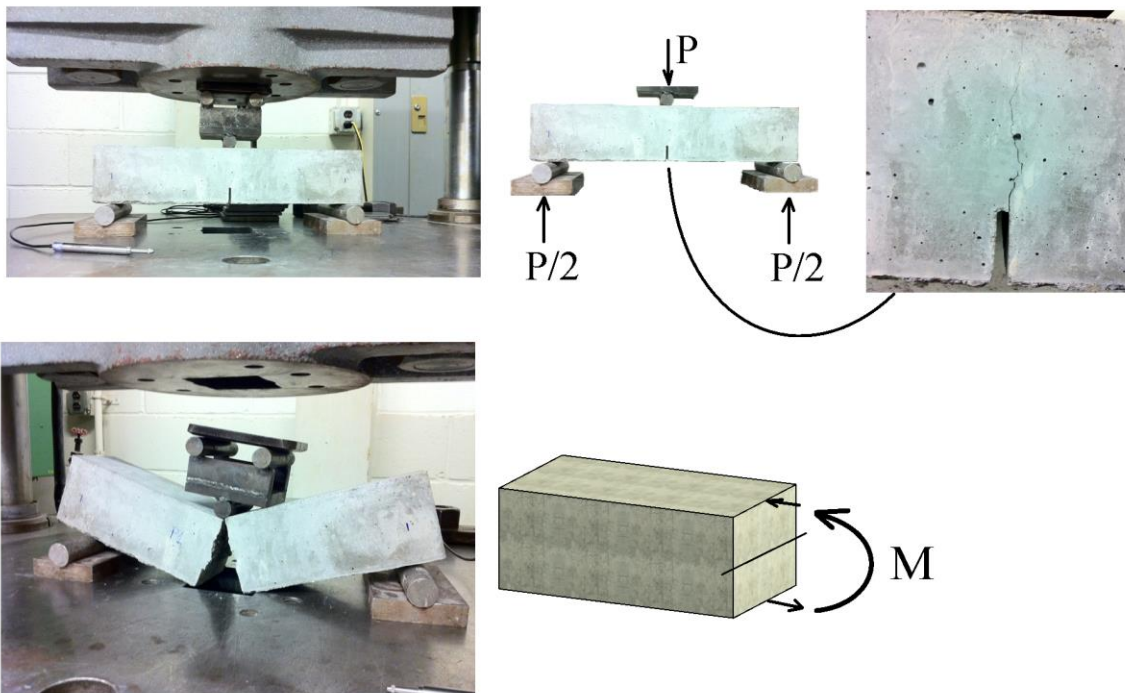
همراه با این جزوه دانشجویان بهتر است مراجع زیر را نیز مطالعه نمایند:

- 1- "Reinforced Concrete Mechanics and Design", James K. Wight, 2016
- 2- "Seismic Design of Reinforced Concrete Buildings", Jack Moehle, 2014
- 3- ACI 318-19 (2019). Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary.
- 4- مبحث نهم مقررات ملی ساختمان، ویرایش پنجم

## ۲- بتن و بتن مسلح

بتن یک ماده مشابه سنگ می باشد که از ترکیب سیمان، ماسه (ریزدانه)، شن (درشت دانه)، آب با نسبت مناسب حاصل میشود. ترکیب شیمیایی آب و سیمان به عنوان ماده چسباننده عمل میکند. همچنین مقداری آب افزون بر آنچه برای لازم است به عنوان یکی از پرکاربردترین مصالح در ساخت و ساز می باشد. بتن (و تمامی مواد خاکی و سنگی) در برابر کشش ضعیف هستند. برای جبران این ضعف همراه با بتن از میلگرد نیز استفاده می شود. در مواردی که تنش های کششی به بتن وارد میشود، فولاد به کمک بتن می آید و کشش را تحمل کند.

در شکل های زیر آزمایش سه نقطه ای یک تیر بتنی بدون میلگرد نشان داده شده است. در این تست مطابق شکل یک بار متمرکز در وسط تیر وارد میشود. این تیر بر روی تکیه گاه های ساده (دوران آزاد) قرار گرفته است. جهت مشخص کردن مسیر شکست یک شیار اولیه در وسط تیر ایجاد میشود. با افزایش بار لنگر در وسط تیر افزایش میابد. لنگر موجب ایجاد کشش در تارهای تحتانی تیر میشود. زمانی که تنش های کششی به مقاومت کششی بتن برسد، بتن ترک میخورد و در نهایت گسیخته میشود.



شکل ۱- آزمایش سه نقطه ای تیر بتنی غیر مسلح (بدون میلگرد)

برای جبران ضعف مقاومت کششی از میلگرد استفاده میشود. باید توجه داشت که میلگردها میتوانند نیروی کششی را به خوبی تحمل کنند ولی میلگرد تنها (بدون پوشش بتنی) در برابر فشار ضعیف است و اگر نیروی فشاری به آن وارد کنیم کمانش می کند. با مدفون شدن میلگرد در بتن، وقتی فشار به مقطع وارد شود بتن یک مهار جانبی برای فولاد ایجاد کرده و مانع کمانش آن می شود (البته همراه با بتن تنگها نیز در انجام این وظیفه موثر هستند که در فصل های بعدی بدان اشاره خواهد شد).



شکل ۲- تیر بتنی مسلح با میلگرد طولی و عرضی



برخی از ویژگی های مهم فولاد و بتن به شرح زیر می باشد:

- ۱- فولاد و بتن چسبندگی خوبی با هم دارند.
- ۲- ضریب انبساط حرارتی آنها تقریباً یکی می باشد. بنابراین در صورت تغییر درجه حرارت محیط همراه با هم افزایش یا کاهش طول می دهند.
- ۳- بتن محافظ خوبی در برابر آتش سوزی و خوردگی برای فولاد است.
- ۴- مقاومت کششی پایین بتن و کماتش میلگردها:

## ۱-۲- مقاومت فشاری بتن

- مقاومت فشاری بتن بیش از مقاومت کششی آن است. بتن در کشش ضعیف است و در عمده موارد در طراحی از مقاومت کششی بتن صرف نظر میشود.
- مقاومت فشاری بتن یکی از مشخصه های مهم بتن میباشد که در طراحی بدان توجه خاصی میشود.
- برای اندازه گیری مقاومت فشاری بتن عموماً از نمونه های استوانه ای و یا مکعبی استفاده می شود. در شکل زیر در سمت راست شکل نمونه های استوانه ای و در شکل سمت چپ نمونه های مکعبی قابل مشاهده هستند.



ب) دستگاه انجام آزمایش مقاومت فشاری نمونه بتنی

الف) نمونه های استوانه ای و مکعبی بتنی

شکل ۳- نمونه های استوانه ای و مکعبی بتن جهت انجام آزمایش فشاری

رده بندی بتن بر اساس بند زیر انجام میشود. برای مثال اگر نتایج آزمایشگاهی نشان دهند که مقاومت فشاری بتن مورد نظر برابر 25 MPa بدست آمده است، خواهیم گفت رده بتن C25 می باشد.

پیش نویس آبا، جلد دوم (۱۳۹۹)

### ۳-۵ رده بندی بتن

۳-۵-۱ رده بندی بتن بر اساس مقاومت مشخصه ی ۲۸ روزه بتن تعریف می شود. این رده بندی به ترتیب زیر می باشد:  
C10, C12, C16, C20, C25, C30, C35, C40, C45, C50, C55, C60, C65, C70.

اعداد بعد از حرف C، بیانگر مقاومت مشخصه ی ۲۸ روزه استوانه ای بتن بر حسب مگاپاسکال (نیوتن بر میلی متر مربع) است.

بتن های مورد استفاده در بتن آرمه معمولاً رده های C20 و بالاتر، و در بتن پیش تنیده C35 و بالاتر می باشد.

- مبنای طراحی و محاسبه مقاومت اعضا مقاومت مشخصه بتن می باشد.
- مقاومت مشخصه مربوط به مقاومت بتن ۲۸ روزه میباشد.
- نمونه استاندارد برای اندازه گیری مقاومت فشاری بتن نمونه استوانه ای به قطر 150 mm و ارتفاع 300 mm می باشد (شکل زیر).
- (اگر از نمونه مکعبی استفاده شود باید نتایج با ضرایب تبدیل معادل سازی شوند).

پیش نویس آبا، جلد دوم (۱۳۹۹)

### ۵-۲-۱ مقاومت فشاری مشخصه بتن

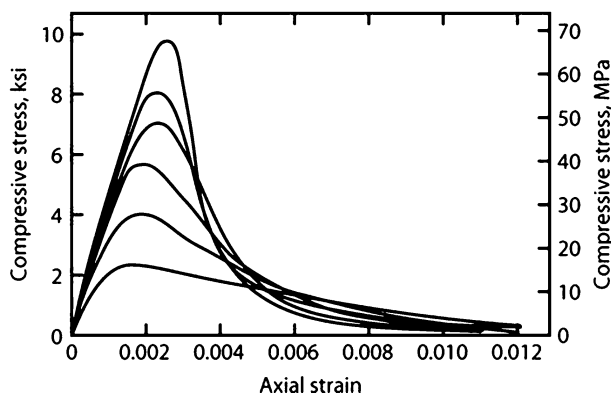
۵-۲-۱-۱ مقاومت فشاری مشخصه بتن، مقاومتی است که حداکثر حدود ۱۰ درصد مقاومت‌های اندازه‌گیری شده بتن سازه، روی نمونه‌های عمل‌آوری شده در شرایط استاندارد، می‌تواند از آن کمتر باشد.

۵-۲-۱-۲ مقاومت فشاری مشخصه بتن، با آزمایش نمونه‌های استوانه‌ای به قطر اسمی ۱۵۰ یا ۱۰۰ میلی‌متر و با ارتفاع به ترتیب ۳۰۰ یا ۲۰۰ میلی‌متر منطبق بر استاندارد ملی ۱-۱۶۰۸ که طبق استانداردهای زیر تهیه و نگهداری شده و در سن ۲۸ روزه آزمایش می‌شود، تعیین می‌گردد.

نمودار زیر نمودار تنش کرنش مربوط به بتن های با مقاومت فشاری متفاوت را نشان میدهد.

محور قائم نمودار تنش فشاری وارد بر بتن و محور افقی کرنش نمونه را نشان می دهد.

- با افزایش مقاومت فشاری بتن شیب اولیه نمودار (مدول الاستیسیته اولیه) افزایش می یابد.
- کرنش مربوط به نقطه اوج مقاومت فشاری نمونه ها ( $\epsilon_0$ ) با افزایش مقاومت فشاری بتن، "اندکی" افزایش میابد.
- با افزایش مقاومت بتن، شیب نزولی نمودار افزایش میابد.
- کرنش نهایی بتن ( $\epsilon_{cu}$ ) با افزایش مقاومت فشاری بتن، کاهش میابد.
- شکل پذیری بتن های با مقاومت کمتر بیشتر از شکل پذیری بتن های با مقاومت بالا می باشد.



شکل ۴- نمودار تنش کرنش مربوط به آزمایش مقاومت فشاری نمونه بتنی

چنانچه در منحنی تنش کرنش بتن، کرنش نظیر مقاومت فشاری بتن ( $f'_c$ ) را با  $\epsilon_0$  و کرنش نظیر نقطه شکست بتن را با  $\epsilon_{cu}$  نمایش دهیم

در رابطه با افزایش مقاومت فشاری بتن کدام اظهار نظر صحیح است؟

- (۱)  $\epsilon_0$  و  $\epsilon_{cu}$  هر دو افزایش می یابند  
 (۲)  $\epsilon_0$  و  $\epsilon_{cu}$  هر دو کاهش می یابند.  
 (۳) تغییر محسوس در  $\epsilon_0$  و  $\epsilon_{cu}$  روی نمی دهد.  
 (۴)  $\epsilon_0$  تقریباً ثابت باقی مانده و  $\epsilon_{cu}$  کاهش می یابد.

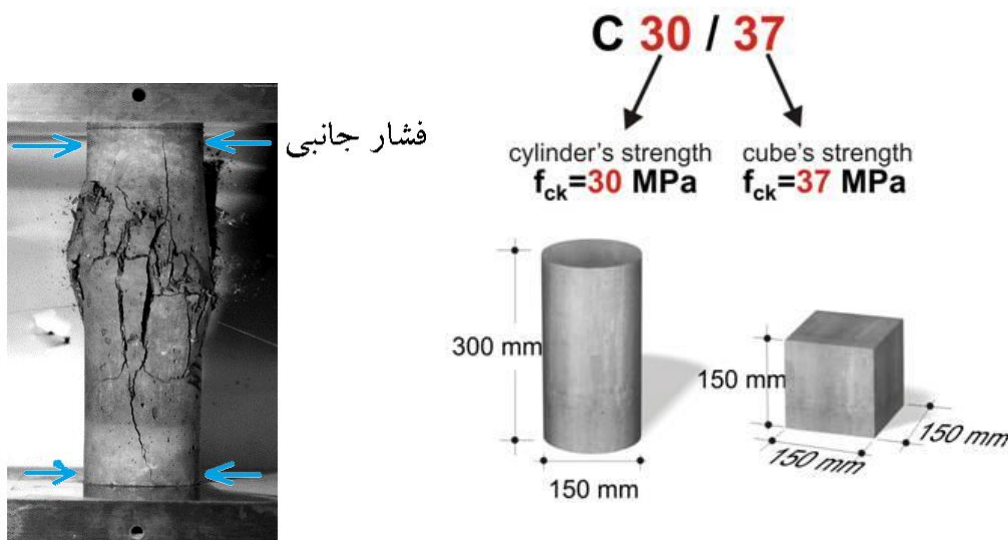
گزینه ۴

## ۲-۱-۱- تاثیر شکل نمونه بر مقاومت فشاری بتن

کدامیک از نمونه های بتنی زیر هنگام آزمایش مقاومت فشاری بیشتری از خود نشان خواهد داد؟

۱- نمونه بتنی استوانه ای به قطر 150 mm و ارتفاع 300 mm

۲- نمونه مکعبی به ابعاد 150 mm



شکل ۵- نمونه مکعبی و استوانه ای و فشاری جانبی صفحات اعمال کننده نیروی فشاری

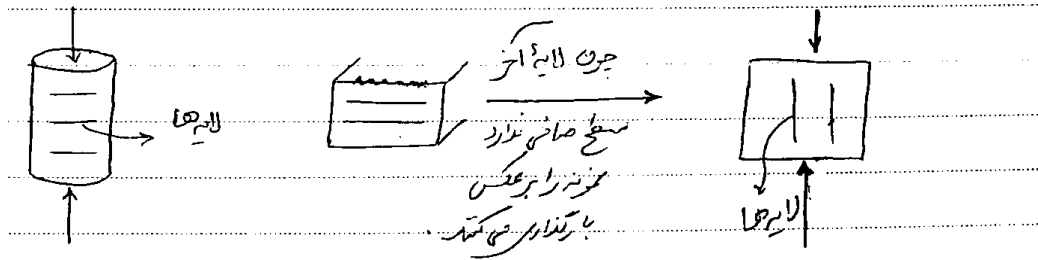
- نمونه مقاومت بیشتری نشان خواهد داد. صفحات فلزی در دو انتهای نمونه بارگذاری شده حرکت (کرنش) جانبی بتن را محدود می کند. یعنی از انبساط جانبی بتن در دو انتها ممانعت می کند و مانع متلاشی شدن دو انتهای نمونه می شود. این محدودیت از اصطکاک بین صفحات فلزی و نمونه بتنی حاصل میشود. بنابراین خرابی معمولاً مطابق شکل زیر در میانه مقطع اتفاق می افتد. در نمونه مکعبی ارتفاع نمونه (نسبت به عرض سطح تماس آن با جک) کمتر بوده و ناحیه محصور شده قسمت بیشتری از ارتفاع مقطع را شامل میشود.

## ۲-۱-۲- تاثیر سایز نمونه بر مقاومت فشاری بتن

با افزایش ابعاد نمونه مقاومت فشاری آن کاهش خواهد یافت. برای مثال نمونه مکعبی با ابعاد 300 mm ضعیف تر از نمونه مشابه با ابعاد 150 mm خواهد بود.

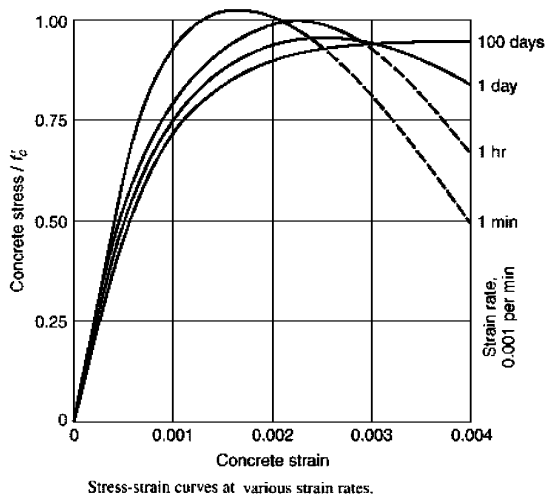
## ۲-۱-۳- تاثیر راستای بارگذاری بر مقاومت فشاری بتن

اگر راستای بارگذاری با راستای ترکها یکی باشد مقاومت کاهش می‌یابد. در نمونه مکعبی معمولا راستای بارگذاری به موازات لایه های بتن ریزی می باشد. در این حالت احتمال خرابی بیشتر است (چرا؟). در نمونه استوانه ای راستای بارگذاری عمود بر راستای لایه ها می باشد.



## ۲-۱-۴- تاثیر سرعت بارگذاری بر مقاومت فشاری بتن

به نمودار شکل زیر توجه کنید. با افزایش سرعت بارگذاری، نمونه بتنی مقاومت فشاری بیشتر از خود نشان می دهد.



سوال : چه عواملی بر  $f'_c$  تاثیر گذار است؟

- ۱- ابعاد نمونه  $\uparrow$   $f'_c$   $\downarrow$
- ۲- شکل نمونه (استوانه ای > مکعبی)
- ۳- سرعت بارگذاری  $\uparrow$   $f'_c$   $\uparrow$
- ۴- اثر محصور شدگی  $\uparrow$   $f'_c$   $\uparrow$
- ۵- نسبت آب به سیمان  $\uparrow$   $f'_c$   $\downarrow$
- ۵- سن بتن  $\uparrow$   $f'_c$   $\uparrow$

- کدام یک از جملات زیر در مورد منحنی تنش - کرنش بتن صحیح نمی باشد؟
- (۱) چنان چه نمونه در زمان بارگذاری تحت تاثیر فشار جانبی نیز قرار گیرد مقاومت فشاری آن افزایش می یابد.
  - (۲) هرچه بتن تحت تنش فشاری تک محوره بالاتری قرار گیرد، رفتار غیرخطی آن بیشتر آشکار می شود.
  - (۳) با افزایش مقاومت فشاری مشخصه بتن، کرنش نهایی شکست کاهش می یابد.
  - (۴) در فشار تک محوره با کاهش سرعت بارگذاری، حداکثر مقاومت فشاری افزایش یافته ولی کرنش نظیر تنش حداکثر کاهش می یابد.

## ۲-۲- تبدیل مقاومت نمونه های بتنی

## پیش نویس آبا، جلد دوم (۱۳۹۹)

ت ۸-۴-۲ در صورتی که آزمونهای مکعبی ۱۵۰ میلی متری تهیه و مورد آزمایش قرار گیرد، لازم است نتایج آن به نتایج استوانه‌ای تبدیل شود. تعداد آزمونهای مکعبی ۱۰۰ میلی متری، باید حداقل ۳ عدد باشد. تبدیل نتایج می‌تواند بر اساس جدول ۸-۱ برای بتن‌های با وزن مخصوص معمول و بتن سبک (مطابق زیرنویس جدول ۸-۱) انجام شود. به دلیل پراکندگی بیشتر نتایج آزمونهای ۱۰۰ میلی متری، لازم است حداقل سه آزمون مورد استفاده قرار گیرد. تبدیل نتایج مقاومت آزمونهای ۱۰۰ میلی متری به ۱۵۰ میلی متری ضرورت ندارد. در صورتی که مقاومت فشاری در سنین دیگری نیز مبنای قضاوت خاص قرار می‌گیرد، تهیه و آزمایش دو آزمون با قطر یا بعد ۱۵۰ میلی متر یا سه آزمون با قطر یا بعد ۱۰۰ میلی متر برای هر سن ضروری خواهد بود. لازم است به دلیل وجود نقص‌های احتمالی در آزمونها تعداد آنها بیشتر از حداقل ذکر شده باشد تا بتوان در صورت نیاز از آنها استفاده کرد.

مجوز استفاده از آزمونهای کوچکتر بدلیل افزایش سطح مقاومت بتن‌ها در سال‌های اخیر و لزوم عدم افزایش ظرفیت دستگاه‌های تعیین مقاومت فشاری، صادر شده است. همچنین سبکی قالب و وزن این آزمونها شرایط بهتری را از نظر کار کردن با آنها و کاهش حجم اشغال در اطاق مرطوب یا مخزن آب نگهداری، فراهم می‌کند.

۸-۴-۲ منظور از نتیجه‌ی مقاومت فشاری هر نمونه، میانگین نتایج حداقل دو آزمون‌ی استوانه‌ای به قطر حدود ۱۵۰ و ارتفاع حدود ۳۰۰ میلی متر، در سن ۲۸ روز یا هر سن مقرر شده‌ی دیگری برای مقاومت مشخصه است. در مواردی که از آزمونهای استوانه‌ای به قطر حدود ۱۰۰ و ارتفاع حدود ۲۰۰ میلی متر استفاده می‌شود، میانگین نتایج حداقل سه آزمون باید به‌عنوان نتیجه‌ی هر نوبت نمونه‌برداری در نظر گرفته شود.

برای ارزیابی کیفیت مقاومت بتن، قبل یا بعد از موعد مقرر، می‌توان حداقل یک آزمون‌ی دیگر را به کار گرفت.

## پیش نویس آبا، جلد دوم (۱۳۹۹)

## جدول ۸-۱ تبدیل مقاومت بتن معمولی و سبکدانه، از آزمون مکعبی ۱۵۰ میلی متر به آزمون استوانه‌ای به قطر ۱۵۰ میلی متر

مقاومت فشاری مکعبی ۱۵۰ میلی متری، مگاپاسکال	۲۵	۳۰	۳۵	۴۰	۴۵	۵۰	۵۵	۶۰	۶۵	۷۰	۷۵
مقاومت فشاری استوانه‌ای استاندارد، مگاپاسکال	۲۰	۲۵	۳۰	۳۵	۴۰	۴۵	۵۰	۵۵	۶۰	۶۵	۷۰

۱- برای تبدیل مقاومت مکعبی کمتر از ۲۵ مگاپاسکال به استوانه‌ی استاندارد، مقدار آن بر ۱/۲۵ تقسیم می‌شود.

۲- برای مقاومت‌های بین اعداد ذکر شده در جدول، کافی است ۵ مگاپاسکال از نتیجه‌ی مکعبی کم شود تا نتیجه‌ی استوانه‌ای حاصل گردد.

۳- در صورت استفاده از مکعب ۱۰۰ میلی متری، تبدیل آن به استوانه‌ی ۱۰۰ میلی متری مشابه جدول فوق خواهد بود. هرچند مقاومت مکعب ۱۰۰ و ۱۵۰ میلی متری و همچنین مقاومت استوانه‌ی ۱۰۰ و ۱۵۰ میلی متری با یکدیگر تفاوت دارند، اما تبدیل آنها ضرورت ندارد و صرفاً از حداقل سه آزمون‌ی کوچکتر به جای حداقل دو آزمون‌ی بزرگتر استفاده می‌شود. به هر حال حداقل قطر آزمون‌ی استوانه‌ای باید از سه برابر حداکثر اندازه‌ی اسمی سنگدانه کمتر نباشد و برای آزمون‌ی مکعبی نیز باید از ۳/۵ برابر حداکثر اندازه‌ی اسمی سنگدانه کمتر نباشد.

۴- برای بتن‌های سبکدانه، نسبت مقاومت فشاری آزمون مکعبی ۱۵۰ میلی متری به استوانه به قطر ۱۵۰ میلی متر، برای رده‌های مقاومتی تا ۴۰ مگاپاسکال برابر با ۱/۰۵ و برای مقاومت‌های بیشتر تقریباً یک است.

## ۲-۳- مدول الاستیسیته بتن

بر خلاف فولاد که مدول الاستیسیته آن ثابت فرض می شود، مدول الاستیسیته بتن متغیر است. در شکل زیر نمودار تنش - کرنش بتن نشان داده شده است. همانطور که مشاهده می شود در بتن برخلاف فولاد، نقطه تسلیم مشخصی نداریم و با افزایش تنش سختی به تدریج کاهش میابد. به سه طریق می توان مدول الاستیسیته را تعریف کرد.

۱- شیب اولیه نمودار تنش کرنش (مدول الاستیسیته اولیه - Initial)

۲- شیب خط متصل کننده مبدا به نقطه تنش دلخواه مانند B (مدول الاستیسیته سکانتی - Secant)

۳- شیب خط مماس بر نمودار در هر نقطه دلخواه (مدول الاستیسیته مماسی - Tangent)

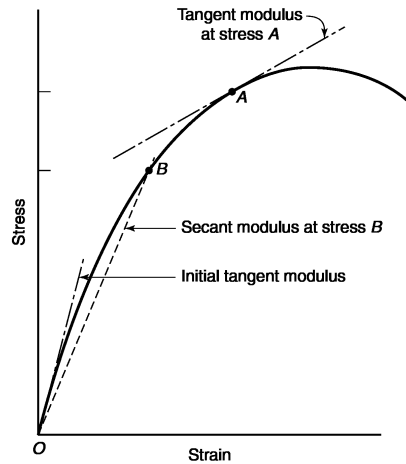


Fig. 3-17  
Tangent and secant moduli of  
elasticity.

- تنش در بتن در حد بارگذاری سرویس حدود  $0.45f'_c$  می باشد. در صورتی که نقطه B در حدود  $0.45f'_c$  انتخاب شود، تنش سکانتی بتن در بارگذاری سرویس بدست می آید. آیین نامه ACI توصیه می کند جهت مدلسازی سازه های بتنی از مدول الاستیسیته سکانتی استفاده شود و روابطی را جهت محاسبه و تخمین مدول الاستیسیته بتن ارائه کرده است.

### 19.2.2 Modulus of elasticity

19.2.2.1 It shall be permitted to calculate  $E_c$  in accordance with (a) or (b):

(a) For values of  $w_c$  between 1440 and 2560 kg/m<sup>3</sup>

$$E_c = w_c^{1.5} 0.043 \sqrt{f'_c} \quad (19.2.2.1.a)$$

(b) For normalweight concrete

$$E_c = 4700 \sqrt{f'_c} \quad (19.2.2.1.b)$$

**R19.2.2.1** Equations in 19.2.2.1 provide an estimate of  $E_c$  for general design use. Studies leading to the expression for  $E_c$  of concrete are summarized in Pauw (1960), where  $E_c$  is defined as the slope of the line drawn from a stress of zero to 45 percent of the compressive strength using the stress-strain curve of the concrete. This definition is slightly different than the definition in ASTM C469. ASTM C469 defines  $E_c$  using 40 percent of the compressive strength.

برای  $f'_c = 25 \text{ MPa}$  مقادیر مدول الاستیسیته بتن به صورت زیر بدست می آید:

$$E_c = 4700 \sqrt{f'_c} \text{ MPa} = 23500 \text{ MPa} \quad \text{رابطه تقریبی ACI318-2019}$$

$$E_c = W_c^{1.5} \times 0.043 \sqrt{f'_c} \xrightarrow{\text{با فرض } W_c = 2400 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} 5056 \sqrt{f'_c} \text{ MPa} = \text{رابطه دقیق ACI318-2019} \\ 25279 \text{ MPa}$$

$$E_c = W_c^{1.5} \times 0.043 \sqrt{f'_c} \xrightarrow{\text{با فرض } W_c = 2300 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} 4743 \sqrt{f'_c} \text{ MPa} = \text{رابطه دقیق ACI318-2019} \\ 23715 \text{ MPa}$$

با مقایسه با فولاد ( $E_s = 2 \times 10^5 \text{ MPa}$ ) مدول الاستیسیته فولاد حدود ۸ الی ۱۰ برابر مدول الاستیسیته بتن می باشد.

- مدول ارتجاعی بتن با مقاومت بالا نسبت به بتن با مقاومت پایین:  
 (۱) بزرگتر از یک است  
 (۲) کوچکتر از یک است  
 (۳) مساوی یک است  
 (۴) قابل برآورد نیست

گزینه ۱

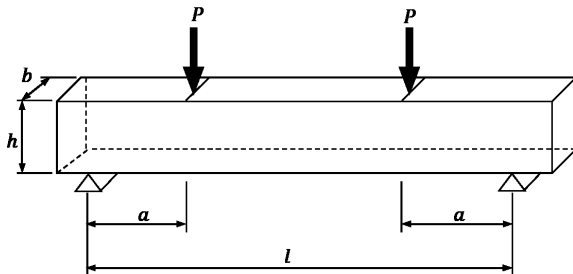
## ۴-۲- مقاومت کششی بتن

جهت تعیین مقاومت کششی از دو آزمایش مختلف به نام "Modulus of rupture or flexural test" و "Split cylinder test" می توان استفاده کرد.

## ۱- مدول گسیختگی (ASTM C78) Modulus of rupture or flexural test

در این روش مطابق شکل زیر یک تیر بتنی "بدون میلگرد" تحت اثر دو نیروی متمرکز قرار می گیرد. در اثر نیروی  $P$  لنگر خمشی  $M=Pa$  در تیر ایجاد می شود. بار  $P$  افزایش می یابد تا جایی که تیر تحت اثر کشش ناشی از لنگر ترک خورده و گسیخته شود.

سپس مقدار مدول گسیختگی،  $f_r$ ، بر اساس رابطه  $f_r = \frac{Mc}{I}$  محاسبه می شود.



$$f_r = \frac{M}{I}c = \frac{6M}{bh^2} = \frac{6Pa}{bh^2}$$

- رابطه فوق با فرض خطی بودن تنش ها بدست آمده است.

آیین نامه ACI رابطه تقریبی زیر را جهت محاسبه مدول گسیختگی ارائه می کند (در صورت استفاده از رابطه ACI دیگر نیازی به انجام آزمایش فوق نخواهد بود).

۵-۳-۹ مدول گسیختگی بتن،  $f_r$ 

۱-۵-۳-۹ مدول گسیختگی بتن، از رابطه ی (۱-۳-۹) محاسبه می شود.

$$f_r = 0.62\lambda\sqrt{f'_c}$$

(۱-۳-۹)

- نکته: مقاومت کششی بتن حدود 0.08 الی 0.15 مقاومت فشاری آن بدست می آید.

مثال: مقاومت کششی و فشاری یک ستون بتنی با مقطع  $400 \times 400 \text{ mm}^2$  را بدست آورید.  
 مقاومت فشاری بتن را برابر  $f_c = 25 \text{ MPa}$  فرض کنید.

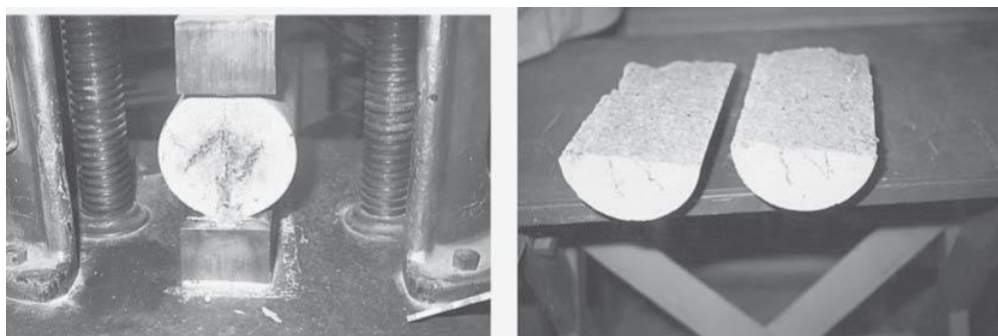
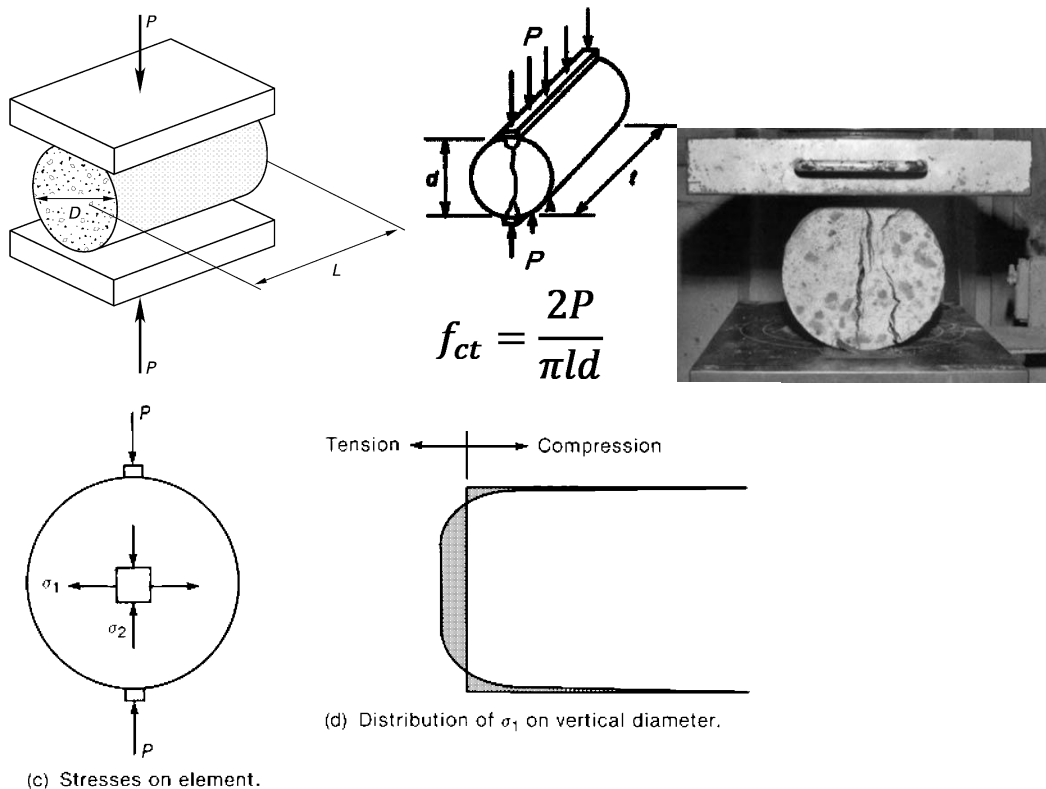
$$\text{مقاومت فشاری} = A_g f'_c = (400 \times 400) \times 25 = 4000 \text{ kN}$$

$$\text{مقاومت کششی} = A_g \left( 0.62 \sqrt{f'_c} \right) = (400 \times 400) \times (0.62 \sqrt{25}) = 496 \text{ kN}$$

- نکته: در محاسبات فوق ضرایب آیین نامه ای اعمال نشده است.

۲- مدول شکافت (ASTM C496) Split cylinder test

یکی از روشهای محاسبه مقاومت کششی بتن استفاده از آزمایش شکافت استوانه است. در آزمایش مدول شکافت یک استوانه بتنی مطابق شکل زیر تحت اثر نیروی فشاری در راستای قطر قرار می گیرد. نیروی P موجب می شود مطابق شکل سمت راست، در دو انتهای فوقانی و تحتانی تنش فشاری زیادی ایجاد شود و در قسمت میانی تنش کششی یکنواخت ایجاد شود. تنش مقاوم کششی نمونه (مدول شکافت) از رابطه  $f_{ct} = \frac{2P}{\pi ld}$  بدست می آید.





## ۲-۵- تاثیر بارگذاری چند محوره

در شکل زیر در راستای افقی تنش ثابت  $\sigma_3$  در دو راستا وارد می شود. همزمان با تنش ثابت  $\sigma_3$ ، در راستای قائم تنش  $\sigma_1$  به تدریج افزایش می یابد تا نمونه گسیخته شود. آزمایشات نشان میدهد می توان مقاومت بتن در راستای ۱ را با رابطه زیر تقریب زد:

$$\sigma_1 = f'_c + 4.1\sigma_3$$

در رابطه فوق  $f'_c$  مقاومت فشاری نمونه بتنی تحت فشار تک محوری ( $\sigma_3 = 0$ ) می باشد. با افزایش فشار جانبی  $\sigma_3$  مقاومت فشاری در راستای 1 نیز افزایش می یابد.

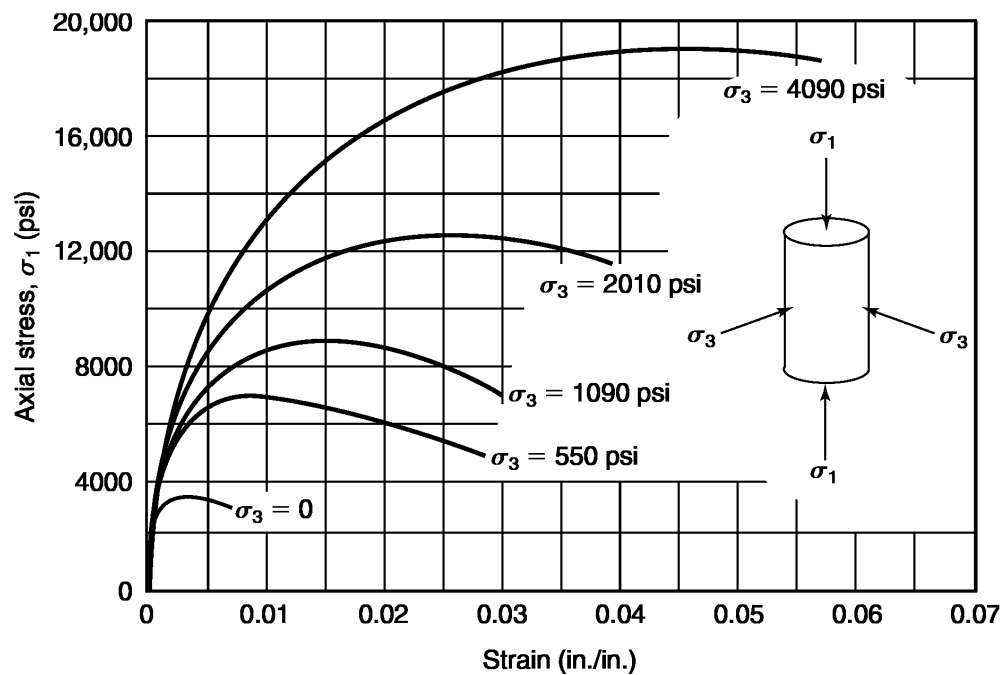


Fig. 3-15  
Axial stress–strain curves  
from triaxial compression  
tests on concrete cylinders;  
unconfined compressive  
strength  $f'_c = 3600$  psi.  
(From [3-3].)

اعضای بتنی ممکن است در شرایط مختلف تحت تنشهای مختلف قرار گیرند. برای مثال مقطع تیرهای بتنی همزمان تحت اثر تنشهای کششی و فشاری ناشی از خمش و نیز تنش های برشی ناشی از برش قرار می گیرند. در دالها و پی های گسترده نیز مقطع بتن تحت اثر همزمان تنشهای محوری در دو راستای عمود بر هم، و نیز تنش های برشی قرار می گیرند. از دیدگاه علم مقاومت مصالح، تنش های چند جهته را می توان به سه مولفه تنش اصلی تبدیل کرد (تنشهای اصلی). تنشهای اصلی ممکن است کششی و یا فشاری باشند.

- اگر یکی از تنشهای اصلی صفر باشد، خواهیم گفت تنش دو محوره داریم.
- اگر دو تنش اصلی صفر باشد، خواهیم گفت تنش تک محوره داریم.

در اکثر مواقع نتایج آزمایشگاهی تنها برای تنش تک محوره اعلام می شوند. برای مثال تنش مقاوم نمونه استوانه ای ۲۸ روزه بتن مقاومت فشاری تک محوره بتن را نشان میدهد.

در شکل زیر نمونه بتنی تحت اثر همزمان تنش فشاری در دو راستای ۱ و ۲ قرار گرفته است. نقطه d: در این نقطه نمونه تحت اثر همزمان تنش در دو راستای ۱ و ۲ قرار گرفته است. در این حالت مقاومت فشاری نمونه بیش از  $1.1f'_c$  خواهد بود.

نقطه b: این نقطه مربوط به کشش دو محوره می باشد که در آن مقاومت کششی نمونه حدود ۱۰ درصد مقاومت فشاری آن است.

نقطه a: این نقطه مقاومت فشاری نمونه تحت فشار تک محوره در راستای ۱ را نشان میدهد که برابر  $f'_c$  می باشد.

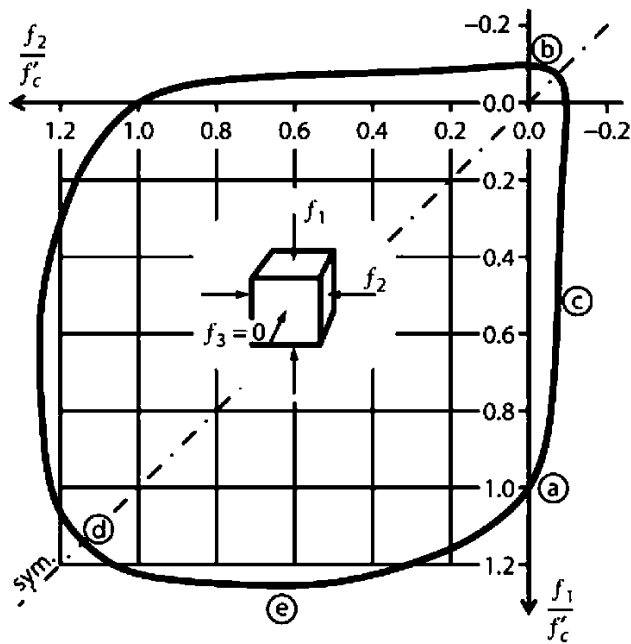
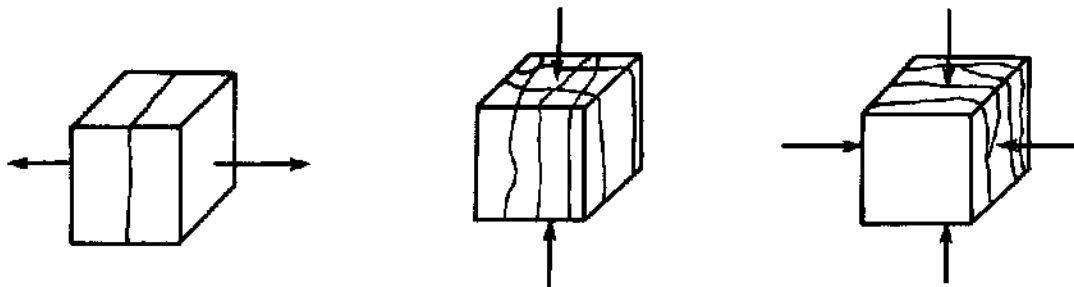


FIGURE 3.11 Concrete strength envelope under biaxial loading. (After Kupfer et al., 1969, courtesy of American Concrete Institute.)

شکل های زیر مربوط به شکل شکاف در بتن در هنگام شکست آن است.

- در شکل سمت چپ نمونه تحت کشش خالص است و ترک ها عمود بر راستای کشش هستند.
- در شکل وسط و شکل سمت راست ترک ها به موازات فشار هستند.



شکل زیر نمودار تنش و کرنش در نمونه بتنی با بارگذاری تک محوری را نشان می دهد. تنش تک محوری در راستای 1 وارد می شود. با افزایش تنش نمونه در راستای 1 کاهش طول خواهد داشت ولی در راستای 3 افزایش عرض خواهیم داشت.

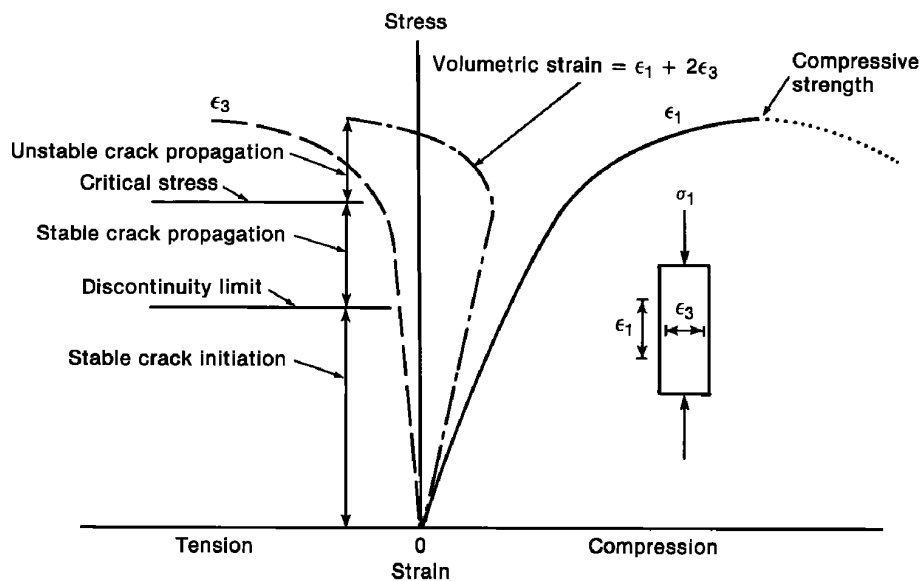
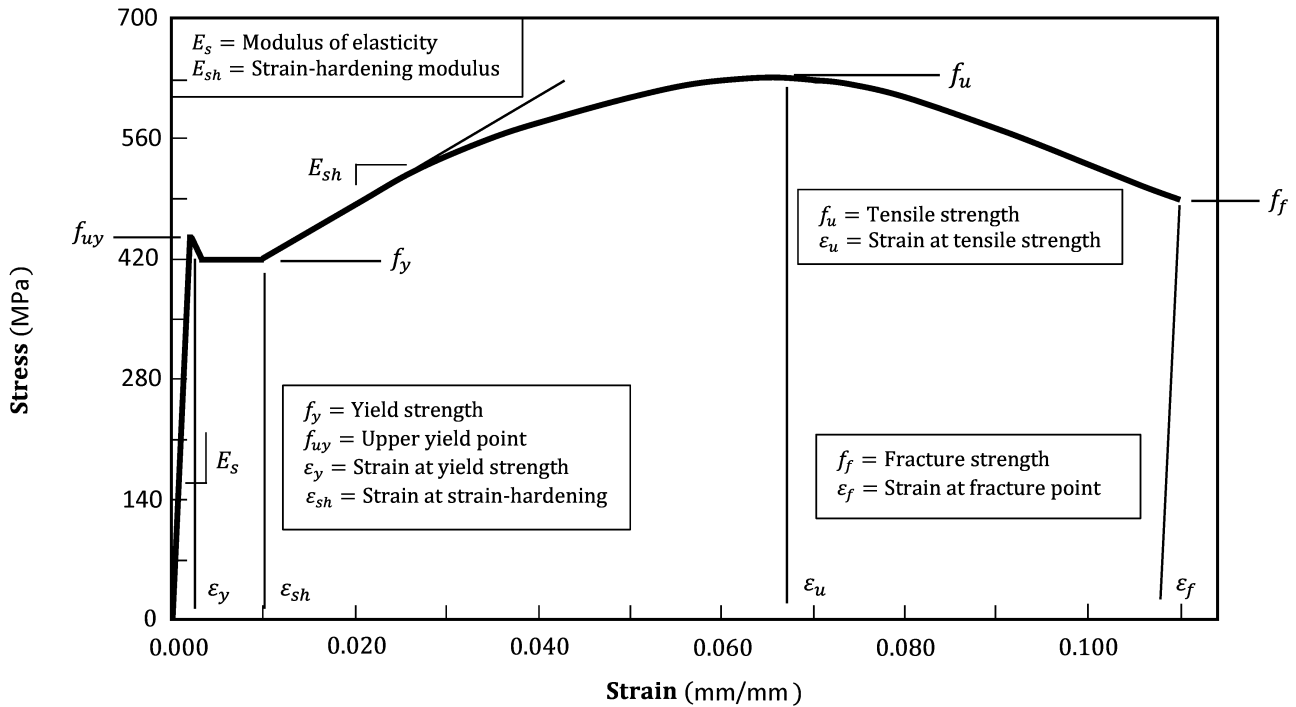
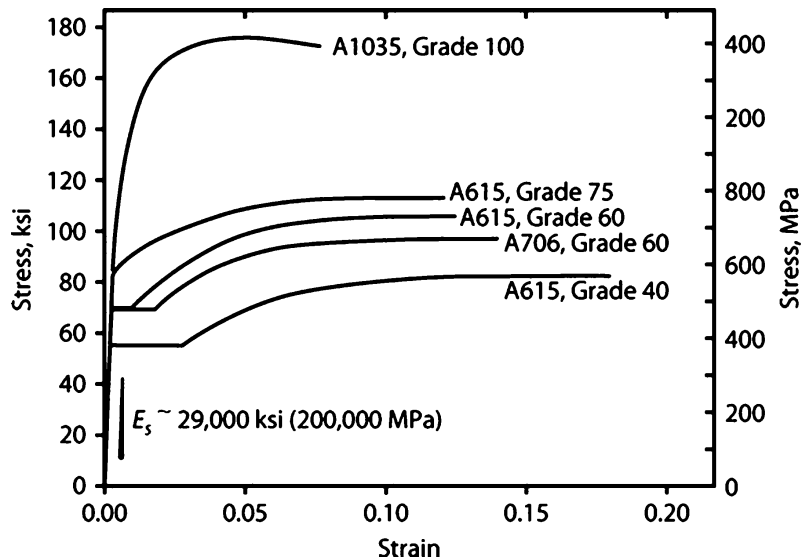


Fig. 3-1  
Stress-strain curves for  
concrete loaded in uniaxial  
compression. (From [3-2].)

شکل های زیر نمودار تنش کرنش مربوط به میلگرد را نشان می دهد.



شکل زیر نشان می دهد با افزایش مقاومت میلگرد، پله تسلیم از بین رفته و شکل پذیری آن کاهش می یابد. منظور از Grade 40 میلگرد با مقاومت تسلیم  $F_y = 40 \text{ ksi} = 40 \times 7 \text{ MPa} = 280 \text{ MP}$  می باشد. منظور از Grade 60 میلگرد با مقاومت تسلیم  $F_y = 60 \text{ ksi} = 60 \times 7 \text{ MPa} = 420 \text{ MP}$  می باشد.



## مبحث نهم (۱۳۹۹)

## ۵-۴-۹ ویژگیهای کششی آرماتورها

۱-۵-۴-۹ ویژگی های کششی آرماتورها باید مطابق با مقادیر کششی یکی از رده های ارائه شده در جدول ۲-۴-۹ باشد.

جدول ۲-۴-۹ ویژگیهای کششی آرماتورها

رده	علامت مشخصه در ایران	طبقه‌بندی از نظر شکل رویه	رده از نظر شکل پذیری	مقاومت کششی حداقل MPa	تنش حد تسلیم MPa		ازدیاد طول نسبی [۱]	
					حداقل	حداکثر	حداقل $A_5$	حداقل $A_{10}$
S240	س ۲۴۰	ساده	نرم	۳۶۰	۲۴۰	-	۲۵	۱۸
S340	آج ۳۴۰	آجدار ماریچ	نیم سخت	۵۰۰	۳۴۰	-	۱۸	۱۵
S350	آج ۳۵۰	آجدار ماریچ	نیم سخت	۵۰۰	۳۵۰	۴۵۵	۱۷ <sup>[۲]</sup>	-
S400	آج ۴۰۰	آجدار جناغی	نیم سخت	۶۰۰	۴۰۰	-	۱۶	۱۲
S420	آج ۴۲۰	آجدار جناغی	نیم سخت	۶۰۰	۴۲۰	۵۴۵	۱۶ <sup>[۲]</sup>	-
S500	آج ۵۰۰	آجدار مرکب	سخت	۶۵۰	۵۰۰	-	۱۰	۸
S500C	آج ۵۰۰ سرد	آجدار	سخت	۵۵۰	۵۰۰	-	۱۲	-
S520	آج ۵۲۰	آجدار مرکب	سخت	۶۹۰	۵۲۰	۶۷۵	۱۳	-

[۱] انتخاب یکی از طولهای آزمون برای تعیین میزان ازدیاد طول نسبی کافی است. در صورت عدم ذکر طول آزمون، طول حداقل  $A_5$  باید ملاک قرار گیرد. طولهای  $A_5$  و  $A_{10}$  در استاندارد INSO 3132 ایران تعریف شده اند.

[۲] در خصوص میلگردهایی که قطر اسمی آنها ۳۲ میلیمتر یا بیشتر است، حداقل مقدار مشخصه تعریف شده برای  $A_5$  ممکن است تا ۲ درصد به ازای هر ۳ میلیمتر افزایش در قطر، کاهش یابد. حداکثر کاهش از حداقل مقادیر تعریف شده در جدول فوق به ۴ درصد محدود می‌شود.



استفاده از آرماتور ساده در چه مواردی مجاز است؟

## مبحث نهم (۱۳۹۹)

## ۸-۴-۹ مشخصات مورد نیاز آرماتورها در طراحی

۱-۸-۴-۹ کلیدی آرماتورهای طولی و عرضی مصرفی در سازه‌های بتن آرمه باید آجدار باشند.

استفاده از آرماتورهای ساده فقط در دورپیچ‌ها مجاز است.

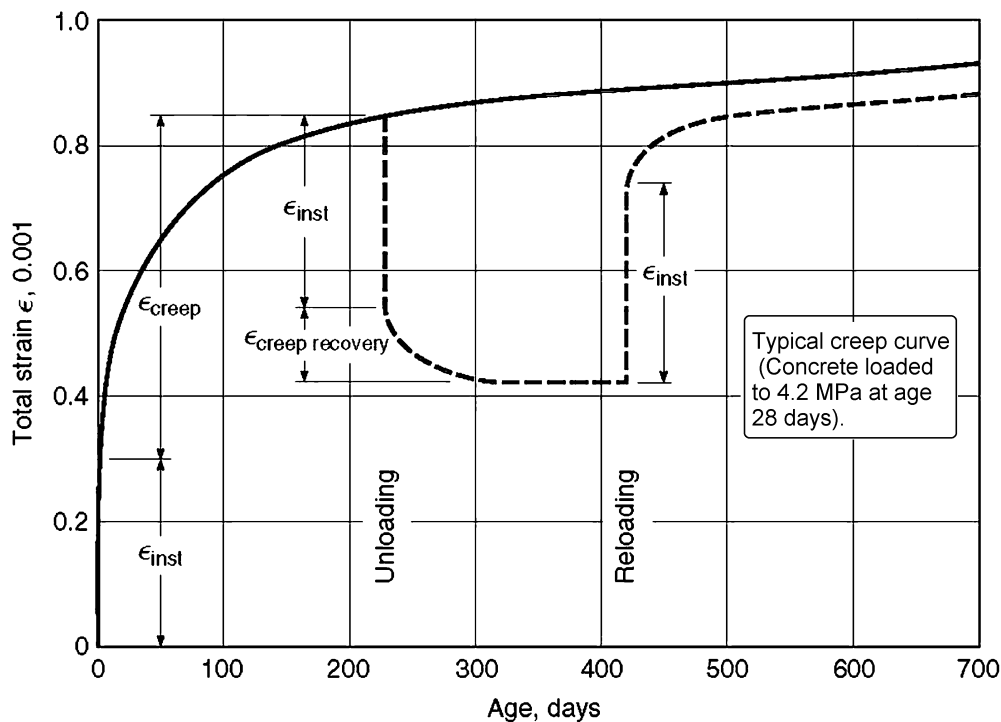
- توجه: آرماتورهای افت و حرارت که در سقف‌ها به کار می‌رود (برای مثال در سقف تیرچه بلوک) نیز باید آجدار باشند.

برخی از مواد مانند فولاد، مقاومت و نمودار تنش کرنش حساسیت کمی به زمان دارند. ولی در بتن اینچنین نیست. اگر یک نمونه بتنی به صورت فشاری بارگذاری شود، یک تغییر شکل آنی اولیه در آن مشاهده خواهد شد و اگر باربرداری انجام نشود و وارد بر آن در طول زمان ثابت بماند، یک تغییر شکل اضافی تدریجی بنام خزش در آن ایجاد خواهد شد.

شکل زیر نشان می دهد که یک نمونه بتنی ۲۸ روزه تحت تنش فشاری 4.8 MPa قرار گرفته و کرنش اولیه آنی  $\epsilon_{inst}$  در آن ایجاد شده است.

به مدت ۲۳۰ روز مقدار بار ثابت باقی مانده و در این فاصله علاوه بر کرنش آنی  $\epsilon_{inst}$ ، کرنش ناشی از خزش  $\epsilon_{creep}$  به آن اضافه شده است، به طوریکه جمع کرنش در نمونه به حدود سه برابر کرنش آنی اولیه افزایش یافته است. اگر بار ثابت حفظ شود، نمودار خط توپر را طی خواهد کرد و مطابق شکل افزایش قابل توجهی در کرنش نخواهیم داشت. ولی اگر مطابق قسمت چین نمودار باربرداری انجام شود، قسمت عمده تغییر شکل آنی اولیه ( $\epsilon_{inst}$ ) بر می گردد. اگر نمونه بدون بار رها شود در طول زمان قسمتی از خزش نیز باز خواهد گشت ( $\epsilon_{creep recovery}$  در شکل).

کرنش مربوط به خزش ( $\epsilon_{creep}$ ) که در یک فاصله زمانی طولانی (۲ الی ۵ سال) رخ می دهد می تواند حدود یک الی سه برابر کرنش اولیه باشد. ( $\epsilon_{creep} = 1 \sim 3 \times \epsilon_{inst}$ )



عوامل که بر خزش اثر می کند:

- ۱- خلل فرج بتن ↑ خزش ↑
- ۲- ضخامت قطعه بتنی ↑ خزش ↓
- ۳- عمر بتن در لحظه بارگذاری ↑ خزش ↓
- ۴- زمان بارگذاری (مدتی که بار بر قطعه اثر می کند) ↑ خزش ↑
- ۵- رطوبت محیط ↑ خزش ↓
- ۶- درصد فولاد فشاری ↑ خزش ↓

✓ تحت تنش های ثابت بیش از  $0.85f'_c$ ، پدیده خزش با گذشت زمان موجب شکست نمونه می شود.

## سراسری ۹۵

برای تیر بتن مسلح با تکیه گاه های ساده تحت بار دائمی گسترده، افزایش چه عاملی تأثیر بیشتری در کاهش نسبت تغییر شکل زمانی به تغییر شکل آنی در وسط تیر دارد؟

(۱) مقاومت کششی بتن (۲) مقدار آرماتور کششی (۳) مقاومت فشاری بتن (۴) مقدار آرماتور فشاری

گزینه ۴

## سراسری ۸۰

در تیرهای پیوسته (چند دهانه) بتن آرمه تحت اثر بار ثابت به تدریج کدام حالت اتفاق می افتد؟

(۱) هر دو ممان منفی و مثبت افزایش می یابند.

(۲) هر دو ممان منفی و مثبت کاهش می یابند.

(۳) ممان مثبت کم شده و ممان منفی تکیه گاه افزایش می یابد.

(۴) از ممان منفی تکیه گاه کم شده و به همان مثبت وسط دهانه اضافه می شود.

گزینه ۴

## سراسری ۷۲

خیز بلند مدت یک تیر بتن آرمه:

(۱) ۲ تا ۳ برابر خیز اولیه آن است.

(۲) 1.5 برابر خیز اولیه آن است.

(۳) به علت جمع شدگی "Shrinkage" کمتر از خیز اولیه آن است.

(۴) هیچکدام

گزینه ۱

## آزاد ۸۹

کدام یک از موارد زیر موجب افزایش مقاومت فشاری بتن می شود.

(۱) کاهش سرعت بارگذاری در آزمایش مقاومت فشاری

(۲) بزرگتر کردن اندازه نمونه های آزمایش مقاومت فشاری

(۳) افزایش نسبت آب به سیمان بتن

(۴) تغییر شرایط عمل آوری نمونه قبل از آزمایش از حالت خشک به حالت مرطوب

گزینه ۴

## آزاد ۸۹

کدام یک از عبارات های زیر راجع به پدیده خزش در بتن صحیح است؟

(۱) هر قدر رطوبت نسبی محیط کمتر باشد کرنش ناشی از خزش در بتن بیشتر است.

(۲) کرنش ناشی از خزش تماماً برگشت پذیر یا قابل جبران در بار برداری است.

(۳) هر قدر تنش اعمالی به نمونه کمتر و سن نمونه هنگام بارگذاری بیشتر باشد، میزان خزش آن بیشتر است

(۴) میزان کرنش ناشی از خزش همواره کمتر از کرنش ناشی از بارگذاری است.

گزینه ۱

## ۲-۸- افت و حرارت

اعضای بتنی، حتی اگر بارگذاری روی آنها انجام نشود، به مرور زمان کاهش حجم خواهند داشت. از جمله دلایل این کاهش حجم پدیده افت و حرارت می باشد. افت مربوط به از دست دادن رطوبت داخل بتن و تبخیر آن از سطح بتن می باشد. هرچه سطح تماس بتن با هوای آزاد بیشتر باشد این تبخیر بیشتر خواهد بود. میزان این تبخیر مسلماً به دمای محیط و رطوبت نسبی هوا وابسته است.

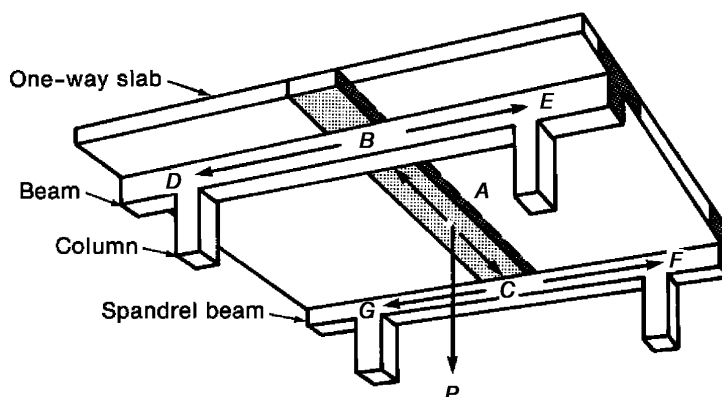
## تفاوت افت با خزش؟

✓ برخلاف خزش علت افت تنش های فشاری نمی باشد. بلکه در غیاب تنش های فشاری نیز افت اتفاق می افتد.



۳-۱- طراحی تیر

یکی از رایج ترین سیستم های باربر، سیستم قاب خمشی می باشد که در آن تیرها اعضایی هستند که تحت خمش و برش قرار دارند و ستونها اعضایی هستند که تحت خمش، برش و نیروی محوری قرار دارند. علاوه بر تیرها، اجزای سقف نیز تحت خمش و برش قرار دارند. در شکل زیر نیروی P توسط نواری از دال سقف (که در شکل هاشور خورده است) تحمل می شود. بار P همراه با وزن خود سقف در نقاط B و C به تیرها منتقل می شود. تیرها نیز در انتها بار را به ستون منتقل می کنند. تیر به ستون لنگر همراه با نیروی محوری وارد می کند. در شکل بار به صورت یک طرف و تنها در یک راستا به تیرها منتقل می شود و به همین جهت به آن دال "یک طرفه" گفته می شود. دقت شود که در این شکل تنها در یک جهت تیر داریم و اگر در چهار طرف دال تیر داشتیم، بار در هر دو جهت منتقل می شد و در این صورت دال "دو طرفه" داشتیم.



اساس طراحی مقاطع بر اساس رابطه زیر انجام میشود:

$$\text{Reduced nominal strength} \geq \text{factored load effects}$$

اگر مقطع تحت لنگر خمشی باشد:

$$\phi M_n \geq M_u$$

در رابطه فوق مقدار  $M_n$  "مقاومت خمشی اسمی" مقطع را نشان می دهد (nominal moment strength). مقدار آن بر اساس هندسه مقطع و مقاومت مصالح (استفاده شده در مقطع) تعیین می شود.

$M_u$  لنگر ناشی از بارهای ضریب دار می باشد که به آن لنگر طراحی نیز گفته می شود. این لنگر از ترکیب بارها بدست می آید. برای مثال بارهای مرده، زنده، و ... هر کدام لنگری را به مقطع وارد می کنند. این لنگرها با هم ترکیب می شوند و مقدار  $M_u$  را تشکیل می دهند. بنابراین برای بدست آوردن  $M_u$  باید ابتدا تحلیل سازه انجام شود تا دیاگرام های لنگر ترسیم شوند و مشخص شود که لنگر ناشی از بارهای مختلف چقدر است.

مقدار  $\phi$  ضریب کاهش مقاومت (strength-reduction factor) می باشد. در مواردی که خمش (بدون حضور نیروی محوری) داریم، مقدار این ضریب بر اساس ACI-318-2019 برابر 0.9 می باشد. این ضریب کاهش برای منظور کردن احتمال خطای اجرا (مثلا عدم اجرای دقیق ابعاد و یا کاهش مقاومت) و همچنین خطاها و تقریب های محاسباتی می باشد.

مقدار  $\phi M_n$  را "مقاومت اسمی کاهش یافته" و یا "مقاومت طراحی" می نامند.

## ۳-۱-۱- ترکیب بار

در برآورد و محاسبه لنگر وارد بر یک عضو بتنی باید اثرات بارهای مختلف باهم جمع شوند. برای مثال فرض کنید یک تیر همزمان تحت اثر لنگرهای ناشی از بارهای **مرده، زنده و زلزله** قرار گیرد. فرض کنید لنگر وارد بر تیر تحت هر کدام از این بارها برابر مقادیر زیر باشد:

$$\begin{aligned}M_{Dead} &= 400 \text{ kN.m} \\M_{Live} &= 200 \text{ kN.m} \\M_{Earthquake} &= 300 \text{ kN.m}\end{aligned}$$

در این صورت جمع کل لنگر وارد بر تیر چقدر خواهد بود؟

لنگرهای فوق باید مطابق جدول زیر باهم جمع شوند. باید حالت های مختلف را در نظر گرفت. برای مثال در ترکیب بار شماره (1) در جدول زیر فرض شده است که تنها بار مرده وارد شود و در ترکیب بار شماره (2) فرض شده است که تنها بارهای مرده و زنده (و یا یکی از بارهای زنده بام، برف یا باران، در صورت وجود) وارد شود. در ترکیب بار شماره (5) و (7) زلزله نیز حضور دارد.

حداکثر لنگر وارد بر تیر باید با در نظر گرفتن تمامی ترکیب بارها محاسبه و حداکثر مقدار ممکن منظور شود. در مثال فوق جمع بارها (ترکیب بارها) بر اساس ترکیب بارهای شماره ۱، ۲ و ۵ به صورت زیر محاسبه میشود:

ترکیب بار شماره (۱):

$$1.4D = 1.4 \times 400 = 560 \text{ kN.m}$$

ترکیب بار شماره (۲):

$$1.2D + 1.6L + 0.5(L_r \text{ or } S \text{ or } R) = 1.2 \times 400 + 1.6 \times 200 + 0 = 800 \text{ kN.m}$$

ترکیب بار شماره (۵):

$$1.2D + E + L + 0.2S = 1.2 \times 400 + 300 + 200 + 0 = 980 \text{ kN.m}$$

با توجه به ترکیب بارهای فوق حداکثر لنگر وارد بر تیر باید برابر 980 kN.m در نظر گرفته شود.

## ۷-۹ ضریبهای بار و ترکیبهای بارگذاری - ضریبهای کاهش مقاومت

## جدول ۱-۷-۹ ترکیبهای بارگذاری

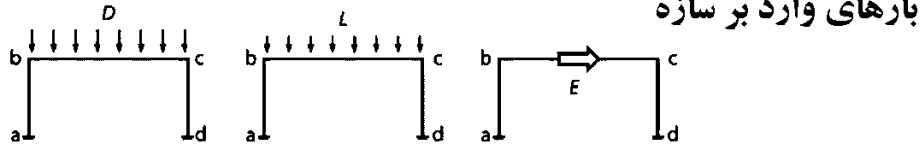
شماره‌ی رابطه	بار اصلی	ترکیبهای بارگذاری
(۱-۷-۹)	$D$	1) $U = 1.4D$
(۲-۷-۹)	$L$	2) $U = 1.2D + 1.6L + 0.5(L_r \text{ or } S \text{ or } R)$
(۳-۷-۹)	$L_r \text{ or } S \text{ or } R$	3) $U = 1.2D + 1.6(L_r \text{ or } S \text{ or } R) + (1.0L \text{ or } 0.5(1.6W))$
(۴-۷-۹)	$W$	4) $U = 1.2D + 1.0L + 1.6W + 0.5(L_r \text{ or } S \text{ or } R)$
(۵-۷-۹)	$E$	5) $U = 1.2D + 1.0E + 1.0L + 0.2S$
(۶-۷-۹)	$W$	6) $U = 0.9D + 1.6W$
(۷-۷-۹)	$E$	7) $U = 0.9D + 1.0E$

در جدول فوق:

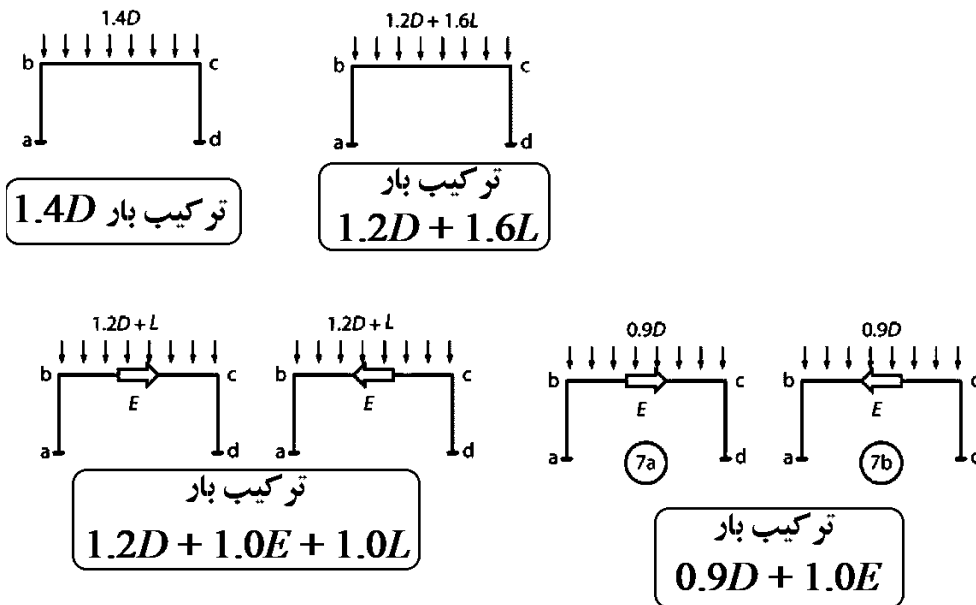
D: بار مرده، L: بار زنده،  $L_r$ : بار زنده بام، S: بار برف، R: بار باران، W: بار باد، E: بار زلزله

در شکل های زیر ترکیب بارهای اول و دوم و نیز ترکیب بارهای پنجم و هفتم که شامل نیروی زلزله هستند نمایش داده شده اند.

(i) Load cases



(ii) Load combinations



۷-۹ ضریب‌های بار و ترکیب‌های بارگذاری - ضریب‌های کاهش مقاومت		
جدول ۱-۷-۹ ترکیب‌های بارگذاری		
شماره‌ی رابطه	بار اصلی	ترکیب‌های بارگذاری
(۱-۷-۹)	$D$	1) $U = 1.4D$
(۲-۷-۹)	$L$	2) $U = 1.2D + 1.6L + 0.5(L_r \text{ or } S \text{ or } R)$
(۳-۷-۹)	$L_r \text{ or } S \text{ or } R$	3) $U = 1.2D + 1.6(L_r \text{ or } S \text{ or } R) + (1.0L \text{ or } 0.5(1.6W))$
(۴-۷-۹)	$W$	4) $U = 1.2D + 1.0L + 1.6W + 0.5(L_r \text{ or } S \text{ or } R)$
(۵-۷-۹)	$E$	5) $U = 1.2D + 1.0E + 1.0L + 0.2S$
(۶-۷-۹)	$W$	6) $U = 0.9D + 1.6W$
(۷-۷-۹)	$E$	7) $U = 0.9D + 1.0E$

- ضرایب بار باد در جدول فوق با ضرایب بار باد در ASCE7-16 تفاوت دارد. با توجه به اینکه تراز محاسباتی بار باد در مبحث ششم با تراز محاسباتی بار باد در ASCE7-16 تفاوت دارد، یک ضریب اضافی 1.6 به بار باد اضافه شده است.
- به بند زیر توجه کنید. لازم نیست اثر نیروی جانبی باد و زلزله همزمان به سازه اعمال شود. در ترکیب بارهای جدول فوق نیز اثر باد و زلزله همزمان وارد نشده است.

۲-۱-۳-۷-۹ تاثیرات یک یا چند باری که به طور همزمان اثر نمی‌کنند (مثلا بار باد و بار زلزله)، باید به طور جداگانه در نظر گرفته شوند؛ ولی تاثیرات آن‌ها به طور همزمان منظور نمی‌گردند.

- با توجه به بند زیر در ترکیب بارهای شامل نیروی جانبی باد یا زلزله (ترکیب بارهای شماره ۳، ۴ و ۵) میتوان ضریب بار زنده را برابر 0.5 در نظر گرفت، به شرطی که بار زنده مورد نظر بیش از ۵ کیلو نیوتن بر متر مربع نباشد. در سازه‌های با کاربری مسکونی بار زنده طبق مبحث ششم باید برابر  $L = 2 \frac{kN}{m^2}$  می‌باشد که کمتر از ۵ می‌باشد و بنابراین میتوان برای مثال ترکیب بار  $1.2D + E + L + 0.2S$  را به صورت  $1.2D + E + 0.5L + 0.2S$  نوشت.

۲-۲-۳-۷-۹ ضریب بار مربوط به بار  $L$  را در رابطه‌های (۳-۷-۹)، (۴-۷-۹) و (۵-۷-۹)، می‌توان به ۰/۵ کاهش داد؛ مگر در بارگذاری پارکینگ‌ها، بارگذاری محل‌های ازدحام عمومی، و محل‌هایی که در آن‌ها میزان بار زنده بیش از ۵ کیلو نیوتن بر متر مربع باشد. استفاده از ضریب ۰/۵ مورد اشاره در کنار بار زنده‌ی کاهش یافته نیز مجاز است.

باید توجه داشت که در توضیحات فوق تنها بارهای زنده مربوط به طبقاتی که کاربری بار زنده دارند، را میتوان با ضریب 0.5 در ترکیب بار منظور کرد. اگر برای نمونه اگر یکی از طبقات سازه مسکونی کاربری پارکینگ داشته باشد، در محاسبه بار زنده وارد بر ستونهای طبقه اول سازه، ترکیبی از بارهای زنده طبقات مسکونی و پارکینگ به ستون مورد نظر وارد خواهد شد و تنها آن بخش از بارهای زنده که مربوط به کاربری مسکونی هستند را اجازه داریم با ضریب 0.5 منظور کنیم. برای توضیحات بیشتر در این مورد و نحوه اعمال آن در نرم افزار به جزوه ایتبس در صفحه زیر مراجعه کنید:

<https://hoseinzadeh.net/hoseinzadeh-etabs>

- در جدول فوق، نیروی زلزله E شامل زلزله های افقی و قائم میباشد. طبق استاندارد ۲۸۰۰ ویرایش چهارم، در صورتی که محل ساخت سازه در شهری با خطر نسبی بسیار زیاد باشد ( $A=0.35$ ) در این صورت اثر زلزله قائم باید با رابطه زیر محاسبه شده و به کل سازه اعمال شود.

$$E_V = 0.6AIW = 0.6AID$$

۴-۱-۳-۷-۹ در مواردی که بر اساس مبحث ششم مقررات ملی ساختمان نیاز به منظور نمودن اثرات مولفه‌ی قائم زلزله علاوه بر اثرات مولفه‌های افقی آن باشد، ترکیب‌های بارگذاری رابطه‌های (۵-۷-۹) و (۷-۷-۹) به صورت زیر اصلاح میشوند:

$$U = (1.2 + 0.6AI)D + \rho E_h + 1.0L + 0.2S \quad (۸-۷-۹)$$

$$U = (0.9 - 0.6AI)D + \rho E_h \quad (۹-۷-۹)$$

در این رابطه‌ها A نسبت شتاب مبنای طرح است که بر اساس مبحث ششم برای پهنه با خطر نسبی خیلی زیاد، زیاد، متوسط و کم به ترتیب معادل ۰/۳۵، ۰/۳۰، ۰/۲۵ و ۰/۲۰ منظور می‌شود؛ و I ضریب اهمیت ساختمان است که بر اساس مبحث ششم برای طبقه بندی ساختمان در گروه‌های ۱، ۲، ۳ و ۴ به ترتیب معادل ۱/۴، ۱/۲، ۱/۱ و ۱/۸ در نظر گرفته می‌شود همچنین  $\rho$  ضریب نامعینی سازه است که در مبحث ششم مقررات ملی تعیین شده، و برای ساختمان‌های با میزان نامعینی کافی برابر ۱/۱۰ در نظر گرفته می‌شود؛ و  $E_h$  تأثیرات بار نیروهای افقی زلزله و یا لنگرها و نیروهای داخلی مربوطه است.

برای مثال در صورتی که  $A=0.35$  باشد و ضریب اهمیت سازه  $I=1$  باشد، در شهرهایی مانند تبریز یا تهران خواهیم داشت:

$$E_V = 0.6AID = 0.6 \times 0.35 \times 1 \times D = 0.21 \times D$$

در این صورت ترکیب بارهای شماره (۵) و (۷) در جدول ترکیب بارها، با احتساب زلزله قائم به صورت نوشته خواهد شد:

$$\begin{cases} (1.2 + 0.21)D + E + L + 0.2S & \rightarrow (1.41)D + E + L + 0.2S \\ (0.9 - 0.21)D + E & \rightarrow 0.69D + E \end{cases}$$

### ترکیب بارهای بهره برداری

کنترل خیز تیرها از جمله کنترل های مربوط به بهره برداری (serviceability) محسوب میشود. کنترل خیز باید تحت اثر ترکیب بارهای بهره برداری انجام شود. در این ترکیب بارها ضرایب بار واحد میباشد.

#### ۵-۳-۲-۶ ترکیب بارهای حالت‌های حدی بهره‌برداری

برای حالت‌های بهره‌برداری موضوع بند ۶-۳-۱-۲، باید ترکیب بارهای مناسب بارهای مرده، زنده و سایر بارهای مرتبط با توجه به مباحث طراحی مقررات ملی ساختمان و یا سایر آیین‌نامه‌های طراحی مربوطه در نظر گرفته شود. در این ترکیب‌ها از بارهای کوتاه مدت نظیر زلزله طرح، باد، سیل، یخ جوی و ... استفاده نمی‌شود. ترکیب بارهای زیر باید برای حالت‌های بهره‌برداری به کار برده شود. در صورتی که در مباحث طراحی مقررات ملی ساختمان و یا سایر آیین‌نامه‌های طراحی مربوطه پیشنهاد استفاده از ضرایب بار کمتر از یک را در ترکیب بارها داده باشد، باید از آن ضرایب به جای یک در ترکیب بارهای زیر استفاده گردد.

- ۱) D
- ۲) D+L
- ۳) D+(L<sub>r</sub> یا S یا R)
- ۴) D+L+(L<sub>r</sub> یا S یا R)
- ۵) D+T
- ۶) D+L+T+(L<sub>r</sub> یا S)

## ۳-۱-۲- ضرایب کاهش مقاومت

برای اعضای میتوان مقاومت خمشی، برشی،... محاسبه نمود. مقاومت محاسبه شده را "مقاومت اسمی (nominal)" مینامیم. برای مثال مقاومت خمشی اسمی یک عضو را با  $M_n$  نشان میدهیم (اندیس n به معنای nominal میباشد).

در محاسبات و کنترل سازه مقاومت‌های اسمی را با ضریب  $\phi$  کاهش میدهیم:

$$\text{مقاومت طراحی} = \text{مقاومت اسمی} \times \phi$$

مقاومت اعضا پس از محاسبه در جهت اطمینان باید کاهش داده شوند. جدول زیر ضرایب کاهش مقاومت را نشان می دهد. برای مثال ضریب کاهش مقاومت خمشی تیرها برابر  $\phi = 0.9$  و ضریب کاهش مقاومت برشی اعضا برابر  $\phi = 0.75$  میباشد.

جدول ۹-۷-۲ ضرایب‌های کاهش مقاومت  $\phi$  بر اساس وضعیت مورد نظر در طراحی مقطع

$\phi$	وضعیت مورد نظر در طراحی مقطع
۰/۹۰	(۱) لنگر، نیروی محوری، و یا ترکیب لنگر و نیروی محوری الف) مقاطع کشش- کنترل (بند ۹-۷-۴-۲) ب) مقاطع فشار- کنترل (بند ۹-۷-۴-۳)
۰/۷۵	- اعضای با دورپیچ
۰/۶۵	- سایر اعضا
۰/۶۵-۰/۹۰	پ) مقاطع در ناحیه‌ی انتقال (بند ۹-۷-۴-۴)
۰/۷۵	(۲) برش
۰/۷۵	(۳) پیچش
۰/۶۵	(۴) مقاومت اتکایی (لهیدگی)
۰/۸۵	(۵) نواحی مهارى پس کشیده
۰/۷۵	(۶) نشیمن‌ها (براکت‌ها و کوریل‌ها)
۰/۷۵	(۷) نواحی مختلف در مدل‌های بست و بند
۰/۹۰	(۸) اجزای اتصالات اعضای پیش ساخته‌ای که با تسلیم عناصر فولادی در کشش کنترل می‌شوند.
۰/۶۰	(۹) عناصر بتنی ساده (بدون فولاد)
۰/۴۵-۰/۷۵	(۱۰) مهار در عناصر بتنی

## ۳-۲- دلایل استفاده از ضریب اطمینان

به چه دلیل مهندسين بارها در ترکیب بارها افزایش داده و از طرفی مقاومت اسمی مقطع را با ضریب  $\phi$  کاهش می دهند؟ برخی از دلایل استفاده از ضرایب فوق عبارتند از:

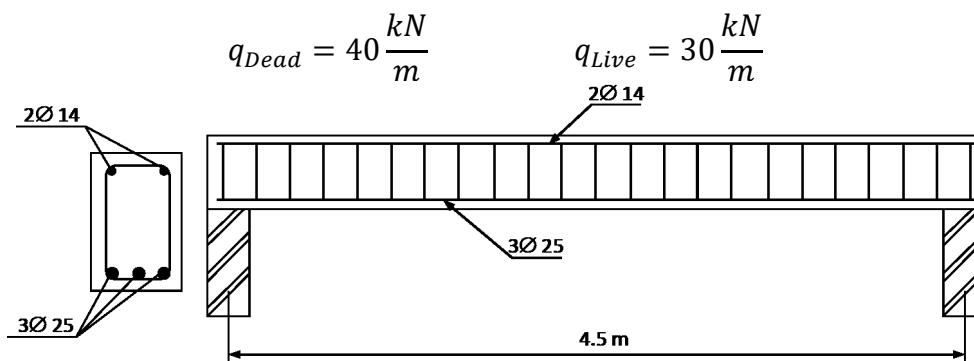
۱- مقاومت واقعی اعضا با آنچه که محاسب در نظر گرفته تفاوت دارد.

a. مقاومت بتن و فولاد ممکن است متفاوت از مقدار مشخصه باشد.

b. ابعاد اجرا شده ممکن است متفاوت باشد.

c. فرضیات و تقریب‌های ساده کننده در آنالیز و طراحی

مثال: در تیر شکل زیر بار گسترده وارد بر تیر برابر است با:



"لنگر ضریب دار" وارد بر تیر را تحت اثر ترکیب بارهای مبحث نهم محاسبه نمایید.

بارهای مرده و زنده وارد بر به صورت زیر ترکیب شده اند:

$$q_u = \text{Max} \left\{ \begin{array}{l} 1.4D = 1.4 \times 40 = 56 \frac{kN}{m} \\ 1.2D + 1.6L = 1.2 \times 40 + 1.6 \times 30 = 96 \frac{kN}{m} \end{array} \right\} = 96 \frac{kN}{m}$$

مقدار  $q_u = 96 \frac{kN}{m}$  را "بار ضریب دار" عضو می نامند.

لنگر ضریب دار عضو برابر است با:

$$M_u = \frac{q_u L^2}{8} = \frac{96 \times 4.5^2}{8} = 243 \text{ kN.m}$$

با فرض اینکه "مقاومت خمشی اسمی" مقطع برابر  $M_n = 275 \text{ kN.m}$  باشد، کفایت تیر تحت خمش را بررسی کنید.

• فرض کنید تیر به صورت اتکایی بر روی تکیه گاهها قرار گرفته و دوسر مفصل عمل میکند. ضریب کاهش مقاومت

خمشی طبق جدول صفحه قبل برابر  $\phi = 0.9$  میباشد.

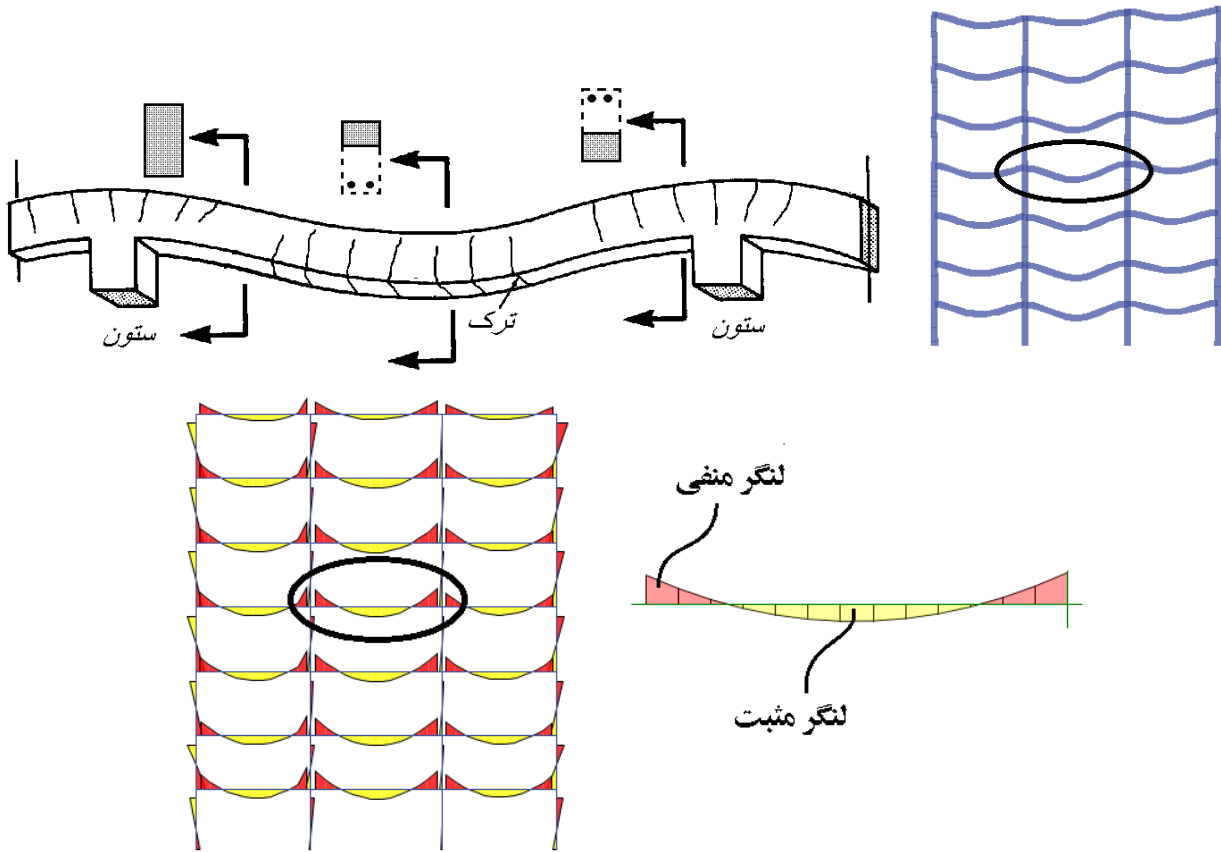
کنترل کفایت تیر به لحاظ خمشی:

$$M_u \leq \phi M_n \quad \rightarrow \quad 243 \leq 0.9 \times 275 = 247.5 \text{ kN.m} \quad OK$$

لنگر ضریب دار عضو ( $M_u$ ) باید کمتر از مقاومت خمشی طراحی عضو ( $\phi M_n$ ) باشد.

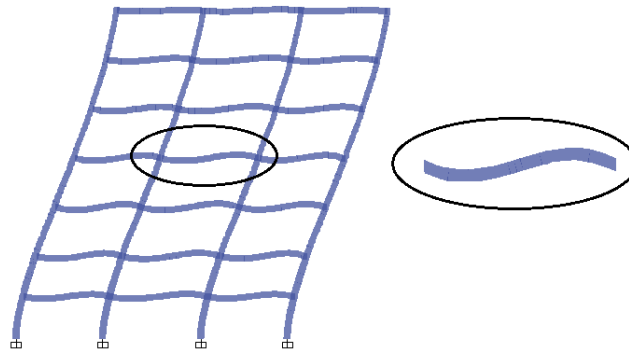
۳-۳- لنگر وارد بر تیر تحت بارهای ثقلی و لرزه ای

به شکل زیر توجه کنید. یک تیر بتن آرمه را نشان می دهد که تحت اثر بار ثقلی خم شده است.

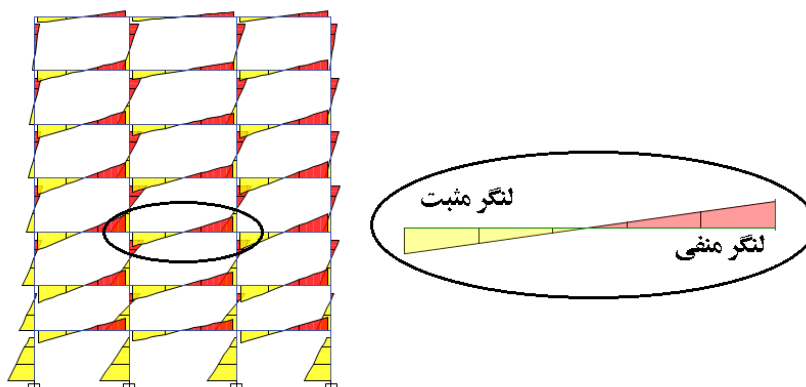


قرار داد: در این جزوه در دیاگرام لنگر منفی در بالای نمودار ترسیم می شود و مثبت در پایین نمودار.

به شکل زیر نگاه کنید. تغییر شکل سازه را تحت زلزله نشان می دهد:



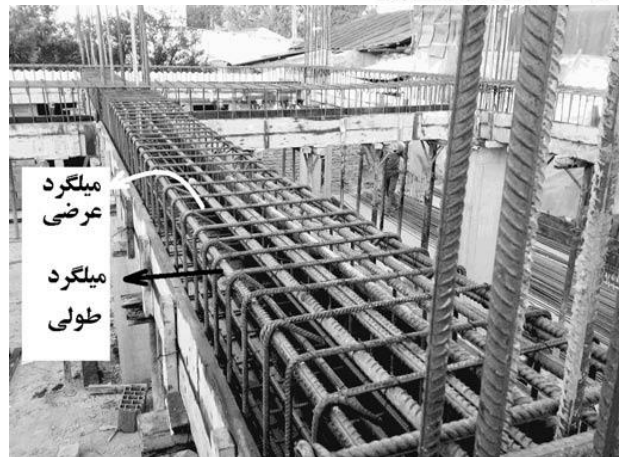
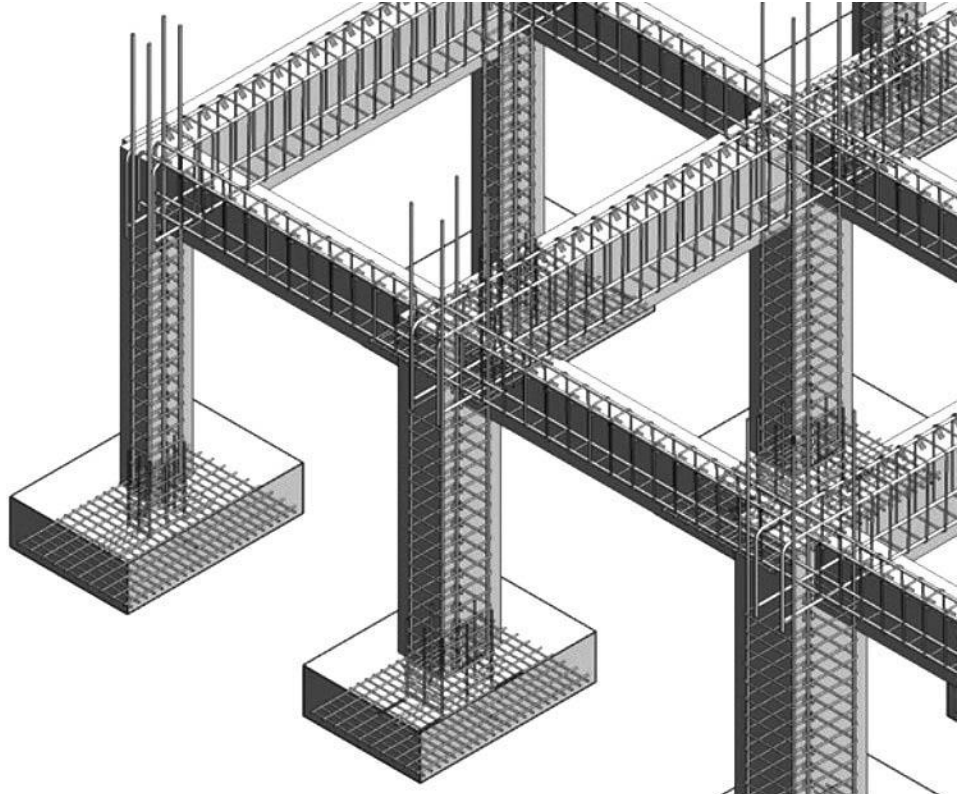
در قابهای خمشی تحت نیروی جانبی زلزله معمولا حداکثر لنگر در دو انتهای تیر اتفاق می افتد.



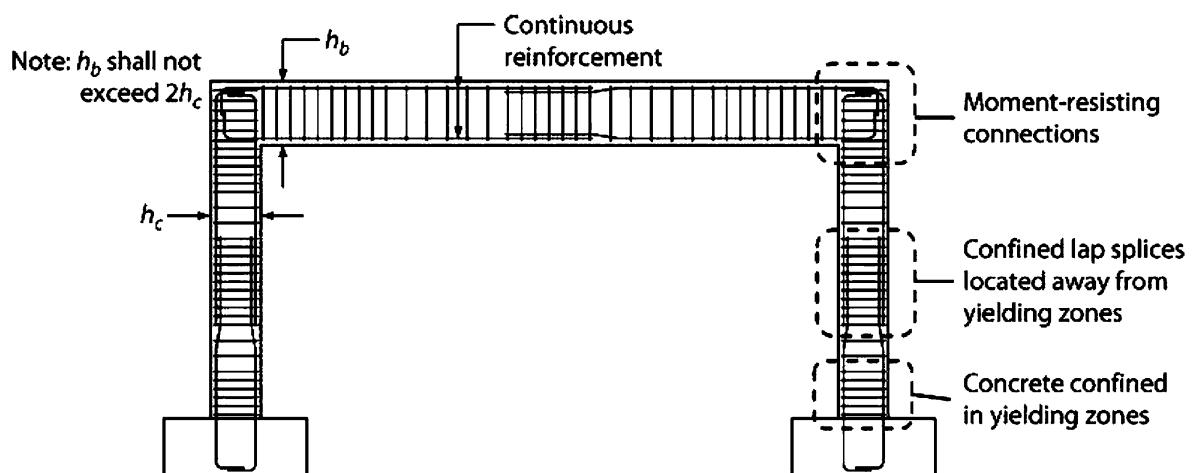


۳-۴- سازه های بتنی

به شکل های زیر توجه کنید. شکل کلی میلگردهای "طولی" و "عرضی" تیر را نشان می دهند.



نحوه ترسیم میلگردهای طولی و عرضی در نقشه های سازه مشابه شکل زیر می باشد.



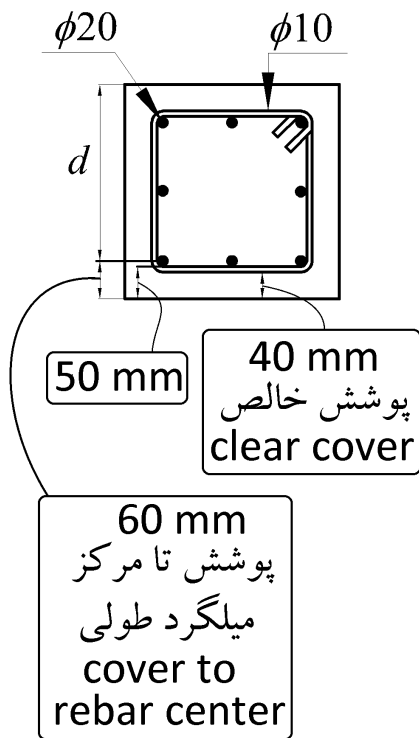
طبق ACI-318-2019 حداقل پوشش خالص بتن برای تیرها و ستونها برابر 40 mm می باشد به شرطی که آن تیر یا ستون در معرض عوامل جوی (هوای آزاد) و یا در تماس با خاک نباشد.

20.6.1.3 Specified concrete cover requirements

20.6.1.3.1 Nonprestressed cast-in-place concrete members shall have specified concrete cover for reinforcement at least that given in Table 20.6.1.3.1.

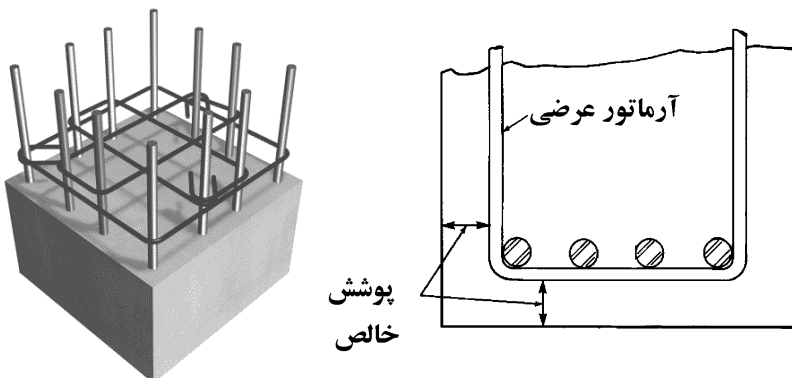
Table 20.6.1.3.1—Specified concrete cover for cast-in-place nonprestressed concrete members

Concrete exposure	Member	Reinforcement	Specified cover, mm
Cast against and permanently in contact with ground	All	All	75
Exposed to weather or in contact with ground	All	No. 19 through No. 57 bars	50
		No. 16 bar, MW200 or MD200 wire, and smaller	40
Not exposed to weather or in contact with ground	Slabs, joists, and walls	No. 43 and No. 57 bars	40
	Beams, columns, pedestals, and tension ties	No. 36 bar and smaller	20
Not exposed to weather or in contact with ground	Beams, columns, pedestals, and tension ties	Primary reinforcement, stirrups, ties, spirals, and hoops	40



جدول ۹-۴-۶ پوشش بتن روی میلگرد برای اجزاء بتنی

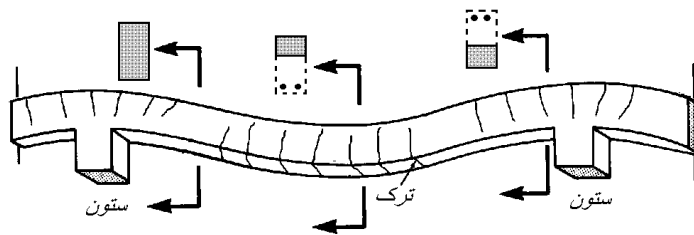
پوشش روی میلگردها (mm)	میلگردها	نوع عضو	شرایط محیطی سازه بتنی
۷۵	کلیه میلگردها	کلیه اعضاء	بتن در تماس دائم با خاک است
۵۰	میلگردهای به قطر ۱۸ تا ۵۸ میلیمتر	کلیه اعضاء	بتن در تماس با هوا و یا تماس غیر دائم با خاک است
۴۰	میلگردها و سیمهای به قطر ۱۶ میلیمتر و کمتر		
۴۰	میلگردهای بزرگتر از قطر ۳۶ میلیمتر	دالها، تیرچهها و دیوارها	بتن در تماس با هوا و یا خاک نیست
۲۰	میلگردهای قطر ۳۴ میلیمتر و نازکتر		
۴۰	آرماتورهای طولی، خاموتها، بستها، دورپیچها و تنگها	تیرها، ستونها، ستون پایهها و اعضاء کششی	



۳-۶- تحلیل و ضرایب ترک خوردگی

اعضای سازه های بتنی تحت بارهای وارد شده، ترک می خورند. پس از ترک خوردن ممان اینرسی مقطع آنها کاهش می یابد (شکل زیر).

طبق مبحث نهم مقررات ملی ساختمان و همچنین ACI-318 باید هنگام تحلیل سازه اثرات این کاهش سختی منظور شود.



طبق مبحث نهم میتوان ممان اینرسی ستونها را برابر  $0.7I_g$  و ممان اینرسی تیرها را برابر  $0.35I_g$  در نظر گرفت.

- ممان اینرسی مقطع تیر یا ستون در حالت ترک نخورده و بدون احتساب اثر میلگردهای داخل آن می باشد. برای مثال برای یک تیر با ابعاد مقطع  $400mm \times 600mm$  مقدار ممان اینرسی مقطع بتن برابر  $I_g = \frac{400 \times 600^3}{12}$  خواهد بود. و در هنگام تحلیل سازه مقدار ممان اینرسی این تیر باید برابر  $0.35I_g = 0.35 \times \frac{400 \times 600^3}{12}$  باید منظور شود.

استاندارد ۲۸۰۰

۳-۵-۵ در سازه های بتن آرمه در تعیین تغییر مکان جانبی نسبی طرح، ممان اینرسی مقطع ترک خورده قطعات را [می توان] مطابق توصیه آیین نامه بتن ایران «آبا» برای تیرها  $I_g$  ۰/۳۵، برای ستونها  $I_g$  ۰/۷، و برای دیوارها  $I_g$  ۰/۳۵ یا  $I_g$  ۰/۷ نسبت به میزان ترک خوردگی آنها، منظور کرد. برای زلزله بهره برداری مقادیر این ممان اینرسی ها را می توان تا ۱/۵ برابر افزایش داد و از اثر  $\Delta - P$  نیز صرف نظر کرد.

طبق بند فوق در تمامی سازه های بتنی (چه مهار شده و چه مهار نشده) ضرایب سختی تیرها برابر ۰.۳۵، ستونها برابر ۰.۷ و دیوارها بسته به اینکه ترک بخورند یا نه برابر ۰.۳۵ و یا ۰.۷ منظور خواهد شد.

- ضرایب سختی تیرها و ستونها در قابهای خمشی بتنی بر اساس استاندارد ۲۸۰۰ (جهت طراحی سازه و نیز محاسبه تغییر مکانها):

Beam (With compatibility torsion)

Analysis Property Modification Factors	
Property Modifiers	
Cross-section (axial) Area	1
Shear Area in 2 direction	1
Shear Area in 3 direction	1
Torsional Constant	$\alpha$
Moment of Inertia about 2 axis	1
Moment of Inertia about 3 axis	0.35
Mass	$\beta$
Weight	$\beta$
OK Cancel	

Beam

Analysis Property Modification Factors	
Property Modifiers	
Cross-section (axial) Area	1
Shear Area in 2 direction	1
Shear Area in 3 direction	1
Torsional Constant	1
Moment of Inertia about 2 axis	1
Moment of Inertia about 3 axis	0.35
Mass	$\beta$
Weight	$\beta$
OK Cancel	

Column

Analysis Property Modification Factors	
Property Modifiers	
Cross-section (axial) Area	1
Shear Area in 2 direction	1
Shear Area in 3 direction	1
Torsional Constant	1
Moment of Inertia about 2 axis	0.7
Moment of Inertia about 3 axis	0.7
Mass	1
Weight	1
OK Cancel	

- ضرایب  $\beta$  در شکل فوق را در تیرها به دلیل همپوشانی بتن سقف و تیر در ایتبس می توان عددی کمتر از یک وارد کرد. این ضریب برای هر تیر بسته به ابعاد آن و درصد همپوشانی آن با سقف متغیر است و بهتر است در جهت اطمینان برابر یک وارد شود.

- طبق نظر برخی از طراحان در تیرها، علاوه بر ممان اینرسی 3 axis باید ضریب 2 axis نیز برابر 0.35 وارد شود. با توجه به اینکه در تیرها لنگر حول محور ضعیف عمدتاً نزدیک به صفر می باشد، کاهش این ضریب در نتایج طراحی اعضا ناچیز است و در کنترل دریفت تأثیر اندکی دارد.

### مبحث نهم (ویرایش ۹۹)

۹-۶-۵-۳-۱ مشخصات مقطع شامل ممان اینرسی و سطح مقطع اعضا باید بر اساس جدول‌های ۹-۶-۲ (الف) و یا ۹-۶-۲ (ب) محاسبه شوند؛ مگر آن که بتوان آن‌ها را از تحلیل‌های دقیق‌تری به دست آورد. در صورت وجود بارهای جانبی دائمی، ممان اینرسی ستون‌ها و دیوارها را باید بر ضریب  $(1 + \beta_{ds})$  تقسیم نمود.  $\beta_{ds}$  برابر با نسبت برش دائمی در کل طبقه به حداکثر برش کل طبقه در همان ترکیب بار می‌باشد. ممان اینرسی ناخالص تیرهای T شکل با منظور کردن عرض موثر بال محاسبه می‌شود؛ و یا دو برابر ممان اینرسی ناخالص مقطع مستطیلی جان منظور می‌گردد.

جدول ۹-۶-۲ الف ممان اینرسی و سطح مقطع مجاز اعضا در تحلیل الاستیک برای بارهای ضریب‌دار

عضو و شرایط آن	ممان اینرسی	سطح مقطع برای تغییر شکل محوری	سطح مقطع برای تغییر شکل برشی	
ستون‌ها	$0.7I_g$	$1.0A_g$	$b_w h$	
دیوارها	$0.7I_g$			ترک نخورده
	$0.35I_g$			ترک خورده
تیرها	$0.35I_g$			
دال‌های تخت و دال‌های قارچی	$0.25I_g$			

جدول ۹-۶-۲ ب مقادیر دقیق‌تر ممان اینرسی اعضا در تحلیل الاستیک برای بارهای ضریب‌دار

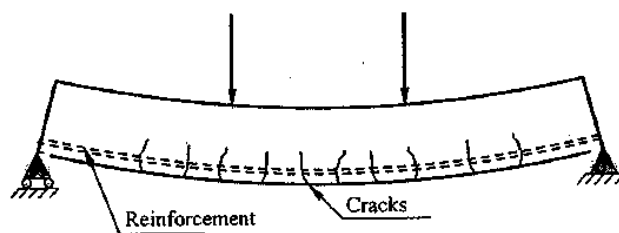
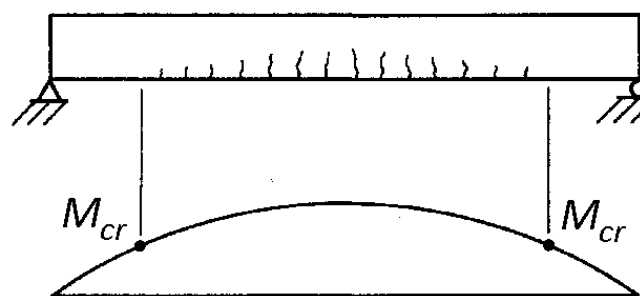
عضو	مقادیر ممان اینرسی	
	حداقل	حداکثر
ستون‌ها و دیوارها	$0.35I_g$	$(0.8 + 25 \frac{A_{st}}{A_g})(1 - \frac{M_u}{P_u h} - 0.5 \frac{P_u}{P_0})$
تیرها، دال‌های تخت و دال‌های قارچی	$0.25I_g$	$(0.10 + 25\rho)(1.2 - 0.2 \frac{b_w}{d})I_g$

تبصره - در اعضای خمشی ممتد می‌توان برای  $I$  مقدار متوسط آن را در مقاطع با لنگرهای خمشی مثبت و منفی بحرانی در نظر گرفت. همچنین برای  $P_u$  و  $M_u$  باید مقادیر متعلق به ترکیب بار مورد نظر و یا ترکیبی که حداقل مقدار  $I$  را به دست می‌دهد، منظور نمود.

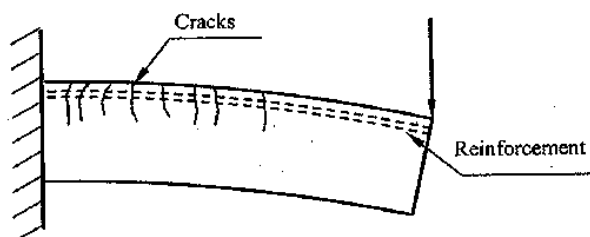
۹-۶-۵-۳-۱-۲ در تحلیل برای بارهای جانبی ضریب‌دار می‌توان ممان اینرسی کلیه اعضا را برابر  $0.5I_g$  در نظر گرفت؛ یا می‌توان ممان اینرسی اعضا را با استفاده از روش‌های دقیق‌تری که سختی موثر همه اعضا تحت بار را منظور می‌نماید، محاسبه نمود.

- در مبحث نهم ویرایش ۹۹، سه روش جهت منظور کردن اثر ترک خوردگی ارائه شده است.
- روش اول همان روش رایج در کشور می باشد (تیرها 0.35، ستونها 0.7 و دیوارها بسته به ترک خوردگی آنها 0.35 و 0.7)
- روش دوم نیاز به محاسبه دقیق عضو به عضو دارد
- در روش سوم پیشنهاد شده برای تمامی اعضا همزمان ضریب کاهش ممان اینرسی برابر 0.5 وارد شود.

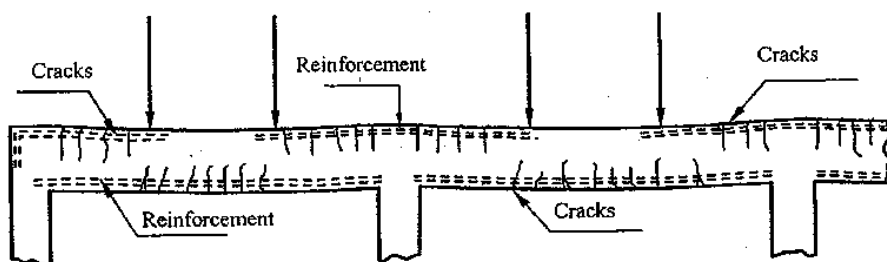
یکی از عوامل ایجاد ترک وجود لنگر در تیر است. در نقاطی که لنگر وارد شده افزایش یابد، ترک ها نیز بیشتر خواهند بود. شکل های زیر نمونه هایی از ترک های احتمالی در تیرها را نشان می دهد. یک تیر دوسر مفصل تحت بار گسترده یکنواخت را در نظر بگیرید. حداکثر لنگر در میانه تیر می باشد ( $M_u = \frac{q_u L^2}{8}$ ) و بنابراین انتظار می رود تعداد ترک ها و نیز عمق آنها در میانه تیر بیشتر باشد. از طرفی در دو انتهای تیر به علت کاهش لنگر به صفر، ترک ها نیز حذف می شوند (شکل زیر).



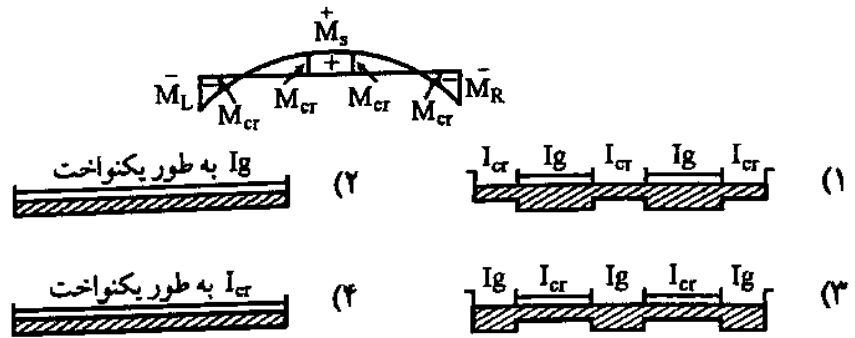
**A- Simple beam**



**B- Cantilever beam**



۲۲- در شکل زیر دیاگرام ممان خمشی یک دهانه از تیر یکسره تحت تأثیر بارهای سرویسی (بدون ضریب) نشان داده شده است. اگر ممان ترک‌خوردگی تیر برابر  $M_{cr}$ ، ممان اینرسی کل مقطع بتنی با صرف‌نظر از آرمانتور برابر  $I_g$  و ممان اینرسی مقطع ترک‌خورده تیر برابر  $I_{cr}$  باشد، کدام گزینه تغییرات ممان اینرسی در طول دهانه تیر را بهتر نشان می‌دهد؟ (مهلهس همراه ۷۷)



گزینه ۱

سراسری ۹۰

۱۳۰- مهم‌ترین عامل غیرخطی بودن رفتار تغییر شکل کوتاه مدت تیر بتن آرمه تحت بار سرویس کدام است؟

- (۱) رفتار غیرخطی بتن
- (۲) وقوع ترک در بتن
- (۳) استفاده از آرمانتور در بتن
- (۴) پارامترهای ثانویه از جمله خزش و جمع‌شدگی

گزینه ۲

۳-۷-۱- نمودار لنگر انحنا

- در اعضای کششی رابطه بین تغییر شکل و نیرو را به صورت زیر میتوان نوشت:

$$F = K\Delta \rightarrow F = \frac{EA}{L}\Delta \rightarrow F = EA\left(\frac{\Delta}{L}\right) \rightarrow F = EA(\epsilon)$$

- در اعضای خمشی رابطه بین تغییر شکل و لنگر را به صورت زیر میتوان نوشت:

$$M = K\theta \rightarrow M = \frac{EI}{L}\theta \rightarrow M = \frac{EI}{L}\left(\frac{\theta}{L}\right) \rightarrow M = EI(\varphi)$$

- پارامتر  $\varphi$  "انحنا" نامیده میشود. انحنا تغییر زاویه در واحد طول تیر می باشد. این پارامتر در شکل زیر سمت راست برای تیر تحت خمش نشان داده شده است.

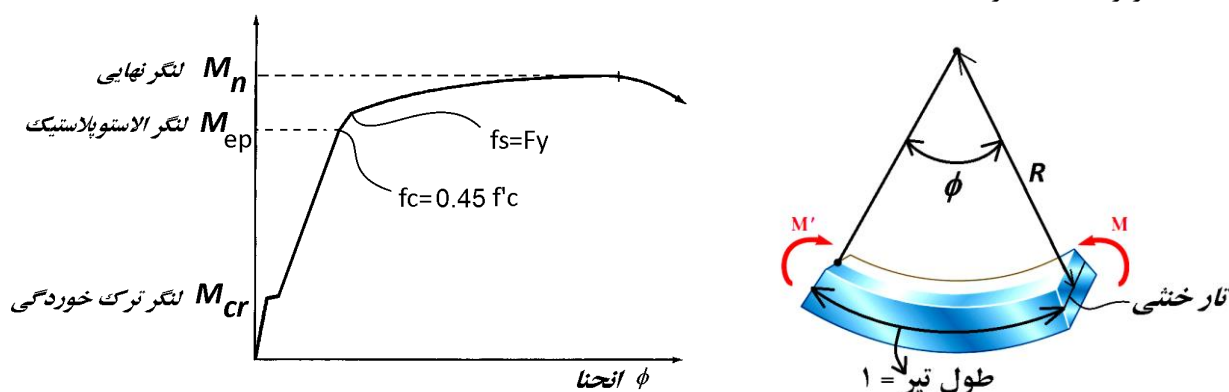
در اعضای خمشی برای سنجش تغییر شکل عضو از مفهوم انحنا (curvature) استفاده می شود:

$$\text{انحنا} = \varphi = \frac{1}{R}$$

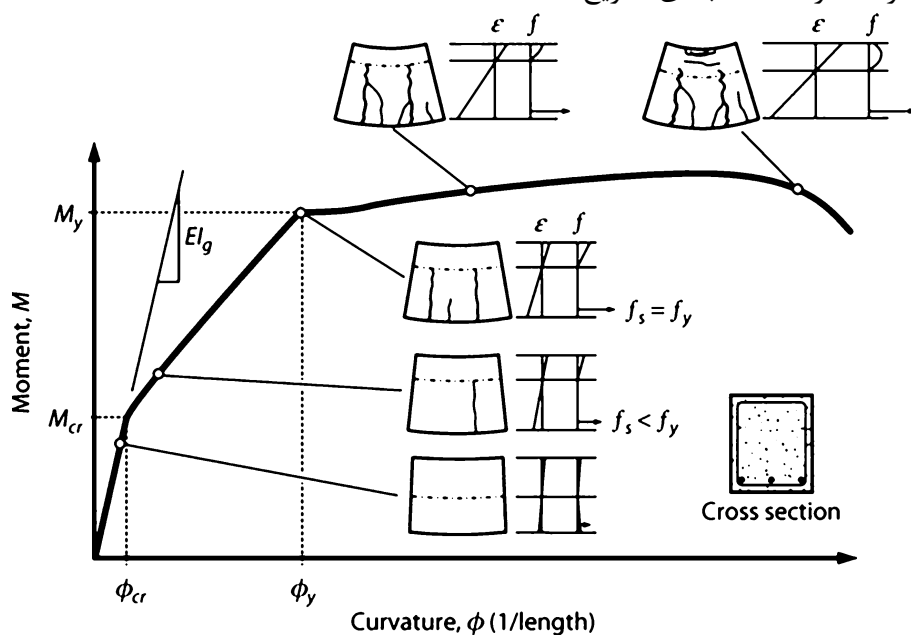
در تیرهای فاقد خمش مقدار انحنا صفر خواهد بود. با افزایش لنگر، مقدار انحنا افزایش می یابد.

در شکل زیر مقدار انحنا و شعاع انحنا در یک تیر نشان داده شده است.

- توجه کنید که زاویه نشان داده شده در وارد طول تیر (۱ متر در شکل) میباشد.
- در بررسی رفتار خمشی یک عضو به جای نمودار "نیرو- تغییر مکان" می توان از نمودار "لنگر - انحنا" مطابق شکل زیر استفاده کرد.



- در نمودار شکل فوق و نیز شکل زیر می توان مراحل بارگذاری تیر بتنی تحت خمش را در ۳ مرحله مختلف طبقه بندی کرد. این ۳ مرحله در صفحات بعدی تشریح شده اند.



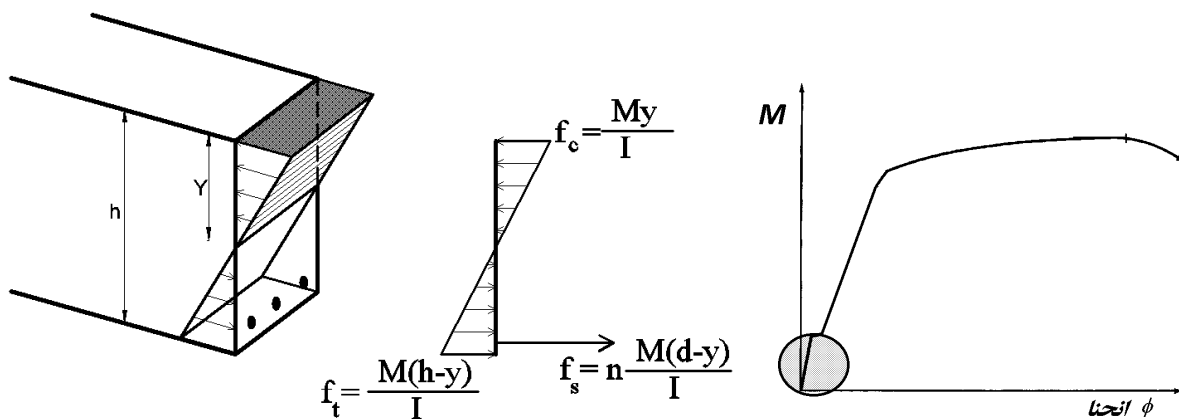
سه مرحله مختلف در نمودار لنگر انحنا داریم:

۱- مرحله یک (الاستیک):

- در این مرحله سه عامل زیر در تحمل لنگر مشارکت دارند:

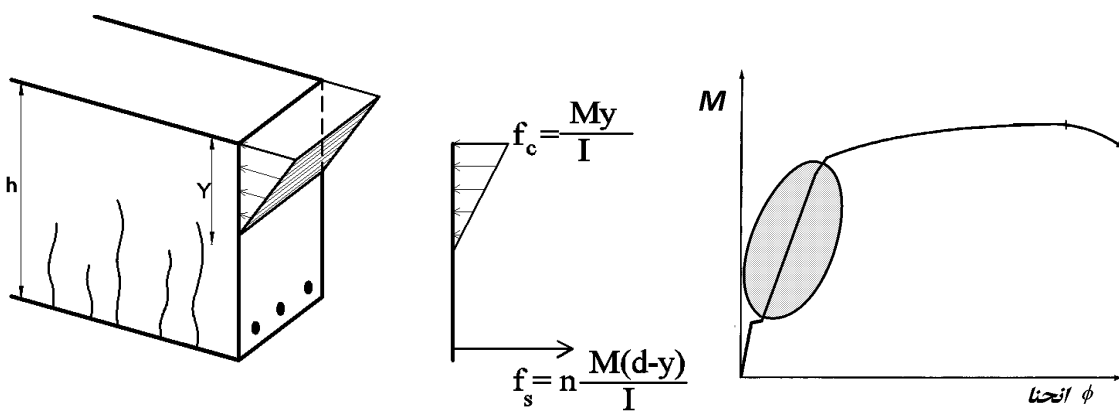
- ۱- بتن کششی
- ۲- فولاد کششی
- ۳- بتن فشاری

وقتی لنگر وارد بر تیر کم باشد، بتن کششی ترک نخواهد خورد. در این مرحله مطابق شکل زیر لنگر توسط سه عامل بتن کششی + فولاد کششی + بتن فشاری تحمل می شود.



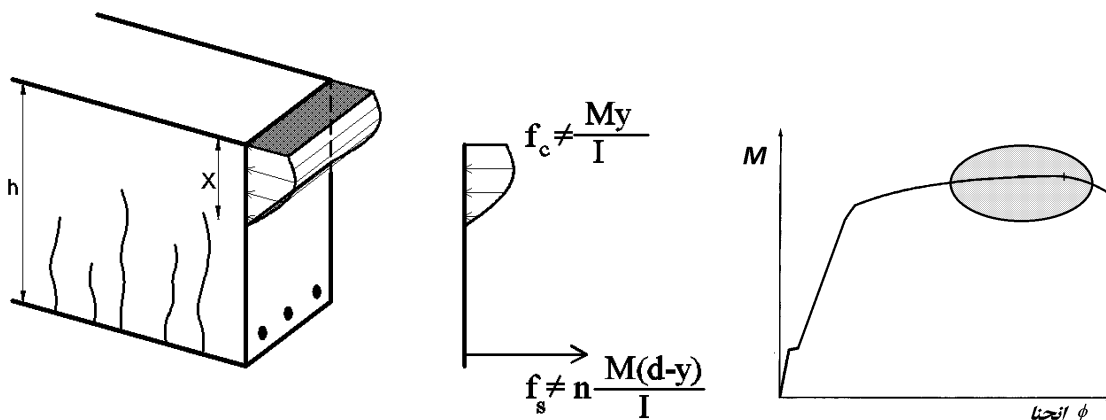
۲- مرحله دو (الاستوپلاستیک):

- به علت افزایش لنگر، بتن در کشش ترک خورده و کششی حذف میشود.
- لنگر توسط دو عامل میلگرد کششی و بتن فشاری تحمل می شود.
- در این مرحله میلگردها هنوز به تسلیم نرسیده اند ( $f_s < F_y$ ) و بتن فشاری نیز از ناحیه خطی خارج نشده است ( $f_c < 0.45f'_c$ ).



۳- مرحله سه (پلاستیک):

- در این مرحله بتن و یا فولاد و یا هر دو از ناحیه خطی عبور کرده اند.

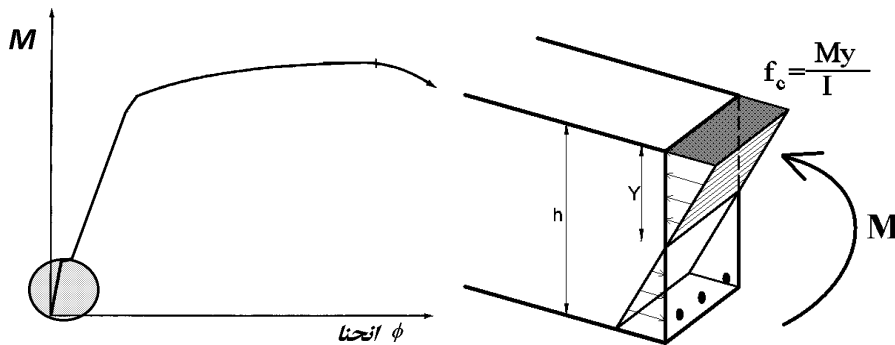




۸-۳- لنگر مقاوم ترک خوردگی (Mcr)

تا زمانی که تنش (ناشی از لنگر) در دورترین تار کششی از مقاومت کششی بتن (مدول گسیختگی) کمتر باشد، بتن کششی ترک نخواهد خورد.

در شکل زیر لنگر وارد بر مقطع کمتر از لنگر ترک خوردگی می باشد (قسمت هاشور خورد در نمودار). بنابراین بتن کششی حذف نشده است.



جهت محاسبه تنش ها (و استفاده از رابطه  $\frac{My}{I}$ ) باید مقدار ممان اینرسی (I) مقطع محاسبه شود.

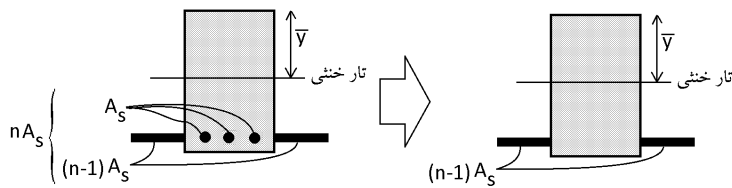
مقطع بتن آرمه "غیرهمگن" است و نمی توان مستقیماً مقدار I را محاسبه کرد.

جهت محاسبه I باید مقطع "معادل" ساخته شود.

در مقطع معادل به جای میگردها، بتن معادل با میلگرد قرار می گیرد. با توجه به اینکه سختی فولاد  $n = \frac{E_s}{E_c} \approx 8$  برابر بتن می

باشد، می توان مطابق شکل زیر به جای میگردها بتنی با مساحت  $nA_s \approx 8A_s$  قرار داد:

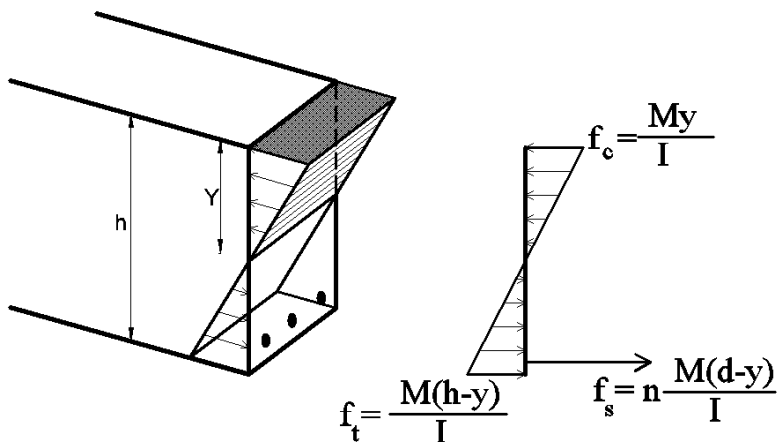
تشکیل مقطع معادل:



در شکل فوق n نسبت سختی فولاد به بتن می باشد:

$$n = \frac{E_s}{E_c}$$

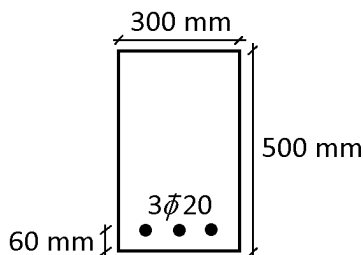
تنش در دورترین تار فشاری، دورترین تار کششی و نیز در میگردها به صورت زیر خواهد بود:



اگر مقاومت کششی بتن برابر  $f_r$  باشد، لنگر مقاوم ترک خوردگی به صورت زیر بدست می آید.

$$\frac{M_{cr}(h - Y)}{I} = f_r \rightarrow M_{cr} = \frac{f_r I}{h - Y}$$

در رابطه فوق I ممان اینرسی مقطع تبدیل یافته می باشد. Y عمق تار خنثی در مقطع تبدیل یافته می باشد. در مقطع زیر فرض کنید مدول الاستیسیته بتن حدودا برابر  $E_c = 2 \times 10^4 MPa$  می باشد و مدول الاستیسیته فولاد نیز  $E_s = 2 \times 10^5 MPa$  می باشد. همچنین فرض کنید تنش فشاری مقاوم بتن برابر  $f'_c = 20 MPa$  می باشد. لنگر مقاومت ترک خوردگی را بیابید.

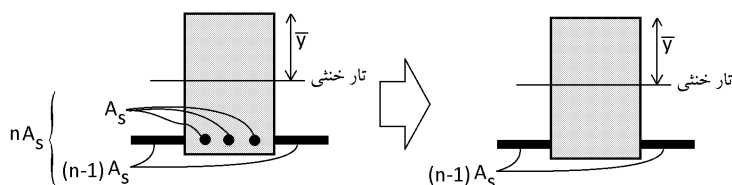


راه حل:

۱- ابتدا باید مقطع معادل سازی شود. برای این منظور نسبت سختی فولاد به بتن باید محاسبه شود:

$$n = \frac{E_s}{E_c} = 10$$

جایگزینی میلگردهای فولادی با بتن معادل:



۲- محاسبه مرکز سطح مقطع معادل:

$$\bar{y} = \frac{\sum Ay}{\sum A} = \frac{(bh) \times \frac{h}{2} + (n-1) \times A_s \times (440)}{bh + (n-1) \times A_s} = \frac{(500 \times 300) \times 250 + (10-1) \times 942 \times 440}{500 \times 300 + (10-1) \times 942} = 260.16$$

۳- محاسبه ممان اینرسی مقطع معادل:

$$I = \left( \frac{bh^3}{12} + A(260.16 - 250)^2 \right) + (n-1)A_s(440 - 260.16)^2$$

$$= \frac{300 \times 500^3}{12} + 300 \times 500 \times 10.16^2 + 9 \times 942 \times 179.84^2$$

$$I = 3.415 \times 10^9 \text{ mm}^4$$

۴- اگر تنش در دورترین تار کششی مقطع معادل از مقاومت کششی بتن ( $f_r$ ) فراتر رود، بتن ترک خواهد خورد. مقاومت کششی بتن را می توان با استفاده از رابطه زیر محاسبه کرد:

۵-۳-۹ مدول گسیختگی بتن،  $f_r$

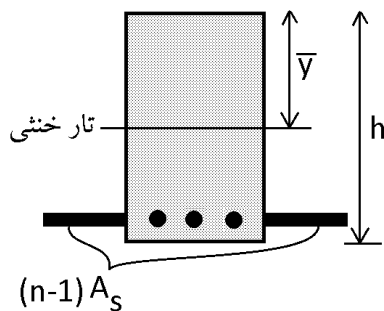
۱-۵-۳-۹ مدول گسیختگی بتن، از رابطه‌ی (۱-۳-۹) محاسبه می شود.

$$f_r = 0.62\lambda\sqrt{f'_c} \quad (1-3-9)$$

$$f_r = 0.62\sqrt{20} = 2.77 \text{ MPa}$$

۵- محاسبه لنگر مقاوم ترک خوردگی مقطع

$$\frac{M_{cr}(h - \bar{y})}{I} = f_r \rightarrow M_{cr} = \frac{f_r I}{h - \bar{y}} = \frac{2.77 \times 3.415 \times 10^9}{500 - 260.16} = 39441085 \text{ N.mm} = 39.44 \text{ kN.m}$$



از لنگر ترک خوردگی در محاسبات خیز اعضای بتنی استفاده میشود. در نقاطی از عضو که لنگر وارد شده بیش از لنگر ترک خوردگی می باشد، عضو ترک خواهد خورد. پس از ترک خوردگی ممان اینرسی مقطع کاهش خواهد یافت.

طبق **ACI-318** می توان لنگر ترک خوردگی را **بدون توجه به اثر میلگردها** محاسبه کرد. رابطه زیر در بند **24.2.35** از **ACI-318** می باشد:

$$M_{cr} = \frac{f_r I_g}{y_t} \quad (24.2.3.5b)$$

در رابطه فوق  $I_g$  ممان اینرسی مقطع بتنی (بدون توجه به میلگردها) میباشد. محاسبه لنگر ترک خوردگی با رابطه ارائه شده توسط آیین نامه:

$$M_{cr} = \frac{f_r \frac{bh^3}{12}}{\frac{h}{2}} = f_r \frac{bh^2}{6} = 2.77 \times \frac{300 \times 500^2}{6} = 34.62 \text{ kN.m}$$

محاسبات ۸۹

لنگر خمشی ترک خوردگی تیر با مقطع مستطیل به عرض ۳۰ سانتیمتر و ارتفاع کل ۴۰ سانتیمتر از بتن با مقاومت فشاری مشخصه  $f_c = 25 \text{ MPa}$  چقدر است؟

۱) ۱۸ kN.m

۲) ۴۸ kN.m

۳) ۳۶ kN.m

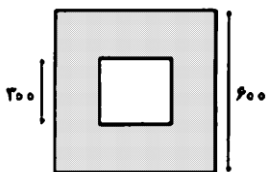
۴) ۲۴ kN.m

گزینه ۴

$$M_{cr} = \frac{f_r I_g}{y_t} = \frac{0.6 \sqrt{25} \times \frac{300 \times 400^3}{12}}{200 \text{ mm}} = 24000000 \text{ mm} = 24 \text{ kN.m}$$

سراسری ۹۶

مقطع مجوف تیر بتن آرمه به صورت مربع خارجی با هر ضلع به طول ۶۰۰ mm و مربع داخلی به طول هر ضلع ۲۰۰ میلیمتر و ضخامت جداره در هر چهار طرف برابر ۱۵۰ mm میباشد. بدون در نظر گرفتن اثر میلگردهای مقطع، لنگر خمشی ترک خوردگی مقطع تیر،  $M_{cr}$  چند kN.m است؟ (مدول شکست بتن برابر  $f_r = 4 \text{ MPa}$ ).



۱) ۹۶

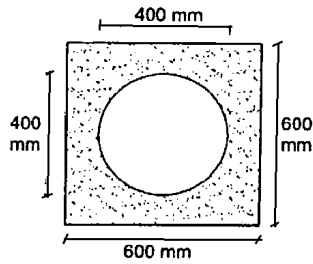
۲) ۱۲۶

۳) ۱۳۵

۴) ۱۴۴

$$M_{cr} = \frac{f_r I_g}{y_t} = \frac{4 \times \left( \frac{600^4}{12} - \frac{300^4}{12} \right)}{300} = 135 \text{ kN.m}$$

۳۲- مقطع مجوف تیر بتن مسلح به صورت شکل از مربع با اضلاع به طول 600 mm و دایره توخالی در وسط به شعاع 200 mm تشکیل شده است. با فرض اینکه مدول گسیختگی بتن برابر  $f_r = 3 \text{ MPa}$  باشد، بدون لحاظ اثر میلگردهای مقطع، لنگر خمشی ترک خوردگی تیر حول محور تقارن افقی (بر حسب kN.m) حدوداً چقدر خواهد بود؟



78 (۱)

83 (۲)

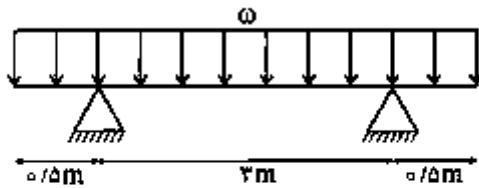
95 (۳)

108 (۴)

گزینه ۳

$$M_{cr} = \frac{f_r I_g}{y_t} = \frac{3 \left( \frac{600^4}{12} - \frac{\pi \times 200^4}{4} \right)}{300} = 95.44 \text{ kN.m}$$

۱۲۲- در تیر شکل زیر حداکثر مقدار شدت بار ( $\omega$ ) حدوداً چند  $\frac{\text{kN}}{\text{m}}$  باشد تا ترک خمشی در تیر ایجاد نگردد؟ (مدول گسیختگی بتن  $f_r = 3 \text{ MPa}$  می باشد)



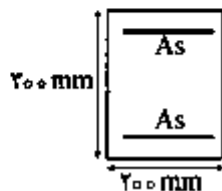
گسیختگی بتن  $f_r = 3 \text{ MPa}$  می باشد)

۳ (۱)

۹ (۲)

۱۵ (۳)

۲۷ (۴)



گزینه ۲

لنگر وارد بر تیر بر روی تکیه گاه برابر است با:

$$M_{neg} = \frac{wL^2}{2} = \frac{w \times 0.5^2}{2} = \frac{w}{8}$$

لنگر وارد بر تیر در وسط تیر برابر است با:

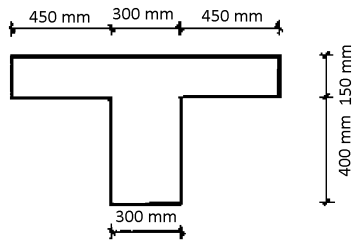
$$M_{pos} = R \times 1.5^m - \frac{w \times 2^2}{2} = 3w - 2w = w$$

حداکثر لنگر وارد بر تیر باید کمتر از لنگر ترک خوردگی باشد:

$$(M = \omega) < \frac{f_r I_g}{y_t} = \frac{3 \times \frac{bh^3}{12}}{\frac{h}{2}} = 3 \times \frac{bh^2}{6} = 3 \times \frac{200 \times 300^2}{6} = 9 \text{ kN.m}$$

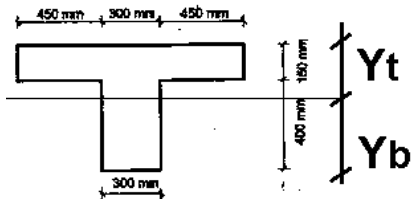
محاسبات ۹۳

۵۸- نسبت لنگر خمشی منفی ترک خوردگی به لنگر خمشی مثبت ترک خوردگی مقطعی مطابق شکل به کدامیک از اعداد زیر نزدیکتر است. (محور خمش موازی بال مقطع می باشد و رده بتن C25 فرض شود)



- ۰.۷۵ (۱)
- ۱.۰ (۲)
- ۱.۵ (۳)
- ۲.۰ (۴)

گزینه ۴

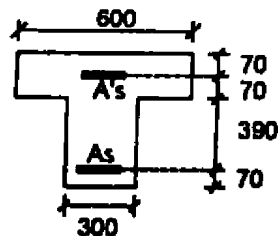


$$y_b = \frac{1200 \times 150 \times 475 + 300 \times 400 \times 200}{1200 \times 150 + 300 \times 400} = 365 \rightarrow y_t = 550 - 365 = 185$$

$$\left. \begin{aligned} M_{cr}^+ &= \frac{f_r I_g}{y_b} \\ M_{cr}^- &= \frac{f_r I_g}{y_t} \end{aligned} \right\} \frac{M_{cr}^-}{M_{cr}^+} = \frac{y_b}{y_t} = \frac{365}{185} = 1.97$$

محاسبات ۹۳

۳۰- در صورتیکه در مقطع مطابق شکل  $A_s = A'_s = 5\Phi 25$  و رده بتن C25 و نوع فولاد S400 باشد، نسبت لنگر خمشی منفی (قسمت فوقانی مقطع تحت اثر کشش) به لنگر خمشی ترک خوردگی مثبت (قسمت پائینی مقطع تحت اثر کشش) به کدامیک از اعداد زیر نزدیکتر است؟ (واحدها در شکل بر حسب میلی متر است و  $\phi_c = 0.65$ )



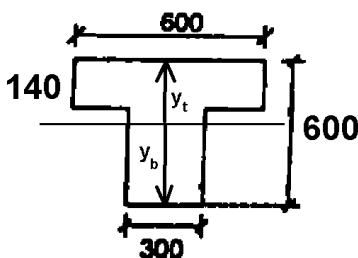
- ۰.۹۰ (۱)
- ۱.۶۰ (۲)
- ۰.۷۵ (۳)
- ۱.۳۵ (۴)

گزینه ۴

$$y_t = \frac{140 \times 300 \times 70 + 300 \times 600 \times 300}{140 \times 300 + 300 \times 600} = 256.48 \text{ mm}$$

$$y_b = 600 - y_t = 343.52 \text{ mm}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{M_{NEG} y_t}{I} < f_r &\rightarrow M_{NEG} = \frac{I f_r}{y_t} \\ \frac{M_{POS} y_b}{I} < f_r &\rightarrow M_{POS} = \frac{I f_r}{y_b} \end{aligned} \right\} \frac{M_{NEG}}{M_{POS}} = \frac{y_b}{y_t} = \frac{343.52}{256.48} = 1.339$$



۱۲۴- برای تیر بتنی با مقطع مستطیل شکل به ابعاد مقطع  $۶۰۰ \times ۴۰۰$  میلی‌متر نسبت لنگر خمشی ترک خوردگی حول محور خمشی قوی به لنگر خمشی ترک خوردگی حول محور خمشی ضعیف حدوداً چقدر است؟

۱ (۱)

۱٫۵ (۲)

۱٫۲۵ (۳)

۲٫۲۵ (۴)

$$\left. \begin{aligned} (M_{cr})_x &= \frac{f_r I_g}{y_t} = f_r \frac{bh^2}{6} \\ (M_{cr})_y &= \frac{f_r I_g}{y_t} = f_r \frac{b^2h}{6} \end{aligned} \right\} \frac{(M_{cr})_x}{(M_{cr})_y} = \frac{h}{b} = \frac{600}{400} = 1.5$$

## محاسبات ۹۸

۳۳- دال بتن مسلح یک طرفه با تکیه‌گاه‌های ساده و به ضخامت ۲۰۰ میلی‌متر از بتن رده C25 ساخته شده است، علاوه بر بار ناشی از وزن، حدوداً به ازای چه میزان بار گسترده یکنواخت اضافی بر روی دال بر حسب  $kN/m^2$ ، مقطع از نظر خمش ترک خورده محسوب می‌شود؟ (دهانه مؤثر تیر ۴ متر بوده و از بتن معمولی استفاده شده است. همچنین مقدار مدول گسیختگی بتن را برابر ۳ مگاپاسکال در نظر بگیرید).

۵ (۲)

۱۰ (۱)

۲ (۴)

۳ (۳)

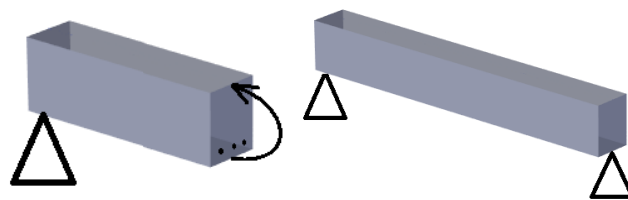
گزینه ۲ (سطح سوال متوسط)

اگر لنگر ناشی از بارها (مرده و زنده بدون ضریب) بیش از لنگر ترک خوردگی باشد، مقطع ترک می‌خورد. وزن مترمربع مرده بتن برابر  $0.2 \times 25 = 5 \frac{kN}{m^2}$  می‌باشد بنابراین:

$$M_{D+L} > M_{cr} \rightarrow \left\{ \begin{aligned} M_{D+L} &= \frac{(q)L^2}{8} = \frac{(5 + q_{\text{اضافی}})^2}{8} = 10 + 2q_{\text{اضافی}} \quad kN.m \\ M_{cr} &= \frac{f_r I_g}{y_t} = \frac{3 \times \left(\frac{1000 \times 200^3}{12}\right)}{100} = 20 \times 10^6 N.mm = 20 kN.m \end{aligned} \right\} 10 + 2q > 20$$

$$\rightarrow q > 5 \frac{kN}{m^2}$$

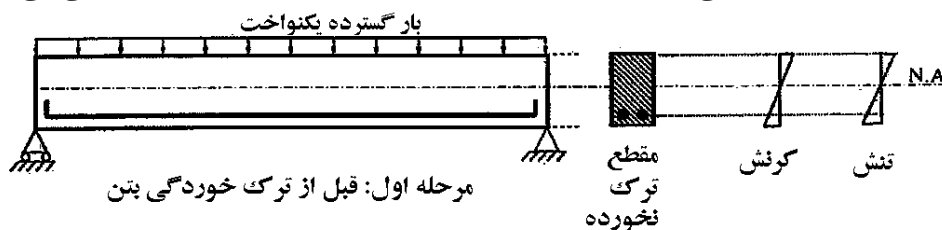
در شکل زیر یک تیر دوسر ساده نشان داده شده است. فرض کنید بار وارد بر آن به صورت گسترده یکنواخت باشد (uniform load). در وسط تیر حداکثر لنگر برابر  $M_u = \frac{q_u L^2}{8}$  خواهد بود و در وسط تیر در تارهای فوقانی تنش فشاری و در پایین مقطع تنش کششی ایجاد می کند.



بتن در فشار قوی و در کشش ضعیف است بنابراین می تواند فشار را در بالای مقطع به خوبی تحمل کند ولی در کشش نیازمند کمک فولاد کششی می باشد.

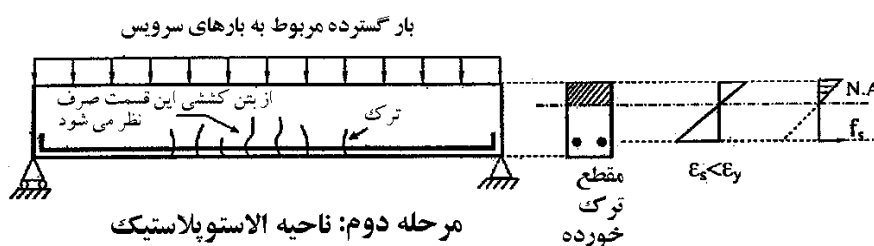
مراحل بارگذاری تیر و خرابی را می توان به سه مرحله مجزا تقسیم کرد:

- ۱- در این مرحله بار گسترده ناچیز و کم است.
  - دیگرام تنش و کرنش در ارتفاع مقطع خطی می باشد.
  - تنش های کششی کم هستند و بنابراین بتن کششی ترک نمی خورد. مقدار تنش ها در دورترین تار کششی کمتر از مدول گسیختگی بتن ( $f_r$ ) می باشد.
  - تنش فشاری بتن کمتر از  $0.45f'_c$  می باشد و بنابراین تنش ها در بتن فشاری نیز در محدوده خطی می باشد.



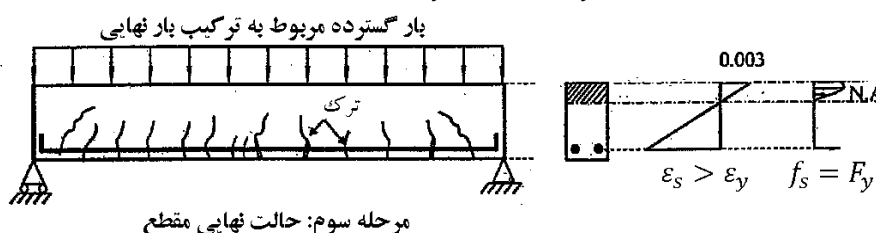
- ۲- در این مرحله بارها در حد بهره برداری (سرویس) می باشد. ترکیب بارهای بهره برداری در صفحات قبلی آمده است.
  - دیگرام کرنش خطی است.

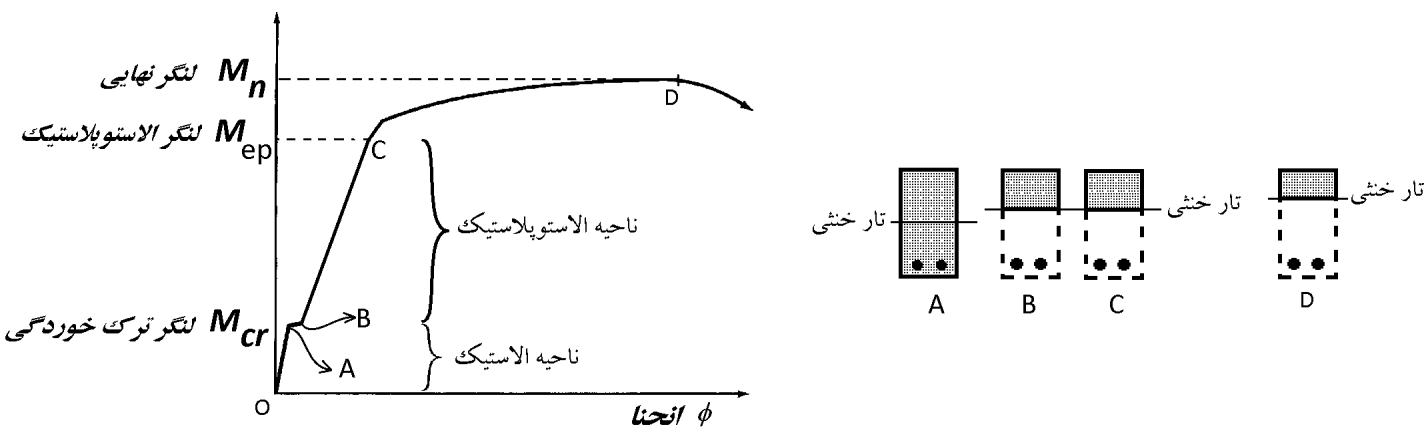
- دیگرام تنش در ناحیه کششی غیر خطی است. ولی در ناحیه فشاری خطی می باشد.
- فولادها هنوز به تسلیم نرسیده اند و در ناحیه خطی قرار دارند و بنابراین  $\epsilon_s \leq \epsilon_y$  و  $f_s \leq F_y$  می باشد.
- تنش فشاری بتن کمتر از  $0.45f'_c$  می باشد و بنابراین تنش ها در بتن فشاری در محدوده خطی می باشد.



- ۳- در این مرحله بارها در حد نهایی می باشد. ترکیب بارهای طراحی در حد نهایی در صفحات قبلی جزوه آمده است.
  - دیگرام کرنش خطی است.

- دیگرام تنش در ناحیه فشاری غیر خطی است.
- فولادها هنوز به تسلیم نرسیده اند و بنابراین  $\epsilon_s > \epsilon_y$  و  $f_s = F_y$  می باشد.





در انتقال از نقطه A به نقطه B، بتن کششی به تدریج حذف میشود و بنابراین:

- ۱- ممان اینرسی مقطع به شدت کاهش می یابد.
- ۲- تنش فولادهای کششی به شدت افزایش می یابد.
- ۳- تار خنثی به سمت بالا حرکت می کند.

اگر مقطع در ناحیه الاستیک باشد، آیا با افزایش لنگر محل تار خنثی تغییر می کند؟

با عبور از ناحیه الاستیک به ناحیه الاستوپلاستیک تار خنثی چه تغییری می کند؟

اگر مقطع در ناحیه الاستوپلاستیک باشد، آیا با افزایش لنگر محل تار خنثی تغییر می کند؟

### آزاد ۸۲

زمانی که در یک تیر بتن مسلح مستطیلی، بتن ترک خورده باشد اما کرنش حداکثر فشاری در بتن محدود به 0.5 در هزار و کرنش حداکثر در فولاد محدود به حد تسلیم باشند، می توان گفت که:

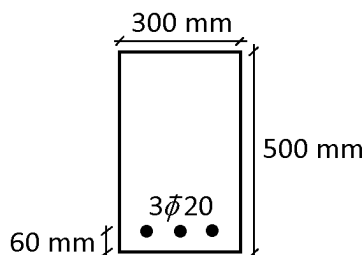
- (۱) محل محور خنثی تابع تغییرات لنگر خمشی نیست و ثابت است.
- (۲) هرچه لنگر خمشی بیشتر باشد، محل محور خنثی به تارهای فشاری نزدیک تر است.
- (۳) هرچه لنگر خمشی بیشتر باشد، محل محور خنثی به فولادهای کششی نزدیک تر است.
- (۴) در مورد تغییر محل محور خنثی نمی توان قضاوت کرد و با افزایش لنگر خمشی ممکن است محور خنثی به بالا یا پایین حرکت کند که تابع عوامل مختلفی نظیر درصد فولاد و مقاومت بتن و تنش تسلیم فولاد می باشد.

گزینه ۱



۹-۳- لنگر الاستوپلاستیک مقطع

در مقطع زیر فرض کنید مدول الاستیسیته بتن برابر  $E_c = 2 \times 10^4 MPa$  می باشد و مدول الاستیسیته فولاد نیز  $E_s = 2 \times 10^5 MPa$  می باشد. همچنین فرض کنید تنش فشاری مقاوم بتن برابر  $f'_c = 20 MPa$  می باشد. لنگر مقاوم الاستوپلاستیک را بیابید.

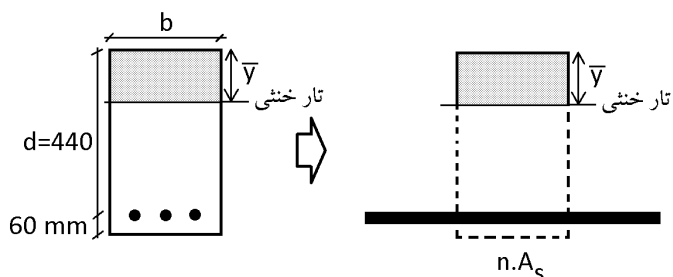


راه حل:

۱- ابتدا باید مقطع معادل سازی شود. برای این منظور نسبت سختی فولاد به بتن باید محاسبه شود:

$$n = \frac{E_s}{E_c} = 10$$

جایگزینی میلگردهای فولادی با بتن معادل:



۲- سپس باید مرکز سطح مقطع معادل بدست آید:

$$\bar{y} = \frac{\sum Ay}{\sum A} = \frac{(\bar{y} \times b) \times \frac{\bar{y}}{2} + nA_s d}{(\bar{y} \times b) + nA_s} \rightarrow \bar{y}^2 + \frac{2nA_s}{b} \bar{y} - \frac{2nA_s d}{b} = 0$$

$$\bar{y}^2 + \frac{2 \times 10 \times 942}{300} \bar{y} - \frac{2 \times 10 \times 942 \times 440}{300} = 0$$

$$\bar{y} = 138 \text{ mm}$$

۳- محاسبه ممان اینرسی مقطع معادل:

$$I = \frac{1}{3} b \bar{y}^3 + nA_s (d - \bar{y})^2$$

$$I = \frac{300 \times 138^3}{3} + 10 \times 942 \times (440 - 138)^2 = 1.122 \times 10^9 \text{ mm}^4$$

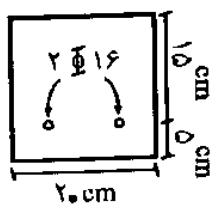
۴- تنش در فولاد کششی نباید از  $F_y$  فراتر رود. از طرفی تنش در بتن فشاری نیز نباید از  $0.45 f'_c$  فراتر رود.

$$\left( f_c = \frac{M \bar{y}}{I} \right) < 0.45 f'_c \rightarrow M_{ep} < \frac{0.45 f'_c I}{\bar{y}} = \frac{0.45 \times 20 \times 1.122 \times 10^9}{138} = 73.17 \text{ kN.m}$$

$$\left( f_s = n \frac{M (d - \bar{y})}{I} \right) < F_y \rightarrow M_{ep} < \frac{F_y I}{n (d - \bar{y})} = \frac{400 \times 1.122 \times 10^9}{10 \times (440 - 138)} = 148.6 \text{ kN.m}$$

$$M_{ep} = \text{Min}(73.17, 148.6) = 73.17 \text{ kN.m}$$

تیر بتن مسلحی که در شکل زیر نشان داده شده است تحت اثر خمش خالص بدون نیروی محوری قرار دارد. حداکثر لنگر اسمی (*nominal*) که این مقطع می‌تواند تحمل کند بدون آنکه بتن در فشار و یا فولاد در کشش وارد بخش رفتار غیرخطی شوند، چه مقدار است؟  
(مهندس عمران آزاد ۸۱)



$$f_y = 400 \text{ kg/cm}^2$$

$$f'_c = 220 \text{ kg/cm}^2$$

(۱) حدود ۱/۶ تن متر

(۲) حدود ۱/۸ تن متر

(۳) حدود ۲/۱ تن متر

(۴) حدود ۲/۴ تن متر

$$n = \frac{2 \times 10^5}{4700\sqrt{22.5}} = 8.97$$

$$nA_s = 8.97 \times 2 \times \pi \times 8^2 = 3605 \text{ mm}^2$$

$$x(200) \times \frac{x}{2} = 3605 \times (150 - x) \rightarrow x = 57.7 \text{ mm}$$

$$I = 3605 \times (150 - 58)^2 + \frac{1}{3} (200 \times 58^3) = 4.35 \times 10^7$$

$$M < \frac{0.45f'_c I}{58} \cong 7.7 \times 10^6 \text{ N.mm} = 0.77 \text{ t.m}$$

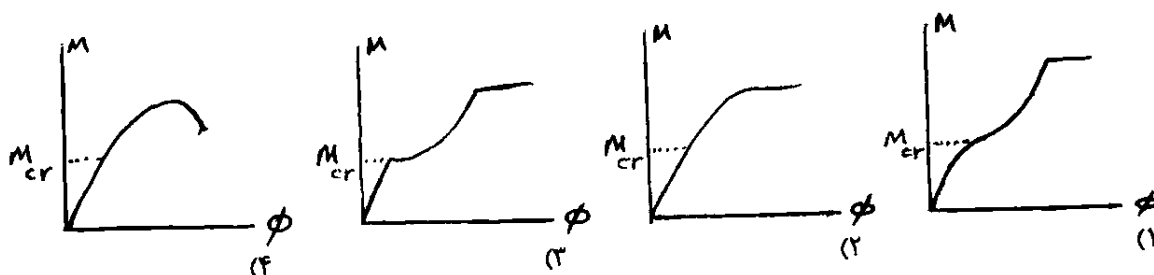
$$M < \frac{f_y I}{n(150 - 58)} \cong 21 \times 10^6 \text{ N.mm} = 2.1 \text{ t.m}$$

$$M_{ep} = \text{Min}(0.77, 2.1) = 0.77 \text{ t.m}$$

• پاسخ 0.77 t.m میباشد که در گزینه ها موجود نیست.

سراسری ۹۲

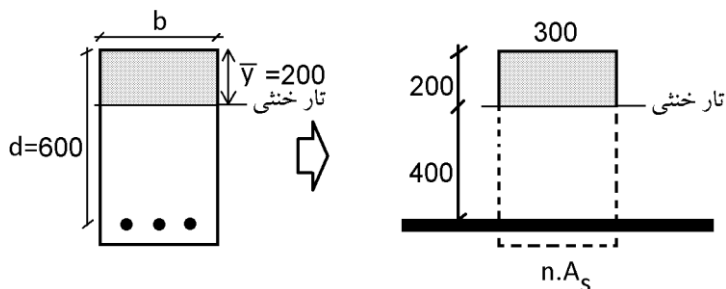
۱۱۴- کدام گزینه، تغییرات لنگر انحنای یک تیر بتنی از شروع بارگذاری را نشان می‌دهد؟



گزینه ۳

۱۲۳- در مقطع تیر بتن آرمه با عرض ۳۰۰ میلی‌متر و عمق مؤثر ۶۰۰ میلی‌متر و فقط با آهن کششی بر اثر اعمال لنگر خمشی  $M$ ، تنش فشاری بتن در دورترین تار فشاری برابر  $10 \text{ MPa}$  و محل تار خنثی تا دورترین تار فشاری ۲۰۰ میلی‌متر است. با فرض رفتار خطی برای مصالح و مقطع ترک خورده، مقدار  $M$  حدوداً چند  $\text{kN.m}$  است؟ (بتن از رده  $C20$  می‌باشد)

- ۱) ۱۸۰
- ۲) ۱۶۰
- ۳) ۱۲۰
- ۴) ۸۰



با توجه به اینکه محل تار خنثی مشخص است، می‌توان مقدار  $nA_s$  را بدست آورد:

$$(300 \times 200) \times \frac{200}{2} = nA_s \times 400 \quad \rightarrow \quad nA_s = 15000 \text{ mm}^2$$

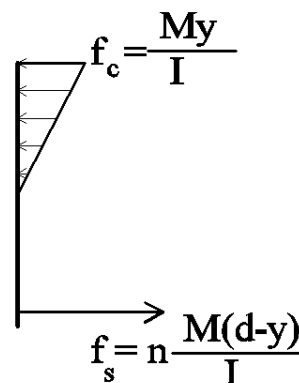
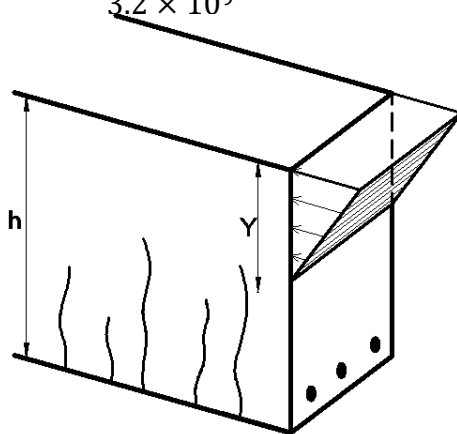
محاسبه ممان اینرسی مقطع معادل:

$$I = \frac{1}{3} b \bar{y}^3 + nA_s (d - \bar{y})^2$$

$$I = \frac{300 \times 200^3}{3} + 15000 \times (400)^2 = 3.2 \times 10^9 \text{ mm}^4$$

محاسبه مقدار لنگر:

$$f_c = \frac{My}{I} \quad \rightarrow \quad 10 = \frac{M \times 200}{3.2 \times 10^9} \quad \rightarrow \quad M = 160 \text{ kN.m}$$



(مهندس عمران ۸۶)

۱- در اکثر تیرهای بتن آرمه لنگر ترک دهندگی:

- (۱) کمی کمتر از لنگر مقاوم نهایی است.  
 (۲) درصد کمی از لنگر مقاوم نهایی است.  
 (۳) درصد زیادی از لنگر مقاوم نهایی است.  
 (۴) حدوداً نصف لنگر مقاوم نهایی است.

گزینه ۲

۲۶- وقتی که بارهای حداکثر سرویس (بهره‌برداری) به یک تیر بتن آرمه وارد می‌شود لنگر حداکثر ایجاد شده

(مهندس عمران ۷۴)

در تیر:

- (۱) بیشتر از لنگر ترک خوردگی است.  
 (۲) کمتر از لنگر ترک خوردگی است.  
 (۳) خیلی کمتر از لنگر ترک خوردگی است.  
 (۴) برابر لنگر ترک خوردگی است.

گزینه ۱

۱۲۱- وضعیت یک تیر بتن آرمه با مقطع مستطیلی به عرض ۳۰۰ میلی‌متر و عمق کل ۴۰۰ mm با مقدار فولاد کششی و فشاری

یکسان و مقاومت فشاری بتن برابر ۲۵ مگاپاسکال تحت لنگر خمشی ضریب‌دار بار مرده به میزان ۳۰ kN.m چگونه

می‌باشد؟ (مدول گسیختگی بتن برابر  $0.6\sqrt{f'_c}$  و ضریب بار مرده ۱/۲۵ فرض شود).

(۱) تیر ترک خورده است و میلگردها در باربری مشارکت می‌کنند.

(۲) تیر ترک خورده و در آستانه مقاومت نهایی قرار دارد.

(۳) تیر در آستانه ترک خوردگی قرار دارد.

(۴) تیر ترک نخورده است و در حالت بهره‌برداری به صورت ارتجاعی عمل می‌کند.

گزینه ۳

لنگر مقاوم ترک خوردگی برابر است با:

$$M_{cr} = \frac{f_r I_g}{y_t} = \frac{0.6\sqrt{25} \times \frac{bh^3}{12}}{\frac{h}{2}} = 0.6\sqrt{25} \times \frac{bh^2}{6} = 0.6\sqrt{25} \times \frac{300 \times 400^2}{6} = 24 \text{ kN.m}$$

لنگر وارد بر تیر برابر است با:

$$1.25M_D = 30$$

بنابراین لنگر بدون ضریب وارد بر تیر برابر است با:

$$M_D = 24 \text{ kN.m}$$

با توجه به اینکه لنگر وارد بر تیر برابر لنگر ترک خوردگی است، تیر در آستانه ترک خوردگی خواهد بود.

۳۳- تیری با ابعاد مقطع  $b = 300 \text{ mm}$  و  $h = 500 \text{ mm}$  و  $d = 430 \text{ mm}$  با آرماتور کششی  $3\Phi 25$  مفروض است. در صورتی که نوع بتن C25 و نوع فولاد S400 و نسبت مدول الاستیسیته فولاد به مدول الاستیسیته بتن  $n = 8$  فرض شود، ممان اینرسی مقطع ترک خورده با در نظر گرفتن اثر آرماتورها بر حسب  $\text{mm}^4$  به کدامیک از مقادیر زیر نزدیک تر است؟

$$1260 \times 10^6 \quad (۱)$$

$$1560 \times 10^6 \quad (۲)$$

$$1860 \times 10^6 \quad (۳)$$

$$960 \times 10^6 \quad (۴)$$

گزینه ۱

$$(\bar{y}b) \frac{\bar{y}}{2} = nA_s(d - \bar{y})$$

$$(\bar{y} \times 300) \frac{\bar{y}}{2} = 8(3 \times 3.14 \times 12.5^2)(430 - \bar{y})$$

$$\bar{y} = 149 \text{ mm}$$

$$I = \frac{1}{3}b\bar{y}^3 + nA_s(d - \bar{y})^2$$

$$I = \frac{300 \times 149^3}{3} + 8 \times (3 \times 3.14 \times 12.5^2) \times (430 - 149)^2 = 1261 \times 10^6 \text{ mm}^2$$

۵۰- در یک ساختمان با سازه بتن آرمه و سیستم قاب‌های مهار نشده، یکی از تیرهای اصلی دارای مقطع عرضی  $b \times h = 400 \times 600 \text{ mm}$ ، عمق موثر  $530 \text{ mm}$  و آرماتورهای کششی  $4\Phi 28$  می‌باشد. بتن سازه از رده C30 و نسبت مدول الاستیسیته فولاد به بتن 10 فرض می‌شود. نسبت ممان اینرسی مقطع ترک خورده با در نظر گرفتن آرماتورهای کششی ( $I_{cr}$ ) به ممان اینرسی ترک نخورده بدون در نظر گرفتن اثر آرماتور ( $I_g$ ) به کدام گزینه نزدیک تر است؟

$$1.5 \quad (۴)$$

$$0.7 \quad (۳)$$

$$0.5 \quad (۲)$$

$$0.35 \quad (۱)$$

گزینه ۲

$$(\bar{y} \times 400) \frac{\bar{y}}{2} = 10 \times \left(4 \times 3.14 \times \frac{28^2}{4}\right) (530 - \bar{y}) \rightarrow \bar{y} = 201 \text{ mm}$$

$$I_{cr} = \frac{1}{3}b\bar{y}^3 + nA_s(d - \bar{y})^2 = \frac{400 \times 201^3}{3} + 10 \times \left(4 \times 3.14 \times \frac{28^2}{4}\right) \times (530 - 201)^2$$

$$= 3.747 \times 10^9$$

$$I_g = \frac{bh^3}{12} = \frac{400 \times 600^3}{12} = 7.2 \times 10^9 \text{ mm}^4 \left. \vphantom{I_g} \right\} \frac{I_{cr}}{I_g} = 0.52$$

آیا ضوابط مقاومت مصالح در ناحیه پلاستیک صادق است؟

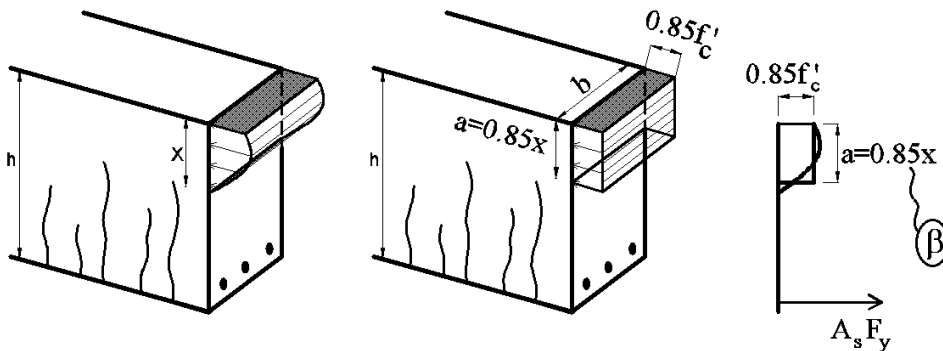
**فرضیات اساسی خمش:**

- ۱- اصل برنولی: مقاطع قبل و بعد از خمش مسطح باقی می مانند.
- ۲- معیار خرابی بتن رسیدن به  $f'_c$  نیست. بلکه رسیدن کرنش ها به  $\epsilon_{cu}=0.003$  است. بنابراین علاوه بر بررسی تنش های وارد شده بر مقطع مقادیر کرنش ها نیز باید بررسی شوند و خرابی مقطع بر اساس مقادیر کرنش ها در بتن و فولاد تعیین شود.
- ۳- فولاد و بتن پیوسته هستند. یعنی فولاد آجدار در داخل بتن نمی لغزد و بنابراین کرنش طولی فولاد و بتن با هم برابر هستند.

**۱۱-۳- بلوک معادل تنش ویتنی (Whitney Stress Block)**

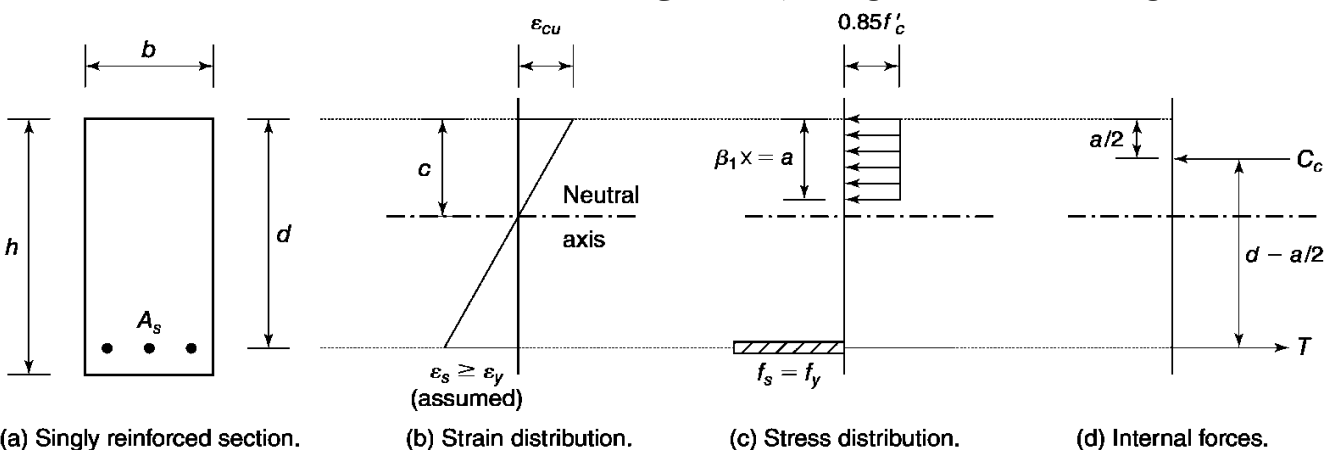
جهت ساده سازی محاسبات، ACI-318 اجازه میدهد برای محاسبه مقاومت خمشی نهایی مقطع به جای استفاده از دیاگرام تنش سهمی شکل، از دیاگرام تنش مستطیلی یکنواخت (شکل زیر) استفاده شود. بلوک معادل مستطیلی اولین بار توسط Whitney معرفی شد.

- در این روش به جای تنش متغیر، تنش یکنواخت به شدت  $0.85f'_c$  در ارتفاع معادل با  $a = \beta_1 \times x$  در نظر گرفته میشود.



بلوک معادل سازی شده فوق بر اساس دو شرط زیر ارائه شده است:

- ۱- مساحت زیر منحنی در بلوک تنش با مساحت زیر منحنی در تنش واقعی برابر باشد.
- ۲- مرکز سطح بلوک معادل با مرکز سطح دیاگرام تنش واقعی برابر باشد.



(a) Singly reinforced section.

(b) Strain distribution.

(c) Stress distribution.

(d) Internal forces.

در بندهای زیر نحوه محاسبه ضریب  $\beta$  ارائه شده است. برای بتن های با مقاومت فشاری کمتر از 28MPa مقدار این ضریب ثابت و برابر  $\beta = 0.85$  می باشد.

### ۲-۸-۹ مقاومت خمشی

#### ۲-۲-۸-۹ فرضیات طراحی

۶-۲-۲-۸-۹ تنش فشاری بتن برابر با  $0.85 f'_c$  و با توزیع یک‌نواخت در ناحیه‌ی فشاری معادل که به وجوه جانبی مقطع و یک خط موازی با تار خنثی و به فاصله‌ی  $a$  از دورترین تار فشاری مقطع محدود می‌گردد، فرض می‌شود. عمق بلوک فشاری بتن،  $a$ ، از رابطه‌ی زیر تعیین می‌شود.

$$a = \beta_1 c \quad (۲-۸-۹)$$

در این رابطه:

$c$  عمق تار خنثی، یعنی فاصله‌ی موقعیت تار بتنی با حداکثر کرنش فشاری تا تار خنثی در راستای عمود بر تار خنثی است.

ضریب  $\beta_1$  که ضریب عمق بلوک مستطیل معادل تنش فشاری است، به صورت زیر تعیین می‌شود:

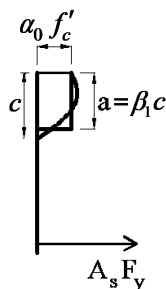
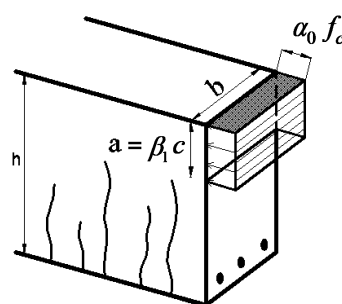
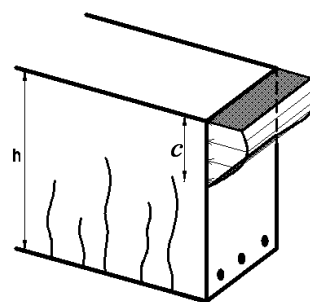
$$\beta_1 = 0.85 \quad \text{برای } 17 \leq f'_c \leq 28 \text{ MPa} \quad (\text{الف-۳-۸-۹})$$

$$\beta_1 = 0.85 - \frac{0.05}{7} (f'_c - 28) \geq 0.65 \quad \text{برای } f'_c > 28 \text{ MPa} \quad (\text{ب-۳-۸-۹})$$

۷-۲-۲-۸-۹ در صورتی که از بتن با مقاومت بیش از ۵۵ مگاپاسکال استفاده شود، تنش فشاری

بتن را می‌توان برابر با  $\alpha_0 f'_c$  و با توزیع مشابه بند قبلی در نظر گرفت. در این حالت ضریب  $\alpha_0$  به صورت زیر تعیین می‌گردد.

$$\alpha_0 = 0.85 - \frac{0.022}{7} (f'_c - 55) \geq 0.7 \quad (۴-۸-۹)$$



$f'_c$	$\beta$
20	0.85
25	0.85
28	0.85
30	0.84
35	0.80
40	0.76
45	0.73
50	0.69
55	0.65
60	0.65
65	0.65
70	0.65
75	0.65

سراسری ۸۱

۱۰۴- با توجه به تئوری خمش بتنی آرمه، دلیل استفاده از بلوک تنش مستطیلی معادل برای توزیع تنش فشاری در بتن، کدام است؟  
 (۱) ارتفاع این بلوک تنش مستطیلی معادل برابر است با موقعیت تار خنثی در مقطع  
 (۲) این توزیع مقدار تنش واقعی مشاهده شده در آزمایشات است.  
 (۳) با توجه به توزیع یکنواخت تنش کشش در فولاد، این توزیع برای انتخاب شده است.  
 (۴) این توزیع معادل برای منظور نمودن اثرات تنش واقعی (نیروی فشاری بتن و نقطه اثر آن) پاسخی با دقت کافی ارائه می دهد.  
 گزینه ۴

۱۰- در طراحی مقاطع بتن آرمه تحت خمش، در کدامیک از حالات زیر، نمودار کرنشها به صورت خطی در نظر گرفته می شود؟  
 (مهندس عمران ۷۹)

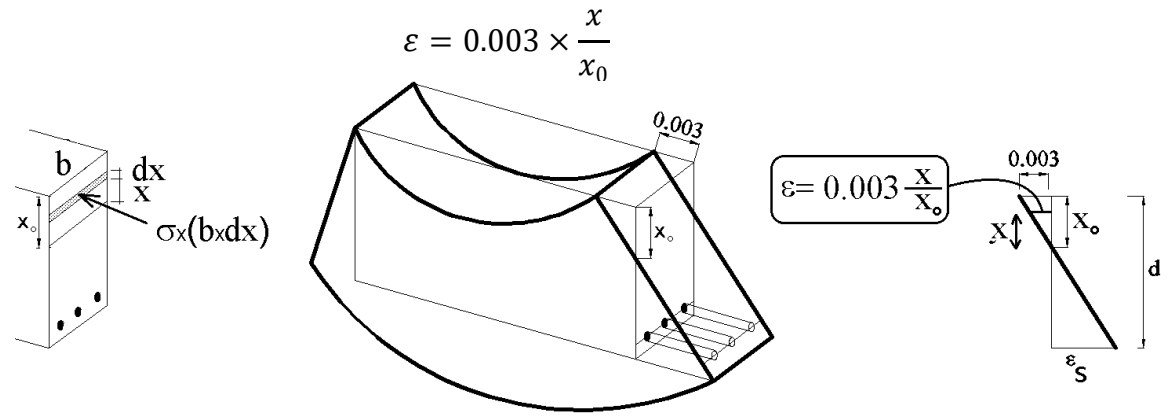
- (۱) حالات حدی (۲) مقاومت نهایی (۳) تنش های مجاز (۴) هر سه روش مذکور

گزینه ۴

سراسری ۹۳

۱۱۹- در صورتی که بتوان منحنی تنش - کرنش بتنی با مقاومت مشخصه  $40 \text{ MPa}$  را در محدوده  $0 < \epsilon < 0.003$  معادل  $f_c(\epsilon) = -4.5 \times 10^6 \epsilon^2 + 2.5 \times 10^4 \epsilon$  تقریب زد، ضریب تنش متوسط  $\alpha_1$  برای تبدیل بلوک تنش فشاری واقعی وارد بر مقطع به بلوک تنش مستطیلی معادل به ارتفاع  $0.75x$  که در آن  $x$  ارتفاع تار خنثی از بالای مقطع می باشد، چقدر است؟ (کرنش تار انتهایی فشاری درست قبل از خرابی  $0.003$  فرض می گردد)

- (۱) ۰٫۷۵ (۲) ۰٫۷ (۳) ۰٫۸ (۴) ۰٫۸۵



نیروی وارد بر قسمت فشاری مقطع بر اساس معادله تنش واقعی:

$$\int_0^{x_0} \sigma \times b \times dx = \int_0^{x_0} (-4.5 \times 10^6 \epsilon^2 + 2.5 \times 10^4 \epsilon) \times b \times dx =$$

$$= \int_0^{x_0} \left( -4.5 \times 10^6 \left( 0.003 \times \frac{x}{x_0} \right)^2 + 2.5 \times 10^4 \left( 0.003 \times \frac{x}{x_0} \right) \right) b dx$$

$$\left( -\frac{13.5}{x_0^2} x_0^3 + \frac{37.5}{x_0} x_0^2 \right) b = (-13.5x_0 + 37.5x_0)b = 24bx_0$$

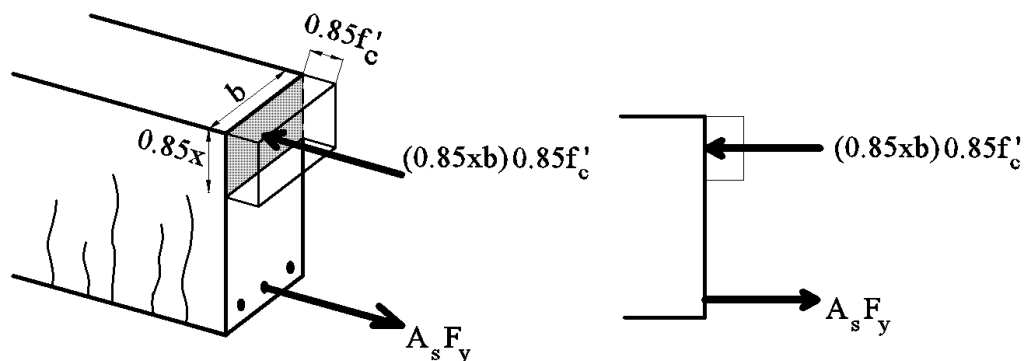
نیروی وارد بر قسمت فشاری مقطع بر اساس بلوک فشاری تنش:

$$(\alpha_1 f'_c) \times (0.75x_0 \times b) = (\alpha_1 \times 40) \times (0.75x_0 \times b) = 30b\alpha_1 x_0$$

مساوی قرار دادن دو نیرو:

$$30b\alpha_1 x_0 = 24bx_0 \rightarrow \alpha_1 = 0.8$$





- در شکل فوق فرض شده است که تنش بتن کمتر از 28MPa می باشد و بنابراین مقدار  $\beta = 0.85$  فرض شده است.
- در شکل فوق فرض شده است که آرماتورهای کششی به تسلیم می رسند.

$$C = T \rightarrow A_s F_y = (\beta x)(b)(0.85 f'_c)$$

$$x = \frac{A_s F_y}{\beta (b)(0.85 f'_c)}$$

## محاسبات-۹۱

۱۹- در یک مقطع مستطیل ( $d=50 \text{ cm}$  ,  $b=30 \text{ cm}$ ) تحت اثر لنگر خمشی چنانچه آرماتورهای کششی  $4\Phi 20$  و رده بتن C25 و رده فولاد S400 باشد، فاصله محور خنثی در حالت حدی نهایی از دورترین تار فشاری مقطع به کدام یک از اعداد زیر برحسب میلیمتر نزدیکتر است؟

130 (۲)

90 (۱)

120 (۴)

100 (۳)

با توجه به اینکه تنش مقاوم بتن کمتر از 28MPa می باشد، مقدار ضریب  $\beta = 0.85$  خواهد بود.

با فرض اینکه در لحظه نهایی مقاومت تنش در میلگردها برابر  $F_y$  باشد داریم:

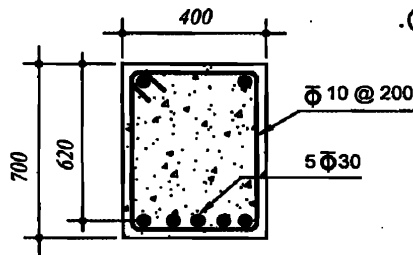
$$A_s F_y = (\beta x)(b)(0.85 f'_c)$$

$$\rightarrow 4 \times 314 \times 400 = (0.85 \times x)(300)(0.85 \times 25) \rightarrow x = 92.7 \text{ mm}$$

بس از یافتن  $x$  باید کنترل شود که آیا میلگردهای کششی به تسلیم رسیده اند یا نه:

$$\epsilon_s = \epsilon_{cu} \times \frac{d - x}{x} = 0.003 \times \frac{500 - 92.7}{92.7} = 0.013 > (\epsilon_y = 0.002) \quad OK$$

۲۹- با فرض خطی بودن توزیع کرنش در ارتفاع مقطع تیر با شکل مقابل، کرنش فولاد تحت لنگر خمشی مقاوم مقطع به کدامیک از مقادیر زیر نزدیک تر است؟ بتن از رده C70 و رده فولاد میلگردها S400 و  $E_s = 200 \text{ GPa}$  می باشد. در محاسبات از آرمانتور فشاری صرف نظر گردد. (ابعاد به میلی متر و پنج میلگرد پایین تحت کشش هستند).



(۱) 0.0152

(۲) 0.0028

(۳) 0.0020

(۴) 0.0128

با توجه به اینکه تنش مقاوم بتن برابر 70MPa میباشد، داریم:

$$\beta_1 = 0.85 - \frac{0.05}{7}(f'_c - 28) = 0.65$$

$$\alpha_0 = 0.85 - \frac{0.022}{7}(f'_c - 55) = 0.803$$

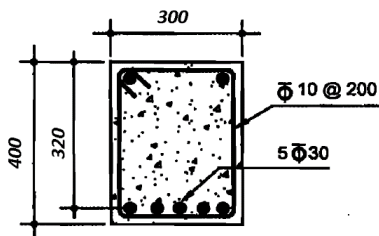
با فرض اینکه در لحظه نهایی مقاومت تنش در میلگردها برابر  $F_y$  باشد داریم:

$$A_s F_y = (\beta x)(b)(\alpha_0 f'_c)$$

$$5 \times 3.14 \times 15^2 \times 400 = (0.65 \times x)(400)(0.8 \times 70) \rightarrow x = 97 \text{ mm}$$

$$\varepsilon_s = 0.003 \times \frac{d - x}{x} = 0.003 \times \frac{620 - 97}{97} = 0.0161$$

با توجه به اینکه کرنش در میلگردهای کششی بیش از  $\varepsilon_y = 0.002$  بدست آمده است، فرض اولیه مبنی بر تسلیم میلگردهای کششی صحیح بوده است.



سوال قبل را برای شکل مقابل مجدد تکرار نمایید.

$$f'_c = 25 \text{ MPa}$$

$$F_y = 400 \text{ MPa}$$

ابتدا فرض می کنیم تنش در میلگردها برابر  $F_y$  باشد

$$A_s F_y = (\beta x)(b)(0.85 f'_c)$$

$$5 \times 3.14 \times 15^2 \times 400 = (0.85 \times x)(300)(0.85 \times 25) \rightarrow x = 260 \text{ mm}$$

$$\varepsilon_s = \varepsilon_{cu} \times \frac{d - x}{x} = 0.003 \times \frac{320 - 260}{260} = 0.00069 < \varepsilon_y = \frac{F_y}{E_s} = \frac{400}{2 \times 10^5} = 0.002$$

بنابراین فرض اولیه صحیح نیست و فولادها جاری نمی شوند.

تکرار مساله با فرض عدم جاری شدن فولادها:

$$A_s f_s = (\beta x)(b)(0.85 f'_c)$$

$$5 \times 3.14 \times 15^2 \times (E_s \varepsilon_s) = (0.85 \times x)(300)(0.85 \times 25)$$

$$5 \times 3.14 \times 15^2 \times \left( E_s \varepsilon_{cu} \times \frac{d - x}{x} \right) = (0.85 \times x)(300)(0.85 \times 25)$$

$$5 \times 3.14 \times 15^2 \times \left( 600 \times \frac{320 - x}{x} \right) = (0.85 \times x)(300)(0.85 \times 25)$$

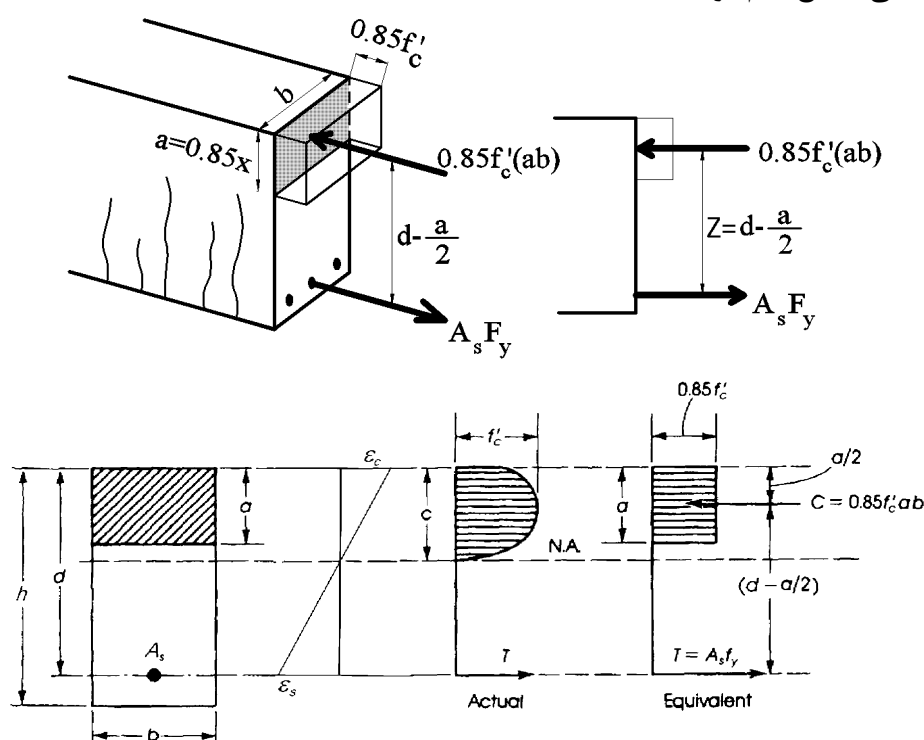
جهت یافتن مقدار X باید معادله درجه ۲ فوق را حل کرد. مقدار X از رابطه فوق برابر است با:

$$x = 208.7 \text{ mm}$$

۱۳۱- کدام گزینه در مورد مقطع تیر بتنی یا فولاد کششی تحت اثر لنگر خمشی مثبت صحیح می‌باشد؟

- (۱) با افزایش مقاومت مشخصه بتن، محور خشی به سمت فولاد کششی نزدیک می‌شود.
  - (۲) با کاهش میلگرد مقطع، محور خشی به سمت دورترین تار فشاری بتن حرکت می‌کند.
  - (۳) با تبدیل میلگردهای مقطع از نوع AII به AIII، محور خشی در ناحیه پلاستیک به سمت بالا حرکت می‌کند.
  - (۴) در هر وضعیت بارگذاری، توزیع تنش فشاری غیر خطی در بتن ایجاد می‌شود.
- گزینه ۲

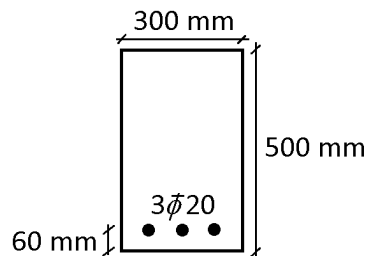
۱۳-۲- ظرفیت خمشی مقطع کم فولاد



$$M_n = A_s F_y Z = A_s F_y \left( d - \frac{a}{2} \right) = A_s F_y \left( d - \frac{A_s F_y}{2 \times 0.85(b)(f'_c)} \right)$$

$$M_n = A_s F_y d \left( 1 - 0.59 \rho \frac{F_y}{f'_c} \right)$$

مثال:



در مقطع زیر لنگر مقاوم نهایی مقطع را بیابید.

$$f'_c = 20 \text{ MPa}$$

$$F_y = 400 \text{ MPa}$$

راه حل:

مقاومت خمشی نهایی مقطع برابر است با:

$$\varphi M_n = \varphi A_s F_y Z$$

۱- محاسبه  $A_s$

$$A_s = 3 \times 314 = 942 \text{ mm}^2$$

۲- محاسبه  $Z$

$$A_s F_y = ab f'_c \rightarrow 942 \times 400 = a \times 300 \times 0.85 \times 20 \rightarrow a = 73.88 \text{ mm}$$

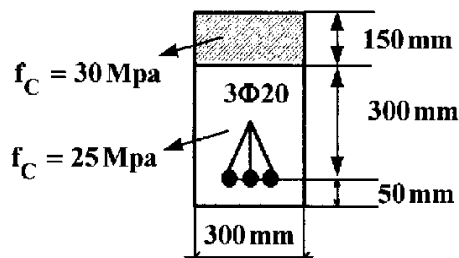
$$\rightarrow Z = d - \frac{a}{2} = 440 - \frac{73.88}{2} = 403.05 \text{ mm}$$

۳- محاسبه  $\varphi A_s F_y Z$

$$\varphi M_n = \varphi A_s F_y Z = 0.9 \times 942 \times 400 \times 403.05 = 136.68 \text{ kN.m}$$

### محاسبات-۹۱

مقطع تیر بتون آرمه به ابعاد  $300 \times 350 \text{ mm}$  موجود است. برای تقویت مقاومت خمشی آن به ضخامت  $150 \text{ mm}$  بتون با مقاومت فشاری  $30 \text{ MPa}$  روی آن اجرا شده است. افزایش لنگر خمشی مقاوم مقطع کدام است؟



۱) ۱/۲

۲) ۱/۶

۳) ۲

۴) ۲/۴

گزینه ۲

قبل از تقویت:

$$C = T \rightarrow ab \times 0.85 f'_c = A_s F_y \rightarrow a \times 300 \times 0.85 \times 25 = 942 \times 400 \rightarrow a = 59.1 \text{ mm}$$

$$\varphi M_{n1} = \varphi A_s F_y Z = 0.9 \times 942 \times 400 \times \left( d - \frac{a}{2} \right) = 339120 \times \left( 300 - \frac{59.1}{2} \right) = 91.71 \text{ kN.m}$$

پس از تقویت:

$$C = T \rightarrow ab \times 0.85 f'_c = A_s F_y \rightarrow a \times 300 \times 0.85 \times 30 = 942 \times 400 \rightarrow a = 49.25 \text{ mm}$$

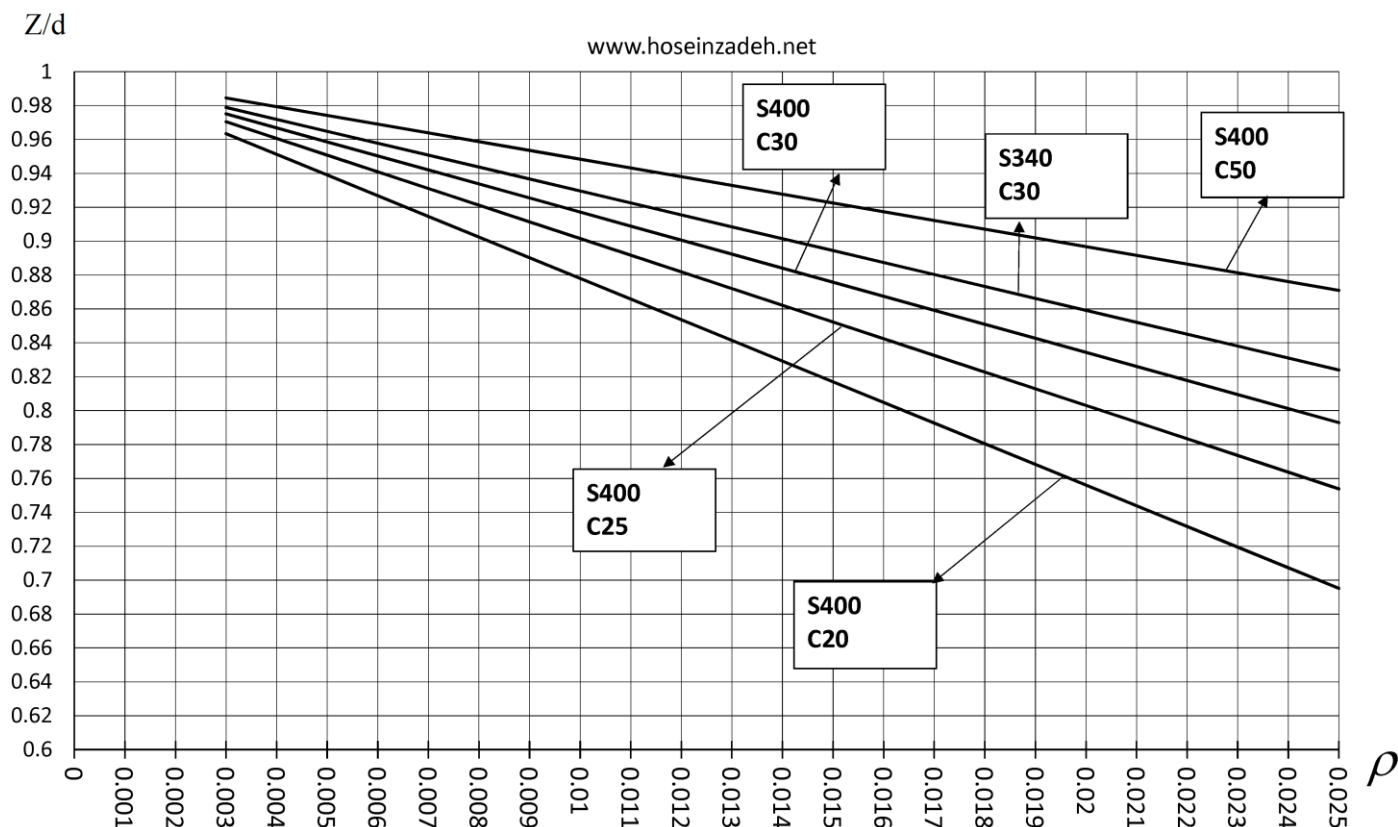
$$\varphi M_{n2} = \varphi A_s F_y Z = 0.9 \times 942 \times 400 \times \left( d - \frac{a}{2} \right) = 339120 \times \left( 450 - \frac{49.25}{2} \right) = 144.25 \text{ kN.m}$$

$$\frac{\varphi M_{n2}}{\varphi M_{n1}} = \frac{144.25}{91.71} = 1.57$$

با توجه به رابطه مربوط به مقاومت خمشی تیرهای تک آرمه (تیرهای بدون میلگرد فشاری) مقدار بازوی خمش ( $Z$ ) تابعی از درصد میلگرد طولی تیر می باشد.

$$M_n = A_s F_y Z = A_s F_y d \left( 1 - 0.59 \rho \frac{F_y}{f'_c} \right)$$

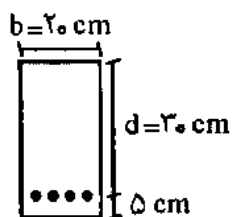
در نمودار زیر برای درصد های مختلف از درصد میلگرد طولی تیر، ضریب بازوی خمش ارائه شده است. برای مثال در یک تیر با بتن C25 و میلگرد S400 و درصد میلگرد طولی برابر با  $\rho = 0.01$  مقدار ضریب بازو (محور قائم نمودار) تقریباً 0.9 می باشد. بنابراین مقاومت خمشی اسمی تیر برابر  $M_n = A_s F_y Z = A_s F_y \times 0.9d$  خواهد بود.



۱۱۷- مقاومت حدی فولاد کششی در طراحی اعضای خمشی بتن مسلح کدام یک از موارد زیر است؟

- (۱) تنش حد تسلیم
- (۲) حداکثر تنش کششی
- (۳) حداکثر کرنش کششی
- (۴) کرنش متناظر با تنش کششی ماکزیمم

گزینه ۱

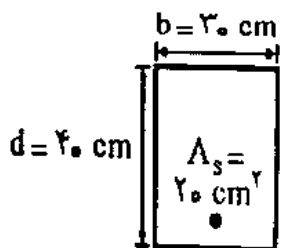


اگر مقاومت تسلیم کششی فولاد  $f_y = 420 \text{ kg/cm}^2$  مقاومت فشاری  $f_c = 210 \text{ kg/cm}^2$  روزه سیلندری بتن با مقدار فولاد کششی برابر با  $\rho = 0.005$  باشد، در آن صورت ظرفیت نهایی اسمی خمشی مقطع شکل روبرو برابر است با چه مقداری؟

- (۱) نزدیک به ۲ تن - متر
- (۲) نزدیک به ۴ تن - متر
- (۳) نزدیک به ۵ تن - متر
- (۴) نزدیک به ۲/۵ تن - متر

$$M_{n1} = A_s F_y Z = (0.005 \times 200 \times 300) \times 420 \times (0.9 \times 300) = 34 \text{ kN.m}$$

۱۶- تیر بتن مسلح به عرض  $30 \text{ cm}$  و عمق مؤثر  $40 \text{ cm}$  را در نظر بگیرید. اگر تنش جاری شدن فولاد  $f_y = 300 \text{ kg/cm}^2$  فرض شود، و مقاومت فشاری بتن  $f_c = 210 \text{ kg/cm}^2$  باشد ظرفیت خمشی مقطع برابر  $M_u$  محاسبه شده است. حال اگر مقاومت فشاری بتن از  $210 \text{ kg/cm}^2$  به  $560 \text{ kg/cm}^2$  (برابر افزایش یابد، ظرفیت خمشی حدوداً چقدر خواهد شد؟



- (۱)  $2/6 M_u$
- (۲)  $2 M_u$
- (۳)  $1/5 M_u$
- (۴)  $1/11 M_u$

گزینه ۴

۵۰ - ظرفیت نهایی خمشی مقطع شکل روبرو چه مقدار است؟

$$f_y = 4000 \text{ kg/cm}^2 \text{ (تنش تسلیم فولاد)}$$

$$f'_c = 2000 \text{ kg/cm}^2 \text{ (تنش مقاومت ۲۸ روزه بتن)}$$

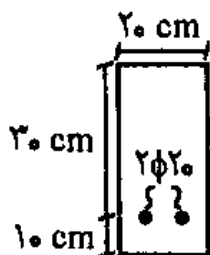
(۱) حدود ۹ تن متر

(۲) حدود ۳ تن متر

(۳) حدود ۱۲ تن متر

(۴) حدود ۶ تن متر

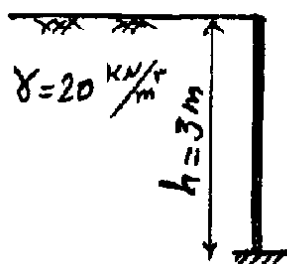
گزینه ۴



$$\phi M_{n1} = \phi A_s F_y Z = 0.9(2 \times 314) \times 400 \times (0.9 \times 300) = 61 \text{ kN.m}$$

سراسری ۹۳

۱۱۷ - دیوارهای حائل بتن آرمه زیرزمین برای مقابله با فشار جانبی خاک مورد استفاده قرار می‌گیرند. در شکل زیر یک دیوار حائل بتن آرمه نشان داده شده است. اگر عملکرد طره‌ای برای این دیوار فرض شود و فشار جانبی خاک به صورت  $\sigma_h = 0.6\gamma h$  بر روی آن اثر کند و تمامی ضرایب بار برابر واحد فرض شود با فرضیات زیر مقدار فولاد طولی مورد نیاز برای واحد عرض این دیوار چند میلی‌متر مربع است؟



$$\phi_s = 1 \text{ (ضریب کاهش مقاومت فولاد)}$$

$$f_y = 400 \text{ مگا پاسکال (تنش تسلیم فولاد)}$$

میلی‌متر ۵۰ = مقدار پوشش آرماتور تا مرکز سطح

میلی‌متر ۳۰۰ = ضخامت دیوار

عمق موثر دیوار  $Z = 0.9 \times$  (بازوی لنگر مقاوم در دیوار)

(۲) ۴۰۰

(۱) ۶۰۰

(۴) ۱۲۰۰

(۳) ۸۰۰

گزینه ۱

لنگر وارد بر واحد طول دیوار در انتهای تحتانی آن برابر است با:

$$q = 0.6\gamma h = 0.6 \times 20 \times 3 = 36 \text{ فشار جانبی خاک} \rightarrow M_u = \frac{qh^2}{6} = \frac{36 \times 3^2}{6} = 54 \text{ kN.m}$$

لنگر مقاوم دیوار برابر است با:

$$\phi M_n = 1M_n = A_s F_y Z = A_s \times 400 \times (0.9 \times 250)$$

$$M_u < \phi M_n$$

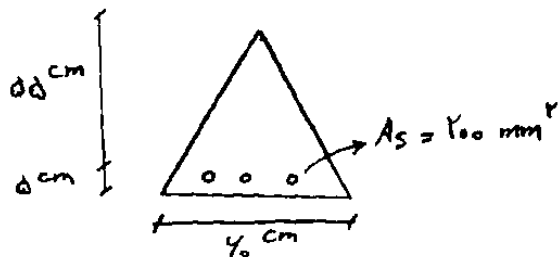
$$\rightarrow 54 \times 10^6 < A_s \times 400 \times 0.9 \times 250$$

$$\rightarrow 600 < A_s$$

در شرایط یکسان بودن سطح مقطع، ارتفاع و عمق موثر مقاطع نشان داده شده و با فرض استفاده از روش ویتنی (بلوک تنش معادل) مقدار فولاد کدام مقطع تحت لنگر خمشی مثبت بیشتر می‌باشد؟ (کلیه خصوصیات مصالح مقاطع یکسان است).



گزینه ۳



۱) تقریباً ثابت می‌ماند.

۲) ۵۰ درصد

۳) کمتر از ۵۰ درصد

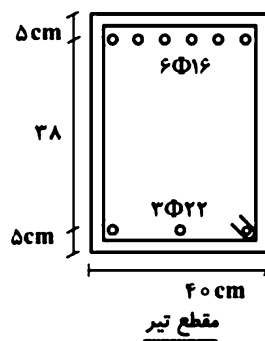
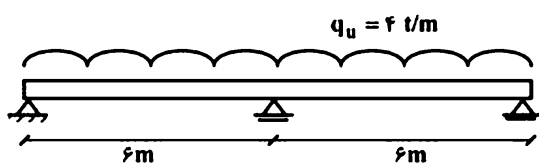
۴) بیش از ۵۰ درصد

گزینه ۲

۱۰۳- در مقطع زیر با فرض جاری شدن میلگرد، اگر سطح مقطع فولاد نصف شود، مقاومت خمشی چند درصد کاهش می‌یابد؟

$$f_y = 3000 \frac{kg}{cm^2} \quad \text{و} \quad f_c = 200 \frac{kg}{cm^2}$$

۱۲۱- در تیر دودهانه نشان داده شده، در مقطع بحرانی، طراحی آرماتور برابر مشخصات نشان داده، انجام شده است. نسبت لنگر ظرفیت به لنگر تقاضا به کدام پاسخ نزدیکتر است؟ (ضرائب کاهش مقاومت برابر یک و مقاومت بتن و فولاد به ترتیب ۲۲/۵ و ۴۰۰ مگاپاسکال و ضریب بلوک تنش ۰/۸۵ می‌باشند)



۱) ۰/۹۰

۲) ۱/۰۶

۳) ۱/۲۰

۴) ۱/۲۵

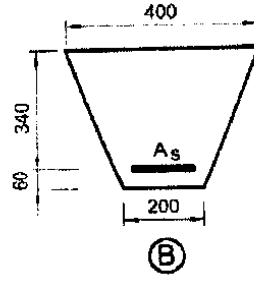
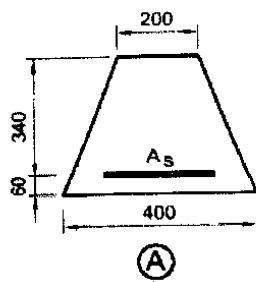
گزینه ۲

$$M_u = \frac{q_u L^2}{8} = \frac{4 \times 6^2}{8} = 18 \text{ t.m} = 180 \text{ kN.m}$$

$$M_n = A_s F_y Z = (6 \times 3.14 \times 8^2) \times 400 \times 0.9d = 186.6 \text{ kN.m}$$



۴۵- در صورتی که مقدار آرماتور کششی در هر دو مقطع شکل زیر برابر  $A_s = 4\Phi 20$  باشد، نسبت لنگر خمشی مقاوم مقطع A به لنگر خمشی مقاوم مقطع B به کدامیک از اعداد زیر نزدیک تر است؟ (بتن از رده C30 و فولاد از نوع S400 و ابعاد به میلی متر می باشد.)



(۱) 1.20

(۲) 0.8

(۳) 1.1

(۴) 0.9

گزینه ۴

با توجه به رابطه  $M = A_s F_y Z$  و از آنجا که هر دو مقطع  $A_s$  یکسان دارند، تنها تفاوت آنها مقدار  $Z$  می باشد. مقدار  $Z$  نیز بسته به شکل مقطع و درصد میلگرد بین  $0.75d$  تا  $0.95d$  می تواند تغییر کند. در این سوال باید مقدار  $Z$  در هر دو مقطع محاسبه شود.

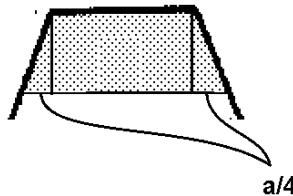
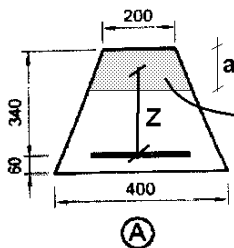
مقطع A:

$$C = T \rightarrow \left(200a + \frac{a^2}{4}\right) 0.85 f'_c = A_s F_y \rightarrow \left(200a + \frac{a^2}{4}\right) 0.85 \times 30 = 4 \times 314 \times 400$$

$$a = 88.7 \text{ mm}$$

با فرض اینکه مرکز سطح قسمت هاشور خورده به صورت تقریبی در میانه مقطع باشد، داریم:

$$Z_A = 340 - \frac{a}{2} = 296 \text{ mm}$$



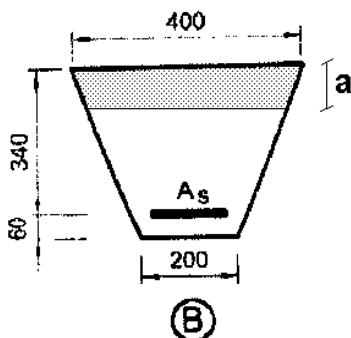
مقطع B:

$$C = T \rightarrow \left(400a - \frac{a^2}{4}\right) 0.85 f'_c = A_s F_y \rightarrow \left(400a - \frac{a^2}{4}\right) 0.85 \times 30 = 4 \times 314 \times 400$$

$$a = 50.9 \text{ mm}$$

با فرض اینکه مرکز سطح قسمت هاشور خورده به صورت تقریبی در میانه مقطع باشد، داریم:

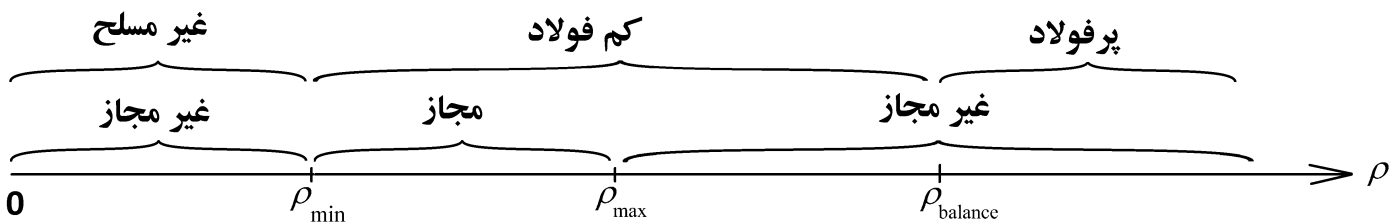
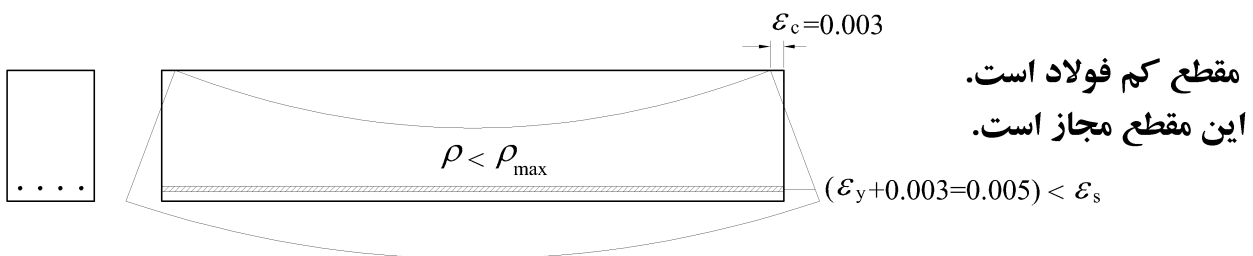
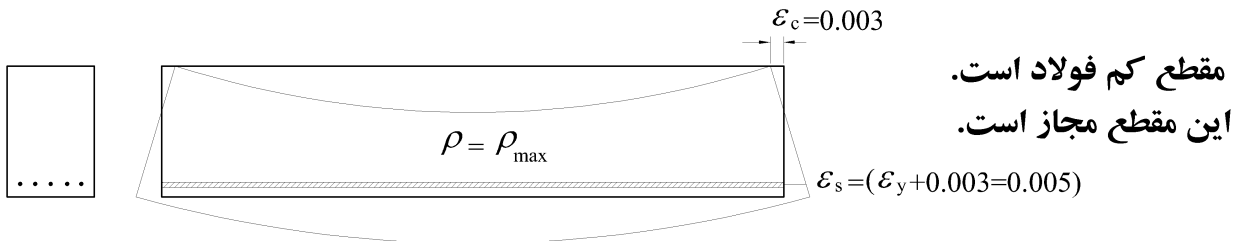
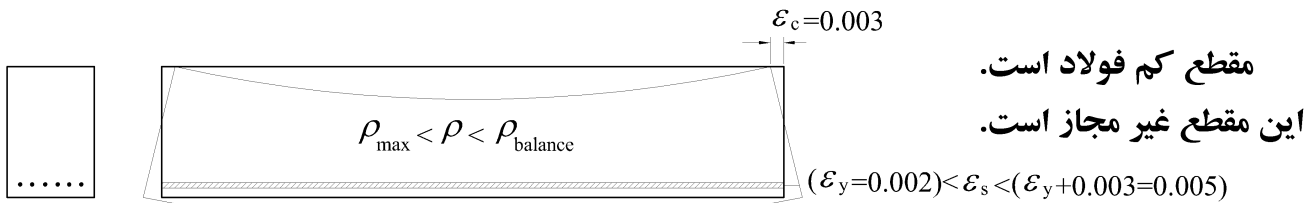
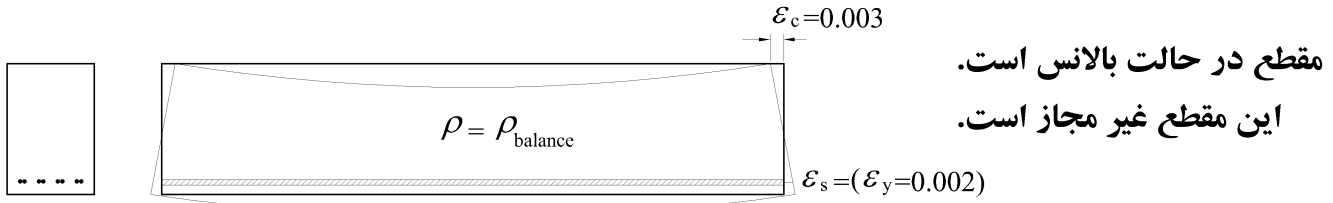
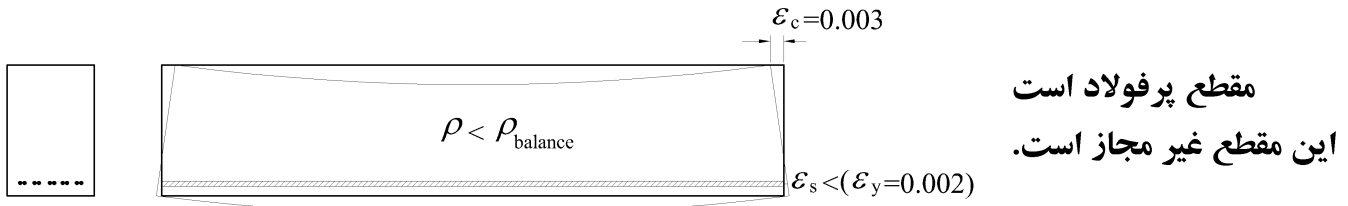
$$Z_B = 340 - \frac{a}{2} = 314.5 \text{ mm}$$



$$\frac{M_A}{M_B} = \frac{Z_A}{Z_B} = \frac{296}{314} = 0.94$$

۱۴-۳- حداکثر فولاد کششی مجاز در تیرها

به شکل های زیر توجه کنید. کدامیک از تیرها شکل پذیری بیشتری دارد؟



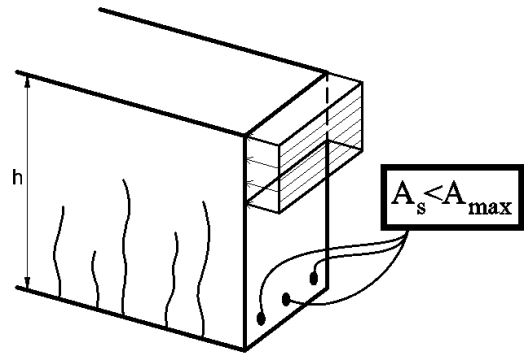
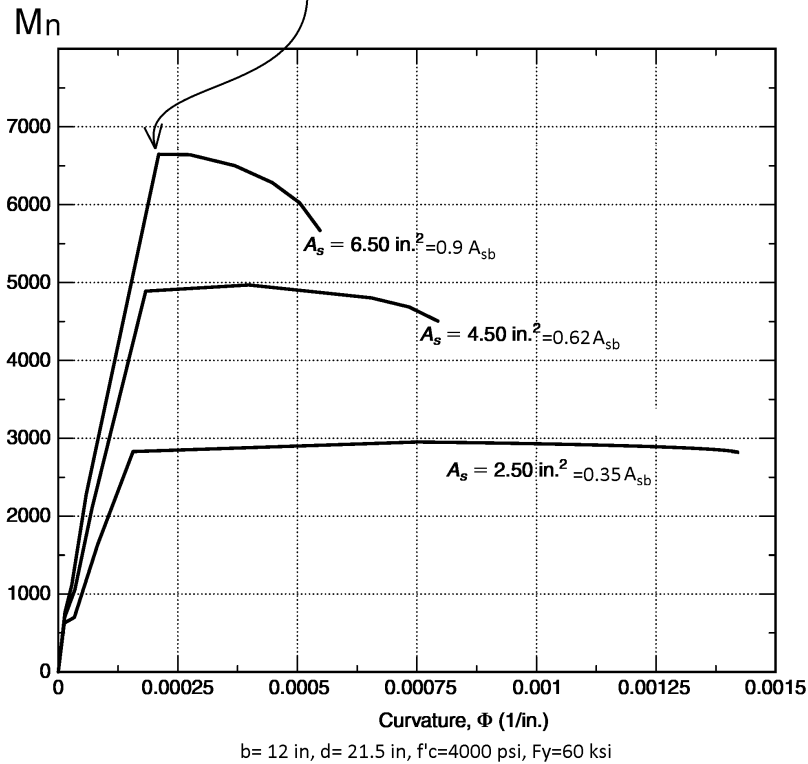
• تیرهایی که درصد میلگرد کمتری دارند، کرنش در آرماتور کششی بیشتر می باشد و بنابراین شکل پذیری بیشتری دارند.

۱- در نمودارهای شکل زیر نقطه ای را که در آن بتن کششی حذف میشود (مقطع ترک می خورد) بیابید.

۲- نقطه ای را که فولاد کششی به تسلیم می رسد بیابید.

۳- نقطه ای که بتن فشاری منهدم می شود بیابید.

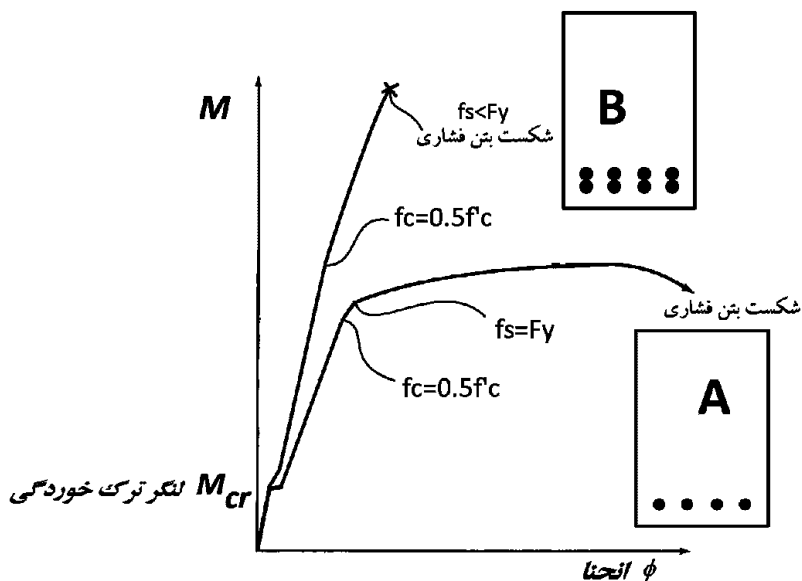
با افزایش مساحت میلگرد کششی، مقاومت خمشی افزایش می یابد ولی شکل پذیری کاهش می یابد.



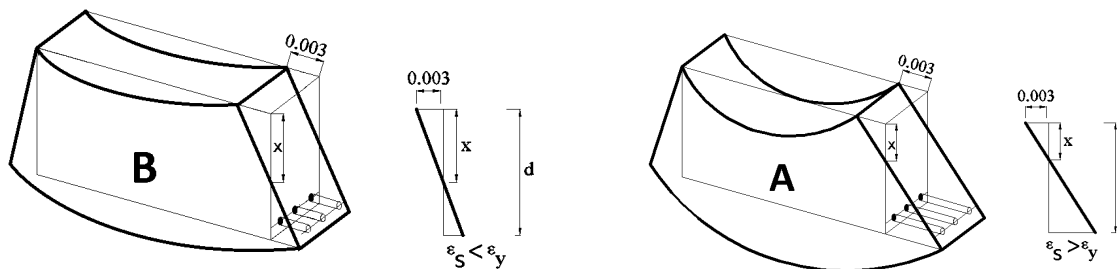
با توجه به نمودارهای فوق:

- با افزایش مساحت میلگردها مقاومت خمشی مقطع افزایش می یابد.
- با افزایش مساحت میلگردها شکل پذیری کاهش می یابد و مقطع قبل از انجام تغییر شکل‌های زیاد دچار شکست می شود.

- در مقطع B در شکل زیر با دو برابر شدن مساحت میلگردهای کششی مقاومت خمشی نهایی مقطع تقریباً دو برابر شده است.
- در شکل B مقطع "پر فولاد" می باشد. در مقاطع پر فولاد در لحظه نهایی خرابی خمشی مقطع، دورترین ردیف فولادهای کششی به تسلیم نمی رسند.
- شکل پذیری مقاطع پر فولاد پایین می باشد. این مقاطع ترد شکل هستند.

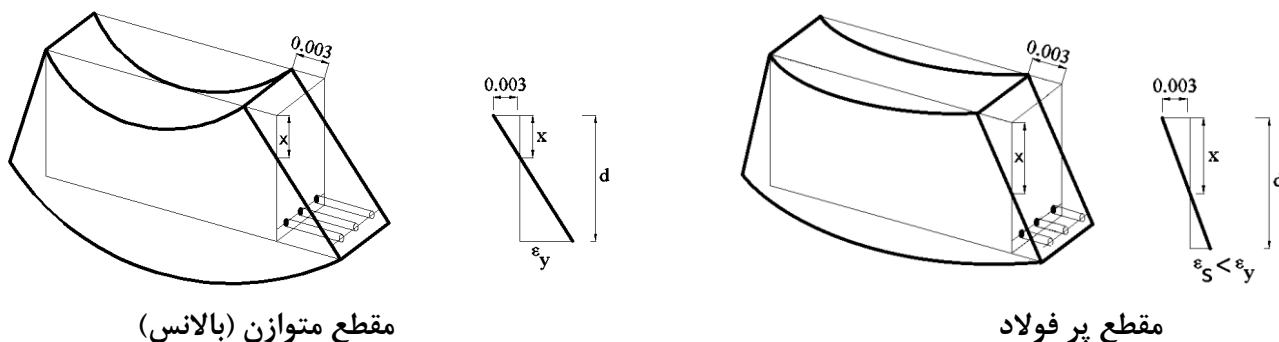


در مقطع A مطابق شکل زیر میلگردهای کششی تغییر طول (و کرنش طولی) بیشتری نسبت به مقطع B دارند.



در لحظه نهایی کرنش بتن فشاری برابر  $\epsilon_{cu} = 0.003$  فرض می شود.  
در شکل زیر:

- در صورتی که کرنش دورترین ردیف میلگردهای کششی بزرگتر از  $\epsilon_y$  باشد، مقطع را کم فولاد مینامیم
- در صورتی که کرنش دورترین ردیف میلگردهای کششی کمتر از  $\epsilon_y$  باشد، مقطع را پر فولاد مینامیم (شکل سمت راست)
- در صورتی که کرنش دورترین ردیف میلگردهای کششی برابر با  $\epsilon_y$  باشد، خواهیم گفت مقطع در حالت متوازن (بالانس) قرار دارد (شکل سمت چپ)



مقطع متوازن (بالانس)

مقطع پر فولاد

کرنش کششی میلگردهای کششی تابع  $x$  (عمق ناحیه فشاری و یا همان فاصله تار خنثی از دورترین تار فشاری) می باشد. به مثالهای زیر توجه کنید:

محاسبات ۹۷

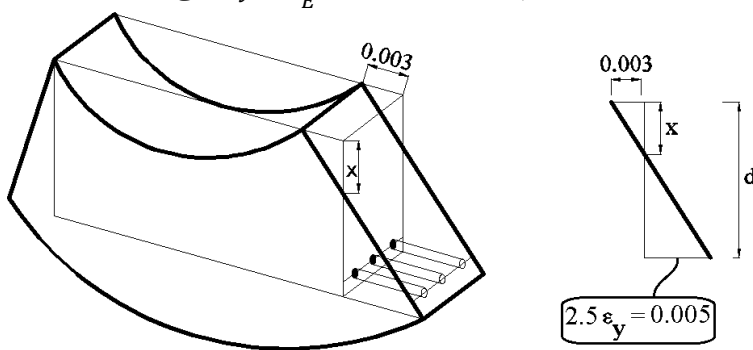
۴۰- در یک تیر بتن آرمه با مقطع مستطیلی در حالت حدی نهایی تحت اثر خمش، کرنش در مرکز سطح آرماتور کششی دو و نیم برابر کرنش نظیر جاری شدن فولاد می باشد. اگر عمق موثر مقطع تیر (فاصله دورترین تار فشاری تا مرکز سطح آرماتورهای کششی طولی) برابر ۶۸۰ میلی متر بوده و بتن از رده C30 و آرماتورها از رده S400 باشد، فاصله تار خنثی از دورترین تار فشاری مقطع حدوداً چند میلی متر خواهد بود؟

- ۱) ۳۲۰      ۲) ۲۵۰      ۳) ۲۳۰      ۴) ۱۴۰

گزینه ۲

$$x = \frac{0.003}{0.003 + 0.005} d = \frac{3}{8} \times 680 = 255 \text{ mm}$$

شکل زیر لحظه نهایی شکست تیر را نشان میدهد. در لحظه شکست کرنش فشاری بتن به ۰.۰۰۳ می رسد و طبق گفته مسئله کرنش فولادهای کششی نیز ۲.۵ برابر کرنش تسلیم فولاد ( $\epsilon_y = \frac{F_y}{E} = 0.002$ ) می باشد.

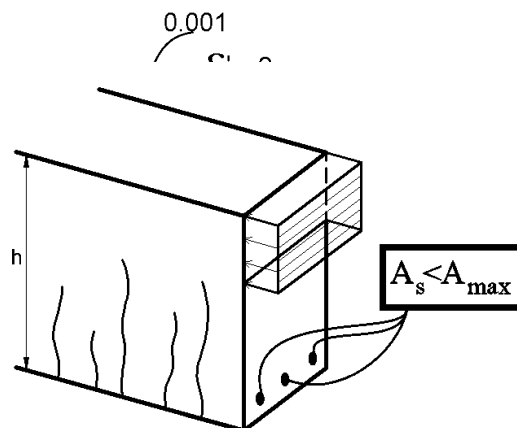
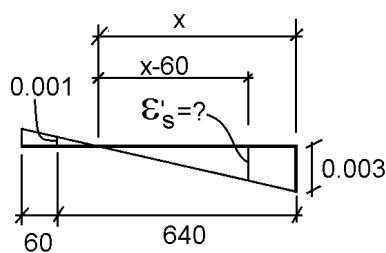


سراسری ۹۵

۱۲۲- یک ستون بتن آرمه با مقطع مربع  $700 \times 700 \text{ mm}^2$  و با پوشش بتن از مرکز میلگرد برابر  $60 \text{ mm}$  تحت اثر نیروی محوری فشاری لنگر خمشی حول یکی از دو محور متوازی با لبه های ستون قرار گرفته به طوری که کرنش در دورترین تار فشاری برابر  $0.003$  و در دورترین میلگرد کششی برابر  $0.001$  است. کرنش در دورترین میلگرد فشاری حدوداً چقدر است؟

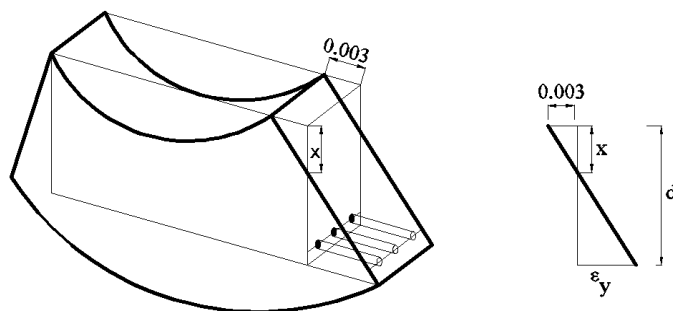
- ۱) ۰.۰۰۱۰  
۲) ۰.۰۰۲۳  
۳) ۰.۰۰۲۶  
۴) ۰.۰۰۲۸

$$x = \frac{0.003}{0.003 + 0.001} \times 640 = 480 \text{ mm} \quad \rightarrow \quad \epsilon'_s = \frac{x - 60}{x} 0.003 = \frac{420}{480} \times 0.003 = 0.002625$$



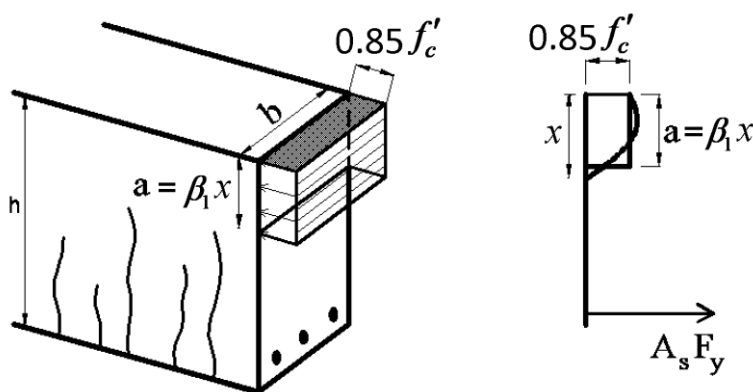
## ۳-۱۴-۱- محاسبه درصد میلگرد متوازن (بالانس)

به شکل زیر توجه کنید. مساحت فولادهای کششی طوری انتخاب شده است که هنگام خرابی مقطع (رسیدن بتن به  $\epsilon_u = 0.003$ ) کرنش در فولادهای کششی برابر  $\epsilon_y = \frac{f_y}{E}$  می باشد. در این حالت عمق تار خنثی ( $x$ ) از دیاگرام کرنش (حرکت) بدست می آید:



مقطع متوازن (بالانس)

$$\frac{x}{0.003} = \frac{d}{0.003 + \epsilon_y} \rightarrow x = \frac{0.003}{0.003 + \left(\frac{f_y}{E}\right)} d \rightarrow x = \frac{600}{600 + f_y} d$$



$$A_s f_y = (\beta_1 x b) 0.85 f'_c = \left( \beta_1 \frac{600}{600 + f_y} d b \right) 0.85 f'_c \rightarrow \frac{A_s}{b d} = \left( \beta_1 \frac{600}{600 + f_y} \right) \frac{0.85 f'_c}{f_y}$$

$$\rightarrow \rho_b = \frac{0.85 f'_c}{f_y} \beta_1 \left( \frac{600}{600 + f_y} \right)$$

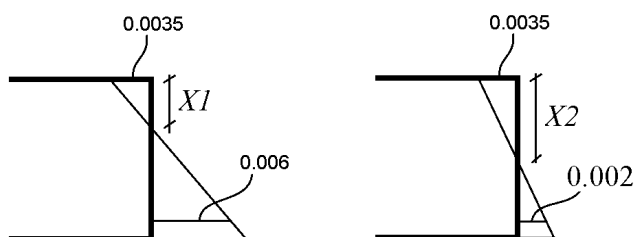
- در صورتی که مساحت میلگرد کششی برابر مقدار محاسبه شده در رابطه فوق باشد، مقطع در مرحله خرابی به صورت متوازن (بالانس) خراب شود. به  $\rho_b = \frac{A_s b}{b d}$  درصد میلگرد بالانس گفته می شود. برای مثال اگر رده بتن C25 و رده میلگردهای طولی S400 باشد، نسبت میلگرد بالانس برابر خواهد بود با:

$$C25, S400 \rightarrow \rho_b = \frac{0.85 \times 25}{400} \times 0.85 \left( \frac{600}{600 + 400} \right) = 0.027$$

۱۲۱- یک مقطع تیر بتن مسلح به گونه‌ای طراحی شده است که در حالت حد نهایی کرنش در فولاد کششی سه برابر کرنش جاری شدن فولاد است. نسبت عمق تار خنثی در این مقطع نسبت به عمق تار خنثی در حالت شکست متعادل (بالانس) به کدام مورد نزدیک است؟ (کرنش بتن در لحظه گسیختگی برابر ۰/۰۰۲۵ و کرنش جاری شدن فولاد برابر ۰/۰۰۲ می‌باشد)

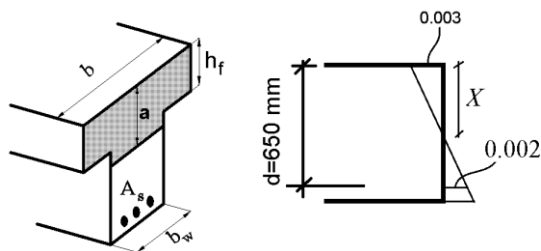
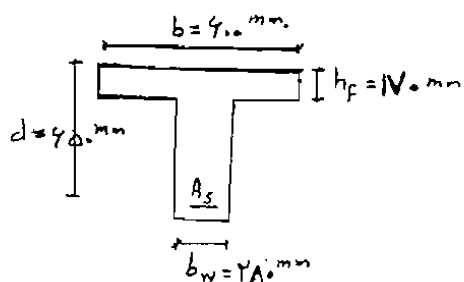
- ۰/۶۶ (۱)
- ۰/۵۸ (۲)
- ۰/۴۸ (۳)
- ۰/۳۳ (۴)

$$\left. \begin{aligned} X1 &= \frac{0.0035}{0.0035 + 0.006} d = \frac{35}{95} d \\ X2 &= \frac{0.0035}{0.0035 + 0.002} d = \frac{35}{55} d \end{aligned} \right\} \frac{X1}{X2} = \frac{55}{95} = 0.58$$



۱۰۲- در مقطع T شکل مقابل چنانچه در لحظه گسیختگی نهایی، توزیع تنشی مستطیلی با شدت  $f'_c$  ۰/۸۵ و در ارتفاعی معادل ۰/۸۵ ارتفاع تار خنثی فرض گردد، فولاد متوازن مقطع  $A_{sb}$  چند میلی متر مربع ( $mm^2$ ) می‌باشد؟ ( $\phi_c = \phi_s = 1/0$  فرض شود).  
 $E_s = 200000 MPa$ ،  $\epsilon_{cu} = 0/003$ ،  $f_y = 400 MPa$ ،  $f'_c = 30 MPa$

- ۸۵۳۵ (۱)
- ۹۳۸۵ (۲)
- ۹۸۷۵ (۳)
- ۱۰۱۱۵ (۴)



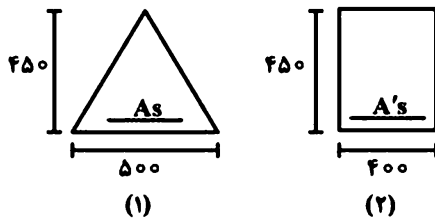
$$= \frac{3}{5} \times 650 = 390 mm \rightarrow a = 0.85X = 331.5 mm$$

با توجه به اینکه ضخامت بال 170 mm می باشد، ناحیه فشاری شاه جان نیز خواهد بود ( $a > h_f$ ) و بنابراین معادله تعادل به صورت زیر >

$$\rightarrow \text{کشش فولاد} = \text{فشار بتن} \rightarrow (b - b_w) \times h_f + b_w a (0.85 f'_c) = A_s F_y$$

$$(320 \times 170 + 280 \times 331.5)(0.85 \times 30) = A_{s-bal} \times 400 \rightarrow A_{s-bal} = 9385 mm^2$$

۱۲۵- در شکل زیر دو مقطع بتن آرمه را که از مصالح یکسان ساخته شده است در نظر بگیرید. کدام یک از موارد زیر در خصوص عمق تار خنثی در حالت متوازن (بالانس) صحیح است؟ (ابعاد بر حسب میلی‌متر است).



- (۱) عمق تار خنثی در هر دو مقطع یکسان است.
- (۲) عمق تار خنثی مقطع (۱) از مقطع (۲) بیشتر است.
- (۳) عمق تار خنثی مقطع (۱) از مقطع (۲) کمتر است.
- (۴) عمق تار خنثی تابعی از میزان آرماتور کششی مقطع (۱) و (۲) می‌باشد.

گزینه ۱

در حالت بالانس کرنش در دورترین تار کششی ثابت و برابر  $\epsilon_y$  می‌باشد.

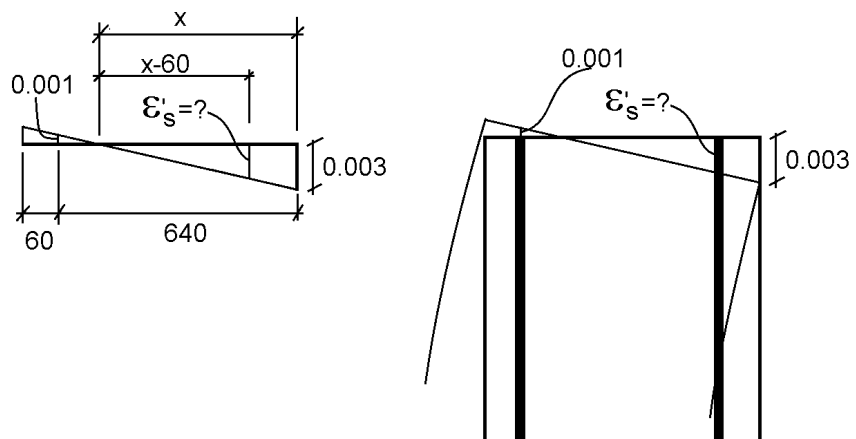
$$X = \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{cu} + \epsilon_y} d$$

با توجه به اینکه در هر دو شکل  $d$  یکسان می‌باشد، عمق تار خنثی یکسان خواهد بود.

۱۲۲- یک ستون بتن آرمه با مقطع مربع  $700 \times 700 \text{ mm}^2$  و با پوشش بتن از مرکز میلگرد برابر  $60 \text{ mm}$  تحت اثر نیروی محوری فشاری لنگر خمشی حول یکی از دو محور متوازی با لبه‌های ستون قرار گرفته به طوری که کرنش در دورترین تار فشاری برابر  $0.003$  و در دورترین میلگرد کششی برابر  $0.001$  است. کرنش در دورترین میلگرد فشاری حدوداً چقدر است؟

- (۱)  $0.0010$
- (۲)  $0.0023$
- (۳)  $0.0026$
- (۴)  $0.0028$

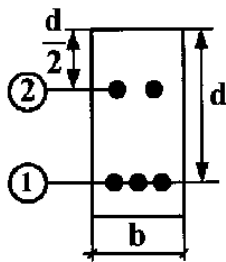
$$x = \frac{0.003}{0.003 + 0.001} \times 640 = 480 \text{ mm} \quad \rightarrow \quad \epsilon'_s = \frac{x - 60}{x} 0.003 = \frac{420}{480} \times 0.003 = 0.002625$$





محاسبات ۹۱

۳۶- مقطع تیر بتون آرمه‌ی زیر، در حالت متوازن (بالانس) قرار دارد. نیروی کل آرماتورهای ردیف ۱ چند برابر نیروی کل آرماتورهای ردیف ۲ می‌باشد؟ (کرنش نهایی بتون و  $\sigma_s = 0.002$  کرنش تسلیم فولاد) جنس و سطح مقطع کلیه‌ی آرماتورها یکسان فرض شود.  $\phi_c = \phi_s = 1$



- ۴ (۱)
- +۴ (۲)
- ۶ (۳)
- +۶ (۴)

گزینه ۳

$$x = \frac{0.003}{0.003 + 0.002} d = 0.6d$$

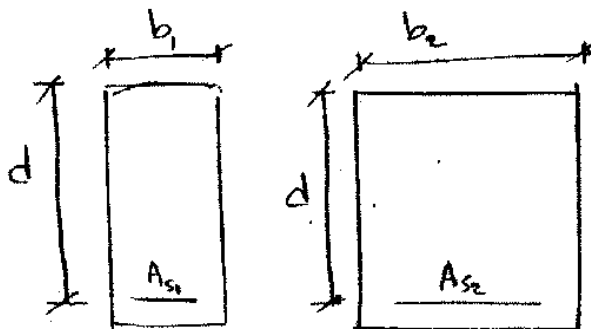
آرماتورهای ردیف ۲ در ناحیه فشاری قرار دارند.

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_1 &= 0.002 \\ \varepsilon_2 &= \frac{(0.6 - 0.5)d}{0.6d} \times 0.003 = 0.0005 \end{aligned} \right\} \rightarrow \frac{f_1}{f_2} = \frac{(E\varepsilon_1)A_{s1}}{(E\varepsilon_2)A_{s2}} = \frac{(\varepsilon_1)3\pi r^2}{(\varepsilon_2)2\pi r^2} = \frac{3(\varepsilon_1)}{2(\varepsilon_2)} = \frac{3 \times 0.002}{2 \times -0.0005} = -6$$

سراسری ۸۹

در صورتی که در دو مقطع نشان داده شده، جنس مصالح بتنی و فولادی یکسان باشد، با فرض  $b_1 < b_2$  کدام حالت در مورد

نسبت  $\frac{\rho_{b1}}{\rho_{b2}}$  صحیح است؟ (نسبت آرماتورهای متوازن (بالانس) می‌باشد)



- $\frac{\rho_{b1}}{\rho_{b2}} = 1$  (۱)
- $\frac{\rho_{b1}}{\rho_{b2}} < 1$  (۲)
- $\frac{\rho_{b1}}{\rho_{b2}} > 1$  (۳)
- اطلاعات کافی نمی‌باشد. (۴)

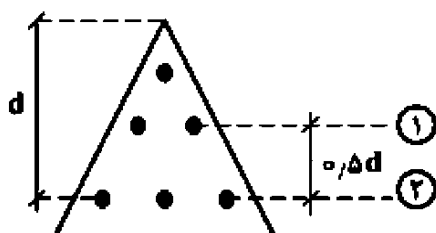
گزینه ۱

سراسری ۹۵

۱۲۲- مقطع زیر تحت لنگر خمشی مثبت  $M_u$  در حالت بالانس قرار دارد. اندازه نسبت نیروی آرماتورهای ردیف (۲) به

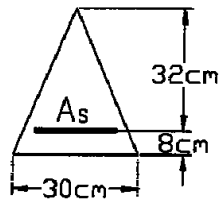
نیروی آرماتورهای ردیف (۱) کدام است؟ ( $\sigma_{cu} = 0.003$ ،  $f_y = 400 \text{ Mpa}$ ،  $E_s = 2 \times 10^5 \text{ Mpa}$  و قطر آرماتورها

یکسان است)



- ۲ (۱)
- ۴ (۲)
- ۶ (۳)
- ۸ (۴)

۴۲- در صورتی که  $f_c = 20 \text{ MPa}$   $f_y = 300 \text{ MPa}$  باشد سطح مقطع  $A_s$  نظر حالت بالانس چقدر است؟

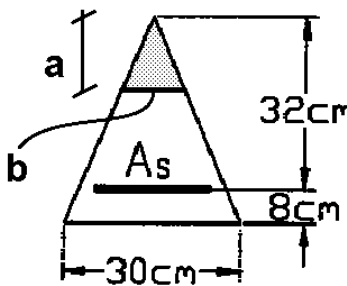


- ۱)  $1/86 \text{ cm}^2$
- ۲)  $7/26 \text{ cm}^2$
- ۳)  $1/26 \text{ cm}^2$
- ۴)  $7/86 \text{ cm}^2$

$$x_b = \frac{0.003}{0.003 + 0.0015} d = \frac{2}{3} d = 21.333 \text{ cm}$$

$$a = 0.85x = 18.13 \text{ cm}$$

$$b = \frac{3}{4} a = 13.6 \text{ cm}$$

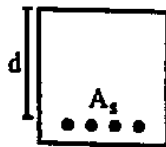


$$C = T \rightarrow \frac{ab}{2} (0.85f'_c) = A_s F_y$$

$$\frac{18.13 \times 13.6}{2} \times 0.85 \times 20 = A_s \times 300 \rightarrow A_s = 6.98 \text{ cm}^2$$

## تمرین

۸- مقدار فولاد  $A_s$  در تیر (مقطع شکل زیر) به اندازه‌ای است، که کرنش آن در موقع شکست خمشی تیر برابر با کرنش جاری شدن فولاد یعنی  $\epsilon_s = \epsilon_y = 0.002$  می‌باشد. چنانچه بخواهیم کرنش فولاد در موقع شکست  $\epsilon_s = 3\epsilon_y$  باشد، مقدار فولاد لازم تقریباً چند برابر  $A_s$  خواهد بود؟ (مهندس: ۴۵/۸۰)



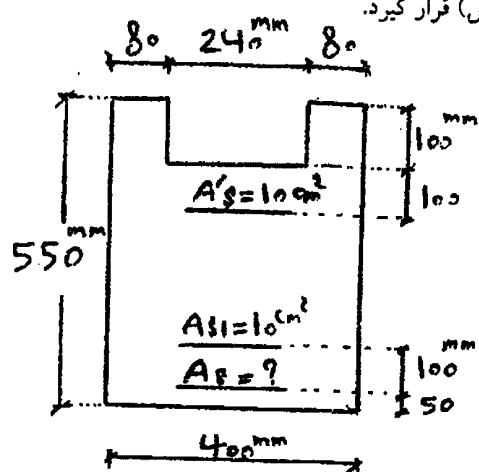
- ۱)  $0.45$  (کرنش نهایی بتن برابر  $0.003$  اختیار شود).
- ۲)  $0.3$
- ۳)  $0.55$
- ۴)  $1$

$$x_{b1} = \frac{0.003}{0.003 + 0.002} d = \frac{3}{5} d \rightarrow A_{sb1} F_y = (\beta \times x_{b1} \times b)(0.85f'_c) \rightarrow A_{sb1} = \frac{(\beta \times x_{b1} \times b)(0.85f'_c)}{F_y}$$

$$x_{b2} = \frac{0.003}{0.003 + 0.006} d = \frac{3}{9} d \rightarrow A_{sb2} F_y = (\beta \times x_{b2} \times b)(0.85f'_c) \rightarrow A_{sb2} = \frac{(\beta \times x_{b2} \times b)(0.85f'_c)}{F_y}$$

$$\rightarrow \frac{A_{sb2}}{A_{sb1}} = \frac{x_{b2}}{x_{b1}} = \frac{5}{9} = 0.55$$

۱۳۲- در مقطع نشان داده شده مقدار  $A_s$  چقدر باشد تا مقطع در حالت متوازن (بالانس) قرار گیرد.

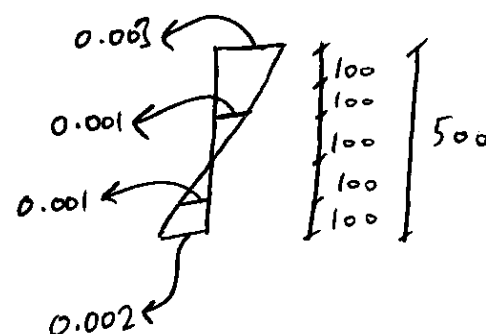
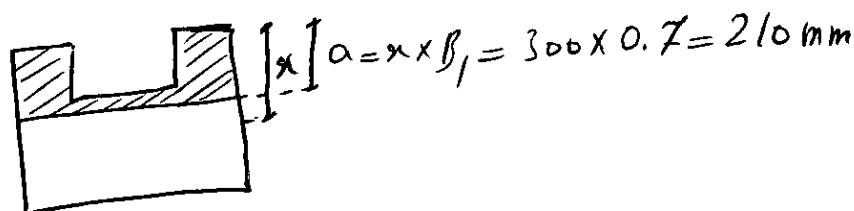


$$E_S = 2 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2 \quad \epsilon_{cu} = 0.003 \quad \beta_1 = 0.7 \quad A_{S1} = A'_S = 10 \text{ cm}^2$$

$$f_y = 4000 \text{ kg/cm}^2 \quad f'_c = 500 \text{ kg/cm}^2$$

$30 \text{ cm}^2$ (۲)	$20 \text{ cm}^2$ (۱)
$45 \text{ cm}^2$ (۴)	$55 \text{ cm}^2$ (۳)

$$x_b = \frac{0.003}{0.003 + 0.002} d = \frac{3}{5} d = 300 \text{ mm}$$



$$\left\{ \begin{aligned} C_c &= \text{مساحت بتن} \times (0.85 f'_c) = (160 \times 100 + 110 \times 400) \times 0.85 \times 50 = 2550 \text{ kN} \\ C_s &= A'_S \times f_s = 1000 \times 200 = 200 \text{ kN} \\ T_{S1} &= A_{S1} \times f_s = 1000 \times 200 = 200 \text{ kN} \\ T_S &= A_S \times F_y = A_S \times 400 \end{aligned} \right.$$

$$C_c + C_s = T_{S1} + T_S \quad \rightarrow \quad 2550000 + 200000 = 200000 + 400A_S \quad \rightarrow \quad A_S = 6375 \text{ mm}^2$$

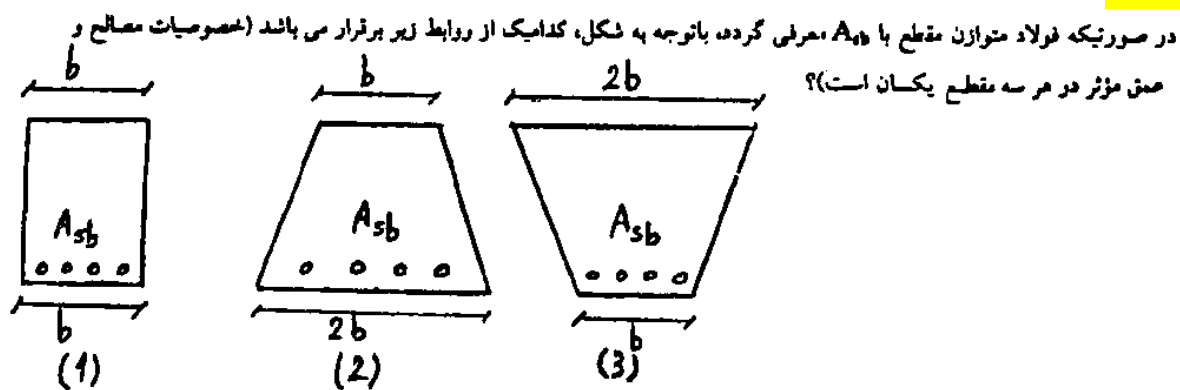
تمرین

(مهندس عمران ۷۷)

۳۱- در یک مقطع خمشی منظور از حالت بالانس (متعادل) چیست؟

- (۱) بین نیروی فشاری بتن و نیروی کششی فولاد تعادل برقرار باشد.
- (۲) هنگامی که بتن فشاری به تغییر شکل نهایی خود می‌رسد فولاد کششی نیز به تغییر شکل نهایی خود برسد.
- (۳) هنگامی که بتن فشاری به تغییر شکل نهایی خود می‌رسد فولاد کششی به تغییر متناظر با مقاومت تسلیم مشخصه برسد.
- (۴) هیچکدام

گزینه ۳



$$(A_{sb})_1 > (A_{sb})_2 = (A_{sb})_3 \quad (۲)$$

$$(A_{sb})_2 > (A_{sb})_3 > (A_{sb})_1 \quad (۴)$$

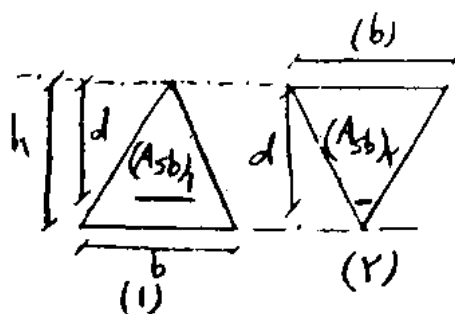
$$(A_{sb})_1 = (A_{sb})_2 = (A_{sb})_3 \quad (۱)$$

$$(A_{sb})_3 > (A_{sb})_2 > (A_{sb})_1 \quad (۳)$$

گزینه ۳

۱۳۲- بانوجه به مقاطع تیر بتن آرمه نشان داده شده در شکل، فولاد متوازن مقطع (۱) چند برابر فولاد متوازن مقطع (۲) می باشد؟

( $\beta = 0.18$ ,  $E_y = 2 \times 10^4$ ,  $E_{cu} = 3 \times 10^4$ )، کلیه خصوصیات مصالح در هر دو مقطع یکسان است)



$$\frac{1}{2} \quad (۲)$$

$$1 \quad (۱)$$

$$\frac{1}{3} \quad (۴)$$

$$\frac{1}{4} \quad (۳)$$

گزینه ۳

۲۴- در مورد گسیختگی کششی (شکل پذیر) تیرهای بتنی کدامیک از گزینه‌های زیر مناسبتر است؟

(مهندس احمدی ۷۴)

(۱) قبل از رسیدن بتن به کرنش گسیختگی خود، فولاد کششی به حد گسیختگی می‌رسد.

(۲) کرنش گسیختگی فولاد و بتن توأمأ در یک زمان اتفاق می‌افتد.

(۳) فولاد کششی به حد جاری شدن (تسلیم) نمی‌رسد.

(۴) قبل از رسیدن بتن به کرنش گسیختگی خود، فولاد کششی به حد جاری شدن می‌رسد.

گزینه ۴

۱۳۴- مقاومت خمشی متوازن نهایی یک مقطع مستطیلی با فولاد کششی تنها  $4.8 \text{ ton.m}$  می باشد. در صورتیکه عرض مقطع  $250 \text{ mm}$  باشد ارتفاع مؤثر مقطع

$$0.85 f'_c = 20 \text{ MPa}$$

چه مقدار است؟ ( $\beta_1 = 1$ )

$$f_y = 400 \text{ MPa}$$

630 mm (۱)

300 mm (۲)

400 mm (۳)

200 mm (۴)

$$\text{دیاگرام کرنش (حرکت)} \rightarrow x_b = \frac{3}{5}d = 0.6d \rightarrow a = \beta_1 x_b = 0.6d$$

$$\text{دیاگرام تنش (نیرو)} \rightarrow A_{sb} F_y = ab \times 0.85 f'_c \rightarrow 400 A_{sb} = 0.6d \times 250 \times 20 \rightarrow A_{sb} = 7.5d$$

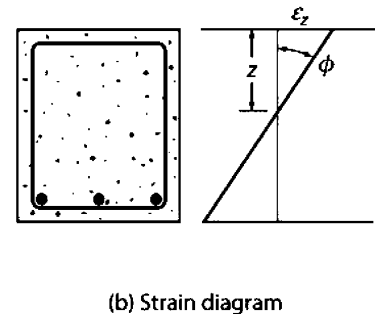
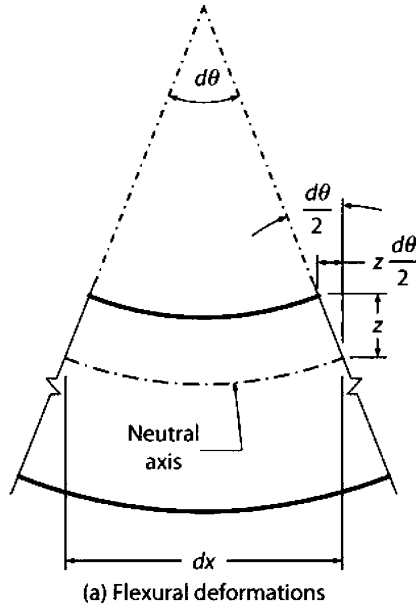
$$\varphi M_n = \varphi A_{sb} F_y \left( d - \frac{a}{2} \right) \rightarrow 48 \text{ kN.m} = 0.9 \times 7.5d \times 400 \times (d - 0.3d) \rightarrow d = 159 \text{ mm}$$

یکی از فرضیات مهم در تئوری خمش اعضا، توسط برنولی (Bernoulli) ارائه شده است:

مقاطع مسطح عمود بر محور طولی یک عضو، پس از اعمال خمش نیز مسطح و عمود و بر محور طولی عضو باقی می ماندند. در اعضای بتنی این اصل بدین معناست که هیچ لغزشی بین بتن و فولاد رخ نمی دهد و در نتیجه تغییرات کرنش در ارتفاع مقطع به صورت خطی تغییر می کند (مطابق شکل زیر)

با توجه به شکل زیر داریم مقدار "انحنای" تیر را می توان به صورت زیر محاسبه کرد:

$$\phi = \frac{d\theta}{dx} = \frac{z d\theta}{z dx} = \frac{\epsilon_z}{z}$$



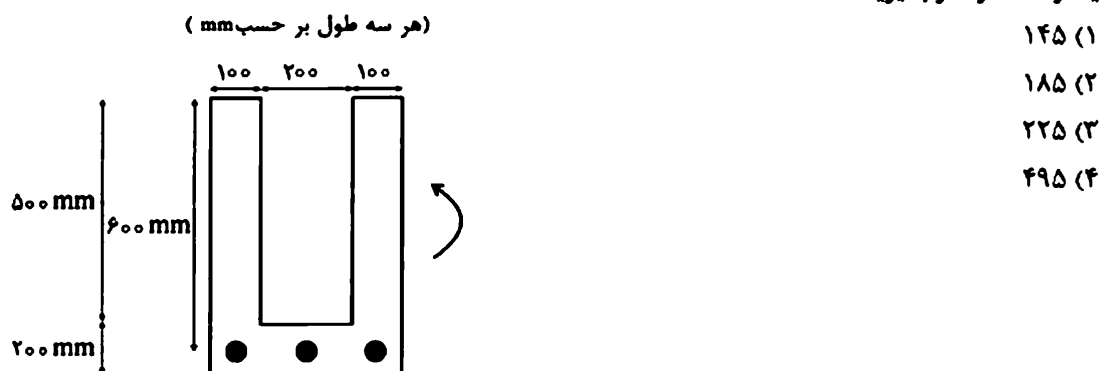
سراسری ۹۶

۱۱۶- اگر بر اثر خمش، در مقطع تیر بتن مسطح به عمق مؤثر  $d=600\text{mm}$ ، کرنش در دورترین تار فشاری به  $0.0025$  و کرنش در مرکز سطح میلگردهای کششی به  $0.0035$  رسیده باشد، شعاع انحنای تیر در مقطع مزبور حدوداً چند متر است؟

- ۶۰ (۱)
- ۱۰۰ (۲)
- ۳۰۰ (۳)
- ۶۰۰ (۴)

$$\frac{1}{R} = \frac{\epsilon}{h} \quad \rightarrow \quad \frac{1}{R} = \frac{0.0025 + 0.0035}{600} = 0.006 \quad \rightarrow \quad R = 100000\text{ mm} = 100\text{ m}$$

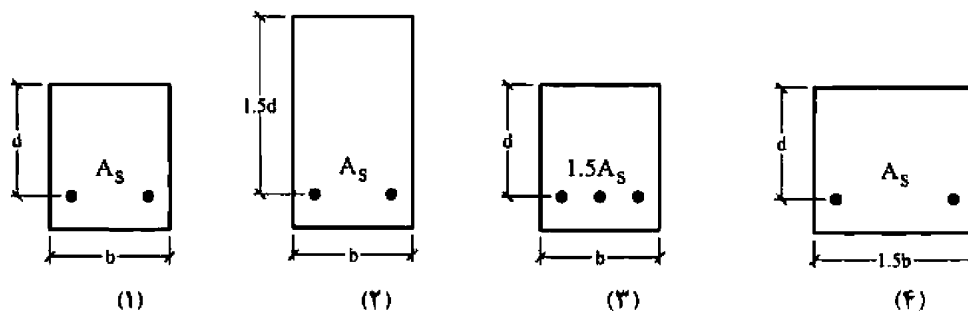
۱۱۹- برای مقطع خمشی بتن آرمه نشان داده شده در شکل، مقدار انحنای مقطع در حد نهایی  $(\phi_u)$  بر حسب  $\frac{1}{m}$  کدام است؟ بتن رده C۲۵ و فولاد کششی رده S۴۰۰ شامل سه میلگرد  $\phi 25$  ( $A_s = 1470 \text{ mm}^2$ ) می باشد. فرض کنید  $\phi_c = \phi_s = 1$ ،  $\epsilon_{cu} = 0.002$  و  $\beta_1 = \alpha_1 = 0.85$  توزیع تنش فشاری در حد نهایی را به صورت بلوک تنش بکنواخت در نظر بگیرید.



$$C = T \rightarrow (0.85x)b \times 0.85f'_c = A_s F_y \rightarrow (0.85 \times 200x) \times 0.85 \times 25 = 1470 \times 400 \rightarrow x = 163 \text{ mm}$$

$$\frac{1}{R} = \frac{\epsilon}{h} = \frac{0.003}{0.163} = 0.0184 \frac{1}{m}$$

۱۱۵- چهار مقطع تیر بتنی زیر با رفتار شکل پذیر را در نظر بگیرید. اگر میزان انحنای تیر در لحظه شکست با  $\Phi$  نشان داده شود، کدام یک از روابط زیر صحیح است؟ ( $A_s$  مساحت فولاد کششی می باشد)



$$\Phi_r \geq \Phi_f \geq \Phi_z \geq \Phi_1 \quad (2)$$

$$\Phi_r \geq \Phi_1 \geq \Phi_f \geq \Phi_z \quad (4)$$

$$\Phi_f \geq \Phi_1 \geq \Phi_z \geq \Phi_r \quad (1)$$

$$\Phi_r \geq \Phi_z \geq \Phi_f \geq \Phi_1 \quad (3)$$

۱۲۰- تیر با مقطع مستطیلی شکل به عرض  $b$ ، ارتفاع مؤثر  $d$ ، سطح فولاد کششی  $A_s$  و مقاومت جاری شدن فولاد  $f_y$  مفروض است. با افزایش کدام پارامتر در صورت ثابت بودن سایر پارامترها، هم لنگر مقاوم خمشی مقطع و هم انحنای مقطع در حالت مقاومت نهایی افزایش می یابد؟ (مقطع طوری است که در لنگر نظیر مقاومت خمشی نهایی، میلگرد تسلیم می شود و کرنش دورترین تار فشاری بتن به مقدار مشخص  $\epsilon_{cu}$  می رسد)

- (۱)  $b$
- (۲)  $d$
- (۳)  $A_s$
- (۴)  $f_y$

افزایش تمامی پارامترها موجب افزایش مقاومت خمشی می شود.  
 افزایش  $b$  موجب افزایش انحنای می شود.  
 تغییر  $d$  تاثیری در مقدار انحنای ندارد.  
 افزایش  $A_s$  موجب کاهش انحنای می شود.  
 افزایش  $f_y$  موجب کاهش انحنای می شود.

۳-۱۵- تعاریف قراردادی برای هندسه تیر بتنی

قرارداد علامت در تیرهای بتنی:

ارتفاع کلی مقطع را با  $h$  نشان می دهیم.

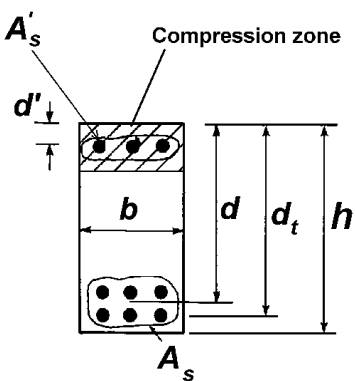
عمق موثر مقطع را با  $d$  نشان می دهیم.  $d$  برابر فاصله دورترین تار فشاری تا مرکز میلگردهای کششی می باشد.

$d'$  فاصله دورترین تار فشاری تا مرکز میلگردهای فشاری می باشد.

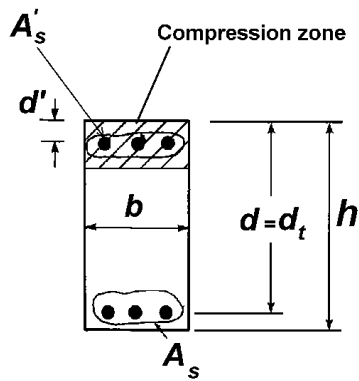
$d_t$  فاصله دورترین تار فشاری تا دورترین ردیف از میلگردهای کششی می باشد.

مساحت میلگردهای کششی را با  $A_s$  نشان می دهیم.

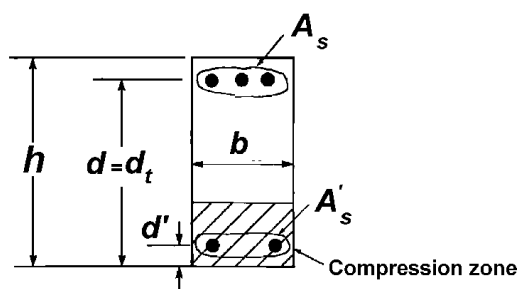
مساحت میلگردهای قرار گرفته در ناحیه فشاری را با  $A'_s$  نشان می دهیم.



مقطع تحت لنگر مثبت



مقطع تحت لنگر مثبت



مقطع تحت لنگر منفی



$\varphi M_n$ 

ضریب کاهش مقاومت ( $\varphi$ ) در محاسبه مقاومت خمشی چقدر باید در نظر گرفته شود؟

مطابق جدول زیر اعضای خمشی به سه دسته تقسیم میشوند:

۱- کنترل شونده توسط کشش (Tension controlled):

a. در این اعضا در لحظه شکست کرنش در آخرین ردیف میلگردهای کششی بزرگتر و یا مساوی  $\varepsilon_y + 0.003$  خواهد بود

برای مثال اگر کرنش تسلیم فولاد برابر  $\varepsilon_y = 0.002$  باشد، کرنش در فولاد های کششی باید بزرگتر و یا مساوی 0.005 باشد.

b. در این اعضا شروع خرابی مقطع با تسلیم میلگردهای کششی شروع میشود. و پس از تغییر شکل های بزرگ (ناشی از کش آمدن میلگردهای کششی) بتن فشاری منهدم میشود. با توجه به اینکه شروع خرابی با تسلیم

میلگرد کششی میباشد، این مقاطع کنترل شونده توسط کشش نامیده میشود.

c. خرابی این اعضا با تغییرشکل های بزرگ همراه است.

d. در مقطعی که تحت خمش هستند، در صورتیکه درصد میلگرد کششی از یک حدی کمتر باشد، مقطع کنترل شونده توسط کشش خواهد بود.

e. در این مقاطع به علت شکل پذیری بالا، ضریب کاهش مقاومت را میتوان برابر  $\varphi = 0.9$  در نظر گرفت:

$$\varepsilon_y + 0.003 \leq \varepsilon_t \rightarrow \varphi = 0.9$$

۲- کنترل شونده توسط فشار (Compression controlled):

a. در این اعضا در لحظه شکست کرنش در آخرین ردیف میلگردهای کششی کمتر و یا مساوی کرنش تسلیم خواهد بود

$$(\varepsilon_t \leq \varepsilon_y)$$

b. در این اعضا بدون اینکه میلگردها در کشش به تسلیم برسند، خرابی مقطع با متلاشی شدن بتن در فشار انجام میشود (بدون آسیب دیدن میلگردهای کششی) به همین جهت به این مقاطع کنترل شونده توسط فشار گفته میشود.

c. این اعضا ترد شکن هستند.

d. در ستونها که علاوه بر خمش نیروی محوری فشاری هم داریم و هر چه نیروی فشاری (نسبت به خمش) افزایش یابد، کشش در میلگردها کاهش می یابد. در ستونهایی که خمش (نسبت به فشار) کم باشد، اصولاً تمامی نقاط مقطع تحت فشار خواهد بود و میلگرد کششی نخواهیم داشت.

e. در اعضای که تحت خمش خالص هستند (فاقد نیروی محوری فشاری) در صورتی که مقطع پرفولاد باشد، مقطع کنترل شونده توسط فشار محسوب میشود.

f. در این مقاطع به علت شکل پذیری پایین، ضریب کاهش مقاومت را باید برابر  $\varphi = 0.65$  (برای مقاطع بدون دورپیچ) و برابر  $\varphi = 0.75$  (برای مقاطع با دورپیچ) در نظر گرفت.

$$\varepsilon_t \leq \varepsilon_y \rightarrow \varphi = 0.65 \text{ در مقاطع بدون دورپیچ}$$

۳- انتقالی (Transition):

در صورتی که کرنش آخرین ردیف میلگردهای کششی به صورت رابطه زیر حالت بینابین باشد، ضریب کاهش مقاومت با درون یابی بدست می آید.

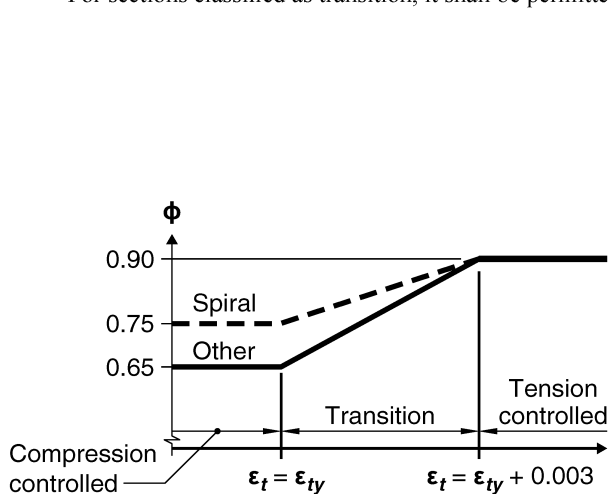
$$\varepsilon_y < \varepsilon_t < \varepsilon_y + 0.003 \rightarrow \varphi = 0.65 + 0.25 \frac{\varepsilon_t - \varepsilon_y}{0.003}$$

مطالب صفحه قبل در ACI به شکل جدول زیر خلاصه شده است:

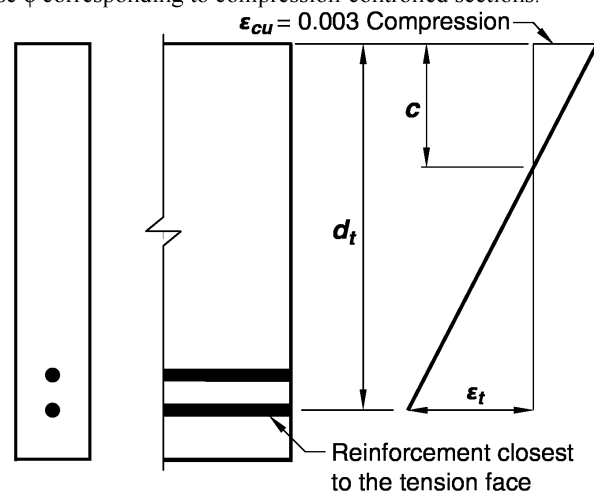
**Table 21.2.2—Strength reduction factor  $\phi$  for moment, axial force, or combined moment and axial force**

Net tensile strain $\varepsilon_t$	Classification	$\phi$			
		Type of transverse reinforcement			
		Spirals conforming to 25.7.3		Other	
$\varepsilon_t \leq \varepsilon_{ty}$	Compression-controlled	0.75	(a)	0.65	(b)
$\varepsilon_{ty} < \varepsilon_t < \varepsilon_{ty} + 0.003$	Transition <sup>[1]</sup>	$0.75 + 0.15 \frac{(\varepsilon_t - \varepsilon_{ty})}{(0.003)}$	(c)	$0.65 + 0.25 \frac{(\varepsilon_t - \varepsilon_{ty})}{(0.003)}$	(d)
$\varepsilon_t \geq \varepsilon_{ty} + 0.003$	Tension-controlled	0.90	(e)	0.90	(f)

<sup>[1]</sup>For sections classified as transition, it shall be permitted to use  $\phi$  corresponding to compression-controlled sections.



**Fig. R21.2.2b**—Variation of  $\phi$  with net tensile strain in extreme tension reinforcement,  $\varepsilon_t$ .



**Fig. R21.2.2a**—Strain distribution and net tensile strain in a nonprestressed member.

## CHAPTER 9—BEAMS

### 9.3—Design limits

#### 9.3.3 Reinforcement strain limit in nonprestressed beams

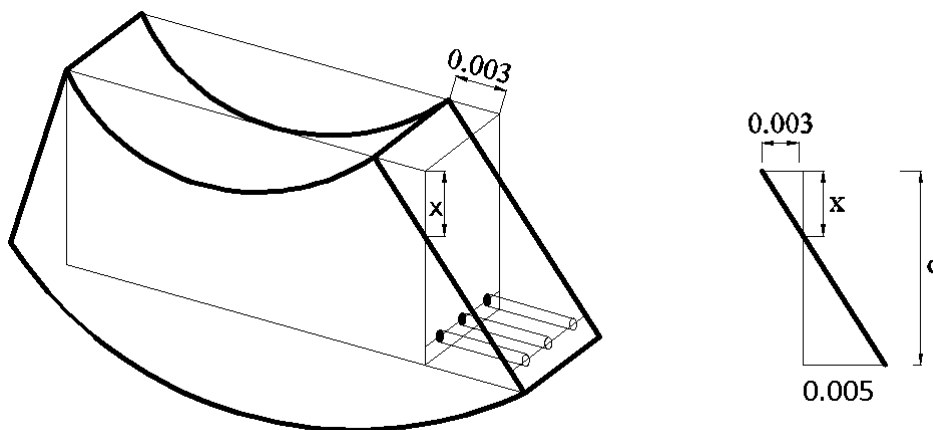
9.3.3.1 Nonprestressed beams with  $P_u < 0.10f_c'A_g$  shall be tension controlled in accordance with Table 21.2.2.

توجه داشته باشید که مطابق بند فوق تیرهایی که در آنها  $P_u < 0.10f_c'A_g$  می باشد، باید مطابق جدول زیر از نوع کنترل کشش (Tension controlled) باشند.

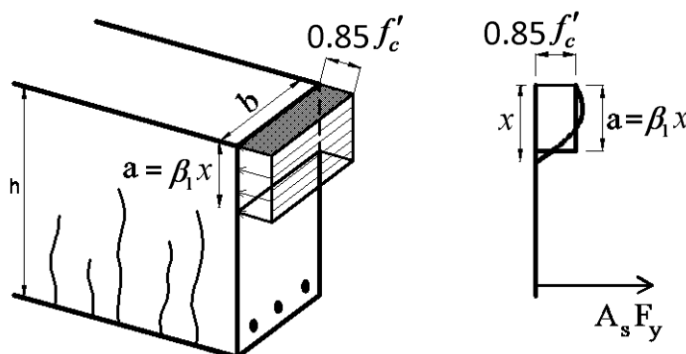
در لحظه نهایی شکست تیر، کرنش در دورترین ردیف میلگرد کششی حداقل  $(\epsilon_{ty} + 0.003)$  باشد. اگر میلگرد طولی از نوع S400 باشد، مقدار  $\epsilon_{ty} = 0.002$  خواهد بود و در نتیجه در تیرهایی که میلگرد آنها از نوع S400 می باشد، کرنش در آخرین ردیف فولادهای کششی باید حداقل 0.005 باشد.

در شکل زیر مقدار  $\rho_{max}$  برای یک تیر مستطیلی تک آرمه محاسبه شده است.

به شکل زیر توجه کنید. مساحت فولادهای کششی طوری انتخاب شده است که هنگام خرابی مقطع (رسیدن بتن به  $\epsilon_u = 0.003$ ) کرنش در فولادهای کششی برابر  $\epsilon_y = \frac{f_y}{E}$  می باشد. در این حالت عمق تار خنثی (x) از دیاگرام کرنش (حرکت) بدست می آید:



$$\frac{x}{0.003} = \frac{d-x}{0.003+0.005} \rightarrow x = \frac{3}{8}d$$



$$A_s f_y = (\beta_1 x b) 0.85 f'_c = \left(\beta_1 \frac{3}{8} db\right) 0.85 f'_c \rightarrow \frac{A_s}{bd} = \left(\beta_1 \frac{3}{8}\right) \frac{0.85 f'_c}{f_y}$$

$$\rightarrow \rho_{max} = \frac{0.85 f'_c}{f_y} \beta_1 \frac{3}{8}$$

- در صورتی که مساحت میلگرد کششی برابر مقدار محاسبه شده در رابطه فوق باشد، در مرحله خرابی کرنش در دورترین ردیف میلگردهای کششی برابر 0.005 خواهد بود.  $\rho_{max} = \frac{A_{s-max}}{bd}$  حداکثر میلگرد مجاز برای تیر میباشد. برای مثال اگر رده بتن C25 و رده میلگردهای طولی S400 باشد، نسبت میلگرد حداکثر برابر خواهد بود با:

$$C25, S400 \rightarrow \rho_{max} = \frac{0.85 \times 25}{400} \times 0.85 \frac{3}{8} = 0.0169$$

- رابطه فوق تنها برای مقطع مستطیلی شکل و بدون میلگرد فشاری صادق است. برای مقاطع همراه با میلگرد فشاری و یا مقاطع T شکل باید محاسبات تکرار شود.
- با توجه به رابطه فوق مقدار  $\rho_{max}$  در تیرها به مقدار  $f'_c$  و نیز  $F_y$  بستگی دارد و تغییر در ابعاد مقطع تاثیر در مقدار  $\rho_{max}$  ندارد.

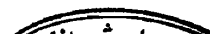
در جدول زیر مقادیر درصد میلگرد بالانس و حداکثر برای مقاطع مستطیل بدون میلگرد فشاری محاسبه شده است.

Fy	fc	beta	rho-bal	rho-max	rho-min
400	20	0.8500	0.0217	0.0135	0.0035
400	25	0.8500	0.0271	0.0169	0.0035
400	28	0.8500	0.0303	0.0190	0.0035
400	30	0.8357	0.0320	0.0200	0.0035
400	35	0.8000	0.0357	0.0223	0.003698
400	40	0.7643	0.0390	0.0244	0.003953
400	45	0.7286	0.0418	0.0261	0.004193
400	50	0.6929	0.0442	0.0276	0.004419
400	55	0.6500	0.0456	0.0285	0.004635
400	60	0.6500	0.0497	0.0311	0.004841
400	65	0.6500	0.0539	0.0337	0.005039
400	70	0.6500	0.0580	0.0363	0.005229
300	20	0.8500	0.0289	0.0181	0.004667
300	25	0.8500	0.0361	0.0226	0.004667
300	28	0.8500	0.0405	0.0253	0.004667
300	30	0.8357	0.0426	0.0266	0.004667
300	35	0.8000	0.0476	0.0298	0.00493
300	40	0.7643	0.0520	0.0325	0.00527
300	45	0.7286	0.0557	0.0348	0.00559
300	50	0.6929	0.0589	0.0368	0.005893
300	55	0.6500	0.0608	0.0380	0.00618
300	60	0.6500	0.0663	0.0414	0.006455
300	65	0.6500	0.0718	0.0449	0.006719
300	70	0.6500	0.0774	0.0483	0.006972

محاسبات ۹۴

۳۲- حداکثر سطح مقطع آرماتور کششی در یک تیر بتنی غیر باربر جانبی به ابعاد 400×400 mm برحسب میلی مترمربع به کدامیک از مقادیر زیر نزدیک تر است؟ بتن از رده C25 و فولاد میلگردها از نوع S400 بوده و ارتفاع مؤثر مقطع را برابر 340 میلی متر فرض نمایید.

2850 (۴)                      3050 (۳)                      3400 (۲)                      3580 (۱)



پاسخ در گزینه ها نیست (روابط تغییر کرده اند)

با توجه به جداول فوق داریم:

$$\rho_{max} = .0169 \rightarrow A_{smax} = 0.0169 \times 400 \times 340 = 2298 \text{ mm}^2$$

حل بدون استفاده از جدول:

$$x = \frac{0.003}{0.003 + 0.004} d = \frac{3}{8} d = 127.5 \text{ mm} \left. \begin{array}{l} \rightarrow \\ (\beta x \times b)(0.85 f'_c) = A_s f_y \end{array} \right\}$$

$$A_s = \frac{(\beta x \times b)(0.85 f'_c)}{f_y} = \frac{0.85 \times 127.5 \times 400 \times 0.85 \times 25}{400} = 2303 \text{ mm}^2$$

## محاسبات ۹۰

۳۳- حداکثر مقدار آرماتور کششی تیری به ابعاد مقطع  $b = 35 \text{ cm}$  و  $d = 30 \text{ cm}$  (مقطع بدون آرماتور فشاری) به کدام گزینه زیر نزدیکتر است؟

$$f_c = 22.5 \text{ MPa}$$

$$f_y = 400 \text{ MPa}$$

(۲) 19.8 سانتیمتر مربع

(۱) 16.1 سانتیمتر مربع

(۴) 26.3 سانتیمتر مربع

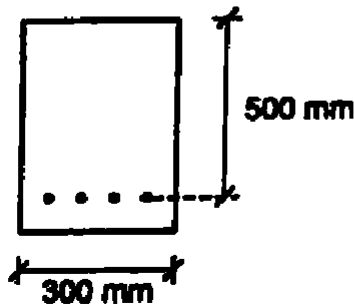
(۳) 21.4 سانتیمتر مربع

با توجه به جدول صفحه قبل داریم:

$$\rho_{max} = \frac{0.0135 + 0.0169}{2} = 0.0152 \quad \rightarrow \quad A_{s-max} = \rho_{max} bd = 0.0152 \times 350 \times 300 = 1596 \text{ mm}^2$$

## محاسبات ۹۳

۲۴- در مقطع یک عضو خمشی مطابق شکل ( $b = 300 \text{ mm}$ ,  $d = 500 \text{ mm}$ ) در صورتیکه بتن از رده C30 و فولاد از نوع S400 با سطح مقطع  $A_s = 4\Phi 20$  باشد، تغییرشکل نسبی فولاد در حالت حدی نهایی (موقعی که تغییرشکل نسبی بتن در دورترین تار فشاری به 0.003 می‌رسد) به کدامیک از اعداد زیر نزدیکتر است؟ توزیع تغییرشکل نسبی در ارتفاع مقطع بصورت خطی می‌باشد



(۱) 0.018

(۲) 0.002

(۳) 0.005

(۴) 0.014

پاسخ بر اساس مبحث نهم ویرایش پنجم: 0.0164

ابتدا با استفاده از تعادل  $C=T$  ارتفاع تار خنثی محاسبه می‌شود. در نوشتن معادله تعادل ابتدا فرض می‌شود فولادها تسلیم خواهند شد:

$$(\beta_1 x) b (0.85 f'_c) = A_s f_y$$

$$\rightarrow 0.85x \times 300 \times 0.85 \times 30 = 4 \times 314 \times 400$$

$$x = 77.26 \text{ mm}$$

پس از یافتن عمق تار خنثی می‌توان کرنش فولادها را بر اساس دیاگرام کرنشها بدست آورد:

$$\frac{\epsilon_s}{d - x} = \frac{0.003}{x}$$

$$\frac{\epsilon_s}{500 - 77.26} = \frac{0.003}{77.26} \quad \rightarrow \quad \epsilon_s = 0.0164$$

پس از بدست آوردن کرنش فولاد باید کنترل شود که آیا فرض تسلیم شدن آنها صحیح است یا نه؟ با توجه به اینکه کرنش تسلیم فولادها 0.002 می‌باشد، فولادها تسلیم شده‌اند و فرض اولیه صحیح بوده است.

۳-۱۷- طراحی تیرهای بتنی

مسائل طراحی اعضا به دو شکل متفاوت ممکن است مطرح شود.

۱- ارزیابی و آنالیز مقطع مشخص: در این نوع مسائل مشخصات مقطع عضو مانند مقاومت فشاری بتن، ابعاد مقطع، مساحت و محل قرارگیری میلگردها مشخص و معلوم است. سوالی که در این مسائل مطرح می شود، این است که مقاومت مقطع (خمشی، برشی و یا محوری) چقدر است.

۲- طراحی مقطع: در این نوع مسائل مشخصات مقطع نامعلوم است و تنها مقادیر بارهای وارد بر مقطع مشخص و معلوم است. در این حالت بر اساس میزان بار وارد بر مقطع، طراح ابعاد مناسب و میلگرد لازم را طراحی و محاسبه می کند. حل مسائل حالت اول نسبت به حالت دوم راحت تر می باشد. در حالت اول تمامی مشخصات مقطع معلوم است و شما تنها باید مقاومت را محاسبه کنید. در حالیکه در حالت دوم تمامی مشخصات مقطع مجهول است.

انواع مسائل مربوط به خمش تیرها

خواسته ها	داده ها
$A_{sb} \quad A_{s-max}$	$b \quad h \quad d \quad F_y \quad f'_c$
$\phi M_n$	$b \quad h \quad d \quad F_y \quad f'_c \quad A_s$
$A_s$	$b \quad h \quad d \quad F_y \quad f'_c \quad \phi M_n = M_u$
$b \quad d \quad h \quad A_s$	$F_y \quad f'_c \quad \phi M_n = M_u$

مراحل طراحی تیر ( $A_s$  مجهول):

در صورتی که تیر مستطیلی باشد و تنها شامل میلگرد کششی باشد (و یا از میلگرد فشاری صرف نظر شود) و همچنین مطمئن باشیم که تیر کم فولاد هست، مساحت میلگرد لازم برای تیر را میتوان با روابط زیر محاسبه کرد.

• در روابط زیر در حقیقت ۲ مجهول داریم ( $a, A_s$ ) و دو معادله ( $T = C$  ,  $M_u = \phi M_n$ ). ابتدا باید سعی کنیم یکی از مجهولات (برای مثال  $a$  را حذف کنیم:

$$T = C \rightarrow ab(0.85f'_c) = A_s F_y \rightarrow a = \frac{A_s F_y}{0.85f'_c b} \left\{ \begin{array}{l} M_u = \phi A_s F_y \left( d - \frac{A_s F_y}{2 \times 0.85f'_c b} \right) \\ M_u = \phi M_n \rightarrow M_u = \phi A_s F_y \left( d - \frac{a}{2} \right) \end{array} \right.$$

پس از حذف  $a$  از معادلات میتوان مقدار  $A_s$  را با حل معادله درجه ۲ بدست آورد:

$$M_u = \phi A_s F_y d \left( 1 - \frac{A_s F_y}{1.7f'_c b d} \right) \rightarrow A_s^2 \frac{\phi F_y^2}{1.7f'_c b} - A_s \phi F_y d + M_u = 0$$

$$A_s^2 - A_s \frac{1.7f'_c b d}{F_y} + \frac{1.7f'_c b}{\phi F_y^2} M_u$$

$$A_s = \frac{0.85f'_c b}{F_y} \left( d - \sqrt{d^2 - \frac{2M_u}{0.85\phi f'_c b}} \right)$$

$$a = \frac{A_s F_y}{0.85f'_c b} \rightarrow a = d - \sqrt{d^2 - \frac{2M_u}{0.85\phi f'_c b}}$$

با توجه به روابط صفحه قبل اگر لنگر وارد بر تیر (Mu) و نیز ابعاد تیر (b , d) مشخص باشند، میتوان مساحت میلگرد لازم کششی و نیز عمق ناحیه فشاری را بدست آورد:

$$A_s = \frac{0.85f'_c b}{F_y} \left( d - \sqrt{d^2 - \frac{2M_u}{0.85\phi f'_c b}} \right)$$

$$a = d - \sqrt{d^2 - \frac{2M_u}{0.85\phi f'_c b}}$$

مشابه روابط صفحه قبل، برخی از کتب بتن روابط مشابهی را جهت استخراج درصد میلگرد لازم ( $\rho$ ) ارائه کرده اند:

$$T = C \quad \Rightarrow \quad \rho b d f_y = 0.85 f'_c a b \quad \Rightarrow \quad a = \rho \left( \frac{f_y}{0.85 f'_c} \right) d$$

$$M_n = T \left( d - \frac{a}{2} \right) = C \left( d - \frac{a}{2} \right) \quad \Rightarrow \quad M_n = \rho b d f_y \left( d - \frac{a}{2} \right)$$

$$\frac{M_n}{bd^2} = \rho f_y \left[ 1 - \frac{\rho}{2} \left( \frac{f_y}{0.85 f'_c} \right) \right]$$

$$m = \left( \frac{f_y}{0.85 f'_c} \right)$$

$$R_n = \frac{M_n}{bd^2}$$

$$R_n = \rho f_y \left( 1 - \frac{\rho m}{2} \right)$$

$$\rho = \frac{1}{m} \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{2mR_n}{f_y}} \right)$$

• تاکید میشود روابط فوق تنها در شرایط زیر صادق هستند:

- مقطع مستطیلی باشد
- تیر فاقد میلگرد فشاری باشد و یا اینکه از میلگرد فشاری در محاسبه مقاومت صرف نظر شده باشد.
- مقطع کم فولاد باشند (مطمئن باشیم که میلگردهای کششی به تسلیم میرسند).

۹-۱۱-۵-۲ حداقل مقدار آرماتورهای خمشی نباید از بزرگترین مقادیر زیر کم‌تر باشد؛ به جز موردی که در ضابطه‌ی بند ۹-۱۱-۵-۳ اشاره شده است. در اعضای معین استاتیکی با مقطع بال‌دار که بال مقطع در کشش قرار دارد، مقدار  $b_w$  بر اساس جایگزینی با کمترین مقدار  $b_f$  (عرض بال) و  $2b_w$  محاسبه می‌شود. مقدار  $f_y$  باید به حداکثر ۵۵۰ مگاپاسکال محدود شود.

$$0.25 \frac{\sqrt{f'_c}}{f_y} b_w d \quad (9-11-1 \text{ الف})$$

$$\frac{1.4}{f_y} b_w d \quad (9-11-1 \text{ ب})$$

۹-۱۱-۵-۳ اگر سطح مقطع آرماتورهای طولی تأمین شده در وجه کششی، حداقل به اندازه‌ی یک سوم بیش‌تر از مقدار مورد نیاز بر اساس محاسبه باشد، نیازی به کنترل ضوابط بندهای ۹-۱۱-۵-۱ و ۹-۱۱-۵-۲ نمی‌باشد.

بند فوق را می‌توان با رابطه زیر خلاصه کرد:

$$\left( \rho_{\text{تیر}} = \frac{A_s}{b_w d} \right) \geq \text{Min} \left( \rho_{\text{تیرها-min}} = \text{Max} \left( \frac{0.25 \sqrt{f'_c}}{F_y}, \frac{1.4}{F_y} \right), 1.33 \times (\rho_{\text{تیر محاسباتی}}) \right)$$

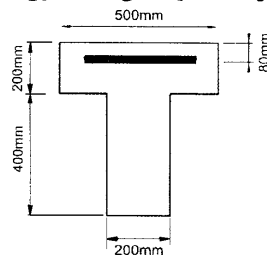
برای مثال اگر  $f'_c = 25 \text{ MPa}$  و  $F_y = 400 \text{ MPa}$  باشد مقدار  $\rho_{\text{تیرها-min}} = 0.0035$  خواهد شد و در نتیجه:

$$C25 \ \& \ S400 \ \rightarrow \ \left( \rho_{\text{تیر}} = \frac{A_s}{b_w d} \right) \geq \text{Min} \left( 0.0035, 1.33 \times (\rho_{\text{تیر محاسباتی}}) \right)$$

- نکته: نرم افزار ETABS در برخی موارد  $\rho_{\text{تیر}}$  را به خصوص در میانه تیرها، کمتر از مقدار  $0.0035$  نمایش می‌دهد و این ابهام پیش می‌آید که ایتبس آرماتور حداقل را کنترل نمی‌کند. در اینگونه موارد  $\rho_{\text{تیر}}$  محاسبه شده بسیار کم بوده و ایتبس به جای رعایت حداقل  $(0.0035)$ ، از  $1.33$  برابر مقدار محاسباتی استفاده کرده است.

#### محاسبات ۹۴

۲- مقطع T شکل نشان داده شده در شکل زیر مربوط به یک تیر طره بوده و تحت اثر لنگر خمشی منفی قرار دارد. حداقل مقدار آرماتور کششی مصرفی برحسب میلی‌متر مربع بدون توجه به مقدار آرماتور کششی لازم محاسباتی به کدامیک از مقادیر زیر نزدیکتر است؟ (رده بتن C25 و نوع میلگرد S340 فرض شود.)



760 (۱)

430 (۲)

1070 (۳)

860 (۴)

گزینه ۴

$$\text{Max} \left( \frac{0.25 \sqrt{25}}{340}, \frac{1.4}{340} \right) = 0.0041$$

$$A_{s-\text{min}} = 0.0041 \times 400 \times 520 = 852.8 \text{ mm}^2$$



یک مقطع مستطیلی با اطلاعات زیر داده شده است. مقاومت فشاری نمونه استوانه بتنی

(مهندس عمران ۷۰)

$$f_c = 250 \text{ kg/cm}^2 \text{ مقاومت تسلیم فولاد } f_y = 250 \text{ kg/cm}^2$$

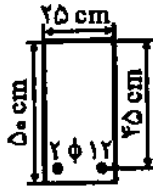
(۱) رفتار این تیر مانند یک تیر کم آرماتور (Under-reinforced) است.

(۲) رفتار این تیر مانند یک تیر پر آرماتور (Over-reinforced) است.

(۳) رفتار این تیر مانند یک تیر بتنی غیر مسلح است.

(۴) هیچکدام

گزینه ۳



اگر مقطع مقابل تحت لنگر خمشی معادل  $3200 \text{ kg.m}$  قرار گیرد و در آن  $f_y = 300 \text{ kg/cm}^2$  و

(مهندس عمران آ (۷۹))

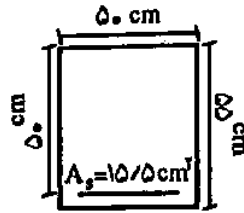
$$f_c = 250 \text{ kg/cm}^2 \text{ باشد، مقطع:}$$

(۱) ترک خواهد خورد

(۲) ترک نخواهد خورد

(۳) منهدم خواهد شد

(۴) مقطع مناسب عمل خواهد کرد

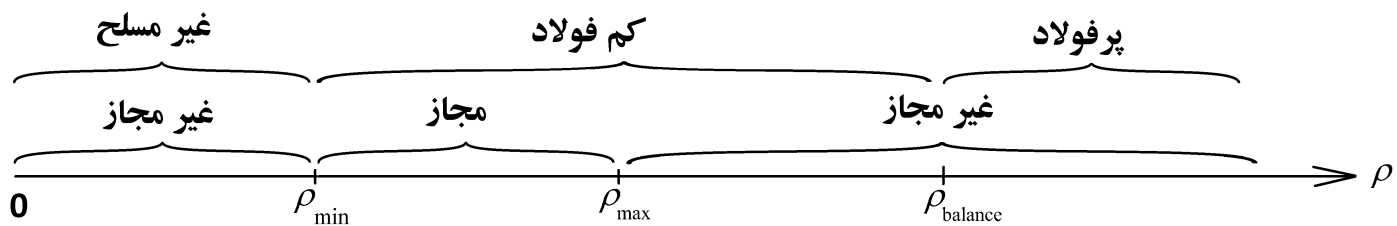


$$\rho = \frac{1550}{500 \times 500} = 0.0062$$

$$\rho_{min} = \text{Max} \left\{ \begin{array}{l} \frac{1.4}{300} = 0.0047 \\ \frac{\sqrt{25}}{4 \times 300} = 0.0042 \end{array} \right\} \rightarrow \text{مسلح است}$$

$$M_{cr} = \frac{(0.6 \sqrt{25}) \times I}{c} = 0.6 \sqrt{25} \times \frac{550^2 \times 500}{6} = 7.56 \times 10^7 \text{ N.mm} = 7563 \text{ kg.m.}$$

لنگر وارده (3200) از مقاومت ترک خوردگی مقطع کمتر است بنابراین مقطع ترک نمی خورد

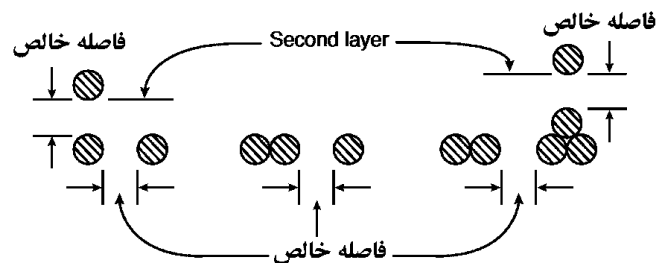


**25.2—Minimum spacing of reinforcement**

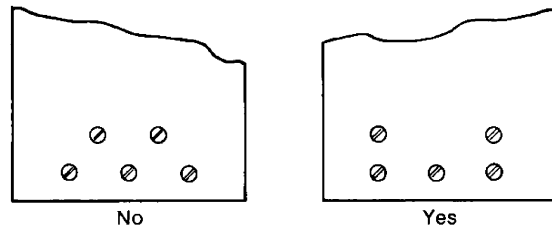
**25.2.1** For parallel nonprestressed reinforcement in a horizontal layer, clear spacing shall be at least the greatest of 1 in.,  $d_b$ , and  $(4/3)d_{agg}$ .

**25.2.2** For parallel nonprestressed reinforcement placed in two or more horizontal layers, reinforcement in the upper layers shall be placed directly above reinforcement in the bottom layer with a clear spacing between layers of at least 1 in.

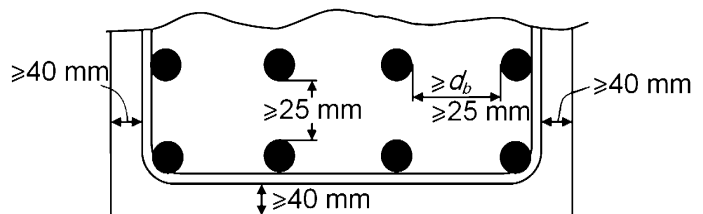
**25.2.3** For longitudinal reinforcement in columns, pedestals, struts, and boundary elements in walls, clear spacing between bars shall be at least the greatest of 1.5 in.,  $1.5d_b$ , and  $(4/3)d_{agg}$ .



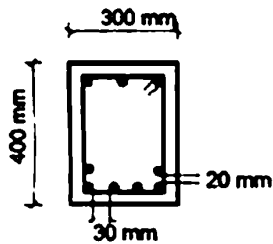
حداقل فاصله خالص	اعضای خمشی	Max ( $d_b$ , 25mm )
	اعضای فشاری	Max ( $1.5 d_b$ , 40 mm )



Arrangement of bars in two layers (ACI Section 7.6.2).



۳- در یک ساختمان با شرایط محیطی شدید، جزئیات مطابق شکل برای مقطع یک تیر به کار رفته است. در صورتیکه حداکثر قطر سنگدانه در بتن 20 میلی‌متر باشد، کدامیک از موارد زیر صحیح است؟ (پوشش میلگردها 50 میلی‌متر، بتن از رده C25 و قطر میلگردهای طولی 20 میلی‌متر می‌باشد)



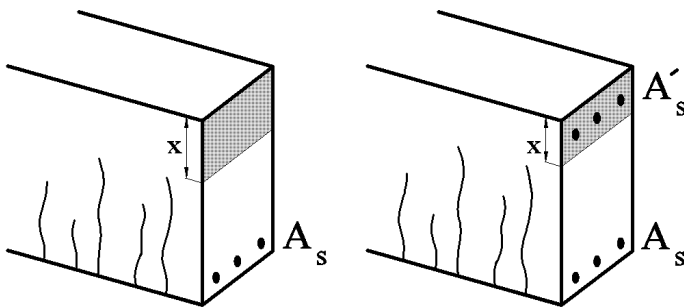
- ۱) ضوابط حداقل فاصله میلگردها از یکدیگر در یک سفره رعایت شده است.
- ۲) ضوابط حداقل فاصله میلگردها از یکدیگر در یک سفره رعایت نشده است.
- ۳) فاصله آزاد میلگردها بین دو سفره رعایت شده است.
- ۴) ضوابط مربوط به محدودیت فاصله میلگردها کاملاً رعایت شده است.

گزینه ۱

فاصله آزاد بین دو سفره (20mm) کمتر از 25mm بوده و گزینه های ۳ و ۴ نادرست هستند. فاصله آزاد بین میلگردها در یک سفره (30mm) ضوابط تیرها را ارضا کرده و قابل قبول است. همچنین پوشش ۵۰ میلی‌متر برای شرایط محیطی شدید کافی است.

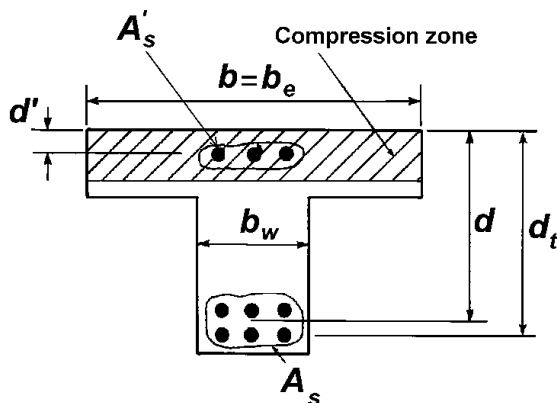
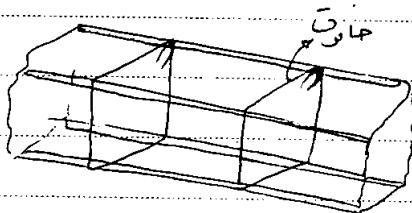
۳-۲۰- تاثیر فولاد فشاری

- تاثیر فولاد فشاری بر عمق تار خنثی:

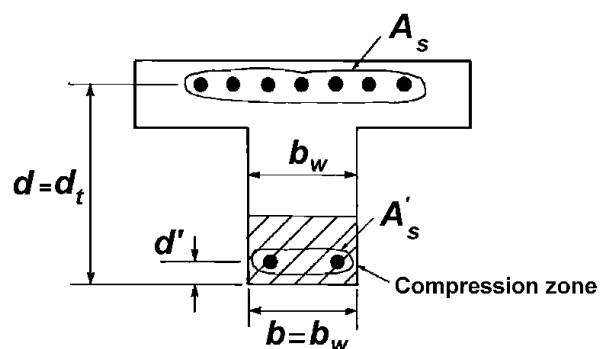


- کاربرد اجرایی فولاد فشاری

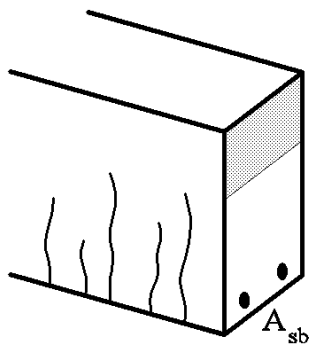
نکته: فولاد فشاری می‌تواند به عنوان تکیه‌گاه آرماتورهای عرضی (جانورت) استفاده شود.



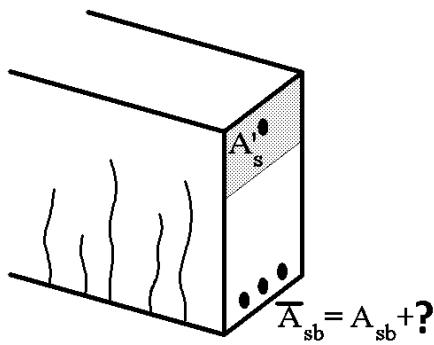
(a) Positive moment (compression on top).



(b) Negative moment (compression on bottom).



مقطع A



مقطع B

فرض کنید مقطع A در حالت بالانس باشد. اگر به این مقطع مطابق مقطع B آرماتور فشاری اضافه گردد، مقدار آرماتور بالانس چه تغییری می کند؟ هدف یافتن ؟ در شکل می باشد.

با توجه به اینکه در هر دو مقطع حالت بالانس داریم، ارتفاع تار خنثی در هر دو یکی بوده و تغییر نمی کند (چرا؟) در مقطع A داریم:

$$C = T \rightarrow (A_{sb})F_y = ab(0.85f'_c)$$

در مقطع B داریم:

$$C = T \rightarrow (A_{sb} + ?)F_y = ab(0.85f'_c) + A'_s f'_s$$

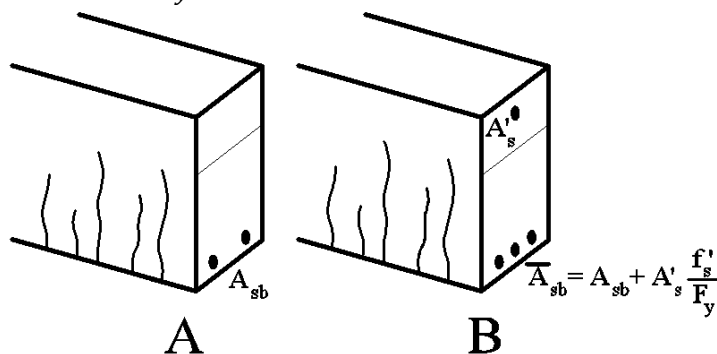
$$\rightarrow (?)F_y = A'_s f'_s$$

$$\rightarrow (?) = A'_s \frac{f'_s}{F_y}$$

تشریح فولاد فشاری

$$\bar{A}_{sb} = A_{sb} + \frac{\rho'_s}{\rho_y} A'_s$$

مقدار بار کششی  
میل از آرماتور



به شرط اینکه آرماتورهای فشاری نیز جاری می شوند:

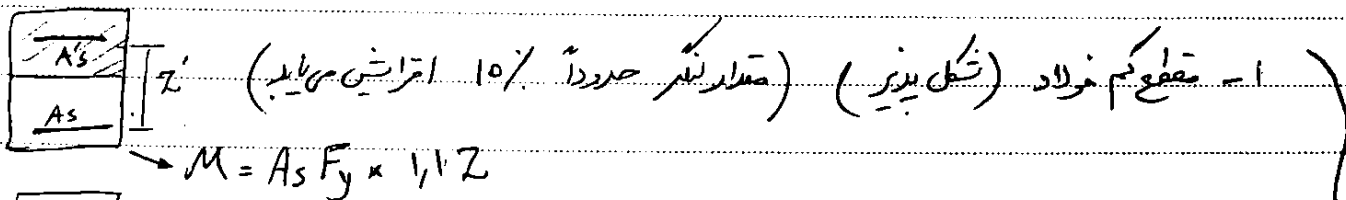
$$\bar{A}_{sb} = A_{sb} + A'_s$$

تشریح فولاد فشاری

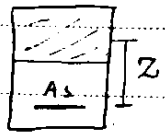
(در صورت آرماتور مجاز) به اندازه این مقدار آرماتور می کشد.

$$\bar{\rho}_b = \rho_b + \frac{\rho'_s}{\rho_y} \rho'_s$$

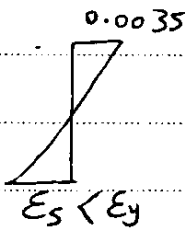
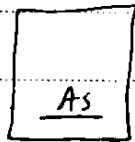
$$\frac{A'_s}{bwd}$$



$$M = A_s F_y \times 1,1 Z$$



۲- مقطع پر فولاد (مترشدن)



$$\Rightarrow M = A_s F_u Z < A_s F_y Z$$

چنانچه کشش مشاهده می‌شود در مقطع پر فولاد، مولدهای کشش جاری نمی‌شوند و در عمل ظرفیت کامل آن  $(A_s F_y)$  مورد استفاده قرار نمی‌گیرد، برای رفع این مشکل دو راه حل داریم:

① افزایش ابعاد مقطع (قوی‌تر شدن بتن به علت افزایش مساحت آن و بالارفتن تاخشی و زینگی)

② افزودن فولاد فشاری ← با افزودن فولاد فشاری تاخشی بالارفته و فولاد کشش جاری می‌شود. کمتر محاسباتی از مقدار  $A_s F_y Z$  افزایش یافته تبدیل به  $A_s F_y Z$  می‌شود.

نتیجه و ① با افزودن فولاد فشاری به مقطع کم فولاد، کمتر محاسباتی آن کمی افزایش می‌یابد.

② " " " " " " " " مقدار زیاد

③ " " " " " " " " مقدار  $\rho_b$  (درصد آرماتور تعادل) افزایش می‌یابد.

پس برای کم فولاد کردن مقطع مه‌تران و } ✓ مقدار مساحت  $A_s$  را کاهش داد  
✓ مه‌تران  $A_s$  افزود و یا مساحت بتن فشاری را  
افزایش داد و یا  $F_y$  را افزایش داد.

طبق الزامات اینج نام فولاد کشش حتماً باید در کمتر نخایی جاری شود و همه فولاد فشاری مه‌ترانند جاری شود یا نشود.

$$\rho_{min} = \left\{ \frac{1,4}{F_y}, \frac{\sqrt{F'_c}}{4 F_y} \right\}$$

مقدار آرماتور حداقل برپه‌ی به مقدار فولاد فشاری برابر.

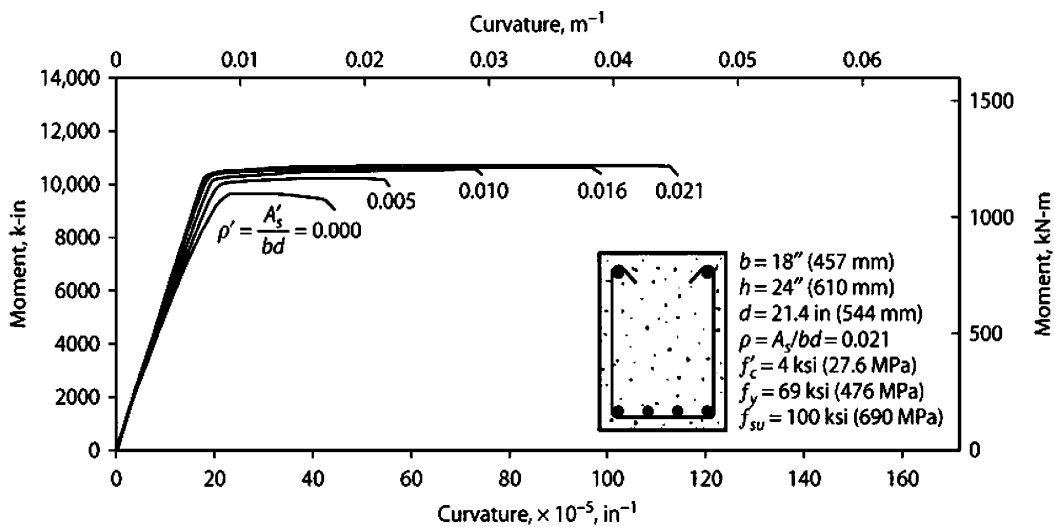


FIGURE 6.26 Effect of compression reinforcement on the moment–curvature relation.

تمرین - عبارت های زیر را اثبات کنید:

کنترل جاری شدن میلگردهای فشاری (در صورتی که میلگردهای کششی جاری شوند):  
در صورتی که میلگردهای  $A_s$  (کششی) از مقدار زیر بیشتر باشند، میلگردهای  $A'_s$  (فشاری) جاری خواهند شد:

$$A_s > \beta \frac{0.85f'_c}{F_y} \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{cu} - \epsilon_y} bd' + A'_s \rightarrow A'_s \text{ جاری خواهد شد}$$

مقاومت خمشی مقاطع همراه با فولاد فشاری  
 $\begin{cases} f'_s < F_y \\ f_s = F_y \end{cases}$

ابتدا باید از معادله درجه ۲ زیر مقدار  $x$  را بیابیم:

$$A_s F_y = 0.85 f'_c (b \beta x - A'_s) + A'_s E_s \frac{(x - d')}{x} \epsilon_{cu}$$

در معادله فوق،  $E_s = 2 \times 10^5$  و  $\epsilon_{cu} = 0.003$  می باشد.

پس از یافتن مقدار  $x$  باید مقدار تنش در میلگردهای فشاری بدست آید:

$$f'_s = E_s \frac{x - d'}{x} \epsilon_{cu}$$

و سپس مقدار لنگر مقاوم بدست می آید:

$$M_r = A'_s f'_s (d - d') + 0.85 f'_c (\beta x b - A'_s) \left( d - \frac{\beta x}{2} \right)$$

مقاومت خمشی مقاطع همراه با فولاد فشاری  
 $\begin{cases} f'_s = F_y \\ f_s = F_y \end{cases}$

ابتدا باید از معادله زیر مقدار  $x$  را بیابیم:

$$A_s F_y = 0.85 f'_c (\beta x b - A'_s) + A'_s F_y \quad x = \frac{A_s F_y - A'_s F_y}{0.85 \beta f'_c b}$$

پس از یافتن مقدار  $x$  مقدار لنگر مقاوم بدست می آید:

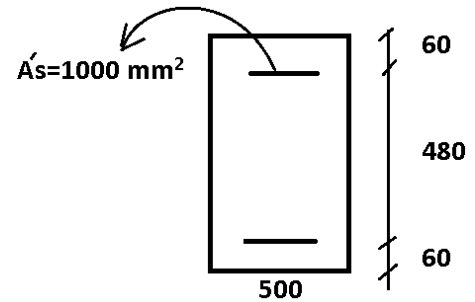
$$M_r = A'_s F_y (d - d') + 0.85 f'_c (\beta x b - A'_s) \left( d - \frac{\beta x}{2} \right)$$

مثال: مقطع شکل زیر تحت اثر لنگر مثبت قرار دارد. این تیر مربوط به یک سازه با شکل پذیری متوسط می باشد.

الف) مساحت میلگرد معادل حالت متوازن (بالانس) را محاسبه کنید؟

ب) حداکثر میلگرد کششی مجاز مقطع چقدر می باشد؟

$$f'_c = 25MPa \quad F_y = 400MPa$$



الف) در حالت تعادل محل تار خنثی به صورت زیر محاسبه می شود:

$$x = \left( \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{cu} + \frac{F_y}{E_s}} \right) d = \left( \frac{0.003}{0.003 + \frac{400}{2 \times 10^5}} \right) d = \frac{3}{5} d = \frac{3}{5} \times 540 = 324 \text{ mm}$$

پس از یافتن  $x$ ، کرنش فولادهای فشاری محاسبه می شود تا بررسی شود که آیا میلگردهای فشاری جاری می شوند یا نه:

$$\epsilon'_s = \frac{x - 60}{x} \times 0.003 = \frac{324 - 60}{324} \times 0.003 = 0.0024 > 0.002$$

میلگردهای فشاری تسلیم می شوند. حال با نوشتن تعادل مساحت میلگرد بالانس محاسبه می شود:

$$C = T \rightarrow (\beta x \times b) 0.85 f_c + A'_s (F_y - 0.85 f_c) = A_{sb} F_y$$

$$(0.85 \times 324 \times 500) \times 0.85 \times 25 + 1000 \times (400 - 0.85 \times 25) = A_{sb} \times 400$$

$$A_{sb} = 8262 \text{ mm}^2$$

ب) محل تار خنثی به صورت زیر محاسبه می شود:

$$x = \left( \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{cu} + \frac{F_y}{E_s} + 0.003} \right) d = \left( \frac{0.003}{0.003 + 0.005} \right) 540 = 202.5 \text{ mm}$$

پس از یافتن  $x$ ، کرنش فولادهای فشاری محاسبه می شود تا بررسی شود که آیا میلگردهای فشاری جاری می شوند یا نه:

$$\epsilon'_s = \frac{x - 60}{x} \times 0.003 = \frac{202.5 - 60}{202.5} \times 0.003 = 0.0021 > 0.002$$

میلگردهای فشاری تسلیم می شوند. حال با نوشتن تعادل مساحت میلگرد حداکثر محاسبه می شود:

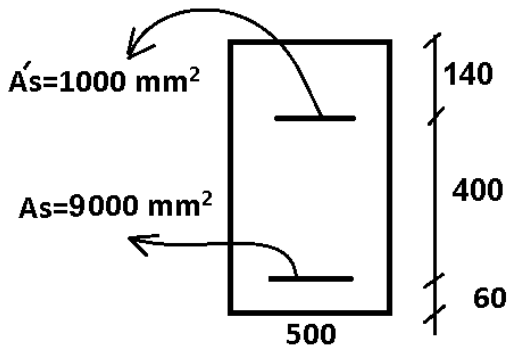
$$C = T \rightarrow (\beta x \times b) 0.85 f_c + A'_s (F_y - 0.85 f_c) = A_{s-max} F_y$$

$$(0.85 \times 202.5 \times 500) \times 0.85 \times 25 + 1000 \times (400 - 0.85 \times 25) = A_{s-max} \times 400$$

$$A_{s-max} = 5518.95 \text{ mm}^2$$

مثال: مقاومت خمشی اسمی مقطع زیر را محاسبه کنید.

$$f'_c = 25 \text{ MPa} \quad F_y = 400 \text{ MPa}$$



فرض اولیه:

ابتدا فرض می کنیم  $A'_s$  و  $A_s$  هر دو تسلیم می شوند:

$$C = T \rightarrow (\beta x \times b)0.85f'_c + A'_s(F_y - 0.85f'_c) = A_s F_y$$

$$(0.85 \times x \times 500) \times 0.85 \times 25 + 1000 \times (400 - 0.85 \times 25) = 9000 \times 400$$

$$x = 356 \text{ mm}$$

برای کنترل فرض، کرنش فولادهای کششی و فشاری را بر اساس  $x$  محاسبه کرده و بررسی می کنیم که آیا جاری می شوند یا نه:

$$\epsilon'_s = \frac{(356 - 140)}{356} \times 0.003 = 0.00182 < \epsilon_y = 0.002$$

بنابراین فولادهای فشاری جاری نمی شوند.

بررسی جاری شدن میلگردهای کششی:

$$\epsilon_s = \frac{(540 - 356)}{356} \times 0.003 = 0.00154 < \epsilon_y = 0.002$$

فولادهای کششی نیز جاری نمی شوند.

فرض دوم: فولادهای کششی و فشاری جاری نمی شوند. در این حالت اگر عمق تار خنثی  $x$  باشد، تنش در فولادهای کششی و فشاری کمتر از  $F_y$  خواهد بود و به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\epsilon_s = \frac{(540 - x)}{x} \times 0.003 \rightarrow f_s = \epsilon_s E = 600 \frac{(540 - x)}{x}$$

$$\epsilon'_s = \frac{(x - 140)}{x} \times 0.003 \rightarrow f'_s = \epsilon'_s E = 600 \frac{(x - 140)}{x}$$

سپس با نوشتن معادله تعادل مقدار  $x$  بدست میاید:

$$C = T \rightarrow (\beta x \times b)0.85f'_c + A'_s(f'_s - 0.85f'_c) = A_s f_s$$

$$(0.85 \times x \times 500) \times 0.85 \times 25 + 1000 \times \left( 600 \frac{(x - 140)}{x} - 0.85 \times 25 \right) = 9000 \times 600 \frac{(540 - x)}{x}$$

$$x = 333.634 \text{ mm}$$

پس از یافتن  $x$  نیروی فولادهای کششی و فشاری بدست میاید:

$$T_s = A_s f_s = 9000 \times 600 \frac{(540 - 333.634)}{333.634} = 3340 \text{ kN}$$

$$T'_s = A'_s (f'_s - 0.85f'_c) = 1000 \times \left( 600 \frac{(333.634 - 140)}{333.634} - 0.85 \times 25 \right) = 327 \text{ kN}$$

$$C = (\beta x \times b)0.85f'_c = (0.85 \times 334 \times 500) \times 0.85 \times 25 = 3013 \text{ kN}$$

مقاومت خمشی مقطع:

$$M_n = T'_s \times (400) + C \times \left( 540 - \frac{0.85 \times 333.6}{2} \right) = 1330 \text{ kN.m}$$



۱۱- افزایش فولاد فشاری به یک مقطع خمشی بتن آرمه که با فولاد کم (*under reinforced*) طراحی شده است، ..... را ..... می دهد.

(مهندس عمران ۷۹)

- (۱) شکل پذیری تیر - کاهش
  - (۲) مقاومت خمشی مقطع - کمی افزایش
  - (۳) کرنش نهایی فشاری بتن - کمی کاهش
  - (۴) مقاومت خمشی تیر - به میزان قابل توجهی افزایش
- گزینه ۲

۳۰- در یک مقطع بتن مسلح با ابعاد و مشخصات مصالح ثابت، اگر نسبت فولاد کششی از  $\rho_{max}$  تجاوز نماید برای قابل قبول نمودن مقطع چه می توان کرد؟

(مهندس عمران ۷۳)

- (۱) قرار دادن خاموت بیشتر
- (۲) قرار دادن آرماتورهای کششی در دو ردیف
- (۳) قرار دادن آرماتورهای فشاری
- (۴) افزایش طول گیرایی و یا استفاده از قلابهای استاندارد

گزینه ۳

۲- افزایش فولاد فشاری در یک مقطع خمشی بتن آرمه که با فولاد کم (*under reinforced*) طراحی شده است.

(مهندس عمران ۸۶)

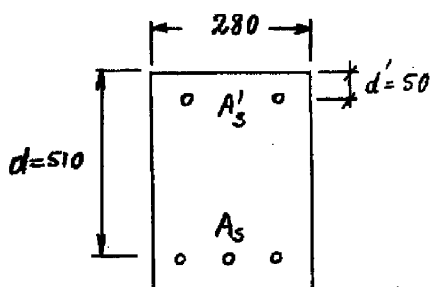
- (۱) شکل پذیری تیر را کاهش می دهد.
- (۲) کرنش نهایی فشاری بتن را کمی کاهش می دهد.
- (۳) مقاومت خمشی مقطع را کمی افزایش می دهد.
- (۴) مقاومت خمشی مقطع را به میزان قابل توجهی افزایش می دهد.

گزینه ۳

سراسری ۹۱

۱۱۹- در مقطع نشان داده شده در شکل زیر،  $\rho < \rho_b$  بوده و  $A_s = 2410 \text{ mm}^2$  و  $f_c = 25 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$  و  $f_y = 400 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$  به

این مقطع ۲۶٪ فولاد کششی به عنوان فولاد فشاری اضافه می شود. لنگر مقاوم خمشی مقطع حدوداً چقدر اضافه می شود؟



$$A'_s = 628 \text{ mm}^2$$

$$A_s = 2410 \text{ mm}^2$$

(۱) ۴/۵٪

(۲) ۲۶٪

(۳) ۲۰٪

(۴) اضافه نمی شود.

با توجه به اینکه مقطع کم فولاد است، افزودن فولاد در تیر، تاثیر کمی در افزایش مقاومت خواهد داشت (گزینه ۱ صحیح است)

۱۹- در مقطعی که بدون فولاد فشاری برای خمش ساده حالت بالانس (متعادل) دارد، به مقدار  $A'$  فولاد فشاری اضافه می‌کنیم. با این عمل مقدار فولاد کششی حالت بالانس (متعادل) چه تغییری خواهد داشت؟ (فولاد فشاری و کششی از یک نوع می‌باشند)

- (۱) با تغییر مقدار فولاد کششی نمی‌توان وضعیت بالانس (متعادل) برقرار کرد.
- (۲) مقدار فولاد کششی وضعیت بالانس (متعادل) برقرار نمی‌کند.
- (۳) فولاد کششی حالت بالانس (متعادل) حداکثر به اندازه  $A'$  نسبت به مقطع بدون فولاد فشاری افزایش می‌یابد.
- (۴) فولاد کششی حالت بالانس (متعادل) نسبت به مقطع بدون فولاد فشاری حداکثر به اندازه  $A'$  کاهش می‌یابد.

گزینه ۳

تمرین:

(مهلتس عمران ۷۷)

۲۰- وجود آهن فشاری در تیر بتن مسلح باعث کدام پدیده خواهد شد؟

- (۱) افزایش تنش‌های فشاری بتن در طول زمان
- (۲) تأخیری در تنش‌های بتن در طول زمان نخواهد داشت.
- (۳) کاهش تنش‌های فشاری بتن در طول زمان
- (۴) ممکن است تنش‌های فشاری در طول زمان کم یا زیاد شود.

گزینه ۳

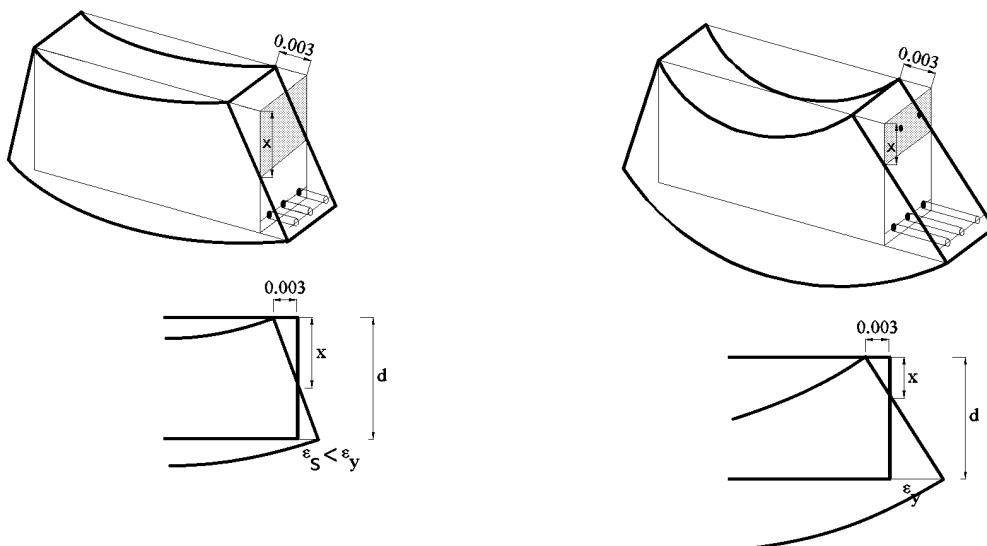
سراسری ۸۱

۱۰۳- کدام عبارت در مورد یک تیر بتن آرمه تحت خمش با فولاد کششی مشخص و ثابت، صحیح است؟

- (۱) اگر  $\rho < \rho_b$  باشد، هر چه موارد فشاری تیر کمتر باشد، تیر کم فولادتر محسوب می‌شود.
- (۲) هر چه فولاد فشاری تیر بیشتر باشد، تیر کم فولادتر محسوب می‌شود.
- (۳) هر چه فولاد فشاری تیر کمتر باشد، تیر کم فولادتر محسوب می‌شود.
- (۴) میزان فولاد فشاری تأثیری بر کم فولاد بودن و یا پر فولاد بودن مقطع ندارد.

گزینه ۲

با افزودن میلگرد فشار مطابق شکل زیر، ناحیه فشاری بتن کاهش یافته و در نتیجه کرنش در میلگردها کششی افزایش می‌یابد. بنابراین با افزایش میلگرد فشاری شکل پذیری مقطع افزایش یافته و مقطع کم فولاد تر محسوب می‌شود.



۱۰۷- بیشترین مقاومت تیر با میلگرد فشاری با:

- (۱) جاری نشدن میلگرد کششی و فشاری بدست می آید.
- (۲) جاری شدن فقط میلگرد فشاری بدست می آید.
- (۳) جاری شدن فقط میلگرد کششی بدست می آید.
- (۴) جاری شدن میلگرد فشاری و کششی بدست می آید.

گزینه ۴

در یک مقطع دوبله آرمه اگر نسبت فولاد کششی  $\rho$  و نسبت فولاد فشاری  $\rho'$  و حداکثر مجاز نسبت فولاد کششی در حالت مقطع با فولاد کششی تنها  $(\rho_{max})_1$  و در حالت دوبله آرمه  $(\rho_{max})_2$  باشد، ظرفیت خمشی نهایی مقطع دوبله آرمه در کدام یک از حالات زیر تقریباً برابر با ظرفیت خمشی نهایی همان مقطع بدون فولادهای فشاری است؟

(مهندس عمران ۷۴)

$$\begin{aligned} (1) \quad \rho < (\rho_{max})_2 \\ (2) \quad (\rho_{max})_2 > \rho > (\rho_{max})_1 \\ (3) \quad \rho < (\rho_{max})_1 \\ (4) \quad \rho > (\rho_{max})_1 \end{aligned}$$

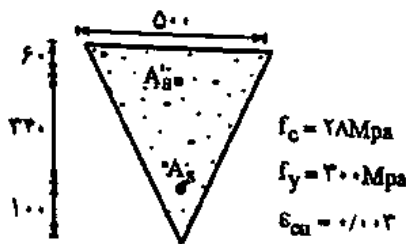
گزینه ۳

شرط حدی جاری شدن فولاد فشاری،  $A'_s$ ، برای مقطع نشان داده شده در شکل زیر توسط کدامیک از

(مهندس عمران آزاد ۸۳)

گزینه‌های زیر بطور کامل بیان شده است.

(بر اساس آیین نامه آبا)



$$(1) \quad A_s - A'_s \geq 2180 \text{ mm}^2$$

$$(2) \quad A_s - A'_s \geq 3017 \text{ mm}^2$$

$$(3) \quad A_s - A'_s \geq 1853 \text{ mm}^2$$

$$(4) \quad A_s - A'_s \geq 2565 \text{ mm}^2$$

۴۹- در طراحی یک مقطع بتن مسلح، مقدار فولاد کششی لازم برابر با  $A_s$  به دست آمده است و به فولاد فشاری نیازی نیست. اگر به خاطر مسائل اجرایی آرماتوربندی، مقدار فولاد  $A'_s = 2\phi 12$  در ناحیه فشاری

بتن قرار داده شود، چه مقدار فولاد کششی بایستی در ناحیه کششی بتن قرار داده شود تا طرح صحیح انجام شده باشد؟

(مهندس عمران آزاد ۸۶)

(۱) بایستی  $A_s + A'_s$  را در ناحیه کششی بتن قرارداد تا تعادل نیروهای محوری برقرار باشد.

(۲) می‌توان همان  $A_s$  را در ناحیه کششی قرار داد.

(۳) بایستی  $A_s + A'_s \left( \frac{f'_s}{f_s} \right)$  را در ناحیه کششی بتن قرارداد که  $f'_s$  و  $f_s$  به ترتیب تنشهای موجود در

فولادهای فشاری و کششی می‌باشند. در این صورت تعادل نیروهای محوری برقرار می‌ماند.

(۴) افزایش مقدار  $A_s$  بستگی به مقدار لنگر خمشی طرح دارد.

گزینه ۲

آزاد ۸۴

کدامیک جزء فواید استفاده از میلگرد فشاری نمی باشد؟

- (۱) افزایش شکل پذیری تیر  
 (۲) تغییر نوع گسیختگی تیر  
 (۳) راحتی ساخت و اجرا  
 (۴) افزایش خیز دراز مدت

گزینه ۴

سراسری ۹۰

اضافه کردن فولاد فشاری به یک مقطع خمشی بتن آرمه که با فولاد کم (under-reinforced) طراحی شده است:

- (۱) مقاومت خمشی مقطع را کمی افزایش میدهد.  
 (۲) شکل پذیری تیر را کاهش میدهد.  
 (۳) کرنش نهایی فشاری بتن را کمی کاهش می دهد.  
 (۴) مقاومت خمشی مقطع را به میزان قابل توجهی افزایش میدهد.

گزینه ۱

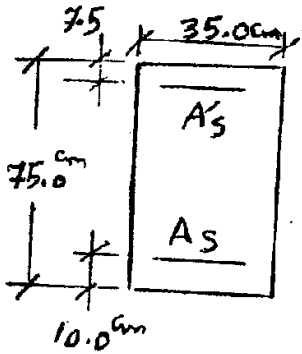
سراسری ۹۲

در مورد یک تیر بتن آرمه، گزینه صحیح کدام است؟

- (۱) در یک مقطع خمشی بتن آرمه با فولاد مضاعف، نسبت عمق تار خنثی به عمق تار خنثی در حالت بالانس، تقریباً برابر با نسبت  $\rho - \rho'$  به  $\rho_B$  میباشد.  
 (۲) در یک مقطع خمشی بتن آرمه با فولاد مضاعف، در صورتی که فولاد فشاری تسلیم شده باشد، حتماً فولاد کششی هم تسلیم شده است.  
 (۳) در یک مقطع خمشی بتن آرمه با فولاد کششی تنها، همواره با افزایش مقدار فولاد، لنگر مقاوم افزایش میابد.  
 (۴) در یک مقطع خمشی بتن آرمه با فولاد کششی تنها، که میزان فولاد کششی آن از فولاد بالانس کمتر است، با اضافه کردن فولاد فشاری، افزایش چشمگیری در لنگر مقاوم مقطع خواهیم داشت.

گزینه ۳

۱۱۷- مقدار  $A_s$  (فولاد کششی) مقطع نشان داده شده، برای اینکه همزمان با رسیدن بتن به کرنش  $0.003$ ، فولاد فشاری به



جاری شدن برسد با فرضیات زیر، چند سانتی متر مربع است؟

- استفاده از بلوک تنش مستطیلی ویتنی

- ارتفاع بلوک  $a = 0.8x$

-  $x$  فاصله از تار خنثی تا آخرین تار بتن در فشار

- تنش فشاری ماکزیمم بتن  $0.85f_c$

- مبنای جاری شدن فولاد  $f_y$

- ضرائب اطمینان مقاومت مصالح برابر با یک فرض می شوند.

$$f_c = 3500 \text{ kgf/cm}^2 \quad E_s = 2 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$$

$$f_y = 42000 \text{ kgf/cm}^2 \quad A'_s (\text{فشاری}) = 9.82 \text{ cm}^2$$

- (۱) ۵۸/۷۱
- (۲) ۵۰/۲۶
- (۳) ۶۵/۳۴
- (۴) ۷۰/۴۵

۱۱۸- افزایش کدامیک از پارامترهای  $\rho$  (درصد آرماتور کششی مقطع) و  $\rho'$  (درصد آرماتور فشاری مقطع) سبب افزایش

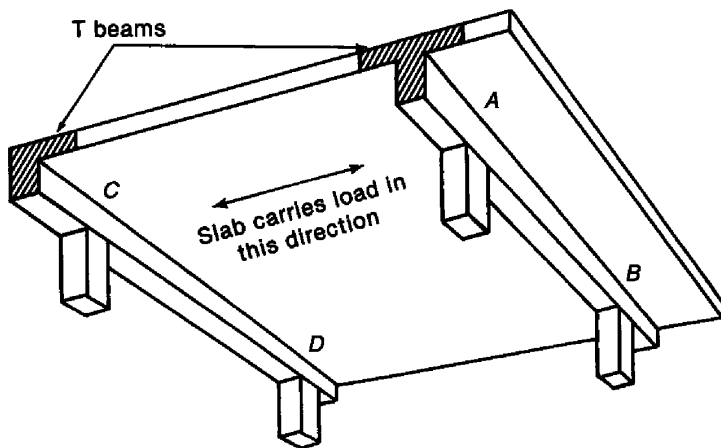
یا کاهش شکل پذیری در تیر بتن آرمه می شوند؟ (فرض شود طرح اولیه متناسب بوده است.)

- (۱) افزایش  $\rho$  سبب کاهش و افزایش  $\rho'$  (با ثابت نگه داشتن  $\rho$ ) سبب افزایش شکل پذیری می شود.
- (۲) افزایش  $\rho$  سبب افزایش و افزایش  $\rho'$  (با ثابت نگه داشتن  $\rho$ ) سبب کاهش شکل پذیری می شود.
- (۳) افزایش  $\rho$  و  $\rho'$  (با نسبت ثابت و یکسان) سبب کاهش شکل پذیری می شوند.
- (۴) افزایش  $\rho$  و  $\rho'$  (با نسبت ثابت و یکسان) سبب افزایش شکل پذیری می شوند.

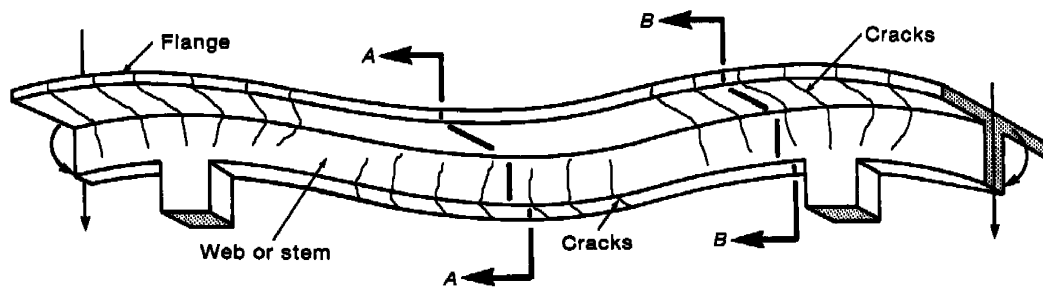
گزینه ۱

۲۱-۳- مقاطع T شکل

به شکل زیر توجه کنید. سقف از نوع دال بتنی می باشد. در این سقف اگر بتن ریزی سقف و تیرها همزمان انجام شود، می توان قسمتی از سقف را به عنوان بال تیر T شکل منظور کرد. در این حالت مانند شکل زیر تیر T شکل خواهیم داشت.



شکل زیر تغییر شکل یک تیر T شکل و ترک های ایجاد شده در آن را نشان میدهد:



۳-۲۱-۱- عرض موثر تیر T شکل

- در صورتی که سقف از نوع دال بتنی باشد، بخشی از دال بتنی سقف به عنوان بخشی از تیر در تحمل بارها مشارکت میکند و تیر T شکل خواهیم داشت. در بند زیر عرض موثر (بخش موثر دال) که میتوان در محاسبه مقاومت خمشی تیر به عنوان بخشی از تیر در نظر گرفت معرفی شده است. در شکل سمت چپ نشان داده شده است که با دور شدن از جان تیر، مشارکت بال در تحمل تنش ها کاهش میابد.

6.3.2 T-beam geometry

6.3.2.1 For nonprestressed T-beams supporting monolithic or composite slabs, the effective flange width  $b_f$  shall include the beam web width  $b_w$  plus an effective overhanging flange width in accordance with Table 6.3.2.1, where  $h$  is the slab thickness and  $s_w$  is the clear distance to the adjacent web.

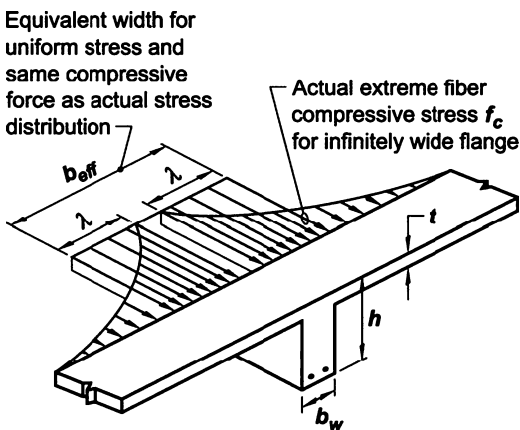
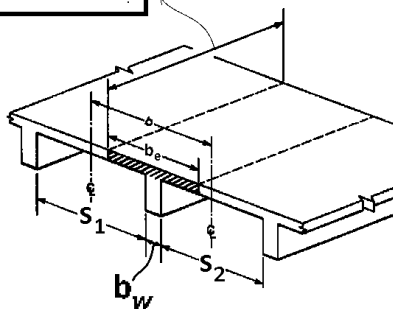


Table 6.3.2.1—Dimensional limits for effective overhanging flange width for T-beams

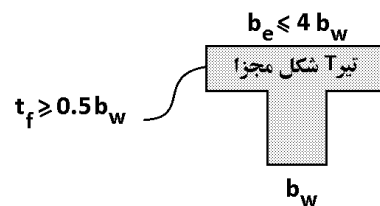
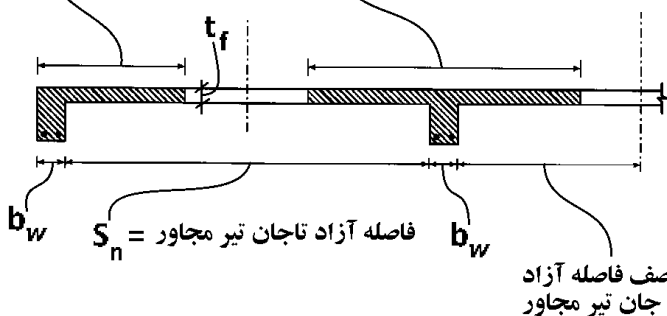
Flange location	Effective overhanging flange width, beyond face of web	
Each side of web	Least of:	$8h$
		$s_w/2$
		$\ell_n/8$
One side of web	Least of:	$6h$
		$s_w/2$
		$\ell_n/12$

6.3.2.2 Isolated nonprestressed T-beams in which the flange is used to provide additional compression area shall have a flange thickness greater than or equal to  $0.5b_w$  and an effective flange width less than or equal to  $4b_w$ .

طول دهانه آزاد تیر =  $L_n$

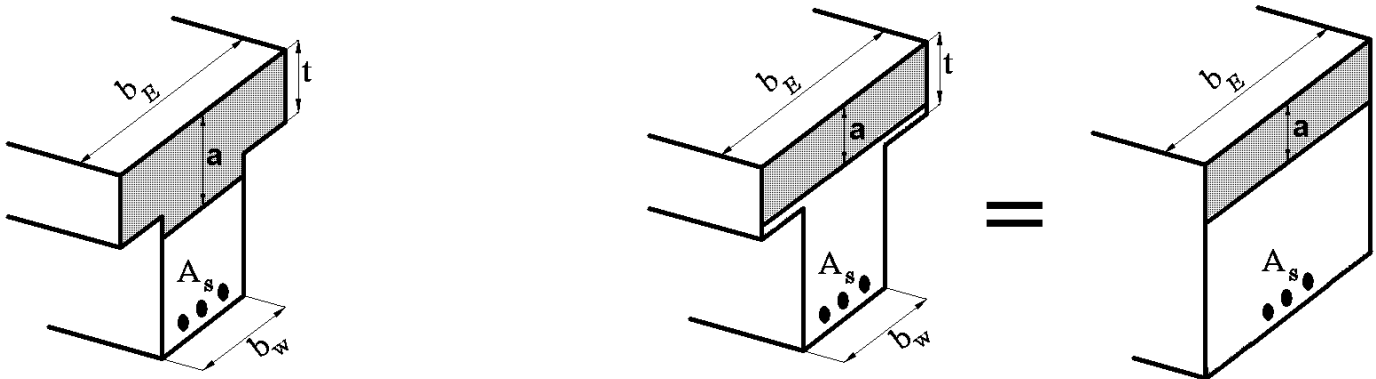


$$b_e \leq \begin{cases} b_w + S_n/2 \\ b_w + 6t_f \\ b_w + L_n/12 \end{cases} \quad b_e \leq \begin{cases} b_w + S_n \\ b_w + 16t_f \\ L_n/4 \end{cases}$$



مراحل محاسبه مقاومت خمشی تیر T شکل

- در صورتی که مطابق شکل سمت راست، عمق ناحیه فشاری (a در شکل) کمتر از t بدست آید، مقاومت خمشی مقطع با مقاومت خمشی یک مقطع مستطیلی کامل تفاوتی نخواهد کرد.



- در صورتی که مطابق شکل سمت راست قسمت فشاری بتن در بال قرار گیرد میگوییم مقطع مستطیلی عمل میکند.
- در صورتی که مطابق شکل سمت چپ قسمت فشاری در جان قرار گیرد میگوییم مقطع T شکل عمل میکند.

در محاسبه مقاومت خمشی مقطع باید بررسی شود که مقطع مستطیلی عمل میکند یا T شکل. مراحل محاسبه مقاومت خمشی را می توان به صورت زیر در نظر گرفت:

۱- یافتن a اولیه:

$$a = \beta_1 x = \frac{A_s (F_y)}{(b_E)(0.85 f'_c)}$$

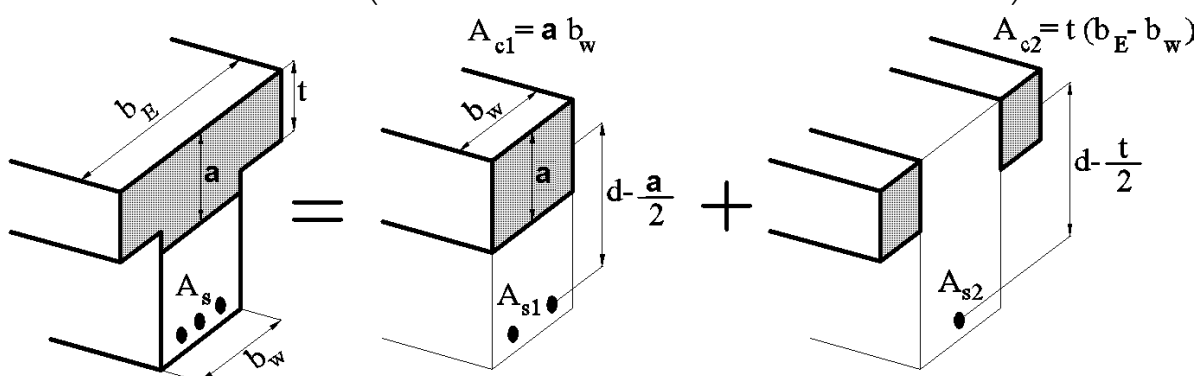
۲- اگر a اولیه کمتر از t بود، مقطع مستطیلی عمل خواهد کرد و مقاومت خمشی مقطع بدست می آید:

$$a \leq t \rightarrow \text{مستطیلی} \rightarrow \phi M_n = \phi A_s F_y \left( d - \frac{A_s (F_y)}{2(b_E)(0.85 f'_c)} \right)$$

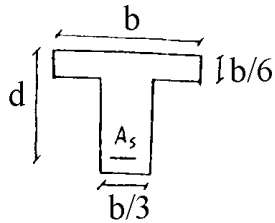
۳- اگر a اولیه بزرگتر از t بود، مقطع T شکل عمل خواهد کرد مقدار a باید مجدداً محاسبه شود:

$$a > t \rightarrow \text{شکل T} \rightarrow a_{\text{جدید}} = \frac{A_s (F_y) - A_{c2}(0.85 f'_c)}{(b_w)(0.85 f'_c)}$$

$$\rightarrow \phi M_n = \phi \left( A_{c1}(0.85 f'_c) \left( d - \frac{a_{\text{جدید}}}{2} \right) + A_{c2}(0.85 f'_c) \left( d - \frac{t}{2} \right) \right)$$





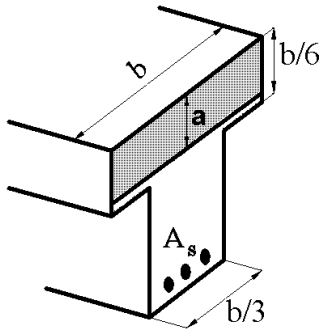


در یک تیر بتن آرمه با مقطع نشان داده شده در شکل، با فرض جاری شدن کلیه آرماتور ارتفاع بلوک فشاری تنش چقدر خواهد بود؟ ( $A_s = 1.7 \times 10^{-2} b^2$ ,  $\frac{f_y}{f'_c} = 10$ )

- (۱)  $b/5$  (۲)  $4b/15$  (۳)  $2b/15$  (۴)  $b/3$

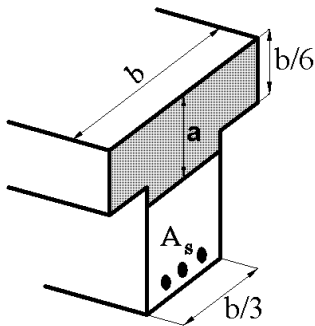
گزینه ۲

ابتدا فرض میکنیم مقطع مستطیلی عمل میکند:



$$b \times 0.85 f'_c \rightarrow a = \frac{A_s f_y}{0.85 f'_c b} = \frac{1.7 \times 10^{-2} b^2 f_y}{0.85 f'_c b} = \frac{1.7 \times 10^{-2} b}{0.85} \times 10 = \frac{b}{5}$$

فرض اشتباه بود و عمق ناحیه فشاری بیش از ضخامت بال بدست آمد. تکرار رابطه تعادل با فرض T شکل عمل کردن مقطع:



$$A_s f_y = \left( a \times \frac{b}{3} + \frac{2b}{3} \times \frac{b}{6} \right) \times 0.85 f'_c$$

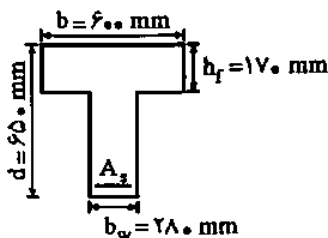
$$\rightarrow a = \frac{A_s f_y - 0.85 f'_c \times \frac{b^2}{9}}{0.85 f'_c \left( \frac{b}{3} \right)} = \frac{1.7 \times 10^{-2} b^2 f_y}{0.85 f'_c \left( \frac{b}{3} \right)} - \frac{0.85 f'_c \times \frac{b^2}{9}}{0.85 f'_c \left( \frac{b}{3} \right)} = \frac{6b}{10} - \frac{b}{3} = \frac{4b}{15}$$

سراسری ۸۱

در مقطع T شکل مقابل چنانچه در لحظه گسیختگی نهایی، توزیع تنشی مستطیلی با شدت  $0.85 f'_c$  و در ارتفاعی معادل ۰.۸۵ ارتفاع تار خنثی فرض گردد، فولاد متوازن مقطع  $A_{sb}$  چند میلی مترمربع میباشد؟

$F_y = 400 \text{ MPa}, f'_c = 30 \text{ MPa}$

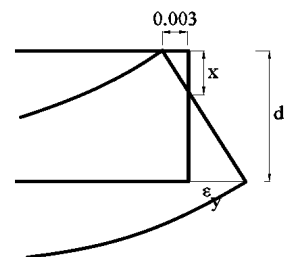
- (۱) ۸۵۳۵  
(۲) ۹۳۸۵  
(۳) ۹۸۷۵  
(۴) ۱۰۱۱۵



گزینه ۲

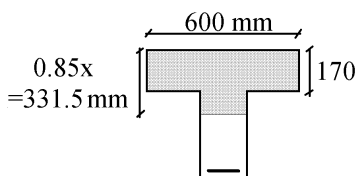
اگر فولاد قرار داده شده برابر فولاد بالانس باشد، همزمان با خرابی بتن در فشار، میلگردهای کششی نیز به تسلیم خواهند رسید. بنابراین می توان بر اساس دیاگرام کرنش عمق تار خنثی را بدست آورد:

$$\frac{x}{0.003} = \frac{d-x}{0.002} \rightarrow x = \frac{3}{5} d = 390 \text{ mm}$$



پس از یافتن مقدار  $x$  میتوان با نوشتن تعادل بین فشار و کشش مقدار مساحت فولادها را

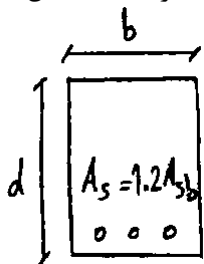
بدست آورد:



$$10 \times 170 + (331.5 - 170) \times 280 \times 0.85 f'_c = A_s F_y$$

$$A_s = 9385 \text{ mm}^2$$

در یک تیر بتن آرمه با مقطع مستطیل شکل (مطابق شکل)، مقدار فولاد بکار رفته به میزان ۲۰ درصد بیشتر از حد توازن مقطع میباشد. در صورتیکه طراح بخواهد با اضافه کردن بال فشاری به مقطع، مقطع را در حالت متوازن قرار دهد، مقدار مساحت بال فشاری چقدر خواهد بود؟

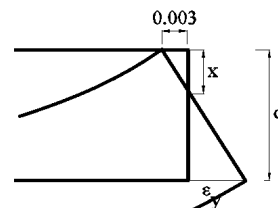


$$f'_c, f_y, \beta, \epsilon_{cu} = 0.003 \quad E_s = 2.04 \times 10^5 \text{ MPa}$$

$$0.17\beta \frac{6100}{6100+f_y} bd \quad (۴) \quad 0.17\beta \frac{6100}{6100+f_y} \frac{f'_c}{f_y} bd \quad (۳) \quad 0.2\beta \frac{6100}{6100+f_y} \frac{f'_c}{f_y} bd \quad (۲) \quad 0.2\beta \frac{6100}{6100+f_y} bd \quad (۱)$$

با توجه به اینکه مقطع مجددا در حالت بالانس قرار گرفته است، میتوان بر اساس دیاگرام کرنش مقدار  $x$  نهایی را بدست آورد:

$$\frac{x}{0.003} = \frac{d-x}{\epsilon_y} \rightarrow x = \frac{0.003}{0.003 + \epsilon_y} d = \frac{6100}{6100 + f_y} d$$



قبل از تغییر مقطع:

$$(A_{c\text{اولیه}}) \times 0.85f'_c = A_{sb\text{اولیه}} F_y \rightarrow A_{sb\text{اولیه}} = (A_{c\text{اولیه}}) \times \frac{0.85f'_c}{F_y} = (b \times \beta x) \times \frac{0.8}{F_y}$$

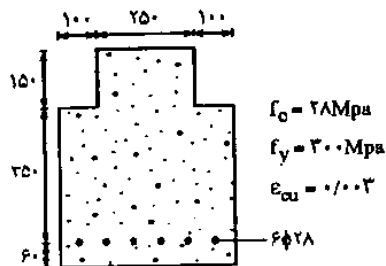
$$\rightarrow A_{sb\text{اولیه}} = \left( b \times \beta \frac{6100}{6100 + f_y} d \right) \times \frac{0.85f'_c}{F_y} = 0.85\beta \left( \frac{6100}{6100 + f_y} \right) \times \frac{f'_c}{F_y} bd$$

پس از افزوده شدن ۲۰ درصدی مساحت میلگردها و افزوده شدن مساحت جدید به بتن فشاری، با توجه به اینکه عمق ناحیه فشاری ( $x$ ) تغییر نکرده، قسمت های جدید اضافه شده باید با هم در تعادل باشند:

$$(A_{c\text{جدید}}) \times 0.85f'_c = 0.2 A_{sb\text{اولیه}} F_y \rightarrow A_{c\text{جدید}} = A_{sb\text{اولیه}} \times 0.2 \frac{F_y}{0.85f'_c} = 0.2\beta \left( \frac{6100}{6100 + f_y} \right) bd$$

مقاومت خمشی طراحی مقطع نشان داده شده در شکل زیر را محاسبه کنید: (براساس آیین نامه آبا)

(مهندس عمران آزاد ۸۳)



$$30.3/4 \text{ kN.m (۱)}$$

$$256/9 \text{ kN.m (۲)}$$

$$20.1/8 \text{ kN.m (۳)}$$

$$219/9 \text{ kN.m (۴)}$$

ابتدا فرض کنیم مقطع مستطیلی عمل میکند:

$$A_s f_y = ab \times 0.85f'_c \rightarrow a = \frac{A_s f_y}{0.85f'_c b} = \frac{(6 \times 615) \times 300}{0.85 \times 28 \times 250} = 186 \text{ mm} > t = 150 \text{ N.G.}$$

فرض فوق اشتباه بود و ناحیه فشاری فراتر از عمق ۱۵۰ میلیمتر خواهد بود.

تکرار مساله با فرض اینکه عمق ناحیه فشاری فراتر از ۱۵۰ میلیمتر خواهد بود:

$$A_s f_y = (150 \times 250 + (a - 150) \times 450) \times 0.85f'_c$$

نکته: لازم نیست مساله فوق مجددا حل شود.

کافی هست که مساحت جدید را با مساحت بدست آمده در مساله قبل قرار دهیم:

$$186 \times 250 = 150 \times 250 + (a - 150) \times 450 \rightarrow a = 170 \text{ mm}$$

محاسبه مقاومت خمشی:

$$\phi M_n = \phi (170 \times 250 \times 0.85f'_c \times (415) + 20 \times 200 \times 0.85f'_c \times (340)) = 406 \text{ kN.m}$$

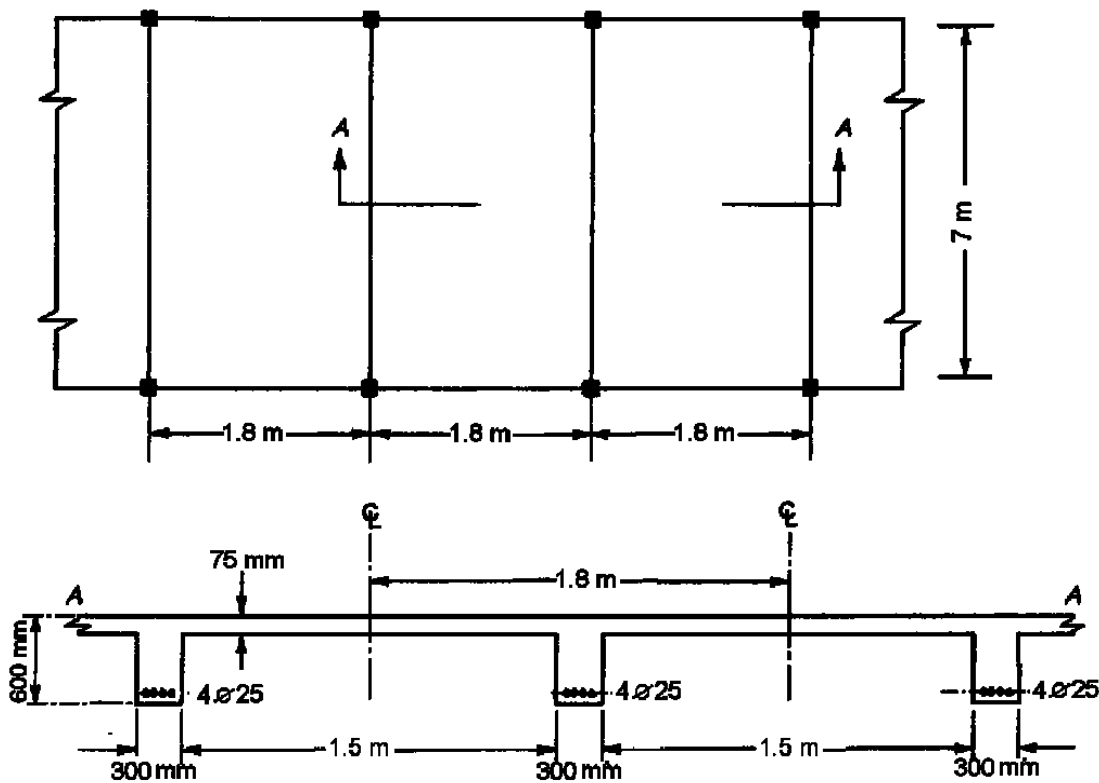
مقدار فوق با آیین نامه جدید محاسبه شده و بنابراین پاسخ در گزینه ها موجود نیست.

**Example:**

Calculate the design strength  $\phi M_n$  for one of the T beams in the positive moment region.

The beam has a clear span of 7 m (face to face).

$f'_c = 28 \text{ MPa}, \quad f_y = 420 \text{ MPa}.$

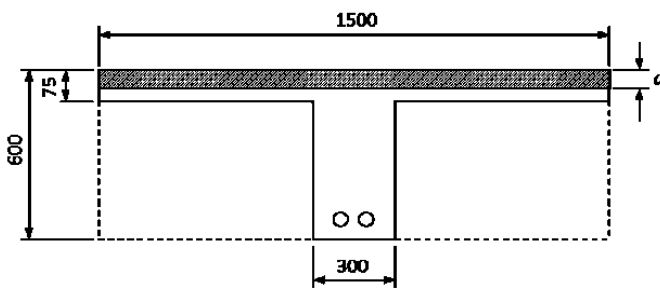


**Solution:**

From the Geometry of T-section:

$b_w = 300 \text{ mm}, \quad h = 600 \text{ mm}, \quad t = h_f = 75 \text{ mm}$

$A_s(4\text{Ø}25) = 1963.5 \text{ mm}^2$



$b_e$  is the smallest of:

- (a)  $b_e \leq b_w + \frac{L}{4} = 300 + \frac{7000}{4} = 2050 \text{ mm},$
- (b)  $b_e \leq b_w + 16h_f = 300 + 16 \cdot 75 = 1500 \text{ mm}, \quad \text{— control}$
- (c)  $b_e \leq \text{Center to Center spacing between adjacent beams} = 1800 \text{ mm}.$

Take  $b_e = 1500 \text{ mm}.$

$a = \frac{A_s f_y}{0.85 f'_c b_e} = \frac{1963.5 \cdot 420}{0.85 \cdot 28 \cdot 1500} = 23.1 \text{ mm} < h_f = 75 \text{ mm}$

The beam section will be considered as rectangular with  $b = b_e = 1500 \text{ mm}.$

$d = 600 - 40 - 10 - \frac{25}{2} = 537.5 \text{ mm}$

$M_n = A_s f_y \left( d - \frac{a}{2} \right) = 1963.5 \cdot 420 \left( 537.5 - \frac{23.1}{2} \right) \times 10^{-6} = 433.74 \text{ KN} \cdot \text{m}$

Check for strain  $\epsilon_s \geq 0.005$

$c = \frac{a}{\beta_1} = \frac{23.1}{0.85} = 27.18 \text{ mm}, \quad \beta_1 = 0.85$

$\epsilon_s = 0.003 \left( \frac{d - c}{c} \right) = 0.003 \left( \frac{537.5 - 27.18}{27.18} \right) = 0.0565 > 0.005 \quad \text{OK}$

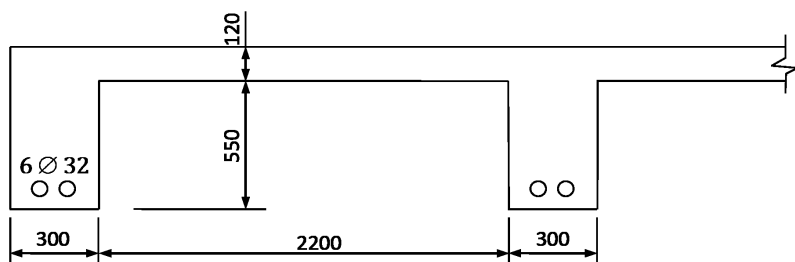
Take  $\phi = 0.9$  for flexure as tension-controlled section.

$M_u = \phi M_n = 0.9 \cdot 433.74 = 390.37 \text{ KN} \cdot \text{m}$

**Example:**

Determine the positive moment capacity of the edge L-section beam. The beam has a clear span of 6 m (face to face).

$f'_c = 20 \text{ MPa}, \quad f_y = 400 \text{ MPa}.$



**Solution:**

From the Geometry of T-section:

$b_w = 300 \text{ mm}, \quad h = 670 \text{ mm}, \quad t = h_f = 120 \text{ mm}$

$A_s(6\phi 32) = 4825.5 \text{ mm}^2$

$b_e$  is the smallest of:

- (a)  $b_e \leq b_w + \frac{L}{12} = 300 + \frac{6000}{12} = 800 \text{ mm}, \quad - \text{control}$
- (b)  $b_e \leq b_w + 6h_f = 300 + 6 \cdot 120 = 1020 \text{ mm},$
- (c)  $b_e \leq b_w + \frac{1}{2} \text{ the clear distance to the next beam web} = 300 + \frac{2200}{2} = 1400 \text{ mm}.$

Take  $b_e = 800 \text{ mm}.$

Check if  $a > h_f$

$a = \frac{A_s f_y}{0.85 f'_c b_e} = \frac{4825.5 \cdot 400}{0.85 \cdot 20 \cdot 800} = 141.93 \text{ mm} > h_f = 120 \text{ mm}$

The beam section will be considered as L-section with

$b_e = 800 \text{ mm}.$

$A_{sf} = \frac{0.85 f'_c (b_e - b_w) h_f}{f_y} = \frac{0.85 \cdot 20 (800 - 300) 120}{400} = 2550 \text{ mm}^2$

$A_{sw} = A_s - A_{sf} = 4825.5 - 2550 = 2275.5 \text{ mm}^2$

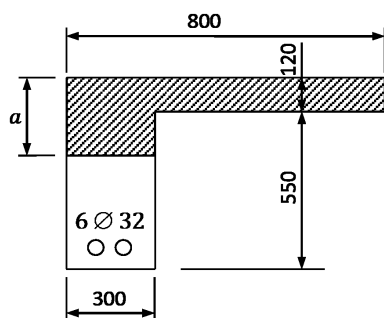
$a = \frac{A_{sw} f_y}{0.85 f'_c b_w} = \frac{2275.5 \cdot 400}{0.85 \cdot 20 \cdot 300} = 178.47 \text{ mm}$

$A_s (6\phi 32)$  are arranged in two layers

$d = 670 - 40 - 10 - 32 - \frac{25}{2} = 575.5 \text{ mm}$

$M_n = A_{sf} f_y \left( d - \frac{h_f}{2} \right) + A_{sw} f_y \left( d - \frac{a}{2} \right) =$

$= \left[ 2550 \cdot 400 \left( 575.5 - \frac{120}{2} \right) + 2275.5 \cdot 400 \left( 575.5 - \frac{178.47}{2} \right) \right] \times 10^{-6} = 968.4 \text{ KN} \cdot \text{m}$

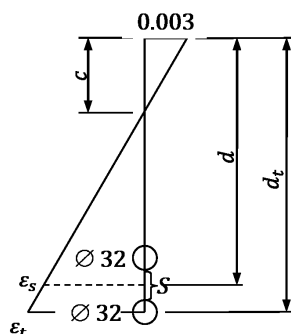


Check for strain  $\epsilon_s \geq 0.005$

$c = \frac{a}{\beta_1} = \frac{178.47}{0.85} = 209.96 \text{ mm}, \quad \beta_1 = 0.85$

$d_t = d + \frac{s}{2} + \frac{d_b}{2} = 575.5 + \frac{25}{2} + \frac{32}{2} = 604 \text{ mm}$

$\epsilon_t = 0.003 \left( \frac{d_t - c}{c} \right) = 0.003 \left( \frac{604 - 209.96}{209.96} \right) = 0.00563 > 0.005 \quad OK$



Take  $\phi = 0.9$  for flexure as tension-controlled section.

$M_u = \phi M_n = 0.9 \cdot 961.65 = 865.49 \text{ KN} \cdot \text{m}$

**Example:**

Compute the positive design moment capacity of the T-section beam.

$$f'_c = 20 \text{ MPa}, \quad f_y = 420 \text{ MPa}.$$

**Solution:**

From the Geometry of T-section:

$$b_w = 200 \text{ mm}, \quad h = 650 \text{ mm}, \quad t = h_f = 80 \text{ mm}$$

$$A_s(4\varnothing 28) = 2463 \text{ mm}^2$$

Check if  $a > h_f$

$$a = \frac{A_s f_y}{0.85 f'_c b_e} = \frac{2463 \cdot 420}{0.85 \cdot 20 \cdot 600} = 101.42 \text{ mm}$$

$a = 101.42 \text{ mm} > h_f = 80 \text{ mm}$ . The beam section will be considered as T-section.

$$A_{sf} = \frac{0.85 f'_c (b_e - b_w) h_f}{f_y} = \frac{0.85 \cdot 20 (600 - 200) 80}{420} = 1295.2 \text{ mm}^2$$

$$A_{sw} = A_s - A_{sf} = 2463 - 1295.2 = 1167.76 \text{ mm}^2$$

$$a = \frac{A_{sw} f_y}{0.85 f'_c b_w} = \frac{1167.76 \cdot 420}{0.85 \cdot 20 \cdot 200} = 144.25 \text{ mm}$$

$A_s$  ( $4\varnothing 28$ ) are arranged in two layers

$$d = 650 - 40 - 10 - 28 - \frac{30}{2} = 557 \text{ mm}$$

$$M_n = A_{sf} f_y \left( d - \frac{h_f}{2} \right) + A_{sw} f_y \left( d - \frac{a}{2} \right) =$$

$$= \left[ 1295.2 \cdot 420 \left( 557 - \frac{80}{2} \right) + 1167.76 \cdot 420 \left( 557 - \frac{144.25}{2} \right) \right] \times 10^{-6} = 519.05 \text{ KN} \cdot \text{m}$$

Check for strain  $\varepsilon_s \geq 0.005$

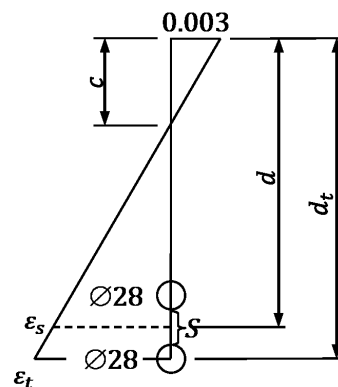
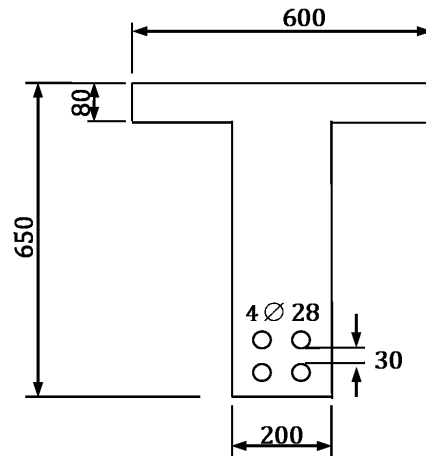
$$c = \frac{a}{\beta_1} = \frac{144.25}{0.85} = 169.7 \text{ mm}, \quad \beta_1 = 0.85$$

$$d_t = d + \frac{s}{2} + \frac{d_b}{2} = 557 + \frac{30}{2} + \frac{28}{2} = 586 \text{ mm}$$

$$\varepsilon_t = 0.003 \left( \frac{d_t - c}{c} \right) = 0.003 \left( \frac{586 - 169.7}{169.7} \right) = 0.00736 > 0.005 \quad \text{OK}$$

Take  $\phi = 0.9$  for flexure as tension-controlled section.

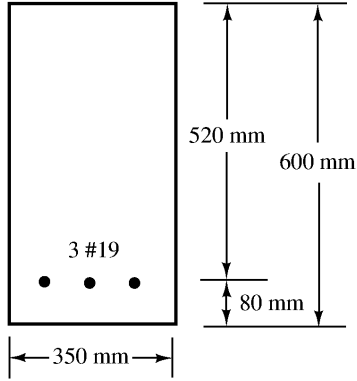
$$M_u = \phi M_n = 0.9 \cdot 519.05 = 467.15 \text{ KN} \cdot \text{m}$$



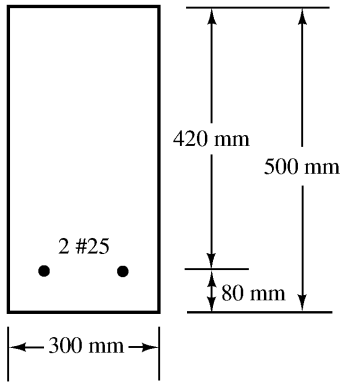
**Problems in SI Units**

For Problems 2.42 to 2.44, determine the cracking moments for the sections shown if  $f'_c = 28$  MPa and the modulus of rupture is  $f_r = 0.7\sqrt{f'_c}$  with  $f'_c$  in MPa.

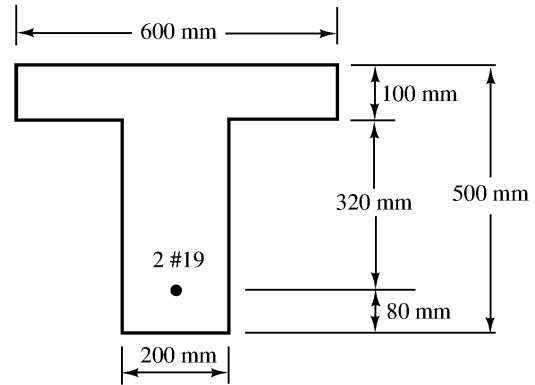
**Problem 2.42**



**Problem 2.43** (Ans. 46.30 kN-m)

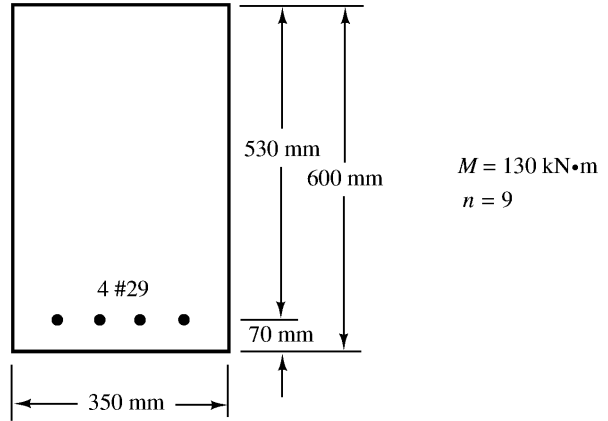


**Problem 2.44**

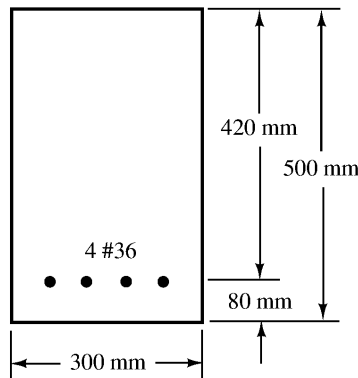
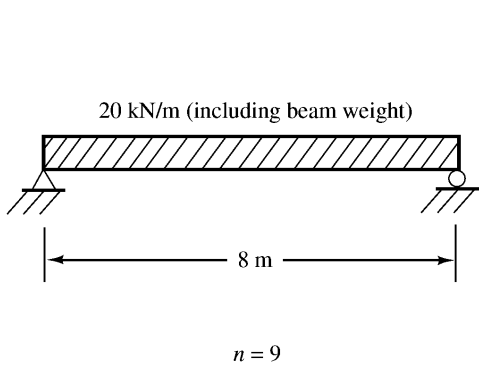


For Problems 2.45 to 2.47, compute the flexural stresses in the concrete and steel for the beams shown using the transformed-area method.

**Problem 2.45** (Ans.  $f'_c = 7.785$  MPa,  $f_s = 109.31$  MPa)



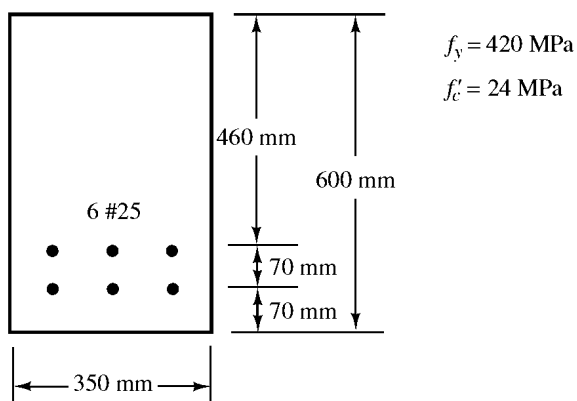
**Problem 2.46**



For Problems 2.48 to 2.55, compute  $M_n$  values.

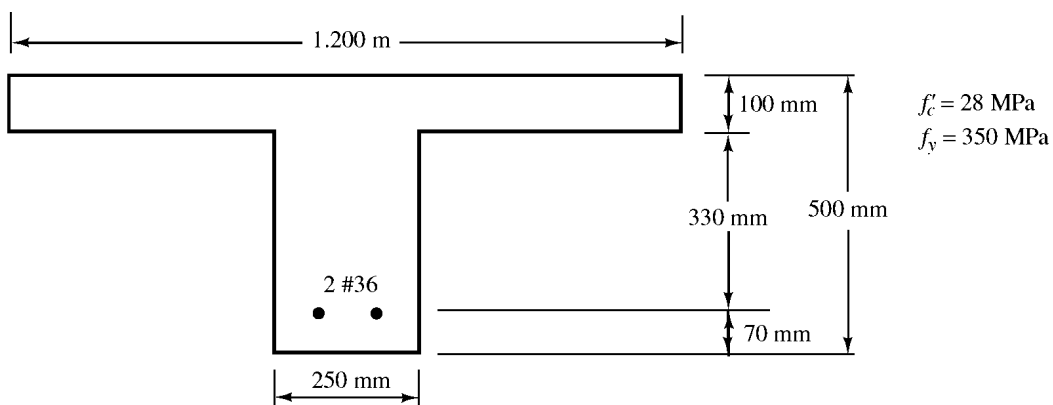
Problem No.	$b$ (mm)	$d$ (mm)	Bars	$f'_c$ (MPa)	$f_y$ (MPa)	Ans.
2.48	300	600	3 #36	35	350	—
2.49	320	600	3 #36	28	350	560.5 kN-m
2.50	350	530	3 #25	24	420	—
2.51	370	530	3 #25	24	420	313 kN-m

**Problem 2.52**

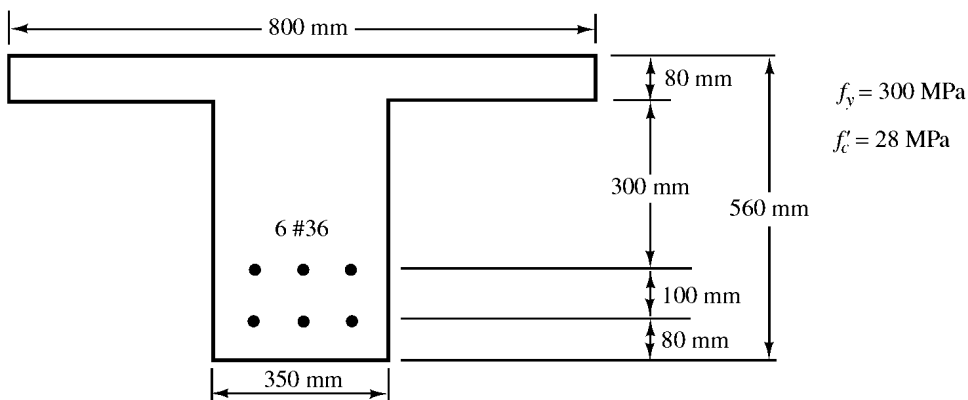


**Problem 2.53** Repeat Problem 2.48 if four #36 bars are used. (Ans. 734 kN·m)

**Problem 2.54**

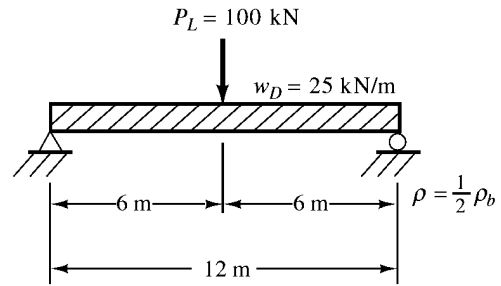


**Problem 2.55** (Ans. 689.7 kN·m)

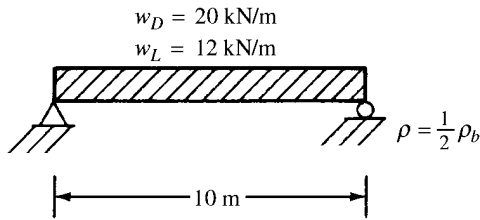


**Problem 4.35** (One ans. 450 mm × 890 mm with 6 #32 bars)

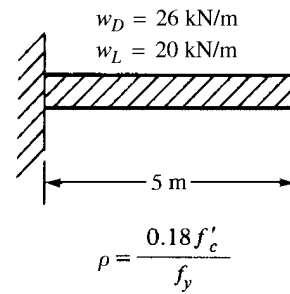
For Problems 4.34 to 4.39, design rectangular sections for the beams, loads, and  $\rho$  values shown. Beam weights are not included in the loads given. Show sketches of cross sections including bar sizes, arrangements, and spacing. Assume concrete weighs  $23.5 \text{ kN/m}^3$ .  $f_y = 420 \text{ MPa}$  and  $f'_c = 28 \text{ MPa}$ .



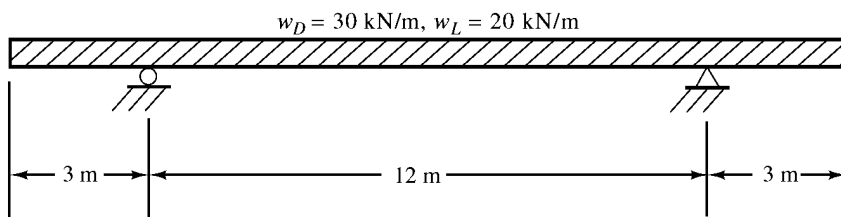
**Problem 4.34**



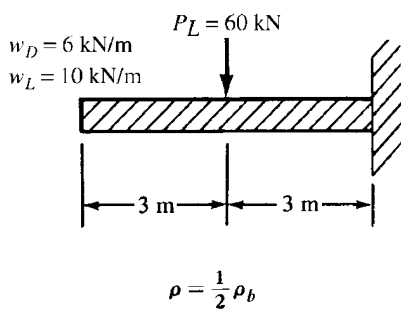
**Problem 4.36**



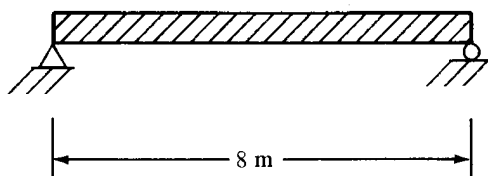
**Problem 4.37** Place live loads to cause maximum positive and negative moments.  $\rho = 0.18 f'_c / f_y$ . (One ans. 450 mm × 900 mm with 6 #32 bars positive reinf.)



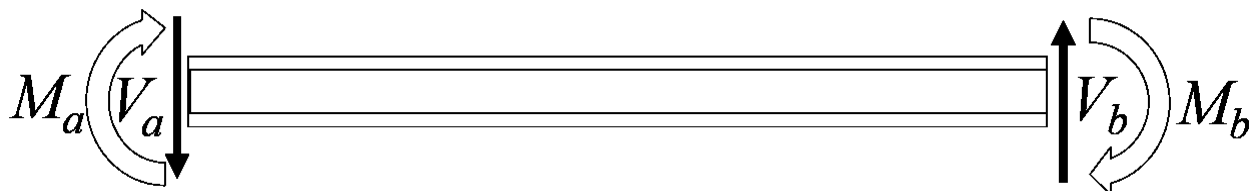
**Problem 4.38**



**Problem 4.39** Design the one-way slab shown in the accompanying figure to support a live load of  $12 \text{ kN/m}^2$ . Do not use the ACI thickness limitation for deflections. Assume concrete weighs  $23.5 \text{ kN/m}^3$ .  $f'_c = 28 \text{ MPa}$  and  $f_y = 420 \text{ MPa}$ . Use  $\rho = \rho_{\max}$ . (One ans. 240-mm slab with #25 @ 140-mm main steel)

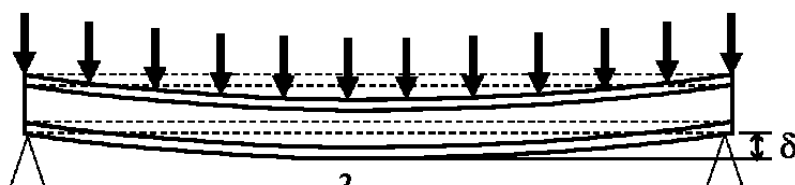






موارد مهمی که باید در مورد تیرها کنترل گردد؟

- ۱- برش تیر
- ۲- خمش تیر
- ۳- خیز تیر

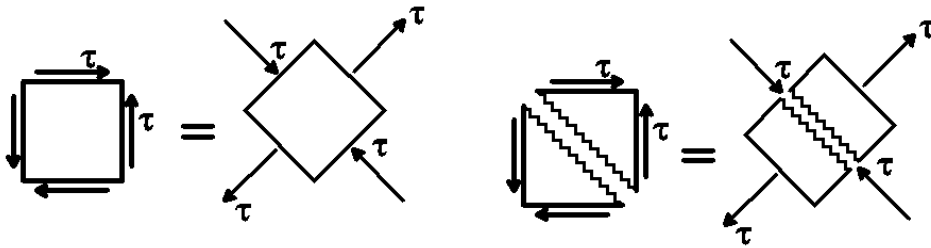


$$M = \frac{qL^2}{8} \quad V = \frac{qL}{2}$$

$$M_{\text{مقاوم}} = ? \quad V_{\text{مقاوم}} = ?$$

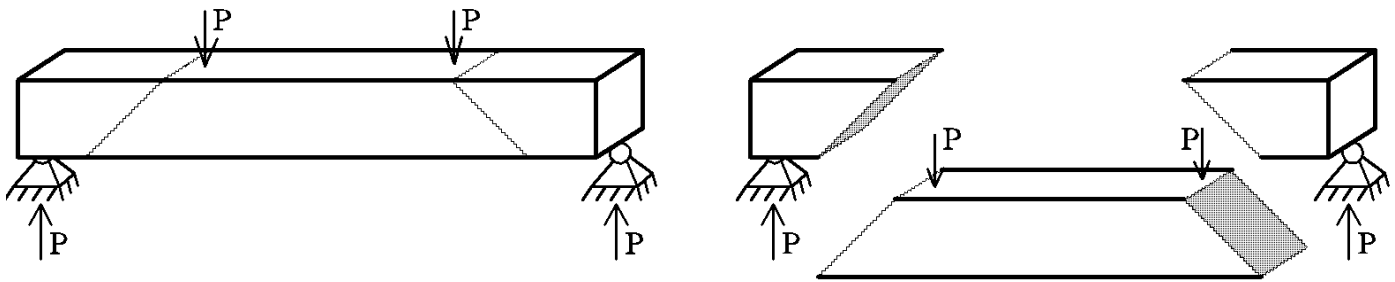
- ابعاد تیرهای با طول متعارف معمولاً ابتدا بر اساس لنگر خمشی وارد بر آنها تعیین میشود و مهندسین در ابتدای کار هنگام انتخاب مقطع مناسب به خمش وارد بر تیر توجه میکنند. پس از انتخاب مقطع مناسب برای خمش، آنرا برای برش کنترل و طراحی میکنند.
- رفتار تیرها در خمش (به شرط اینکه درصد میلگرد کششی از حداکثر مجاز آیین نامه فراتر نرود) یک رفتار شکل پذیر هست.
- تیرهای بتنی تحت برش از شکل پذیری کمتری نسبت به خمش برخوردار هستند و به همین جهت طراحی معمولاً به گونه ای انجام میشود که خرابی برشی پس از خرابی خمشی رخ دهد.

زمانی که یک المان تحت برش خالص قرار دارد، این المان در حقیقت تحت ترکیب کشش و فشار قرار دارد. بتن تحت کشش ضعیف است و ترک می خورد:

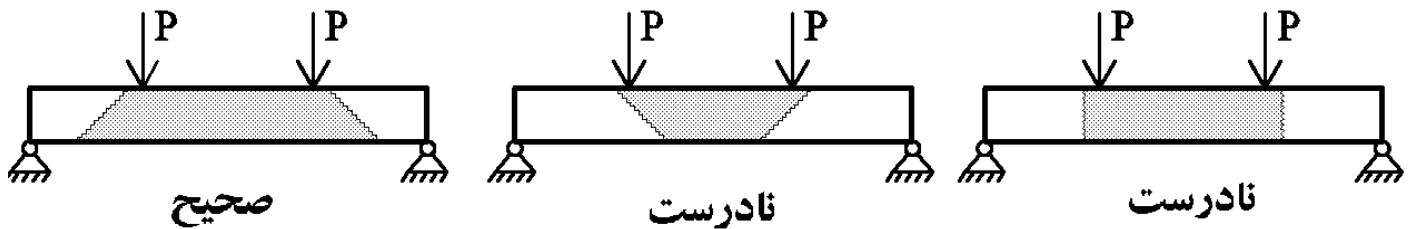


ترکهای برشی با راستای نیروی وارده زاویه ۴۵ درجه می سازند. در حقیقت بتن تحت "برش" به صورت کششی "ترک" می خورد.

نحوه تشخیص ترک: تیر به صورتی ترک می خورد که بتواند در راستای اعمال نیرو حرکت کند:



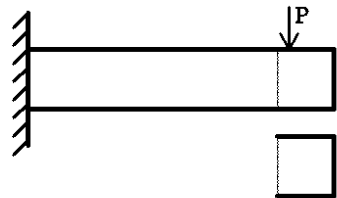
• بتن در کشش ضعیف است و بنابراین تحت برش خالص به صورت ۴۵ درجه ترک میخورد.



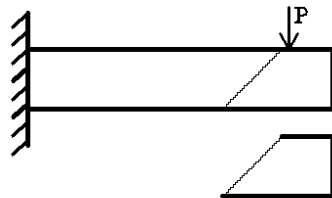
صحیح

نادرست

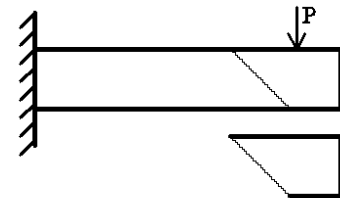
نادرست



نادرست

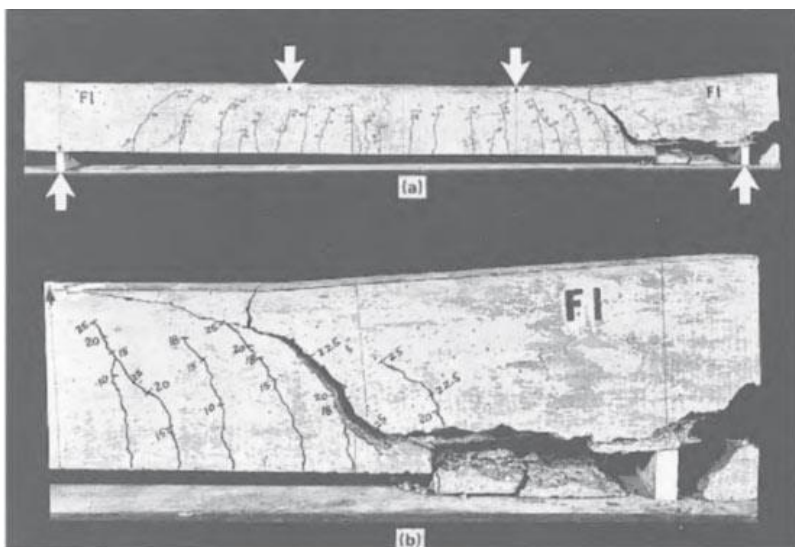


صحیح



نادرست

شکست برشی ستون در زلزله San Fernando 1971 (شکل سمت راست):



در شکل زیر سمت چپ تیر به سمت پایین در حال سقوط هست که برای مهار آن و جلوگیری از ریزش، شمع بندی و پایه موقت اضافه شده است.



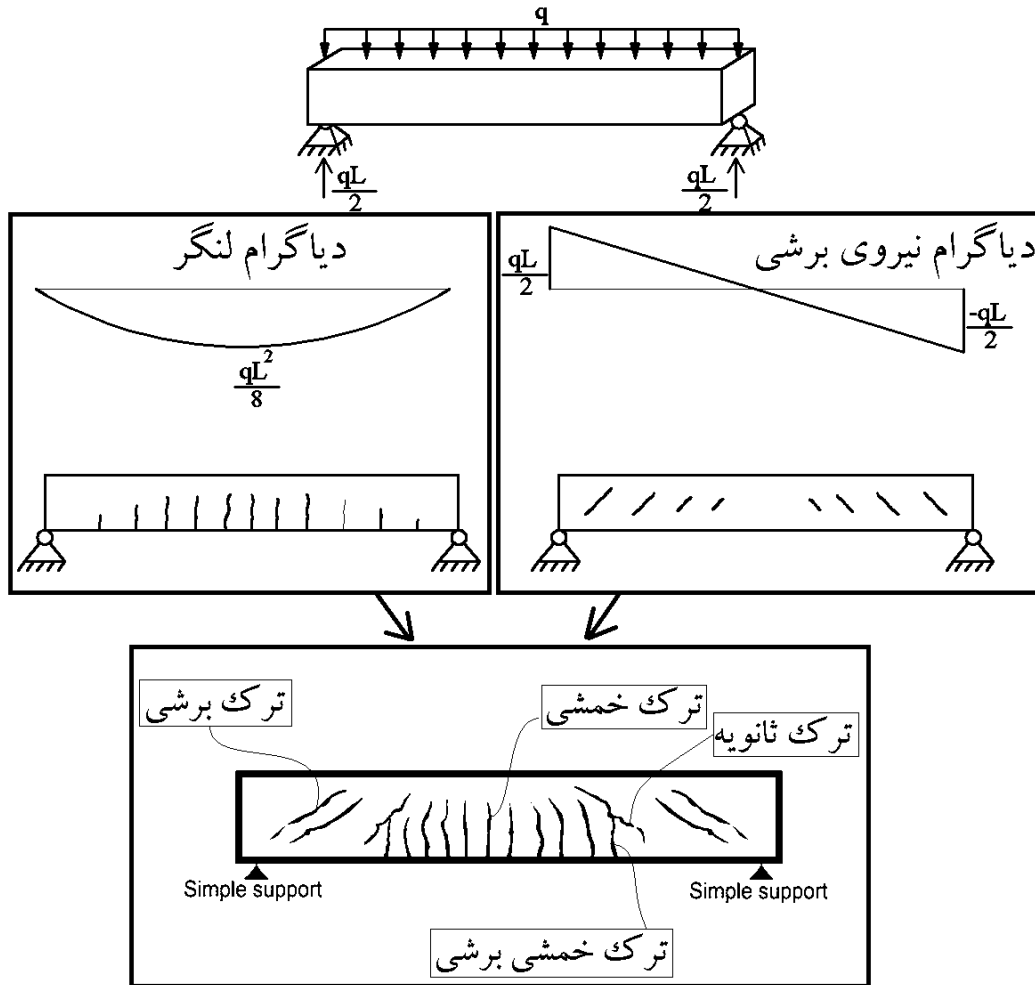
در شکل زیر یک تیر تحت بار متمرکز در وسط قرار گرفته



در شکل زیر ترکهای ۴۵ درجه برشی در تیر قابل مشاهده است.

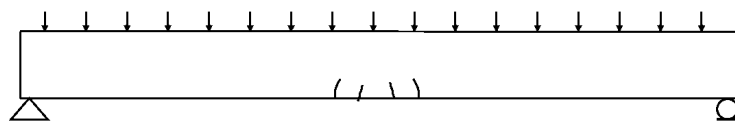


۴-۱- ترکیب برش و خمش در تیر ساده تحت بار گسترده

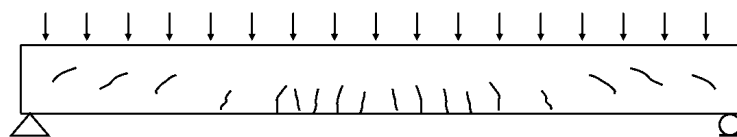


در مقطع مستطیلی تحت برش، تنش برشی حداکثر در وسط جان اتفاق می افتد و بنابراین ترک های برشی از وسط مقطع شروع می شوند.

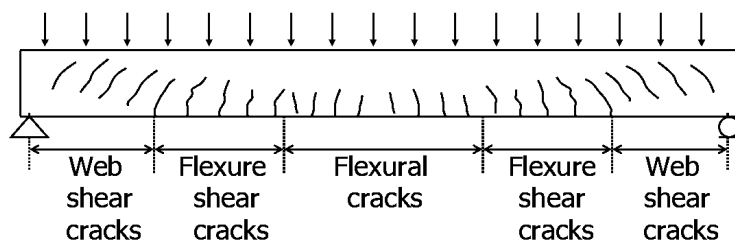
در مقطع مستطیلی تحت خمش، تنش خمشی حداکثر در پایین مقطع اتفاق می افتد و بنابراین ترک ها از پایین مقطع شروع می شوند.



a) Initiation of flexural cracks



b) Growth of flexural cracks and formation of flexure shear and web shear cracks.



c) Cracks before failure

نکته: در تیرهای عادی با طول متعارف، ابتدا ترک خمشی ایجاد می شوند و سپس با افزایش بار ترک های برشی و ترک های خمشی برش ایجاد می شوند.

نمونه الگوی ترک در یک تیر سراسری تحت اثر بار گسترده یکنواخت در شکل زیر نشان داده شده است. لنگر در دو انتهای تیر منفی بوده و ترکهای خمشی در بالای مقطع ظاهر می شوند.

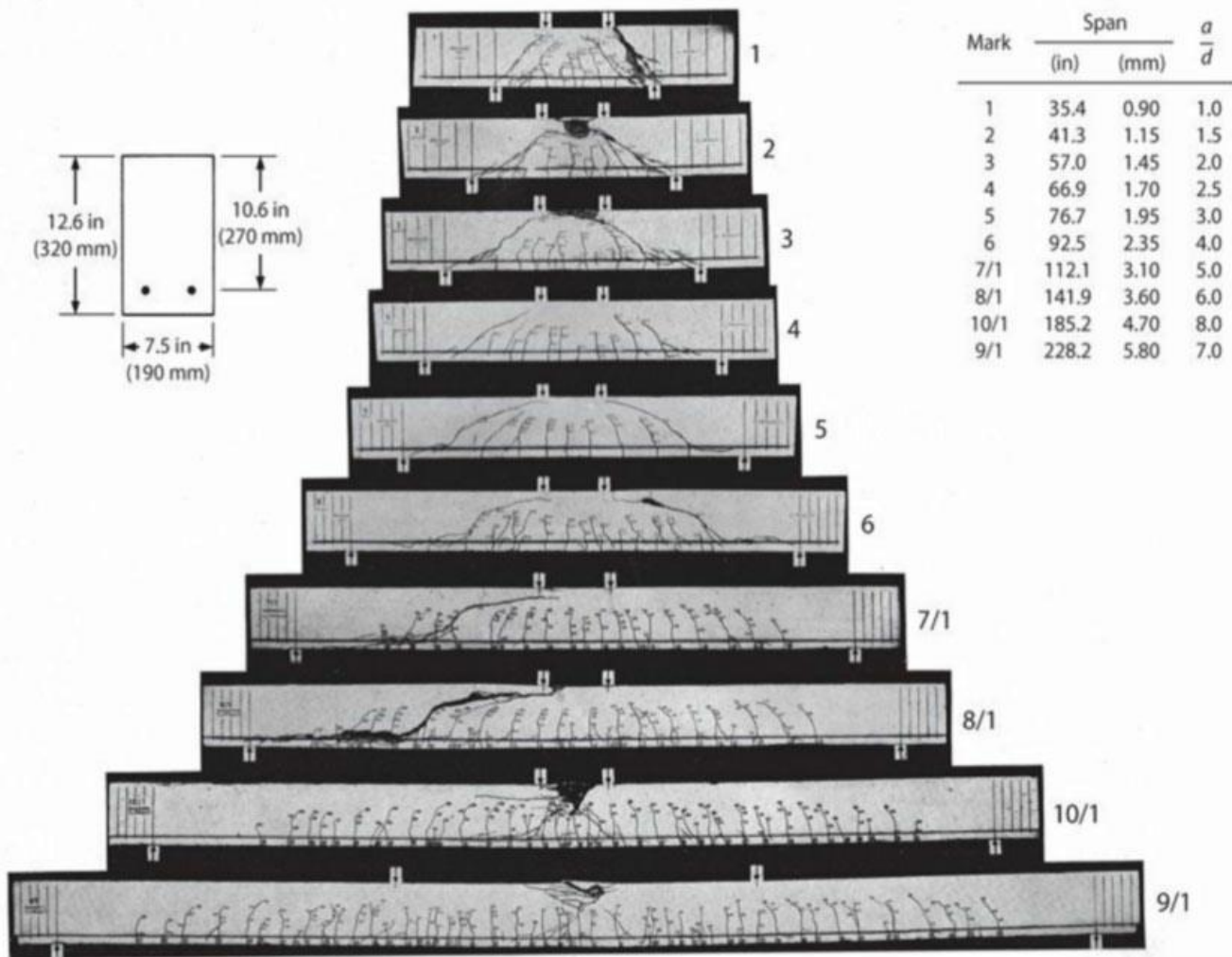
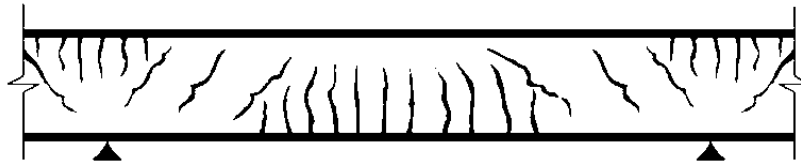
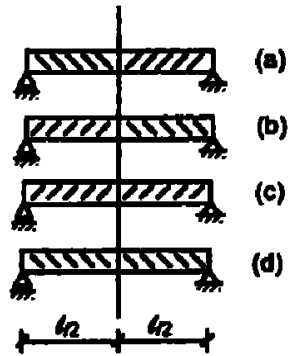


FIGURE 7.29 Damage at failure in series of tests on beams without transverse reinforcement. (After Leonhardt, 1962.)

۲۵- در یک تیر با تکیه‌گاه‌های ساده تحت اثر بار گسترده ثقلی یکنواخت از نظر آرایش آرماتورهای

برشی، گزینه صحیح را انتخاب نمایید؟



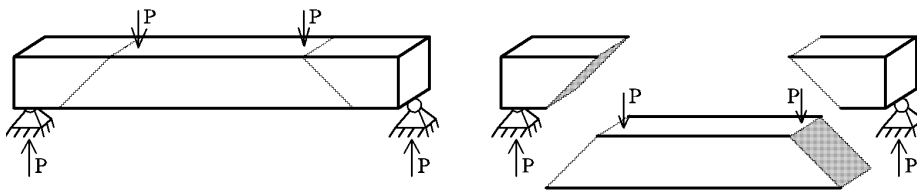
(a) ۱

(d) ۲

(c) ۳

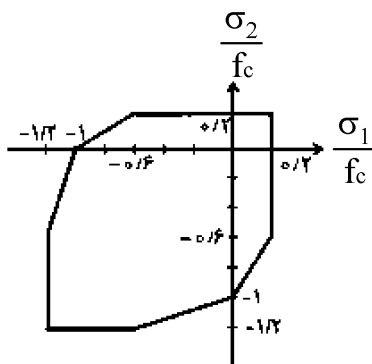
(b) ۴

با توجه به نحوه ترک خوردن تیرهای بتنی تحت بار ثقلی که در شکل زیر نشان داده شده است، خاموت‌ها باید عمود بر راستای ترک‌ها قرار داده شوند تا بتوانند ترک‌ها را بدوزند. بنابراین گزینه ۱ صحیح است.



## سراسری ۹۶

اگر برای بتن با مقاومت فشاری  $f_c$  پوش شکست تحت اثر حالات تنش دو محور به صورت شکل زیر باشد، مقاومت بتن در برش خالص، چه ضریبی از  $f_c$  است؟



(۱) ۰/۱

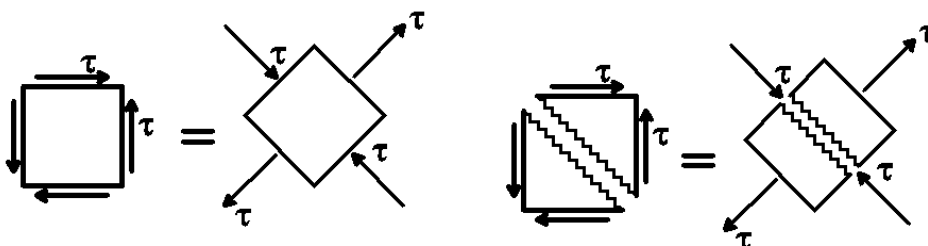
(۲) ۰/۱۵

(۳) ۰/۲

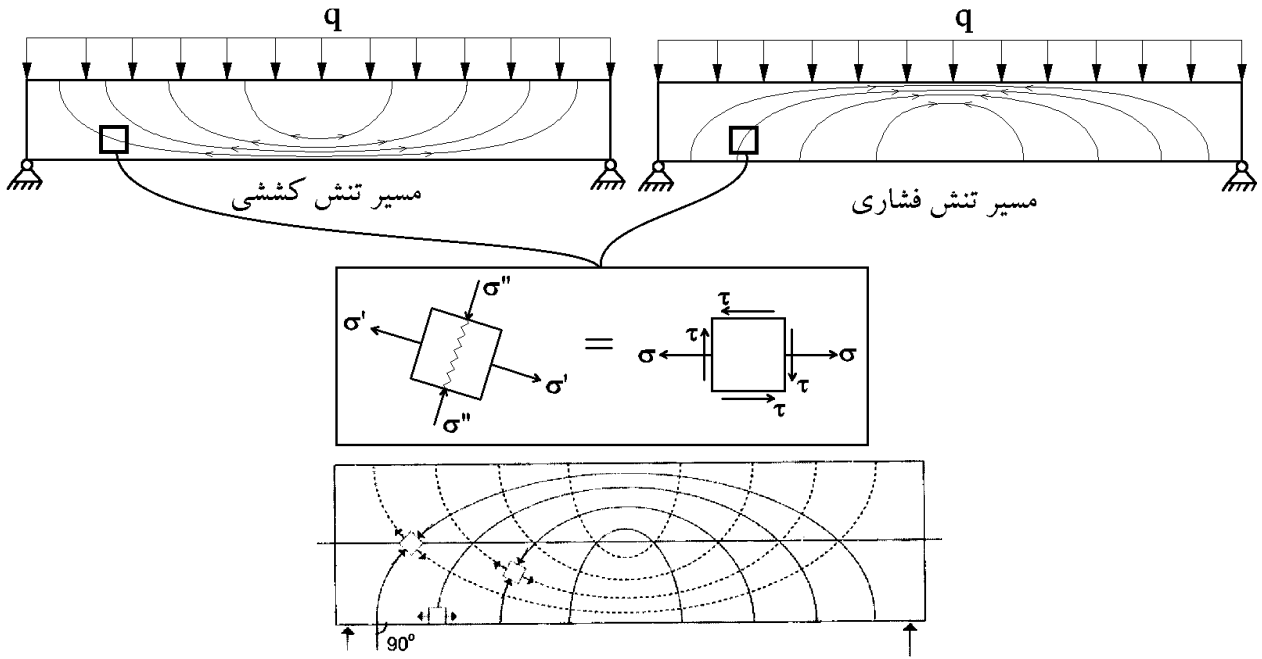
(۴) ۰/۲۵

گزینه ۳

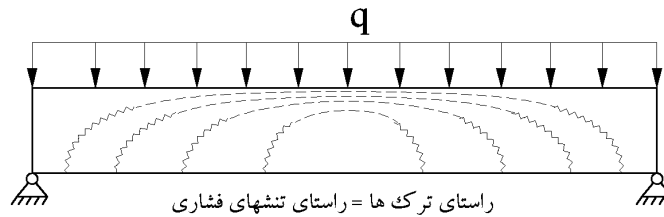
برش خالص معادل با کشش و فشار در دو راستای عمود بر هم می‌باشد (شکل زیر). با توجه به منحنی سطح شکست ارائه شده، مقاومت برشی برابر  $0.2f_c$  خواهد بود.



## ۲-۴- مسیر تنشهای کششی و فشاری در تیر

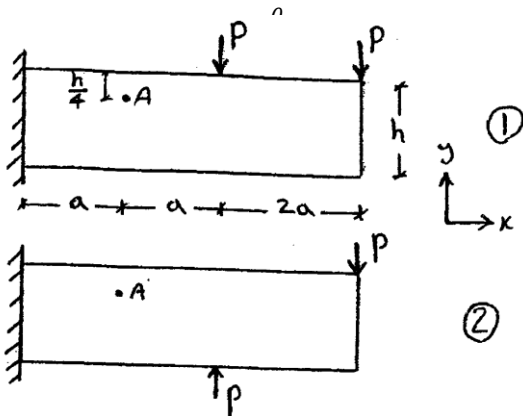


در وسط تیر برش داخلی تیر صفر است و تنها لنگر خمشی داریم و بنابراین راستای تنش های کششی و فشاری افقی می باشند. در المان نشان داده شده در بالا، هم نیروی برشی داریم و هم لنگر خمشی و راستای تنش کششی اصلی مطابق شکل می باشد. با توجه به المان فوق، راستای ترکها همیشه با راستای تنشهای فشاری اصلی یکسان می باشند:



## آزاد ۸۹

یک تیر بتنی کنسول با مقطع مستطیلی در دو حالت زیر بارگذاری شده است. با فرض ایجاد ترک در دو حالت بارگذاری در نقطه A در عمق  $h/4$ ، زاویه ترک نسبت به محور X در حالت اول به حالت (وزن تیر در برابر بارگذاری خارجی ناچیز فرض میشود).



$$\frac{\theta_{A1}}{\theta_{A2}} > 1 \quad (1)$$

$$\frac{\theta_{A1}}{\theta_{A2}} = 1 \quad (2)$$

$$\frac{\theta_{A1}}{\theta_{A2}} < 1 \quad (3)$$

(۴) مقدار عددی P و a لازم میباشد.

گزینه ۳

## سراسری ۹۵

ترک های برشی - خمشی در یک تیر بتن مسلح نسبت به محور طولی چه خصوصیت مهمی دارند؟

(۱) موازی هستند.

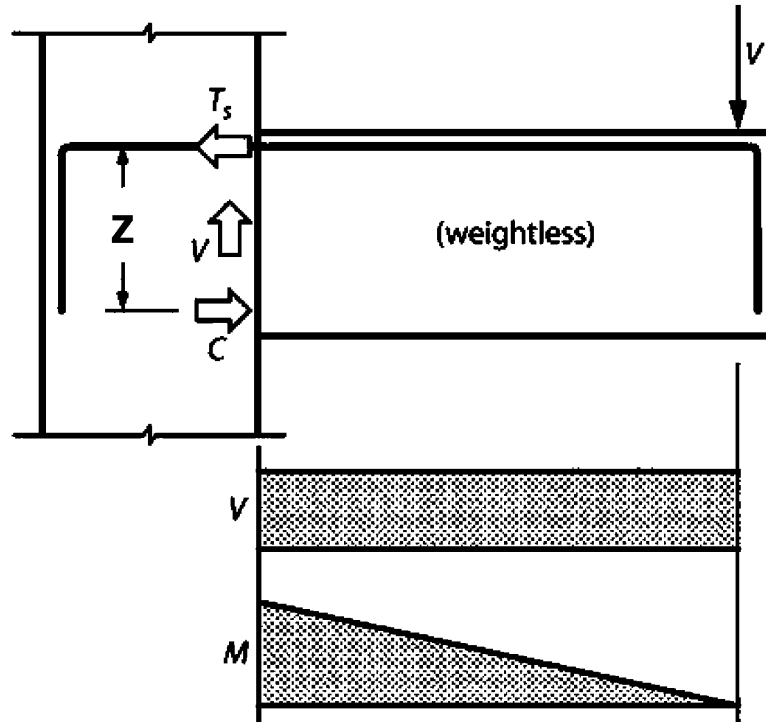
(۲) زاویه  $45^\circ$  دارند.

(۳) زاویه  $90^\circ$  دارند.

(۴) زاویه  $45^\circ$  تا  $90^\circ$  دارند.

گزینه ۴

به شکل زیر توجه کنید. فرض کنید وزن تیر ناچیز است.



از درس مقاومت مصالح داریم:

$$Vdx = d(M)$$

با جاگذاری  $M = TZ$  در رابطه فوق داریم:

$$Vdx = d(T \times Z) \quad \rightarrow \quad Vdx = d(T) \times Z + d(Z) \times T$$

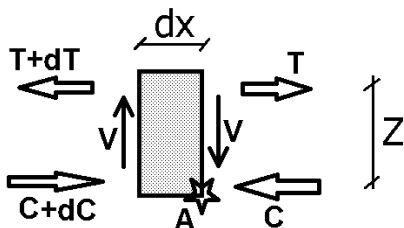
رابطه فوق نشان میدهد برش به دو طریق در تیر تشکیل میشود. ترم اول در رابطه فوق نشان دهنده مکانیزم انتقال برش با عملکرد تیر می باشد و ترم دوم نیز نشان دهنده انتقال برش با عملکرد قوسی می باشد.

#### انتقال برش با عملکرد تیر (Beam action)

فرض کنید مقدار بازوی لنگر ( $Z$ ) در طول تیر ثابت باشد. در این حالت مقدار  $d(Z) = 0$  خواهد بود و خواهیم داشت:

$$\rightarrow Vdx = d(T)Z$$

حال به شکل زیر توجه کنید.

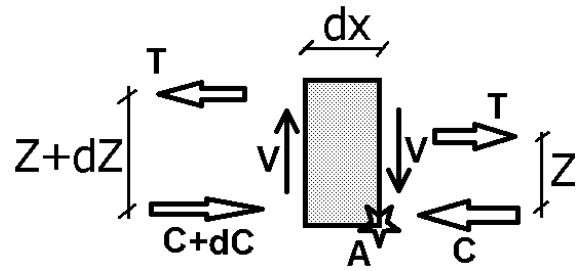


اگر حول نقطه A لنگر گیری کنیم، خواهیم داشت:

$$Vdx = d(T) \times Z$$



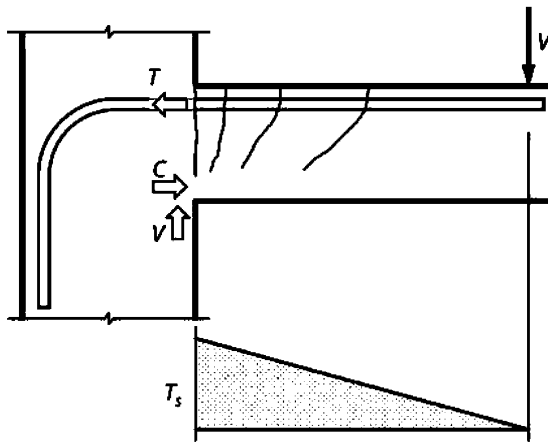
عملکرد قوس انتقال برش (Arch action)



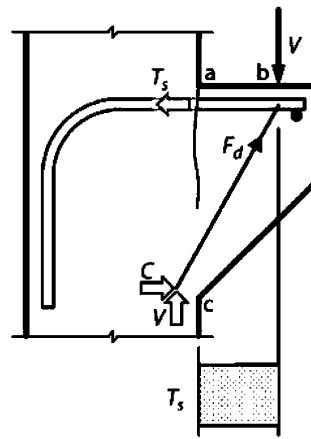
اگر حول نقطه A لنگرگیری کنیم، خواهیم داشت:

$$Vdx = d(Z) \times T$$

این عملکرد در تیرهای کوتاه و اتفاق می افتد که هنوز فشار به قسمت فوقانی مقطع منتقل نشده است.

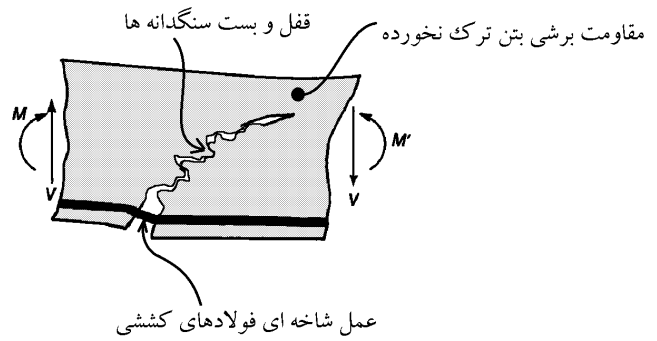


(a) Beam action

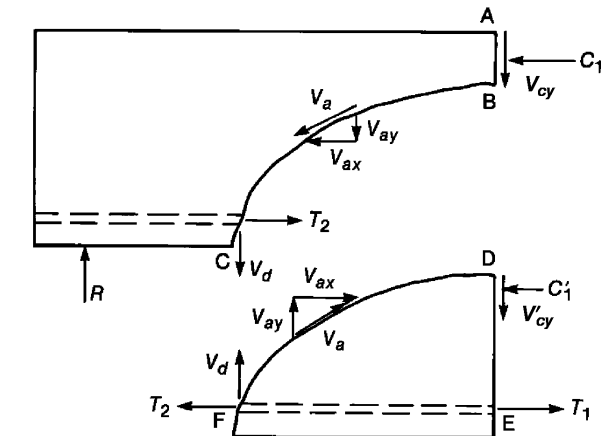


(b) Arch action

۴-۴- مقاومت برشی تیر بتنی ترک خورده



نحوه انتقال نیرو در محل ترک برشی در یک تیر بدون میلگرد عرضی در شکل زیر نشان داده شده است. برش در طول مسیر ABC توسط مجموعه ای از عوامل زیر منتقل میشود:



۱- برش در ناحیه بلوک فشاری

( $shear\ in\ compression\ zone = V_{cy}$ )

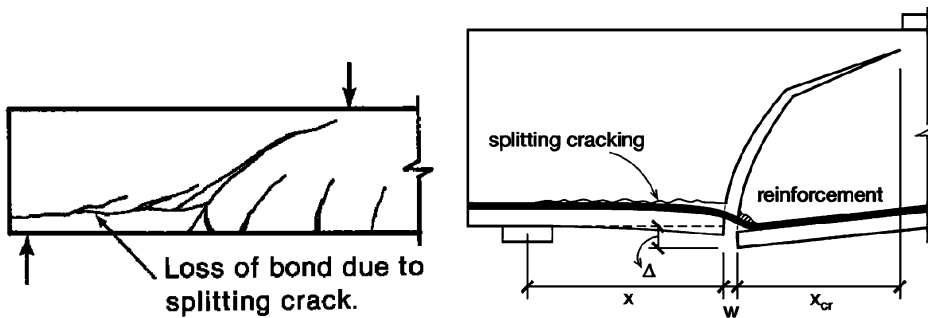
۲- درگیری و قفل و بست سنگدانه های دو سطح ترک

( $component\ of\ interlock\ of\ the\ aggregate\ particles = V_{ay}$ )

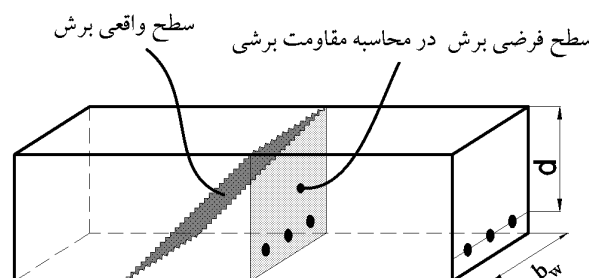
۳- عمل شاخه ای میلگردهای طولی

( $dowel\ action\ of\ the\ longitudinal\ reinforcement = V_d$ )

- بلافاصله پس از ایجاد ترک مورب در تیر، قسمت زیادی از برش توسط  $V_{ay}$  و  $V_d$  تحمل میشود.
- با افزایش عرض ترک مقدار  $V_{ay}$  (درگیری سنگدانه ها) کاهش یافته و سهم دو عامل دیگر افزایش میابد.
- نیروی  $V_d$  مطابق شکل زیر موجب ایجاد شکاف طولی در راستای میلگردهای طولی (splitting crack) میشود.



برای محاسبه مقاومت برشی مقطع دو روش داریم: ۱- روش تقریبی، ۲- روش دقیق. در هر دو روش مقاومت مقطع بر اساس سطح فرضی عمود بر صفحه محاسبه می شود:



## ۴-۵- روابط آیین نامه برای محاسبه مقاومت برشی بتن

- در صورتی که نیروی محوری ناچیز باشد (در تیرها عمدتاً اینگونه است)  $N_u$  در روابط زیر صفر در نظر گرفته شده و روابط ساده میشوند.
- در تیرها در صورتی که آرماتور برشی حداقل  $(A_{v,min})$  قرار داده شود، می توان از یکی از دو رابطه  $a$  و  $b$  (در جدول زیر) استفاده کرد.
  - رابطه  $b$  دقیق تر از رابطه  $a$  می باشد.
- نتیجه: در تیرها (با نیروی محوری قابل صرف نظر کردن) که آرماتور برشی حداقل در آنها قرار داده شده است، مقاومت برشی بتن با استفاده از رابطه تقریبی برابر است با:

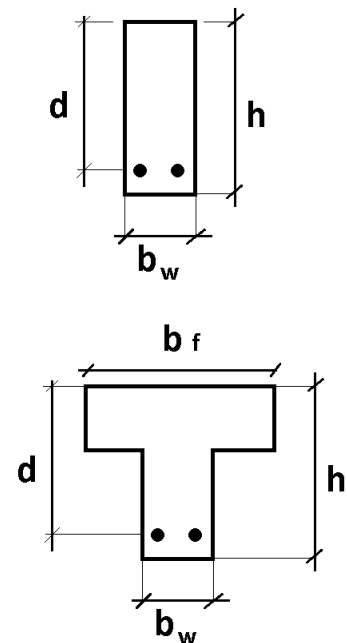
$$V_c = 0.17\lambda\sqrt{f'_c} b_w d \rightarrow \text{تیرهای دارای آرماتور برشی حداقل}$$

### 22.5.5 $V_c$ for nonprestressed members

**22.5.5.1** For nonprestressed members,  $V_c$  shall be calculated in accordance with Table 22.5.5.1 and 22.5.5.1.1 through 22.5.5.1.3.

**Table 22.5.5.1— $V_c$  for nonprestressed members**

Criteria	$V_c$		
$A_v \geq A_{v,min}$	Either of:	$\left(0.17\lambda\sqrt{f'_c} + \frac{N_u}{6A_g}\right) b_w d$	(a)
		$\left(0.66\lambda(\rho_w)^{\frac{1}{3}}\sqrt{f'_c} + \frac{N_u}{6A_g}\right) b_w d$	(b)
$A_v < A_{v,min}$		$\left(0.66\lambda_s\lambda(\rho_w)^{\frac{1}{3}}\sqrt{f'_c} + \frac{N_u}{6A_g}\right) b_w d$	(c)



Notes:

1. Axial load,  $N_u$ , is positive for compression and negative for tension.
2.  $V_c$  shall not be taken less than zero.

**22.5.5.1.1**  $V_c$  shall not be taken greater than  $0.42\lambda\sqrt{f'_c}b_w d$

**22.5.5.1.2** In Table 22.5.5.1, the value of  $N_u/6A_g$  shall not be taken greater than  $0.05f'_c$ .

**22.5.5.1.3** The size effect modification factor,  $\lambda_s$ , shall be determined by

$$\lambda_s = \sqrt{\frac{2}{1+0.004d}} \leq 1.0 \quad (22.5.5.1.3)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{اعضای دارای آرماتور برشی حداقل} \\ \text{رابطه تقریبی} \end{array} \right. V_c = \text{Min} \left( \begin{array}{l} 0.17\lambda\sqrt{f'_c} + \text{Min} \left( \frac{N_u}{6A_g} \right) \\ 0.42\lambda\sqrt{f'_c} \end{array} \right) b_w d$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{اعضای دارای آرماتور برشی حداقل} \\ \text{رابطه دقیق} \end{array} \right. V_c = \text{Min} \left( \begin{array}{l} 0.66\lambda\rho_w^{\frac{1}{3}}\sqrt{f'_c} + \text{Min} \left( \frac{N_u}{6A_g} \right) \\ 0.42\lambda\sqrt{f'_c} \end{array} \right) b_w d$$

با توجه به تبصره های فوق در اعضای که حداقل خاموت را دارا هستند، مقاومت برشی برابر است با:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{اعضای دارای آرماتور برشی حداقل و فاقد نیروی محوری} \\ \text{رابطه تقریبی} \end{array} \right. V_c = 0.17\lambda\sqrt{f'_c} b_w d$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{اعضای دارای آرماتور برشی حداقل و فاقد نیروی محوری} \\ \text{رابطه دقیق} \end{array} \right. V_c = \text{Min} \left( \begin{array}{l} 0.66\lambda\rho_w^{\frac{1}{3}}\sqrt{f'_c} \\ 0.42\lambda\sqrt{f'_c} \end{array} \right) b_w d$$

$V_c$  اعضای فاقد آرماتور برشی حداقل (مانند دال)

$$= \text{Min} \left( \begin{array}{l} 0.66 \sqrt{\frac{2}{1 + 0.004d}} \lambda \rho_w^{\frac{1}{3}} \sqrt{f'_c} + \text{Min} \left( \frac{N_u}{6A_g} \right) \\ 0.42\lambda\sqrt{f'_c} \end{array} \right) b_w d$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{اعضای فاقد آرماتور برشی حداقل (مانند دال)} \\ \text{و فاقد نیروی محوری} \end{array} \right. V_c = \text{Min} \left( \begin{array}{l} 0.66 \sqrt{\frac{2}{1 + 0.004d}} \lambda \rho_w^{\frac{1}{3}} \sqrt{f'_c} \\ 0.42\lambda\sqrt{f'_c} \end{array} \right) b_w d$$

• توجه: مطابق بند زیر، ضریب سائز  $\lambda_s$  برای پی های گسترده لازم نیست اعمال شود:

**13.2.6.2** For one-way shallow foundations, two-way isolated footings, or two-way combined footings and mat foundations, it is permissible to neglect the size effect factor specified in 22.5 for one-way shear strength and 22.6 for two-way shear strength.

در مورد نیروی محوری برشی مقاوم تامین شده توسط بتن ( $V_c$ ) اعضای که تحت اثر نیروی برشی و لنگر خمشی و نیروی محوری قرار دارند، گزینه صحیح را انتخاب کنید.

- (۱) نیروی محوری فشاری، مقدار  $V_c$  را افزایش و نیروی محوری کششی، مقدار  $V_c$  را کاهش میدهد.
- (۲) نیروی محوری فشاری، مقدار  $V_c$  را کاهش و نیروی محوری کششی، مقدار  $V_c$  را افزایش میدهد.
- (۳) نیروی محوری فشاری و نیروی محوری کششی هر دو، مقدار  $V_c$  را افزایش میدهد.
- (۴) نیروی محوری تأثیری بر نیروی مقاوم برشی  $V_c$  ندارد.

گزینه ۱

۲۲- یک مقطع بتن مسلح تحت اثر برش و خمش قرار دارد. چنانچه نیروی محوری نهایی فشاری برابر  $N_u = 6A_g$  نیز اضافه شود، بدون استفاده از جزئیات دقیق تر، نیروی برشی مقاوم تأمین شده توسط بتن مقطع چند برابر خواهد شد؟ حداقل آرماتور برشی در تیر قرار داده شده است. بتن از نوع C25 می باشد.

۱) 0.5 (۲) 3 (۳) 1.5 (۴) 1

با توجه به تغییر روابط آیین نامه ای پاسخ در گزینه ها نیست.  
مقاومت برشی بتن قبل از اعمال بار فشاری برابر است با:

$$V_{c1} = \text{Min} \left( \begin{array}{l} 0.17\lambda\sqrt{f'_c} + \text{Min} \left( \frac{N_u}{6A_g} \right) \\ 0.42\lambda\sqrt{f'_c} \end{array} \right) b_w d = \text{Min} \left( \begin{array}{l} 0.17\sqrt{25} + 0 \\ 0.42\sqrt{25} \end{array} \right) b_w d = 0.85b_w d$$

مقاومت برشی بتن در حضور بار فشاری برابر است با:

$$V_{c2} = \text{Min} \left( \begin{array}{l} 0.17\lambda\sqrt{f'_c} + \text{Min} \left( \frac{N_u}{6A_g} \right) \\ 0.42\lambda\sqrt{f'_c} \end{array} \right) b_w d = \text{Min} \left( \begin{array}{l} 0.17\sqrt{25} + \text{Min} \left( \frac{1}{1.25} \right) \\ 0.42\sqrt{25} \end{array} \right) b_w d = 1.85b_w d$$

$$\frac{V_{c2}}{V_{c1}} = \frac{1.85b_w d}{0.85b_w d} = 2.17$$

۲۷- شالوده منفرد با بتن از رده C30 را در نظر بگیرید. اگر در نظر باشد که از بتن C25 استفاده شده و ابعاد پلان شالوده تغییر داده نشود، مقدار عمق مؤثر  $d$  (فاصله دورترین تار فشاری تا مرکز سطح آرماتور کششی) حدوداً چند درصد اضافه شود که نیروی برشی مقاوم تأمین شده یک طرفه توسط بتن از طرح اولیه کمتر نشود؟ (از رابطه ساده تر مقاومت برشی استفاده شود). مقدار عمق مؤثر اولیه طرح برابر  $d=800$  mm است.  
درصد میلگرد طولی ثابت فرض شود

۱) 20 (۲) 5 (۳) 10 (۴) 12

فرض کنید درصد میلگرد در پی تغییر نخواهد کرد.  
گزینه ۳

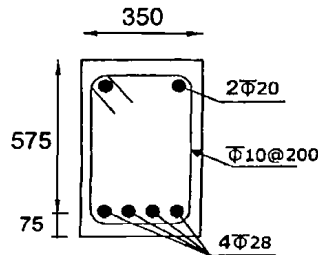
$$V_c = \text{Min} \left( \begin{array}{l} 0.66 \sqrt{\frac{2}{1 + 0.004d}} \lambda \rho_w^{\frac{1}{3}} \sqrt{f'_c} + \text{Min} \left( \frac{N_u}{6A_g} \right) \\ 0.42\lambda\sqrt{f'_c} \end{array} \right) b_w d$$

در پی ها نباید ضریب سائز اعمال شود و از طرفی نیروی محوری نداریم و بتن نیز از نوع معمولی میباشد و بنابراین:

$$V_c = \text{Min} \left( \begin{array}{l} 0.66\rho_w^{\frac{1}{3}}\sqrt{f'_c} \\ 0.42\sqrt{f'_c} \end{array} \right) b_w d$$

$$\sqrt{30} \times b_w d_1 = \sqrt{30} \times b_w d_2 \quad \rightarrow \quad \sqrt{30}d_1 = \sqrt{25}d_2 \quad \rightarrow \quad \frac{d_2}{d_1} = 1.095$$

۳۴- یک مقطع بتنی درجا با شکل مقابل تحت نیروی برشی نهایی 150 kN و نیروی محوری نهایی 250 kN قرار دارد. نسبت نیروی برشی مقاوم تأمین شده توسط بتن در حالتی که نیروی محوری به صورت فشاری وارد شود، به حالتی که نیروی محوری به صورت کششی وارد شود، به کدامیک از مقادیر زیر نزدیک تر است؟ (رده بتن C25، فولاد میلگردها S400 هستند. ابعاد روی شکل به میلی متر است.)



1.0 (۱)

1.3 (۲)

1.7 (۳)

2.0 (۴)

گزینه ۳

رابطه کلی در اعضای که آرماتور برشی حداقل را دارند به صورت زیر می باشد:

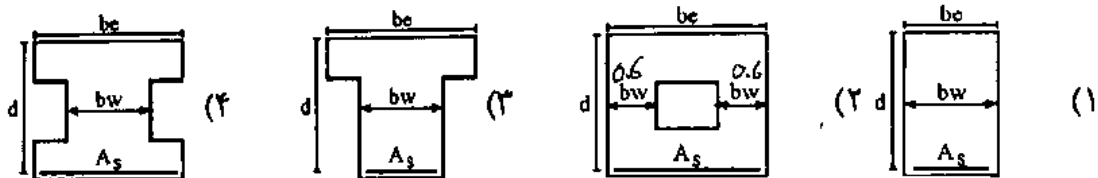
$$V_c = \text{Min} \left( \begin{array}{l} 0.17\lambda\sqrt{f'_c} + \text{Min} \left( \frac{N_u}{6A_g} \right) \\ 0.42\lambda\sqrt{f'_c} \end{array} \right) b_w d$$

در این مثال نیروی محوری برابر 250 kN می باشد. بنابراین:

$$\text{Min} \left( \frac{N_u}{6A_g} \right) = \text{Min} \left( \left( \frac{250000}{6 \times 350 \times 650} \right) \right) = 0.183 \text{ MPa}$$

$$\left. \begin{array}{l} V_{c\text{-comp}} = (0.17\sqrt{f'_c} + 0.183)b_w d \\ V_{c\text{-ten}} = (0.17\sqrt{f'_c} - 0.183)b_w d \end{array} \right\} \frac{V_{c\text{-comp}}}{V_{c\text{-ten}}} = \frac{(0.17\sqrt{f'_c} + 0.183)}{(0.17\sqrt{f'_c} - 0.183)} = 1.55$$

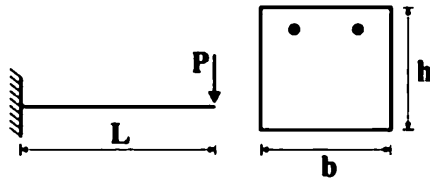
۲- مقطع تیر بتن ارمه مطابق شکل های زیر در نظر است. در صورتی که عمق مؤثر تیر، مقدار فولادهای عرضی (خاموت) و مشخصات مصالح مصرفی آنها یکسان باشد، مقاومت کدام شکل در مقابل نیروهای برشی بیشتر است؟  $b_w = 30 \text{ cm}$  و  $b_e = 60 \text{ cm}$  و  $d = 45 \text{ cm}$  (مهندس عمران ۸۶)



گزینه ۲

۱۱۸- در تیر شکل زیر در کدام حالت ترک برشی و ترک خمشی همزمان رخ می‌دهد؟

(مقاومت برشی بتن از رابطه  $V_c = 0.2\sqrt{f_c}bh$  و اساس شکست مقطع از رابطه  $f_r = 0.6\sqrt{f_c}$  محاسبه می‌شوند)



$$\frac{h}{L} = 4,0 \quad (1)$$

$$\frac{h}{L} = 2,0 \quad (2)$$

$$\frac{h}{L} = 1,0 \quad (3)$$

$$\frac{h}{L} = 0,5 \quad (4)$$

ترک برشی زمانی رخ می‌دهد که:

$$V = P_1 = 0.2\sqrt{f_c}bh$$

ترک خمشی زمانی رخ می‌دهد که:

$$(M = P_2L) = M_{cr} \quad \rightarrow \quad P_2L = \frac{f_r I}{c} \quad \rightarrow \quad P_2L = \frac{(0.6\sqrt{f_c}) \times \left(\frac{bh^3}{12}\right)}{\left(\frac{h}{2}\right)} \quad \rightarrow \quad P_2 = \frac{0.1\sqrt{f_c}bh^2}{L}$$

$$P_1 = P_2 \quad \rightarrow \quad 0.2\sqrt{f_c}bh = \frac{0.1\sqrt{f_c}bh^2}{L} \quad \rightarrow \quad \frac{h}{L} = 2$$

۱۲۵- برای ستون با مقطع  $600 \times 300$  میلی‌متر و با پوشش بتن از مرکز میلگردهای مقطع برابر  $50$  میلی‌متر، مقاومت

برشی تأمین شده توسط بتن در امتداد طولی چند درصد بیشتر از مقاومت برشی تأمین شده توسط بتن در امتداد

عرضی مقطع است؟ از اثر نیروی محوری در مقاومت برشی بتن صرف نظر کنید.

فرض کنید در ستون آرماتور برشی به مقدار کافی قرار داده شده است.

(۱) صفر

(۲) ۵

(۳) ۱۰

(۴) ۲۰

$$\left. \begin{aligned} V_{c1} &= \phi 0.17 \sqrt{f'_c} b_1 d_1 = \phi 0.17 \sqrt{f'_c} \times 300 \times 550 \\ V_{c2} &= \phi 0.17 \sqrt{f'_c} b_2 d_2 = \phi 0.17 \sqrt{f'_c} \times 600 \times 250 \end{aligned} \right\} \frac{V_{c1}}{V_{c2}} = \frac{300 \times 550}{600 \times 250} = 1.1$$

۳۲- وجود نیروی محوری در بتن چه تأثیری بر مقاومت برشی مقطع دارد؟ (مهندس عمران آزاد ۸۶)

(۱) اگر نیروی محوری فشاری باشد، سبب کاهش مقاومت برشی مقطع است.

(۲) اثری بر روی مقاومت برشی ندارد.

(۳) اگر نیروی محوری کششی باشد، سبب کاهش مقاومت برشی مقطع است.

(۴) کاهش یا افزایش مقاومت برشی مقطع، بستگی به نسبت نیروی محوری به لنگر خمشی دارد.

گزینه ۳

۲۱- تیری با مقطع مستطیلی به عرض ۳۰۰ میلی‌متر و ارتفاع مؤثر ۵۰۰ میلی‌متر با بتن درجا مفروض است. در صورتی که آرماتور کششی  $4\Phi 25$  رده بتن C25، نوع فولاد S400 و نیروی برشی و لنگر خمشی در مقطع موردنظر برابر  $V_u = 300$  kN و  $M_u = 100$  kN.m باشد، نسبت مقدار  $V_c$  (با جزییات دقیق‌تر) مقطع تیر به مقدار  $V_c$  (فرمول ساده‌تر) آن مقطع به کدامیک از مقادیر زیر نزدیک‌تر است؟

1.40 (۴)

1.30 (۳)

1.20 (۲)

1.10 (۱)

با فرض اینکه تیر دارای آرماتور برشی حداقل می باشد:

$$\text{اعضای دارای آرماتور برشی حداقل و فاقد نیروی محوری} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{رابطه تقریبی} \quad V_c = 0.17\lambda\sqrt{f'_c}b_wd \\ \text{رابطه دقیق} \quad V_c = \text{Min} \left( \begin{array}{l} 0.66\lambda\rho_w^{\frac{1}{3}}\sqrt{f'_c} \\ 0.42\lambda\sqrt{f'_c} \end{array} \right) b_wd \end{array} \right.$$

رابطه تقریبی:

$$V_c = 0.17 \times \sqrt{25} \times b_wd = 0.85 \times b_wd$$

رابطه دقیق:

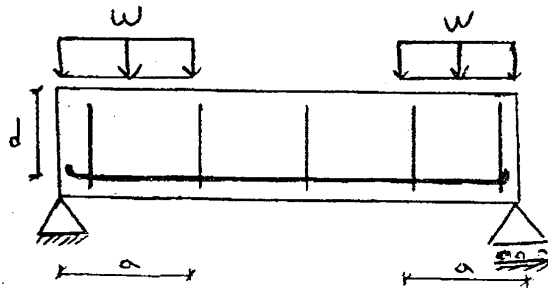
$$\rho_w = \frac{4 \times 3.14 \times 12.5^2}{300 \times 500} = 0.013$$

$$V_c = \text{Min} \left( \begin{array}{l} 0.66 \times 1 \times 0.013^{\frac{1}{3}} \sqrt{25} \\ 0.42 \times 1 \times \sqrt{25} \end{array} \right) b_wd = \text{Min} \left( \begin{array}{l} 0.77 \\ 2.1 \end{array} \right) b_wd$$

$$\frac{0.85b_wd}{0.6375b_wd} = 0.9$$

آزاد ۸۹

۱۳۶- برای تیر بتنی نشان داده شده با ابعاد و آرماتورهای طولی و عرض ثابت، مقاومت برشی تیر در نواحی نزدیک تکیه‌گاه نسبت به وسط دهانه ...



(۱) بیشتر است

(۲) کمتر است

(۳) تفاوتی ندارد

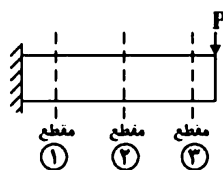
(۴) نمی‌توان اظهار نظر قطعی کرد

گزینه ۳

\* دقت شود که در آیین نامه قبلی (قبل از سال ۹۹) با افزایش لنگر مقاومت برشی کاهش میافت و گزینه ۱ صحیح بود. ولی در آیین نامه جدید اثر لنگر در نظر گرفته نشده است.

سراسری ۹۸

۱۱۷- یک تیر طره‌ای مطابق شکل تحت بار P در انتهای خود قرار دارد. در مقاطع مشخص شده در شکل، کدام یک مقاومت برشی بزرگتر دارد؟ (با فرض اینکه آرماتورهای کششی در کل طول تیر بدون تغییر امتداد یافته‌اند)



(۱) مقطع ۱

(۲) مقطع ۲

(۳) مقطع ۳

(۴) در هر سه مقطع یکسان است.

گزینه ۴

\* دقت شود که در آیین نامه قبلی (قبل از سال ۹۹) با افزایش لنگر مقاومت برشی کاهش میافت و گزینه ۳ صحیح بود. ولی در آیین نامه جدید اثر لنگر در نظر گرفته نشده است.



۴۱- در یک عضو بتن آرمه با مقطع مستطیلی شکل تحت اثر همزمان برش، خمش و نیروی محوری فشاری، بدون استفاده از رابطه با جزئیات دقیق تر، اگر پهنای عضو 25 درصد بزرگتر شود ولی سایر ابعاد و مشخصات ثابت بماند، حداکثر نیروی برشی مقاوم تامین شده توسط بتن حدوداً چند درصد می تواند افزایش یابد؟ (فرض کنید مقدار نیروی فشاری نهایی برابر  $2A_g$  بر حسب نیوتن می باشد و  $A_g$  مساحت بر حسب میلی متر مربع قبل از افزایش پهنای است).

(۱) 28 (۲) 25 (۳) 21 (۴) 14

- در حل این مسئله فرض می شود که عضو دارای حداقل آرماتور برشی باشد.
- در حل این مسئله بتن از نوع C25 فرض می شود.

رابطه کلی در اعضای که آرماتور برشی حداقل را دارند به صورت زیر می باشد:

$$V_c = \text{Min} \left( \begin{array}{l} 0.17\lambda\sqrt{f'_c} + \text{Min} \left( \frac{N_u}{6A_g} \right) \\ 0.42\lambda\sqrt{f'_c} \end{array} \right) b_w d$$

$$\left. \begin{array}{l} V_{c-2} = \left( 0.17\sqrt{25} + \text{Min} \left( \frac{2A_g}{6 \times 1.25 \times A_g} \right) \right) (1.25b_w d) \\ V_{c-1} = \left( 0.17\sqrt{25} + \text{Min} \left( \frac{2A_g}{6A_g} \right) \right) b_w d \end{array} \right\} \frac{V_{c2}}{V_{c1}} = \frac{(0.17\sqrt{25} + 0.266)(1.25b_w d)}{(0.17\sqrt{25} + 0.3333)b_w d} = 1.178$$

۱۲۲- در قاب شکل زیر، در شرایطی که هیچ آرماتور برشی استفاده نشود، در چه ناحیه ای از عضو AB پتانسیل گسیختگی برشی بیشتر است؟

(۱) در محل حداکثر برش  
(۲) در محل حداکثر لنگر  
(۳) به مقدار نیروی محوری وابسته است.  
(۴) در طول عضو یکسان است، چون نیروی برشی در عضو ثابت است.

گزینه ۲

دقت شود که برش در طول ستون ثابت است (چون بار جانبی به ستون وارد نمی شود). بنابراین نقطه برش حداکثر نداریم. در نقاطی که لنگر بیشتر باشد، کشش ناشی از خمش موجب تضعیف مقطع در برش خواهد شد. بنابراین در محل لنگر حداکثر مقاومت برشی کمتر خواهد بود.

توجه: تفسیر فوق زمانی صحیح است که میلگرد طولی ستون در طول ستون تغییر نکند. عوامل زیر می توانند بر مقاومت برشی بتن تاثیر گذار باشد:

۱- مقاومت فشاری بتن ( $f'_c$ )

۲- ابعاد مقطع ( $b_w, d$ )

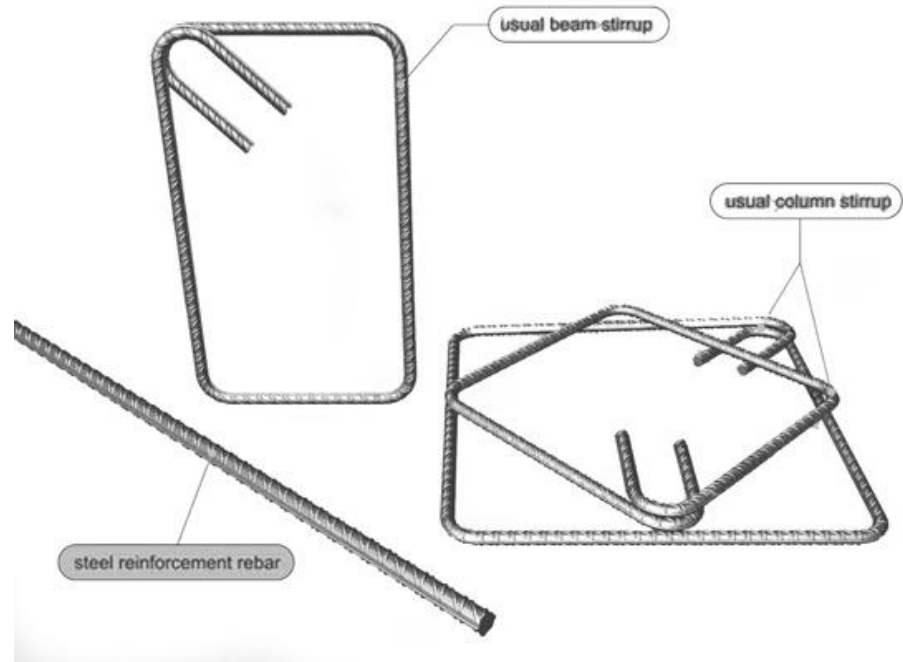
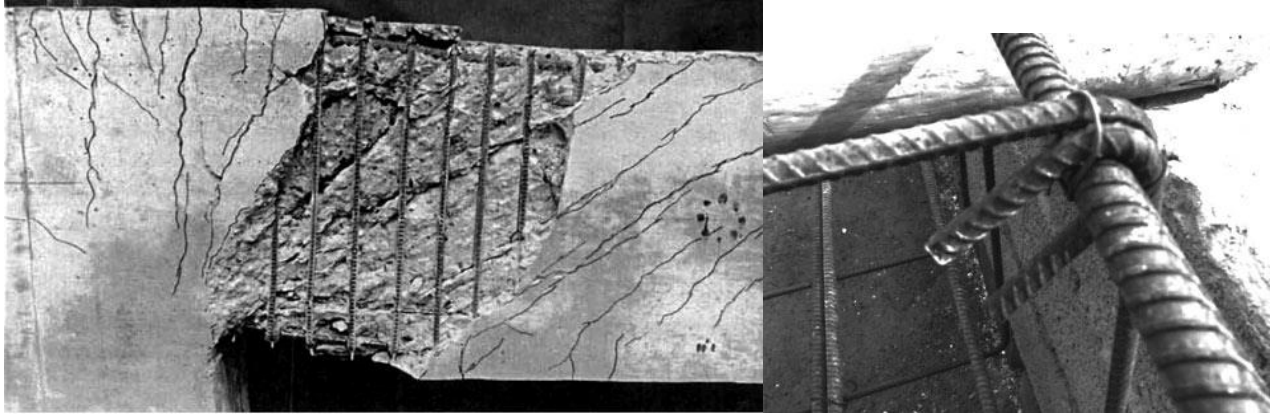
۳- لنگر خمشی وارد بر مقطع ( $M_u$ )

۴- نیروی محوری وارد بر مقطع ( $P_u$ )

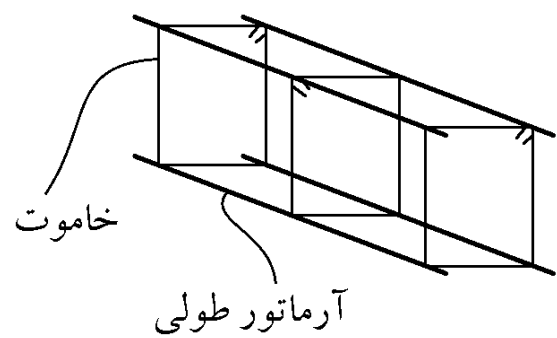
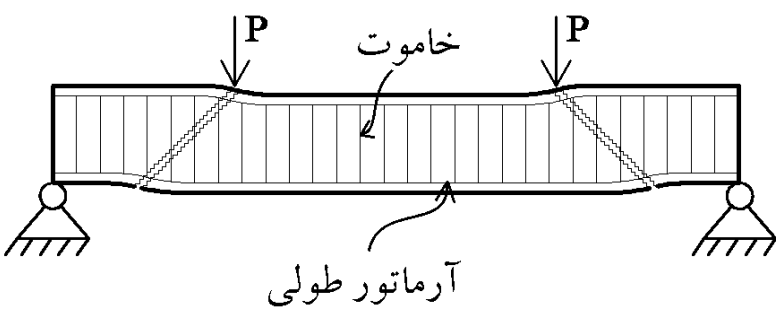
۵- درصد میلگرد کششی مقطع ( $\rho_w$ )

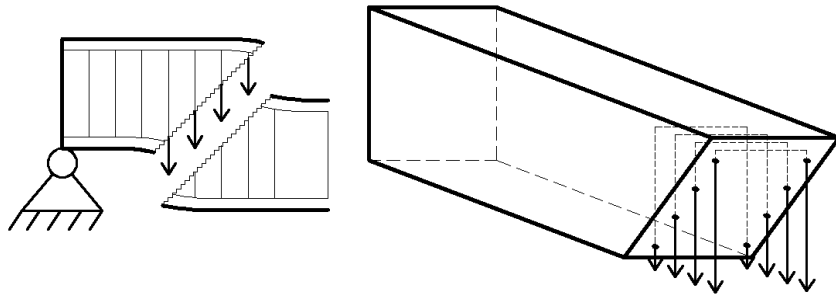
- در آیین نامه جدید (ویرایش ۱۳۹۹) اثر مورد سوم از روابط حذف شده است.

۴-۶- مقاومت برشی آرماتورهای عرضی



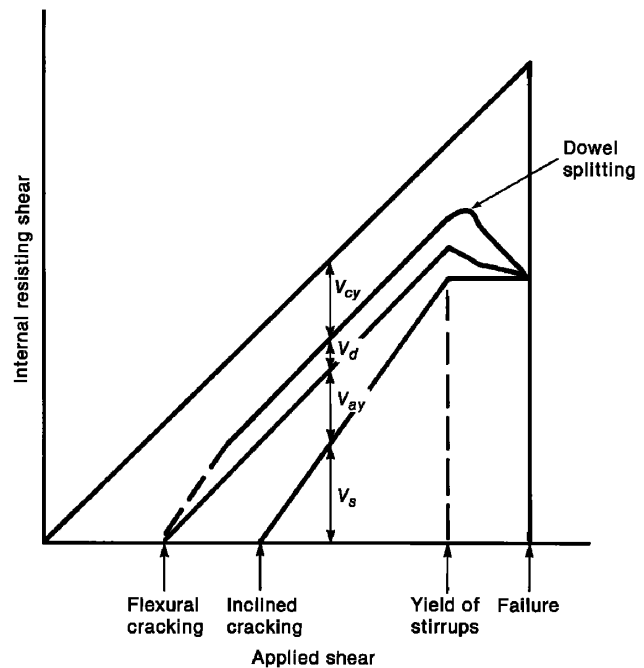
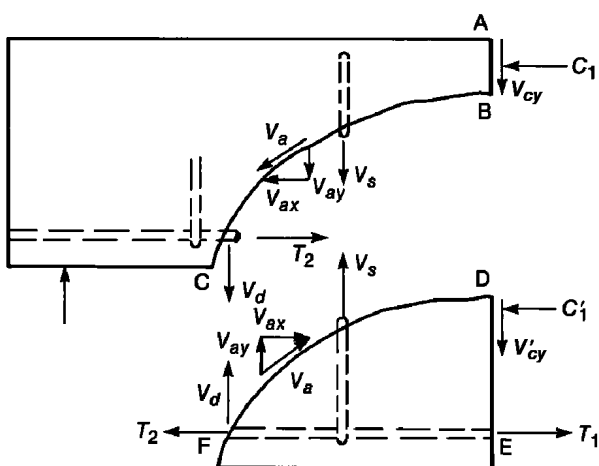
با توجه به اینکه راستای ترک برشی تقریباً ۴۵ درجه می باشد، مطابق شکل زیر خاموت ها میتوانند با تحمل کشش از حرکت برشی تیر ممانعت کنند.





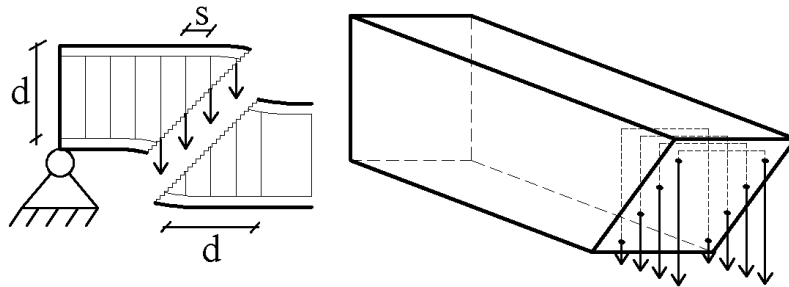
پس از ترک خوردن بتن، آرماتورهای عرضی (خاموت ها) تحت "کشش" قرار گرفته و در تحمل برش به تیر کمک می کنند. در شکل فوق چهار خاموت بسته (۸ شاخه) در نگهداری بتن مشارکت دارند.

- قبل از ترک خوردن بتن (ترک برشی)، کرنش در خاموتها برابر کرنش در بتن میباشد. از آنجا که بتن در تنشهای پایین ترک میخورد، تنش در خاموت ها قبل از ترک خوردن بتن مقدار ناچیزی (حدود ۲۰ الی ۴۰ مگاپاسکال برای بتن متعارف) می باشد و بنابراین خاموتها نمی توانند مانع تشکیل ترک های برشی شوند.
- خاموتها تنها پس از تشکیل ترک های برشی فعال میشوند و قبل از تشکیل ترکها تنشهای ناچیزی در خاموت ایجاد میشود.
- در شکل زیر نیروی اجزای مقطع پس از تشکیل ترک نشان داده شده است.
- با افزایش نیروی برشی به تدریج سهم خاموت ( $V_s$ ) افزایش میابد. و از طرفی سهم درگیری سنگدانه ها ( $V_{ay}$ ) کاهش میابد.



- با توجه به شکل زیر اگر زاویه ترک ۴۵ درجه فرض شود، طول ترک در طول تیر برابر  $d$  خواهد بود (شکل زیر را ببینید).  
بنابراین:

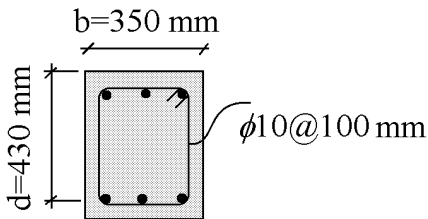
$$\text{تعداد خاموت های درگیر در ترک} = \frac{d}{s}$$



اگر جمع مساحت ساقهای یک خاموت برابر  $A_v$  فرض شود و تنش تسلیم آنها نیز  $f_{yt}$  باشد، نیروی قائم مربوط به خاموتها برابر خواهد بود با:

$$V_s = \frac{d}{s} \times A_v f_{yt}$$

مثال: مقاومت برشی مربوط به خاموتها را در شکل زیر محاسبه کنید. فرض کنید تنش تسلیم خاموتها برابر  $f_{yt} = 340 \text{ MPa}$  می باشد.



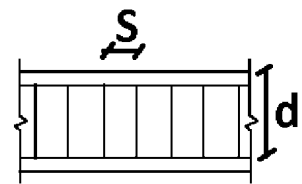
$$= \frac{d}{s} \times A_v f_{yt} = \frac{430}{100} \times \left( 2 \times \frac{\pi \times 10^2}{4} \right) \times 340 = 229.5 \text{ kN}$$

مقاومت برشی آرماتورهای عرضی قائم به صورت زیر محاسبه می شود:

**22.5.10.5.3  $V_s$  for shear reinforcement in 22.5.10.5.1 shall be calculated by:**

$$V_s = \frac{A_v f_{yt} d}{s}$$

(22.5.10.5.3)

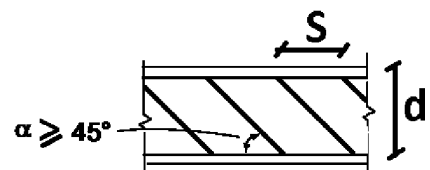


مقاومت برشی آرماتورهای عرضی مایل به صورت زیر محاسبه می شود:

**22.5.10.5.4  $V_s$  for shear reinforcement in 22.5.10.5.2 shall be calculated by:**

$$V_s = \frac{A_v f_{yt} (\sin \alpha + \cos \alpha) d}{s}$$

(22.5.10.5.4)



مقاومت برشی میلگردهای طولی خم شده به صورت زیر محاسبه می شود:

**22.5.10.6.1** The center three-fourths of the inclined portion of bent-up longitudinal bars shall be permitted to be used as shear reinforcement in nonprestressed members if the angle  $\alpha$  between the bent-up bars and the longitudinal axis of the member is at least 30 degrees.

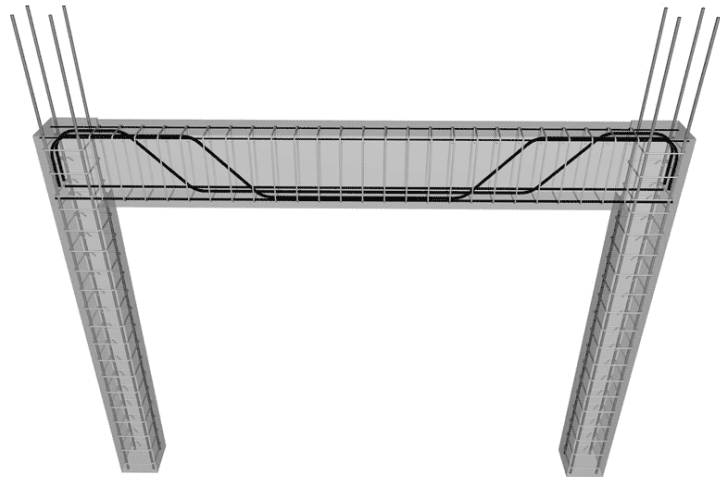
**22.5.10.6.2** If shear reinforcement consists of a single bar or a single group of parallel bars having an area  $A_v$ , all bent the same distance from the support,  $V_s$  shall be the lesser of (a) and (b):

$$(a) V_s = A_v f_y \sin \alpha \quad (22.5.10.6.2a)$$

$$(b) V_s = 0.25 \sqrt{f'_c} b_w d \quad (22.5.10.6.2b)$$



where  $\alpha$  is the angle between bent-up reinforcement and longitudinal axis of the member.



مقاومت برشی کل مقطع برابر مجموع مقاومت برشی بتن و آرماتورهای عرضی خواهد بود:

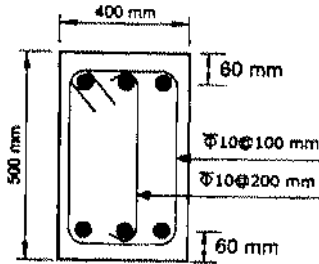
## 22.5—One-way shear strength

### 22.5.1 General

**22.5.1.1** Nominal one-way shear strength at a section,  $V_n$ , shall be calculated by:

$$V_n = V_c + V_s \quad (22.5.1.1)$$

۲۸- مقدار نیروی برشی مقاوم مقطع تیر بتنی درجا نشان داده شده در شکل زیر به کدامیک از مقادیر زیر نزدیکتر است؟ (بتن C25 و از نوع معمولی و فولاد خاموتها S340 هستند. از اثر خمش و فشار محوری در تعیین مقاومت برشی صرفنظر شود)



247 kN (۱)

291 kN (۲)

363 kN (۳)

385 kN (۴)

$$\text{اعضای دارای آرماتور برشی حداقل و فاقد نیروی محوری} \quad \begin{cases} \text{رابطه تقریبی} & V_c = 0.17\lambda\sqrt{f'_c}b_wd \\ \text{رابطه دقیق} & V_c = \text{Min} \left( \frac{0.66\lambda\rho_w^{\frac{1}{3}}\sqrt{f'_c}}{0.42\lambda\sqrt{f'_c}} \right) b_wd \end{cases}$$

• جهت استفاده از رابطه دقیق باید درصد میلگرد طولی تیر  $\rho_w$  مشخص باشد. در حل این مسئله از رابطه تقریبی استفاده می شود.

$$\phi V_n = \phi V_c + \phi V_s$$

$$\begin{cases} \phi V_c = 0.75 \times (0.17 \times \sqrt{f'_c} b_w d) \\ \phi V_s = 0.75 \left( \frac{d}{s} A_v F_{yt} \right) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \phi V_c = 0.75 \times (0.17 \times \sqrt{25} \times 400 \times 440) = 112.2 \text{ kN} \\ \phi V_s = 0.75 \left( \frac{440}{200} (\pi \times 5^2) \times 340 \right) + 0.75 \left( \frac{440}{100} (2\pi \times 5^2) \times 340 \right) = 220 \text{ kN} \end{cases}$$

$$\phi V_n = \phi V_c + \phi V_s = 112.2 + 220 = 332 \text{ kN}$$

محاسبات ۸۳- پایه ۲ و پایه ۳

در یک تیر مستطیلی با عرض ۳۵ سانتیمتر و عمق موثر ۵۰ سانتیمتر، از خاموت های بسته  $\phi 10@25 \text{ cm}$  بصورت مایل با زاویه ۶۰ درجه و نیز از خاموت های بسته  $\phi 12@25 \text{ cm}$  بصورت قائم استفاده شده است. مقاومت برشی نهایی مقطع این تیر چقدر است؟

$$f_c = 300 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}, \quad f_y = 3000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

پاسخ:

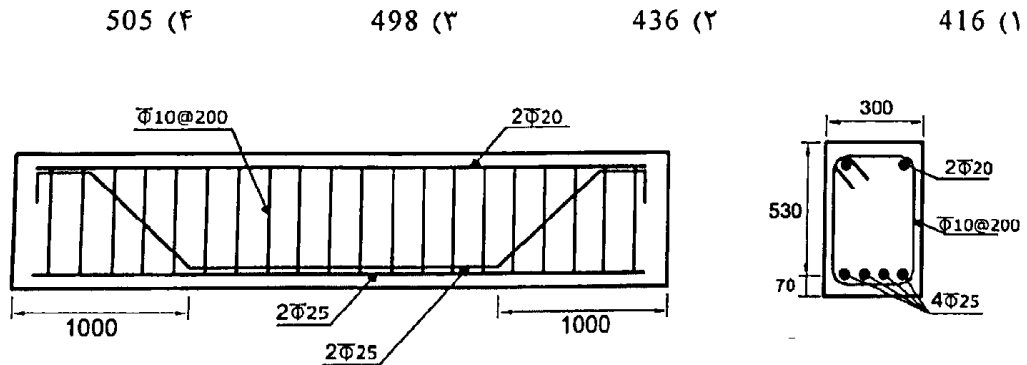
$$\phi V_n = \phi V_c + \phi V_s$$

$$\begin{cases} \phi V_c = 0.75 \times (0.17 \times \sqrt{f'_c} b d) \\ \phi V_s = 0.75 \left( \frac{d}{s} A_v F_{yt} \right) (\sin 60 + \cos 60) + 0.75 \left( \frac{d}{s} A_v F_{yt} \right) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \phi V_c = 0.75 \times (0.17 \times \sqrt{30} \times 350 \times 500) = 122.2 \text{ kN} \\ \phi V_s = 0.75 \left( \frac{500}{250} (2\pi \times 5^2) \times 300 \right) \left( \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \right) + 0.75 \left( \frac{500}{250} (2\pi \times 6^2) \times 300 \right) = 198 \text{ kN} \end{cases}$$

$$\phi V_n = \phi V_c + \phi V_s = 122.2 + 198 = 320.2 \text{ kN} = 32 \text{ ton}$$

۳۳- در یک تیر بتنی پیش‌ساخته با مقطع نشان داده شده، برای تأمین مقاومت برشی کافی دو عدد از چهار میلگرد  $\Phi 25$  در فاصله یک متری از تکیه‌گاه با زاویه 45 درجه خم شده‌اند. نیروی برشی مقاوم مقطع (بدون در نظر گرفتن اثر خمش و نیروی محوری) در ناحیه خم بر حسب kN به کدامیک از مقادیر زیر نزدیک‌تر است؟ (فولاد میلگردها S400 و بتن C25 است. ابعاد روی شکل بر حسب میلی‌متر است).



مقاومت برشی بتن:

$$\begin{cases} \varphi V_c = 0.75 \times (0.17 \times \sqrt{f'_c} bd) \\ \varphi V_s = 0.75 \left( \frac{d}{s} A_v F_{yt} \right) + \text{Min} \left\{ \begin{array}{l} 0.75 (A_v F_y) \sin 45 \\ 0.75 \times (0.25 \times \sqrt{f'_c} b_w d) \end{array} \right. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \varphi V_c = 0.75 \times (0.17 \times \sqrt{25} \times 300 \times 530) = 101.4 \text{ kN} \\ \varphi V_s = 0.75 \left( \frac{530}{200} (2 \times 3.14 \times 5^2) \times 400 \right) + \text{Min} \left\{ \begin{array}{l} 0.75 ((2 \times 3.14 \times 12.5^2) \times 400) \sin 45 \\ 0.75 \times (0.25 \times \sqrt{25} \times 300 \times 530) \end{array} \right. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \varphi V_c = 101.4 \text{ kN} \\ \varphi V_s = 124.8 \text{ kN} + \text{Min} \left\{ \begin{array}{l} 208.1 \text{ kN} \\ 149 \text{ kN} \end{array} \right. = 273.8 \text{ kN} \end{cases}$$

$$\varphi V_n = \varphi V_c + \varphi V_{s1} + \varphi V_{s2} = 101.4 + 273.8 = 375.2 \text{ kN}$$

۴۰- مقطعی از یک تیر بتن آرمه مفروض است. در این مقطع، برای تحمل برش از تعدادی آرماتور موازی، که همگی در فاصله ای یکسان از تکیه‌گاه خم شده‌اند، استفاده می‌شود. ارتفاع موثر مقطع برابر با 600 میلی‌متر، عرض مقطع برابر با 400 میلی‌متر، زاویه آرماتورهای خم شده به بالا نسبت به افق برابر با 45 درجه، مقاومت مشخصه آرماتورهای خم شده به بالا برابر با  $340 MP_a$ ، مقاومت مشخصه بتن برابر با  $25 MP_a$  و قطر آرماتور خم شده به بالا برابر با 12 mm است.  $V_s$  و  $V_c$  به ترتیب از راست به چپ برابرند با:

138 KN و 144 KN (۲)

23 KN و 144 KN (۱)

216 K.N و 0.6 KN (۴)

23 KN و 54 KN (۳)

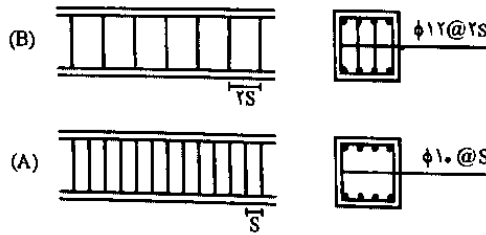
بر اساس ACI-318-19:

$$\begin{cases} \varphi V_c = 0.75 \times (0.17 \times \sqrt{f'_c} bd) \\ \varphi V_s = \text{Min} \left\{ \begin{array}{l} 0.75 (A_v F_y) \sin 45 \\ 0.75 \times (0.25 \times \sqrt{f'_c} b_w d) \end{array} \right. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \varphi V_c = 0.75 \times (0.17 \times \sqrt{25} \times 400 \times 600) = 153 \text{ kN} \\ \varphi V_s = \text{Min} \left\{ \begin{array}{l} 0.75 ((3.14 \times 6^2) \times 340) \sin 45 = 20.4 \text{ kN} \\ 0.75 \times (0.25 \times \sqrt{25} \times 400 \times 600) = 225 \text{ kN} \end{array} \right. = 20.4 \text{ kN} \end{cases}$$

۳- دو طرح (A) و (B) برای خاموت‌گذاری برشی یک تیر بتن آرمه پیشنهاد شده است. مقاومت تأمین شده توسط آرماتورهای عرضی در طرح (B) چند برابر مقاومت مربوطه در طرح (A) خواهد بود؟

(مهندس عمران ۸۷)



$$\frac{V_{SB}}{V_{SA}} = 1/0 \quad (1)$$

$$\frac{V_{SB}}{V_{SA}} = 1/31 \quad (2)$$

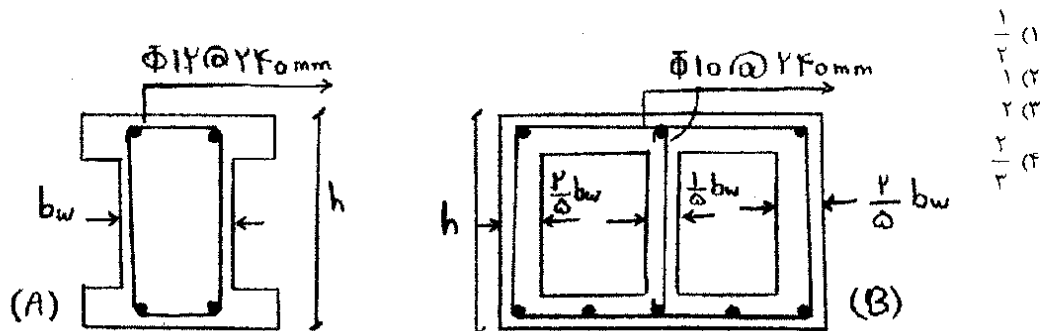
$$\frac{V_{SB}}{V_{SA}} = 1/439 \quad (3)$$

$$\frac{V_{SB}}{V_{SA}} = 0.694 \quad (4)$$

گزینه ۳

سراسری ۸۹

۱۱۴- دو مقطع A و B به صورت زیر می‌باشند. مطلوبست تعیین نسبت ظرفیت برشی مقطع A به مقطع B در صورتی که مقاومت مشخصه فولاد و مقاومت مشخصه بتن در دو مقطع یکسان باشد؟



در هر دو مقطع مقاومت برشی بتن یکسان است. چون مساحت جان آنها یکسان است. مقاومت برشی خاموت دو مقطع نیز برابر است با:

$$V_{sA} = \frac{d}{s} A_v = \frac{d}{240} \times (2\pi \times 6^2) = 0.942d$$

$$V_{sB} = \frac{d}{s} A_v = \frac{d}{240} \times (3\pi \times 5^2) = 0.981d$$

که تقریباً برابر هستند.

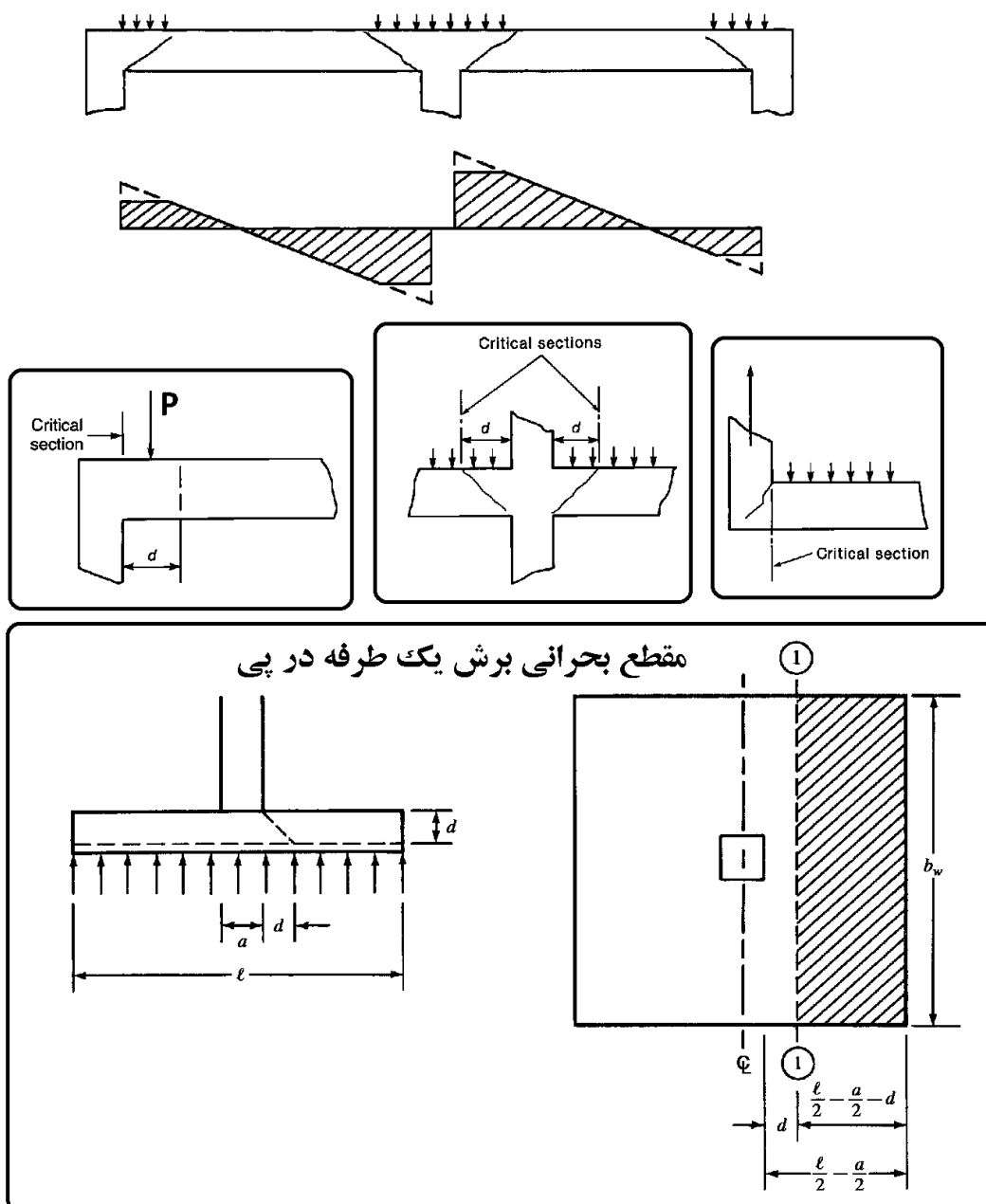


### 7.4.3 Factored shear

**7.4.3.1** For slabs built integrally with supports,  $V_u$  at the support shall be permitted to be calculated at the face of support.

**7.4.3.2** Sections between the face of support and a critical section located  $d$  from the face of support for nonprestressed slabs or  $h/2$  from the face of support for prestressed slabs shall be permitted to be designed for  $V_u$  at that critical section if (a) through (c) are satisfied:

- (a) Support reaction, in direction of applied shear, introduces compression into the end region of the slab
- (b) Loads are applied at or near the top surface of the slab
- (c) No concentrated load occurs between the face of support and critical section



۱۱۸- در یک تیر ساده با طول ۱۰ متر و عمق مؤثر ۱۰۰ سانتیمتر و بار نهایی گسرنده ۲۰ KN.m برش نهایی طراحی برابر است با:

۱۲۰ KN (۴)

۲۰۰ KN (۳)

۱۰۰ KN (۲)

۸۰ KN (۱)

گزینه ۱

#### ۸-۴- فواصل آرماتورهای عرضی

برای اطمینان از اینکه ترک های مایل (ناشی از برش) به تعداد کافی آرماتورهای عرضی را قطع کند، فواصل آرماتورهای عرضی از یک حدی نباید بیشتر باشد.

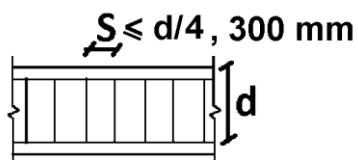
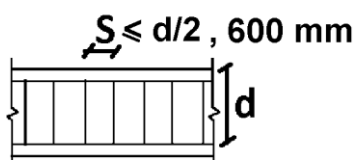
### 9.7.6.2 Shear

**9.7.6.2.1** If required, shear reinforcement shall be provided using stirrups, hoops, or longitudinal bent bars.

**9.7.6.2.2** Maximum spacing of legs of shear reinforcement along the length of the member and across the width of the member shall be in accordance with Table 9.7.6.2.2.

**Table 9.7.6.2—Maximum spacing of legs of shear reinforcement**

Required $V_s$		Maximum $s$ , in.			
		Nonprestressed beam		Prestressed beam	
		Along length	Across width	Along length	Across width
$\leq 0.33\sqrt{f'_c}b_w d$	Lesser of:	$d/2$	$d$	$3h/4$	$3h/2$
		600			
$> 0.33\sqrt{f'_c}b_w d$	Lesser of:	$d/4$	$d/2$	$3h/8$	$3h/4$
		300			



**9.7.6.2.3** Inclined stirrups and longitudinal bars bent to act as shear reinforcement shall be spaced so that every 45-degree line, extending  $d/2$  toward the reaction from mid-depth of member to longitudinal tension reinforcement, shall be crossed by at least one line of shear reinforcement.

## ۹-۴- حداقل حجم آرماتور برشی

علاوه بر کنترل حداکثر فواصل، حجم آرماتور عرضی برشی نیز باید از یک حد مشخصی کمتر نباشد.

- با توجه به بند زیر از ACI-318-19 در صورتی که نیروی برشی وارد بر تیر ( $V_u$ ) کمتر از  $0.083\phi\lambda\sqrt{f'_c}b_wd$  باشد، نیازی به قرار دادن خاموت نخواهد بود. توجه شود که مقدار فوق در واقع برابر  $\frac{\phi V_c}{2}$  می‌باشد (البته در صورتی که مقاومت برشی بتن بر اساس رابطه تقریب محاسبه شود).
- در نقاطی از تیر که برش وارد بر تیر بیشتر از نصف مقاومت برشی بتن باشد ( $V_u > 0.083\phi\lambda\sqrt{f'_c}b_wd$ ) باید از آرماتور برشی استفاده شود و مقدار خاموت قرار داده شده نیز نباید کمتر از آرماتور حداقل برشی باشد.

## CHAPTER 9—BEAMS

## 9.6—Reinforcement limits

## 9.6.3 Minimum shear reinforcement

**9.6.3.1** For nonprestressed beams, minimum area of shear reinforcement,  $A_{v,min}$ , shall be provided in all regions where  $V_u > 0.083\phi\lambda\sqrt{f'_c}b_wd$  except for the cases in Table 9.6.3.1. For these cases, at least  $A_{v,min}$  shall be provided where  $V_u > \phi V_c$ .

**Table 9.6.3.1—Cases where  $A_{v,min}$  is not required if  $V_u \leq \phi V_c$**

Beam type	Conditions
Shallow depth	$h \leq 250$ mm
Integral with slab	$h \leq$ greater of $2.5t_f$ or $0.5b_w$ and $h \leq 600$ mm
Constructed with steel fiber-reinforced normalweight concrete conforming to 26.4.1.5.1(a), 26.4.2.2(i), and 26.12.7.1(a) and with $f'_c \leq 40$ MPa	$h \leq 600$ mm and $V_u \leq \phi 0.17\sqrt{f'_c}b_wd$
One-way joist system	In accordance with 9.8

مثال: در یک تیر بتنی با مشخصات زیر نیروی برشی چقدر باید باشد تا بتوان در داخل تیر خاموت قرار نداد؟  
b=400 mm, h=500 mm, d=430 mm, C25, S400

$$V_u \leq 0.083 \times 0.75 \times \sqrt{25} \times 400 \times 430 = 53.5 \text{ kN} = 5 \text{ ton}$$

- نرم افزار ETABS در برخی تیرها آرماتور برشی محاسبه شده را برابر صفر نشان می‌دهد که نشان می‌دهد در آن تیر نیروی برشی ناچیز بوده و به لحاظ آیین نامه ای نیاز به خاموت ندارد.
- توجه شود که در تیرهای قابهای خمشی متوسط و ویژه در دو انتهای تیر در طول ناحیه بحرانی (به طول  $2h$ ) باید از تنگ بسته استفاده شود (به لحاظ شکل پذیری). بنابراین چه نیاز به خاموت برشی باشد و چه نباشد، قرار دادن یک کادر بسته الزامی است. در صورتی که در تیر خاموت قرار ندهیم، اجرای آرماتورهای طولی شاید با مشکل مواجه شود. بنابراین مهندسین در تمامی تیرها از خاموت استفاده میکنند (حتی اگر به لحاظ محاسبات برش نیاز نباشد).

در بند زیر آرماتور برشی حداقل مد نظر آیین نامه ارائه شده است.

**9.6.3.4** If shear reinforcement is required and torsional effects can be neglected according to 9.5.4.1,  $A_{v,min}$  shall be in accordance with Table 9.6.3.4.

**Table 9.6.3.4—Required  $A_{v,min}$**

Beam type	$A_{v,min}/s$	
Nonprestressed and prestressed with $A_{ps}f_{se} < 0.4(A_{ps}f_{pu} + A_s f_y)$	Greater of:	$0.062\sqrt{f'_c} \frac{b_w}{f_{yt}}$ (a)
		$0.35 \frac{b_w}{f_{yt}}$ (b)
Prestressed with $A_{ps}f_{se} \geq 0.4(A_{ps}f_{pu} + A_s f_y)$	Lesser of:	$0.062\sqrt{f'_c} \frac{b_w}{f_{yt}}$ (c)
		$0.35 \frac{b_w}{f_{yt}}$ (d)
		$\frac{A_{ps}f_{pu}}{80f_{yt}d} \sqrt{\frac{d}{b_w}}$ (e)

مثال: در یک تیر بتنی با مشخصات زیر حداقل قطر خاموت لازم را با فرض اینکه خاموت حداقل لازم باشد را بدست آورید.  
فرض کنید فواصل خاموتها از هم برابر  $s=200$  mm باشد. رده میلگردهای برشی عرضی S300 فرض شود.  
 $b=400$  mm,  $h=500$  mm,  $d=430$  mm, C25,  $s=200$  mm

$$\frac{A_v}{s} = \text{Max} \begin{cases} 0.062\sqrt{f'_c} \frac{b_w}{F_{yt}} \\ 0.35 \frac{b_w}{F_{yt}} \end{cases} \rightarrow \frac{A_v}{200} = \text{Max} \begin{cases} 0.062\sqrt{25} \frac{400}{300} = 0.413 \\ 0.35 \frac{400}{300} = 0.4666 \end{cases} \rightarrow A_v = 93.33 \text{ mm}^2$$

$$\rightarrow 2\pi r^2 = 93.33 \rightarrow r = 3.855 \text{ mm} \rightarrow d_b = 7.71 \text{ mm} \rightarrow \varphi 8@200$$

در مواردی که نیروی برشی وارد بر تیر ( $V_u$ ) مقدار بزرگ و قابل توجهی باشد، خاموت لازم برای تیر نیز افزایش میابد. برای مثال فرض کنید برش وارد بر تیر  $V_u=500 \text{ kN}$  باشد و مقاومت برشی بتن در تیر برابر  $\phi V_c = 150 \text{ kN}$  باشد. در این حالت بتن به تنهایی قادر به تحمل برش نخواهد بود و اضافه برش را خاموت باید تحمل کند:

$$V_u \leq \phi V_c + \phi V_s$$

با افزایش  $V_u$  باید حجم خاموت نیز افزایش یابد تا تیر بتواند اضافه برش را تحمل کند. در این رابطه محدودیت داریم و نمی توان تا هر حدی دلخواهی اضافه برش را با افزودن خاموت تامین کرد. در بند زیر این محدودیت مطرح شده است.

## 22.5—One-way shear strength

### 22.5.1 General

**22.5.1.1** Nominal one-way shear strength at a section,  $V_n$ , shall be calculated by:

$$V_n = V_c + V_s \quad (22.5.1.1)$$

**22.5.1.2** Cross-sectional dimensions shall be selected to satisfy Eq. (22.5.1.2).

$$V_u \leq \phi(V_c + 0.66\sqrt{f'_c} b_w d) \quad (22.5.1.2)$$

**22.5.1.3** For nonprestressed members,  $V_c$  shall be calculated in accordance with 22.5.5.

مثال: در یک تیر بتنی با مشخصات  $b=400 \text{ mm}$ ,  $h=500 \text{ mm}$ ,  $d=430 \text{ mm}$ , C25,  $s=200 \text{ mm}$  مقادیر زیر را تعیین کنید:

۱- مقاومت برشی بتن  $\phi V_c$

۲- حداکثر نیروی برشی  $V_u$  که میتوان به تیر وارد کرد

۳- حداکثر مقاومت برشی آرماتورهای عرضی  $\phi V_s$

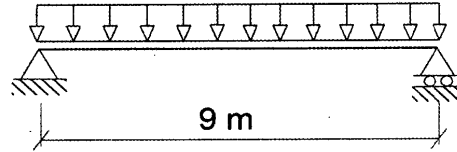
$$\phi V_c = \phi 0.17\sqrt{f'_c} b_w d = 0.75 \times 0.17\sqrt{25} \times 400 \times 450 = 114.75 \text{ kN}$$

$$\phi V_{n-max} = \phi(V_c + 0.66\sqrt{f'_c} b_w d) = 0.75 \times 0.83\sqrt{25} \times 400 \times 450 = 560.25 \text{ kN}$$

$$\phi V_n = \phi V_c + \phi V_s \rightarrow 560.25 = 114.75 + \phi V_s \rightarrow \phi V_s = 0 = 445.5 \text{ kN}$$

- نیروی برشی وارد بر تیر فوق نباید از  $560.25 \text{ kN}$  فراتر رود. در غیر این صورت باید ابعاد مقطع تیر افزایش یابد. با افزایش ابعاد مقطع تیر ( $d$  و  $b$ ) مقاومت برشی بتن تیر و نیز حداکثر مقاومت برشی مجاز تیر نیز افزایش میابد.

۵۵- یک تیر دو سر ساده بتن آرمه پیش‌ساخته با مقطع مستطیل شکل به طول دهانه ۹ متر، عرض مقطع ۴۰۰ mm و ارتفاع موثر مقطع ۵۲۵ mm، تحت اثر بار گسترده یکنواخت مرده ۲۰ kN/m (شامل وزن تیر) و بار گسترده یکنواخت زنده ۱۵ kN/m قرار خواهد داشت. تعیین کنید به‌طور نظری حداقل در چند درصد از طول تیر باید آرماتور برشی قرار داده شود؟ (از مولفه قائم زلزله صرف‌نظر شود و نزدیکترین گزینه به پاسخ انتخاب گردد. همچنین بتن از رده C25 و میلگرد از نوع S340 در نظر گرفته شود).



- (۱) ۱۰۰ درصد  
(۲) ۷۰ درصد  
(۳) ۵۰ درصد  
(۴) ۳۰ درصد

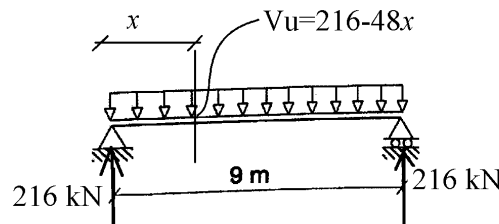
گزینه ۲

در نقاطی که برش ضریب دار وارد بر تیر ( $V_u$ ) کمتر از نصف مقاومت برشی بتن تیر ( $V_u < 0.083\phi\sqrt{f'_c}b_wd$ ) باشد، نیاز به آرماتور برشی نخواهد بود.

$$q_u = 1.2q_D + 1.6q_L = 48 \frac{kN}{m}$$

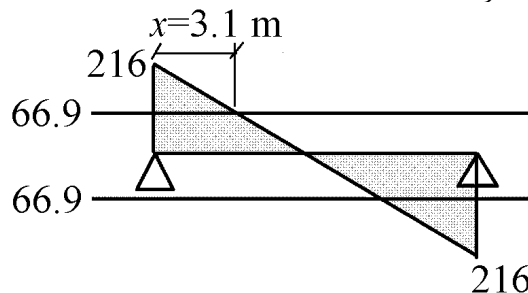
$$(V_u = 216 - 48x) < (0.083\phi\sqrt{f'_c}b_wd = 0.083 \times 0.75 \times \sqrt{25} \times 400 \times 525 = 66.9 \text{ kN})$$

$$\rightarrow x = 3.106 \text{ m}$$

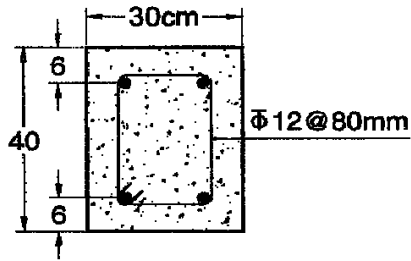


در ابتدا و انتهای تیر که برش وارد بیش از ۶۶.۹ kN است باید آرماتور برشی قرار داده شود. بنابراین:

$$\text{درصدی از طول تیر که باید آرماتور برشی قرار داده شود} = \frac{2 \times 3.106}{9} = 0.69 = 69\%$$



۳۶- نیروی برشی مقاوم مقطع تیر زیر که به صورت در جا بتن ریزی می‌شود، به کدامیک از مقادیر زیر نزدیکتر می‌باشد؟ ( $f_{yv} = 400 \text{ MPa}$ ,  $f_c = 22.5 \text{ MPa}$ )



- (۱)  $V_r = 390 \text{ kN}$   
 (۲)  $V_r = 373 \text{ kN}$   
 (۳)  $V_r = 350 \text{ kN}$   
 (۴)  $V_r = 327 \text{ kN}$

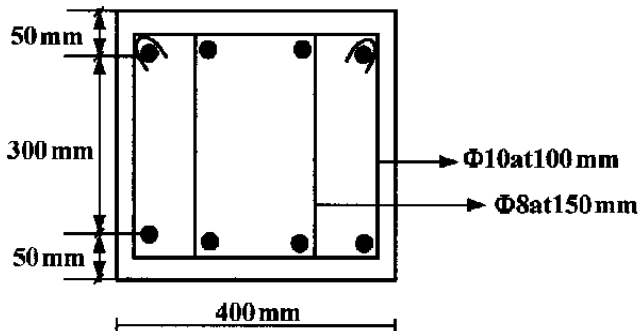
$$\begin{aligned} \phi V_n &= \phi V_c + \phi V_s \\ &= 0.75 \times (0.17 \times \sqrt{f'_c} b d) + 0.75 \left( \frac{d}{s} A_v F_{yt} \right) \\ &= 0.75 \times (0.17 \times \sqrt{22.5} \times 300 \times 340) + 0.75 \left( \frac{340}{80} (2\pi \times 6^2) \times 400 \right) \\ &= 61.688 \text{ kN} + 288.25 \text{ kN} = 350 \text{ kN} \end{aligned}$$

کنترل مقاومت برشی حداکثر:

$$V_u < \phi (V_c + 0.66 \sqrt{f'_c} b_w d) = 0.75 (82251 + 319327) = 301 \text{ kN}$$

بنابراین مقاومت مقطع برابر 301 kN می‌باشد.

۳۱- نیروی برشی مقاوم مقطع تیر روبه‌رو، چند kN است؟ ( $f_c = 25 \text{ MPa}$ ,  $f_y = 300 \text{ MPa}$ )



- (۱) ۱۹۲  
 (۲) ۲۱۱  
 (۳) ۲۱۹  
 (۴) ۲۹۱

$$A_{\phi 10} = 78.5 \text{ mm}^2$$

$$A_{\phi 8} = 50.24 \text{ mm}^2$$

$$\left. \begin{aligned} V_c &= 0.17 \times \sqrt{25} (400 \times 350) = 119 \text{ kN} \\ V_s &= \left( \frac{78.5 \times 2}{100} + \frac{50.24 \times 2}{150} \right) \times 350 \times 300 = 235 \text{ kN} \end{aligned} \right\} V_n = 354 \text{ kN} \rightarrow \phi V_n = 265 \text{ kN}$$

کنترل خاموت حداقل:

$$\left( \frac{A_v}{s} = \frac{2 \times 3.14 \times 5^2}{100} + \frac{2 \times 3.14 \times 4^2}{150} = 2.24 \right)$$

$$> \text{Max} \left( 0.062 \sqrt{f'_c} \frac{b_w}{F_y} = 0.4, 0.35 \frac{b_w}{F_y} = 0.46 \right) \quad OK$$

کنترل مقاومت برشی حداکثر:

$$V_u < \phi (V_c + 0.66 \sqrt{f'_c} b_w d) = 0.75 (119000 + 0.66 \sqrt{25} \times 400 \times 350) = 436 \text{ kN} \quad OK$$

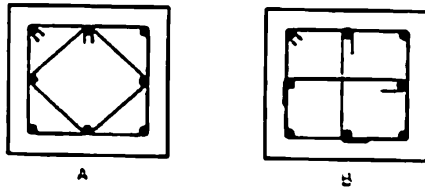
کنترل فاصله خاموت ها:

$$V_s = 235 \text{ kN} \leq 0.33 \sqrt{f'_c} b_w d = 231 \quad s < \frac{d}{4} = \frac{350}{4} = 87.5 \text{ mm}$$

فواصل خاموت ها بیش از مقدار مجاز است. بنابراین حداکثر مقاومت مجاز مقطع برابر است با:

$$\phi V_n = \phi (V_c + V_s) = \phi (119 + 231) = 262.5 \text{ kN}$$

۴۱- دو ستون با مقاطع A و B مفروضند، اگر غیر از آرایش تنگها، سایر مشخصات (بارگذاری، ابعاد، رده بتن، سازه، تعداد و نوع میلگردها، فواصل تنگها و...) کاملاً یکسان باشند، در خصوص مقاومت برشی این دو ستون، کدامیک از گزینه‌های زیر صحیح است؟



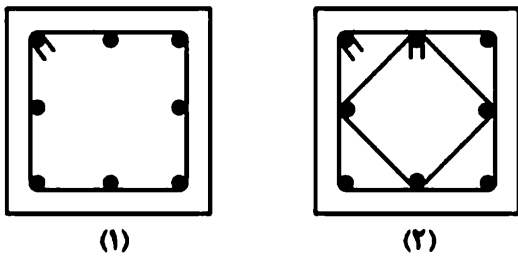
- (۱) مقاومت برشی هر دو ستون برابر است.  
 (۲) مقاومت برشی ستون B بیش از ستون A می‌باشد.  
 (۳) مقاومت برشی ستون A بیش از ستون B می‌باشد.  
 (۴) مقاومت برشی هر دو ستون، فقط در بارگذاری‌های غیرلزهای برابر است.

گزینه ۳

$$(A_v)_A = 2\pi r^2 + 2\pi r^2 \sin 45 = 3.4\pi r^2$$

$$(A_v)_B = 3\pi r^2$$

۱۱۶- در دو مقطع بتن آرمه (۱) و (۲) ابعاد، قطر آرماتورهای طولی و عرضی و فواصل خاموت‌گذاری یکسان است. در مقطع (۱) از یک خاموت بسته مربعی و در مقطع (۲) از دو خاموت بسته مربعی مطابق شکل استفاده شده است. نسبت مقاومت برشی تأمین شده توسط آرماتورهای عرضی ( $V_s$ ) در مقطع (۲) به مقاومت برشی تأمین شده توسط آرماتورهای عرضی در مقطع (۱) حدوداً کدام است؟



- ۱ (۱)  
 ۲ (۲)  
 ۱/۴ (۳)  
 ۱/۷ (۴)

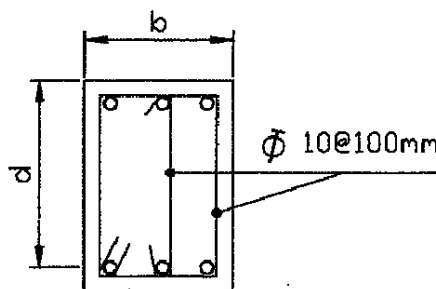
گزینه ۴

در مورد ساقهای مورب باید مولفه قائم آنها در نظر گرفته شود:

$$(A_v)_2 = 2\pi r^2 + 2\pi r^2 \sin 45 = 2\pi r^2 \times 1.7$$

$$(A_v)_1 = 2\pi r^2$$

۳۵- در صورتی که  $b=25\text{ cm}$ ،  $d=40\text{ cm}$  و  $f_c = 25\text{ MPa}$  و  $f_y = 400\text{ MPa}$  و از آرماتورهای برشی عمود بر محور تیر مطابق شکل استفاده شده باشد، نیروی برشی مقاوم مقطع برحسب کیلونیوتن به کدام گزینه نزدیک‌تر است.



- ۳۸۵ (۱)  
 ۴۰۰ (۲)  
 ۳۵۰ (۳)  
 ۴۲۰ (۴)



## محاسبات ۹۵

۲۳- در یک تیر بتن آرمه با آرماتور برشی، نیروی برشی مقاوم تمام عوامل به جز آرماتور برشی ( $V_c$ ) نصف مقاومت ناشی از آرماتور برشی ( $V_s$ ) می‌باشد. چنانچه فاصله آرماتورهای برشی در تیر به  $\frac{2}{3}$  مقدار قبلی آن کاهش یابد و مقررات آیین‌نامه رعایت شده باشد، نسبت نیروی برشی مقاوم تیر در این حالت به حالت قبلی به کدامیک از اعداد زیر نزدیک‌تر است؟

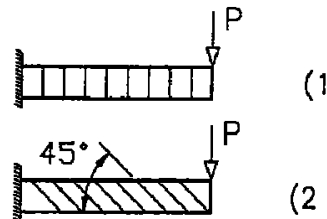
- 1.25 (۱)                      1.33 (۲)                      1.50 (۳)                      1.75 (۴)

گزینه ۲

$$V_n = V_c + V_s \quad \begin{cases} (V_n)_I = V_c + V_s = 0.5V_s + V_s = 1.5V_s \\ (V_n)_{II} = V_c + V_s = 0.5V_s + \frac{3}{2}V_s = 2V_s \end{cases} \rightarrow \frac{(V_n)_{II}}{(V_n)_I} = \frac{2}{1.5} = 1.33$$

## محاسبات ۸۹

۴۳- در یک تیر کنسول بتنی از آرماتورهای برشی مطابق شکل‌های ۱ و ۲ استفاده شده است. با فرض یکسان بودن  $A_v$  و  $S$  در هر دو حالت، نسبت نیروی برشی مقاوم آرماتورهای برشی حالت ۲ نسبت به حالت ۱ برابر است با:



۲/۰۰ (۱)

۰/۷۱ (۲)

۱/۰۰ (۳)

۱/۴۱ (۴)

گزینه ۴

$$\sin 45 + \cos 45 = 1.41$$

## سراسری ۹۷

۱۱۹- در یک مقطع بتن مسلح، کدامیک از موارد زیر در مقاومت برشی تیر تأثیر چندانی ندارد؟

(۱) درصد فولاد فشاری تیر

(۲) درصد فولاد کششی تیر

(۳) نیروی محوری در مقطع

(۴) مقدار لنگر خمشی،  $M_u$ ، وارد بر مقطع

با توجه به رابطه دقیق محاسبه مقاومت برشی بتن، گزینه ۱ صحیح است.

## محاسبات ۹۷

۳۶- در یک تیر بتنی با مقطع مربعی شکل که تحت اثر برش و خمش قرار دارد، نسبت حداکثر

نیروی برشی مقاوم تامین شده (قابل قبول) توسط فولادهای برشی به نیروی برشی مقاوم

تامین شده توسط بتن به کدامیک از مقادیر زیر نزدیک‌تر است؟ (بتن از رده C30 و میلگردها

از نوع S400 است. برای تعیین نیروی برشی مقاوم تامین شده توسط بتن استفاده از روابط با

جزئیات دقیق‌تر مدنظر نیست).

- 1.25 (۴)                      4.0 (۳)                      5.85 (۲)                      5.25 (۱)

گزینه ۳

مقاومت برشی بتن:

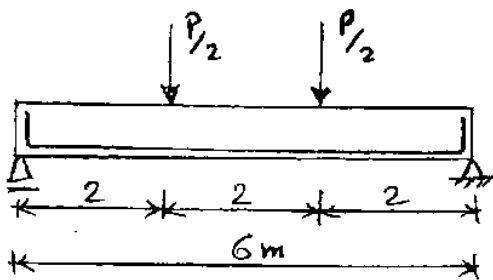
$$\varphi V_c = \varphi 0.17 \sqrt{f_c} b_w d = \varphi 0.17 \times \sqrt{f_c} b_w d$$

مقاومت برشی فولادهای برشی (حداکثر ممکن):

$$\varphi V_s = V_{max} - \varphi V_c = \varphi (V_c + 0.66 \sqrt{f_c} b_w d) - \varphi V_c = \varphi 0.66 \sqrt{f_c} b_w d$$

$$\frac{V_s}{V_c} = \frac{0.66}{0.17} = 3.88$$

۱۱۹- تیر بتن آرمه‌ی نشان داده شده در شکل زیر، مفروض است. لنگر مقاوم مقطع در تمام طول تیر  $600 \text{ kN.m}$  و مقاومت برشی حداقل تیر بدون فولاد برشی  $V_c = 50 \text{ kN}$  است. برای افزایش مقاومت برشی تیر، دهانه‌های برش را تا حداکثر ممکن با خاموت برشی تقویت می‌کنیم. گزینه‌ی صحیح در این حالت، کدام است؟



- (۱) بار گسیختگی کل تیر از  $100 \text{ kN}$  به  $300 \text{ kN}$  افزایش پیدا می‌کند.
- (۲) بار گسیختگی کل تیر از  $100 \text{ kN}$  به  $500 \text{ kN}$  افزایش پیدا می‌کند.
- (۳) بار گسیختگی کل تیر از  $100 \text{ kN}$  به  $600 \text{ kN}$  افزایش پیدا می‌کند.
- (۴) بار گسیختگی کل تیر تفاوتی نمی‌کند، چون در وسط دهانه برش صفر بوده و خمش حاکم است.

گزینه ۲

حداکثر برش در تیر برابر است با:  $V_u = \frac{P}{2}$

قبل از تقویت بار گسیختگی برابر است با:

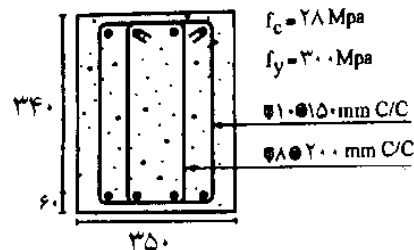
$$\frac{P}{2} < V_c = 50 \text{ kN} \rightarrow P < 100 \text{ kN}$$

پس از تقویت مقاومت برشی تیر حداکثر برابر  $V_n = 5V_c = 250 \text{ kN}$  خواهد بود و بنابراین بار گسیختگی برابر است با:

$$\frac{P}{2} < 250 \text{ kN} \rightarrow P < 500 \text{ kN}$$

مقاومت برشی طراحی مقطع نشان داده شده در شکل زیر چقدر می‌باشد: (براساس آیین نامه آبا)

(مهندس عمران آزاد ۸۳)



$$195/4 \text{ kN (1)}$$

$$182/4 \text{ kN (2)}$$

$$166/4 \text{ kN (3)}$$

$$216/8 \text{ kN (4)}$$

حداکثر فاصله خاموت‌ها در تیر  $d/2 = 340/2 = 170 \text{ mm}$  می‌باشد و بنابراین در محاسبه مقاومت برشی باید از آرماتور عرضی  $\phi 8 @ 200$  صرف نظر شود:

$$\begin{aligned} \phi V_n &= \phi V_c + \phi V_s = 0.75 \times 0.17 \times \sqrt{28} \times 350 \times 340 + 0.75 \times \frac{340}{150} \times 2 \times \pi \times 5^2 \times 300 \\ &= 80.2 + 80.07 = 160 \text{ kN} \end{aligned}$$

۳۴- علت اصلی محدودیت حداکثر آرماتور برشی در اعضای بتن مسلح چیست؟ (مهندس عمران آزاد ۸۱)

(۱) جلوگیری از شکست برشی - کنشی

(۲) جلوگیری از شکست برشی - فشاری

(۳) جلوگیری از تراکم آرماتور برشی

(۴) کاهش هزینه‌ها و ارائه طرح بهینه

گزینه ۲

۱۰- در تیر مقابل با فولادگذاری برشی نشان داده شده، ظرفیت برشی

فولادهای برشی به صورت تئوریک کدام است؟  $\phi_s = 1/0$  منظور

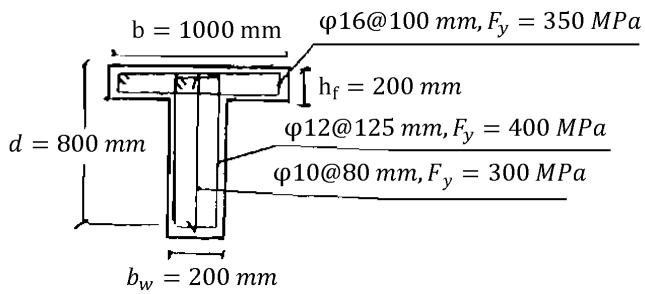
شود)

۸۱۴ kN (۱)

۵۷۸ kN (۲)

۱۰۲۵ kN (۳)

۱۹۴۰ kN (۴)



$$V_s = \sum \frac{A_v}{s} d F_y = \left( \frac{78.5 \times 1}{80} \times 800 \times 300 \right) + \left( \frac{113 \times 2}{125} \times 800 \times 400 \right) = 814 \text{ kN}$$

توجه: تنها آرماتورهای عرضی که در کل ارتفاع مقطع ادامه یافته اند باید در محاسبه مقاومت برشی منظور شوند.

۱۲۳- اگر در یک تیر بتن مسلح با ارتفاع مؤثر مقطع  $d$  از فولادهای برشی مایل با زاویه  $60^\circ$  نسبت به فولادهای خمشی

طولی استفاده شود حداکثر گام افقی  $S$  برای فولادهای برشی با فرض زاویه ترک  $45^\circ$  کدام است؟

$$\frac{d}{2} \left( 1 + \frac{1}{\sqrt{3}} \right) \quad (۱)$$

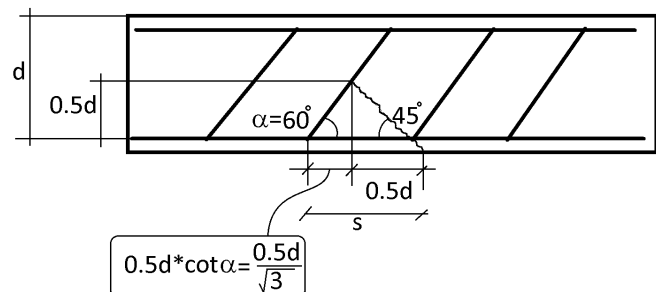
$$\frac{d}{2} \left( 1 + \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \quad (۲)$$

$$\frac{d}{2} \left( 1 + \sqrt{3} \right) \quad (۳)$$

$$\frac{d}{2} \quad (۴)$$

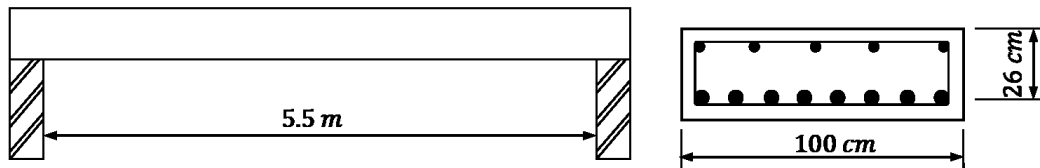
گزینه ۱

فاصله خاموت ها باید به گونه ای باشد که هر ترکی که از ناحیه کششی تیر شروع میشود، قبل از اینکه نصف ارتفاع موثر تیر را عبور کند، توسط یک خاموت مهار شود.



**Example:**

The simply supported beam shown below is loaded by a service dead load of  $40 \text{ KN/m}$ , and a uniformly distributed service live load of  $25 \text{ KN/m}$ . Design vertical stirrups for this beam. The concrete strength is  $25 \text{ MPa}$ , and the yield strength of the stirrups is  $412 \text{ MPa}$ .

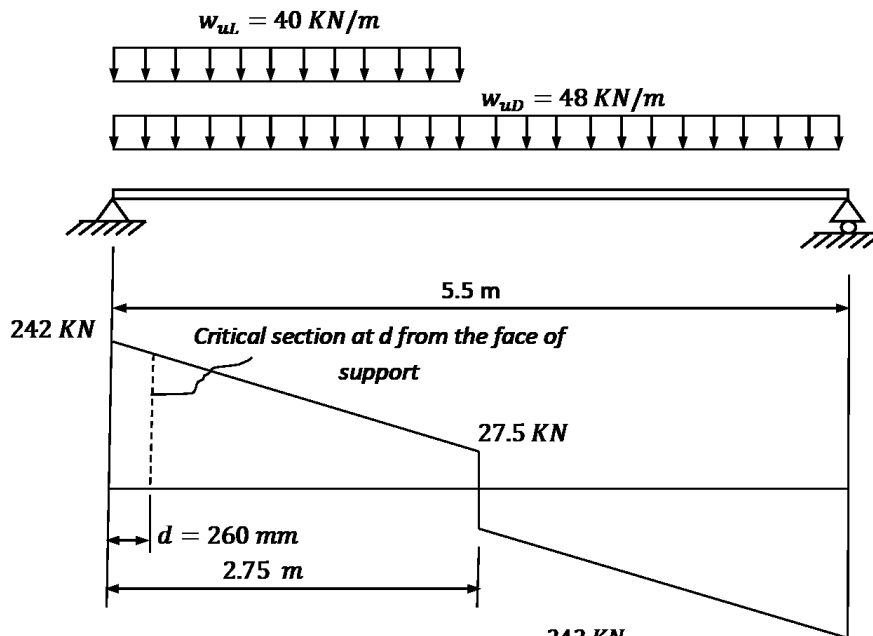
**Solution:**

$$w_{uD} = 1.2 \cdot 40 = 48 \text{ KN/m},$$

$$w_{uL} = 1.6 \cdot 25 = 40 \text{ KN/m}$$

$$V_u \text{ at face of support} = \frac{wl}{2} = \frac{(48 + 40) \cdot 5.5}{2} = 242 \text{ KN},$$

$$V_u \text{ at midspan} = \frac{w_{uL}l}{8} = \frac{40 \cdot 5.5}{8} = 27.5 \text{ KN},$$



Critical section at  $d = 260 \text{ mm}$  from the face of support.

$V_u$  at  $d = 260 \text{ mm}$ .

$$\frac{242 - 27.5}{2.75} = \frac{y}{2.75 - 0.26} \rightarrow y = 194.22 \text{ KN}$$

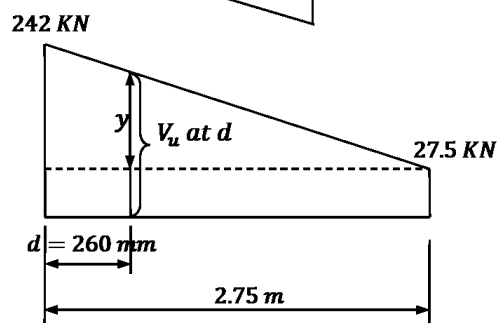
$$V_u = y + 27.5 = 194.22 + 27.5 = 221.72 \text{ KN}$$

$$V_c = \frac{1}{6} \lambda \sqrt{f'_c} b_w d = \frac{1}{6} \cdot 1 \cdot \sqrt{25} \cdot 1000 \cdot 260 \cdot 10^{-3} = 216.67 \text{ KN}.$$

Check for section dimensions:

$$V_s = \frac{V_u}{\phi} - V_c = \frac{221.72}{0.75} - 216.67 = 79 \text{ KN}.$$

$$V_{s,max} = \frac{2}{3} \sqrt{f'_c} b_w d = \frac{2}{3} \sqrt{25} \cdot 1000 \cdot 260 \cdot 10^{-3} = 866.67 \text{ KN}$$



$$V_s = 79 \text{ KN} < V_{s,max} = 866.67 \text{ KN} \quad \text{-- the section is large enough.}$$

Check for  $V_{s,min}$ :

$$A_{v,min} = \frac{1}{16} \sqrt{f'_c} \frac{b_w s}{f_{yt}} \quad \text{but not less than}$$

$$A_{v,min} = \frac{1}{3} \frac{b_w s}{f_{yt}}, \quad \text{-- control} \quad \left( \frac{1}{16} \sqrt{f'_c} = \frac{5}{16} < \frac{1}{3} \right)$$

$$V_{s,min} = \frac{1}{16} \sqrt{f'_c} b_w d = \frac{1}{16} \sqrt{25} \cdot 1000 \cdot 260 \cdot 10^{-3} = 81.25 \text{ KN}$$

$$V_{s,min} = \frac{1}{3} b_w d = \frac{1}{3} 1000 \cdot 260 \cdot 10^{-3} = 86.67 \text{ KN} \quad \text{-- control}$$

$$\phi V_c < V_u \leq \phi (V_c + V_{s,min})$$

$$0.75(216.67) = 162.5 \text{ KN} < V_u = 221.72 \text{ KN} < 0.75(216.67 + 86.67) = 227.51 \text{ KN}$$

Or  $V_s = 79 \text{ KN} < V_{s,min} = 86.67 \text{ KN}$  -- Case III

$$\frac{A_{v,min}}{s} = \frac{1}{16} \sqrt{f'_c} \frac{b_w}{f_{yt}} \quad \text{but not less than} \quad \frac{A_{v,min}}{s} = \frac{1}{3} \frac{b_w}{f_{yt}}$$

$$\frac{A_{v,min}}{s} = \frac{1}{16} \sqrt{25} \frac{1000}{412} = 0.7585$$

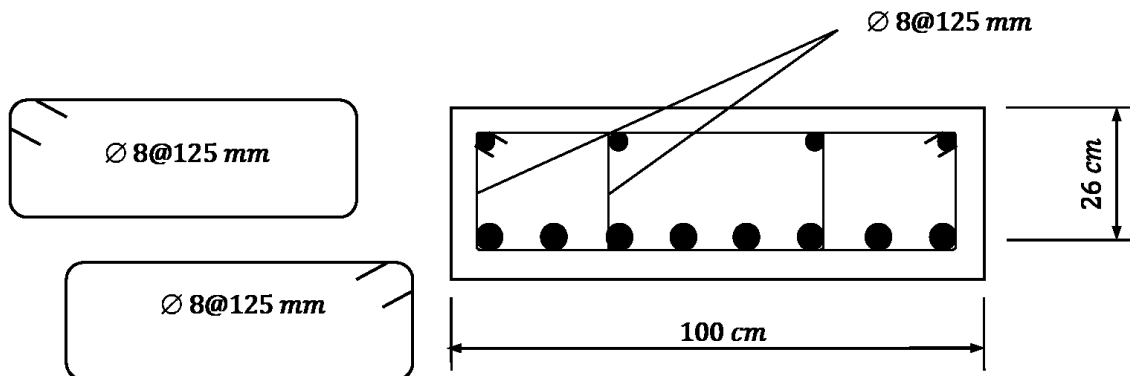
$$\frac{A_{v,min}}{s} = \frac{1}{3} \times \frac{1000}{412} = 0.80906 \quad \text{-- control}$$

Use stirrups 2U-shape (4-leg stirrups)  $\varnothing 8 \text{ mm}$  with  $A_v = 4 \cdot 50.27 = 201.1 \text{ mm}^2$

$$\frac{201.1}{s} = 0.80906 \quad \Rightarrow \quad s = 248.6 \text{ mm}$$

$$s_{max} \leq 600 \text{ mm}, \quad s_{max} \leq \frac{d}{2} = \frac{260}{2} = 130 \text{ mm} \quad \text{-- control}$$

Take 2U-shape (4-leg stirrups)  $\varnothing 8 @ 125 \text{ mm} < s_{max} = 130 \text{ mm}$



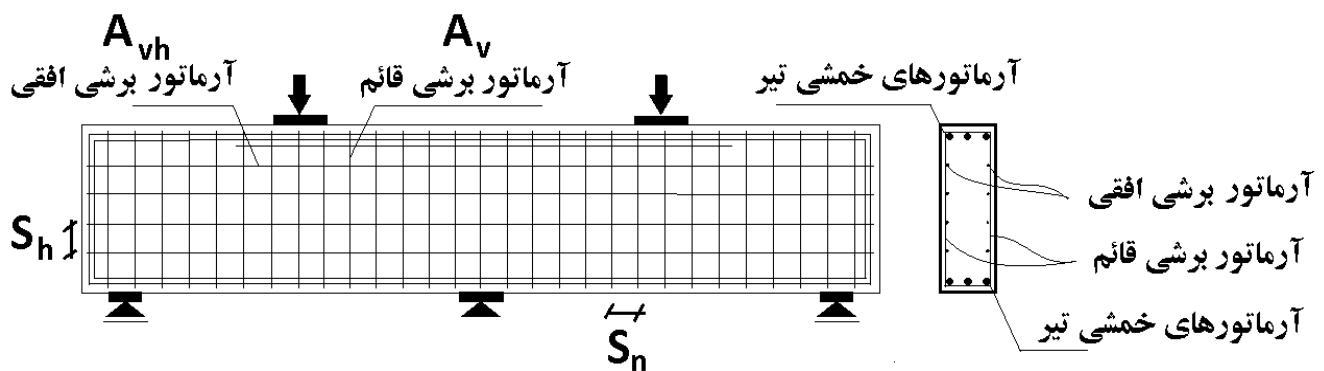
## 9.9—Deep beams

### 9.9.1 General

9.9.1.1 Deep beams are members that are loaded on one face and supported on the opposite face such that strut-like compression elements can develop between the loads and supports and that satisfy (a) or (b):

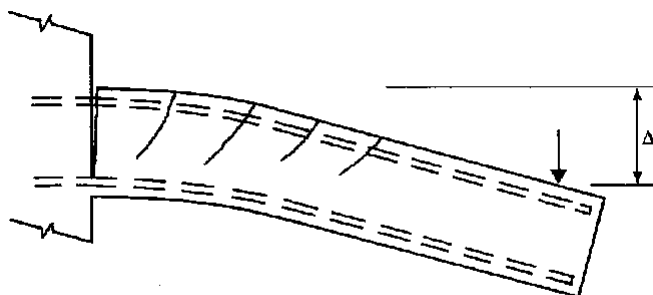
- (a) Clear span does not exceed four times the overall member depth  $h$
- (b) Concentrated loads exist within a distance  $2h$  from the face of the support

9.9.1.2 Deep beams shall be designed taking into account nonlinear distribution of longitudinal strain over the depth of the beam.

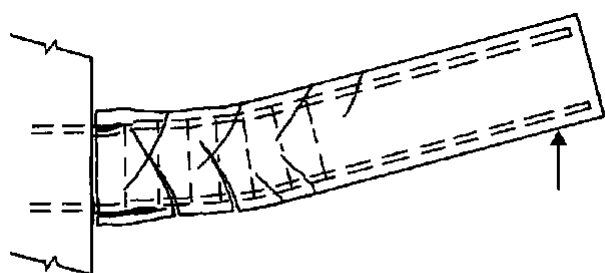


## ۵- ضوابط لرزه ای تیرها

به شکل زیر توجه کنید. در اثر بارگذاری (برش و خمش) ترک های خمشی و برشی در تیر ایجاد می شود. با تغییر جهت بار، ترکهای قبلی بسته شده و ترک های جدید ایجاد می شود. پس از چندین بار تغییر جهت بار شکل ترک ها مانند شکل دوم خواهد شد.



ترک در تیر در اثر خمش تیر به سمت پایین



ترک در تیر در اثر خمش تیر به سمت بالا

سپس پوسته بتن خواهد ریخت. پس از ریزش پوسته بتن، میلگردهای طولی کمانش خواهند کرد مگر اینکه توسط تنگ بسته با فواصل مناسب مهار شده باشند.

## ۵-۱- لنگر خمشی محتمل

در محاسبات مربوط به طراحی لرزه ای تعاریف زیر لازم هستند:

- لنگر خمشی طراحی تیر:

$$\phi M_n = \phi A_s F_y Z = 0.9 A_s F_y Z$$

- لنگر خمشی اسمی تیر:

$$M_n = A_s F_y Z$$

- لنگر خمشی محتمل تیر:

$$M_{pr} = A_s (1.25 \times F_y) Z$$

در محاسبه لنگر خمشی محتمل (رابطه سوم) با توجه به اینکه احتمال دارد تنش در میلگردها از  $F_y$  فراتر رود (وارد ناحیه سخت شوندگی کرنش شود) تنش در میلگرد برابر  $1.25F_y$  فرض میشود. اثرات سخت شوندگی کرنش در کرنش های زیاد موجب بالا رفتن تنش در میلگرد می شود. همچنین ممکن است تنش تسلیم واقعی میلگرد بیش از مقدار اسمی آن باشد.

در مثال زیر یک نمونه نحوه محاسبه لنگر مقاوم خمشی اسمی و محتمل نشان داده شده است

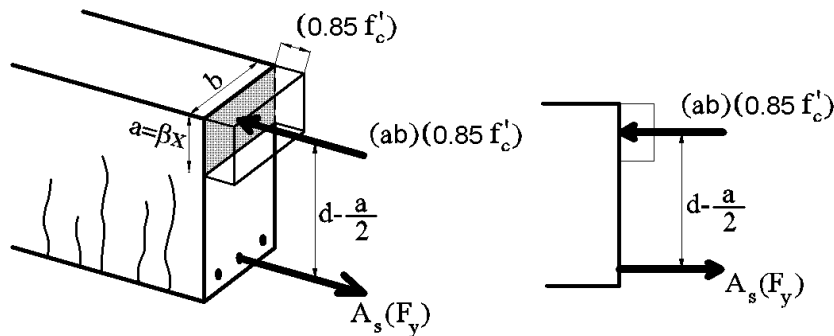
## محاسبات ۹۷

۴۲- در یک تیر بتن آرمه در محاسبه لنگر خمشی مقاوم اسمی، عمق ناحیه فشاری ( $\beta x$ ) برابر  $0.22d$  بدست آمده است که  $d$  فاصله دورترین تار فشاری تا مرکز سطح آرماتور کششی طولی است. نسبت لنگر خمشی مقاوم محتمل به لنگر خمشی مقاوم اسمی برای این مقطع حدوداً چقدر خواهد بود؟

1.10 (۴)                      1.16 (۳)                      1.21 (۲)                      1.25 (۱)

گزینه ۲

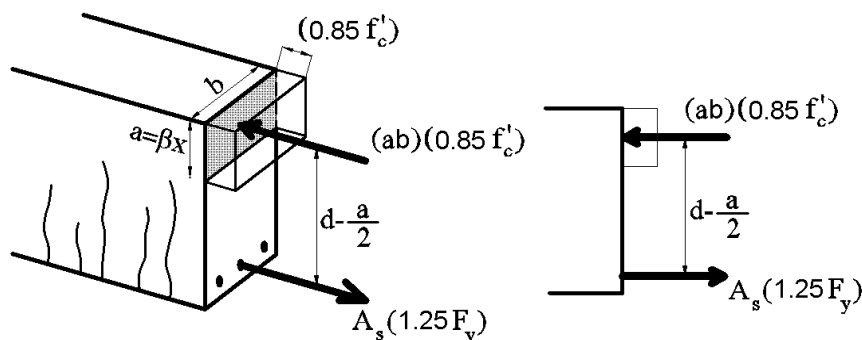
هنگام محاسبه مقاومت خمشی "اسمی"، مقدار  $\beta x$  و در نتیجه مقاومت خمشی از رابطه زیر بدست میاید:



$$A_s(F_y) = (ab)(0.85f'_c) \rightarrow a = \beta x = \frac{A_s(F_y)}{(b)(0.85f'_c)} = 0.22d$$

$$\rightarrow M_n = A_s F_y Z = A_s F_y \left( d - \frac{0.22d}{2} \right) = A_s F_y (0.89d)$$

محاسبه مقاومت خمشی "محتمل"، مقدار  $\beta x$  و در نتیجه مقاومت خمشی از رابطه زیر بدست میاید:



$$A_s(1.25F_y) = (ab)(0.85f'_c) \rightarrow a = \beta x = \frac{A_s(1.25F_y)}{(b)(0.85f'_c)} = 1.25 \times 0.22d = 0.275d$$

$$\rightarrow M_{pr} = A_s(1.25F_y)Z = A_s 1.25F_y \left( d - \frac{0.275d}{2} \right) = A_s F_y (1.0781d)$$

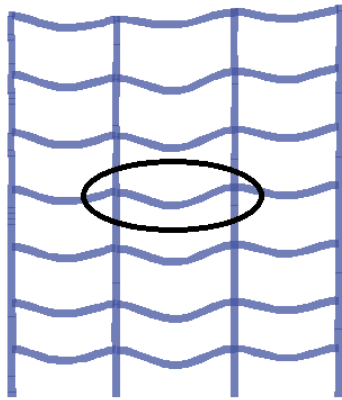
$$\frac{M_{pr}}{M_n} = \frac{1.0781}{0.89} = 1.21$$

- در موارد طراحی برش بر اساس ظرفیت خمشی (که در بند های بعدی آمده است) از لنگر محتمل استفاده خواهد شد.

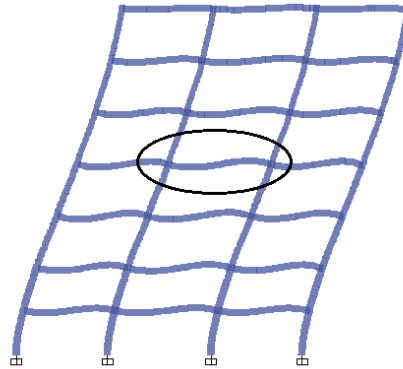


۵-۲- محاسبه نیروی برشی تیرهای قابهای خمشی بر اساس ظرفیت خمشی

قبل از بحث در رابطه با محاسبه نیروی برشی بر اساس ظرفیت تیر، به دیاگرام های لنگر تحت بارهای ثقلی و بارهای جانبی توجه نمایید:

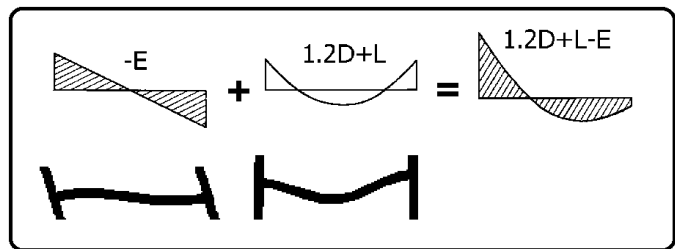
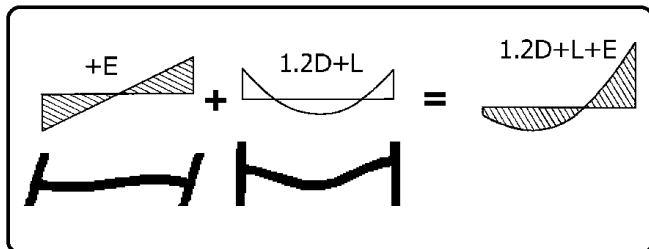


تغییر شکل تیرها تحت اثر بارهای جانبی



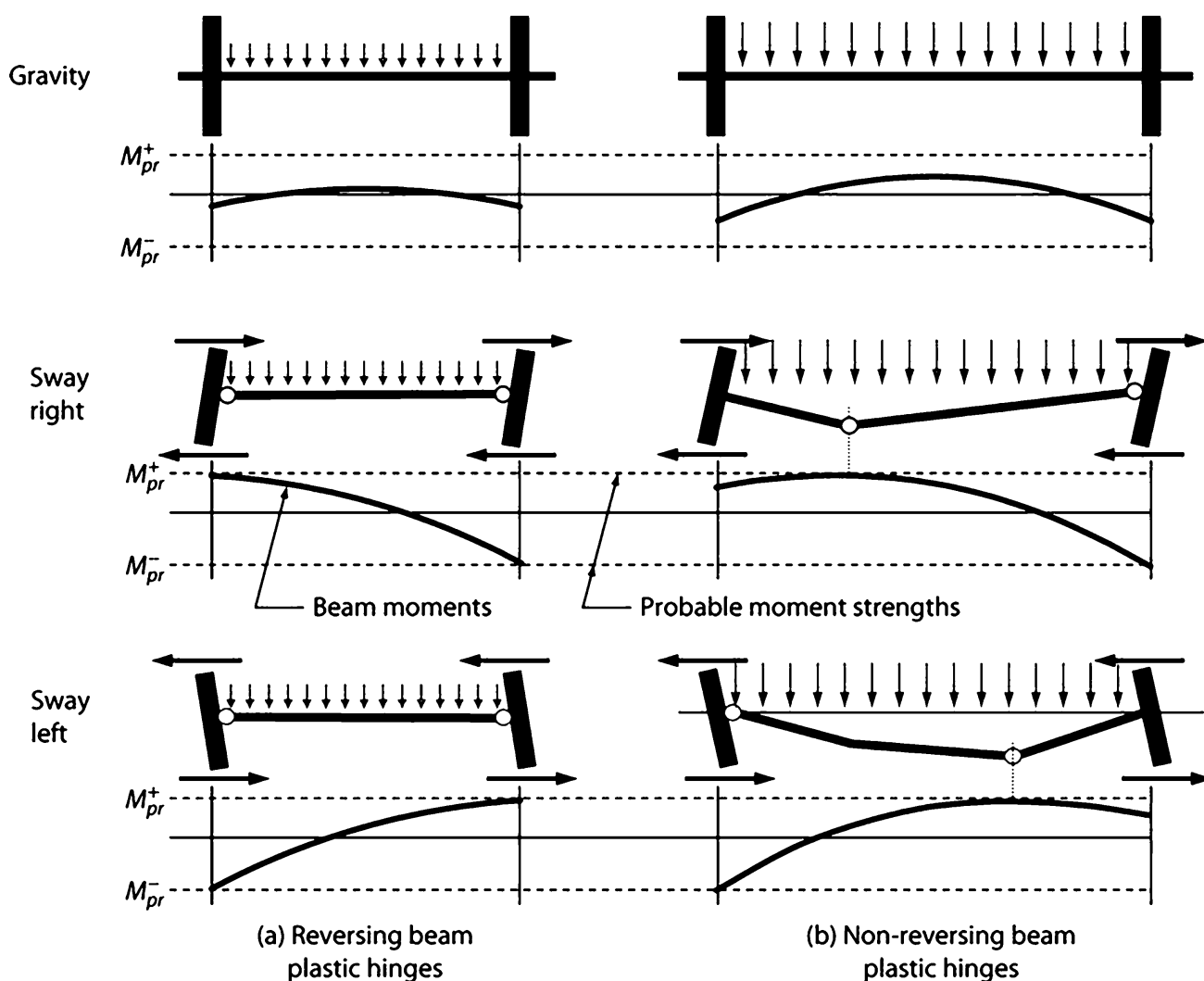
تغییر شکل تیرها تحت اثر بارهای ثقلی

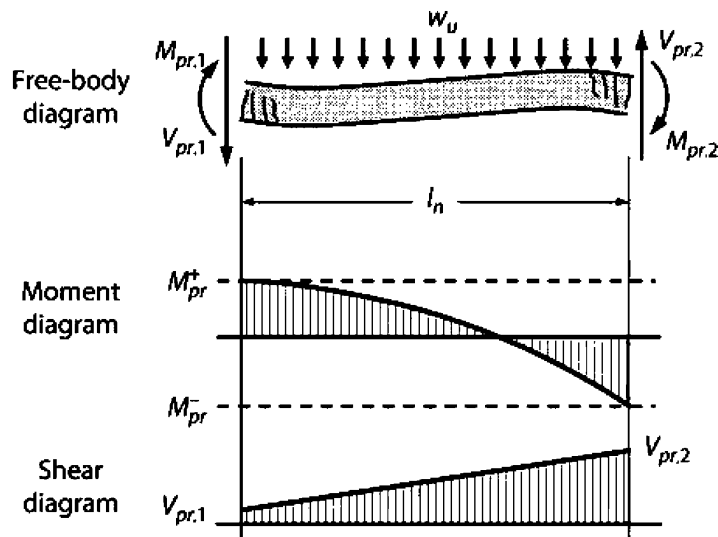
در شکل زیر دیاگرام لنگر ناشی از ترکیب بارهای  $1.2D+L+E$  و نیز  $1.2D+L-E$  ترسیم شده است:



- نتیجه: در زلزله های شدید، در تیر انحنای مضاعف خواهیم داشت. یعنی جهت لنگر در دو انتهای تیر مخالف هم خواهد بود.

به شکلهای زیر توجه کنید. در شکل سمت چپ یک تیر با دهانه و بار ثقلی متعارف نشان داده شده است. انتظار می رود لنگر حداکثر در دو انتهای تیر رخ دهد و انتظار می رود مفاصل پلاستیک (تحت همزمان بار ثقلی و لرزه ای) در دو انتهای تیر تشکیل شوند. ولی همیشه در تمامی تیرها اینچنین نیست. در تیرهای با دهانه بلند و بار ثقلی زیاد، مفاصل پلاستیک خمشی ممکن است به جای بر ستون، در طول تیر تشکیل شود (شکل سمت راست). تشکیل مفاصل پلاستیک مطابق آنچه در شکل سمت راست مشاهده میکنید، برای تیرهای بتنی قابهای خمشی مورد پسند و توصیه نیست و باید اجتناب شود (چرا؟). در دو انتهای تیر در طول ناحیه بحرانی تیر طبق ضوابط آیین نامه ای از آرماتور گذاری عرضی ویژه استفاده میشود. در صورت تشکیل مفاصل پلاستیک در دو انتهای تیر (در طول ناحیه بحرانی) به جهت تمهیدات خاصی که برای آرماتورها در نظر گرفته شده است، یک رفتار شکل پذیر خواهیم داشت. ولی در خارج از ناحیه بحرانی به جهت عدم وجود میلگردهای عرضی ویژه رفتار شکل پذیر نخواهد بود. همچنین توجه شود که در صورت تشکیل مفصل پلاستیک در دو انتهای تیر (مطابق شکل سمت چپ) به جهت ماهیت رفت و برگشتی زلزله، جهت لنگر پلاستیک نیز تغییر میکند ولی در حالتی که مفصل پلاستیک (مطابق شکل سمت راست) در اثر بارهای ثقلی تشکیل میشود، لنگر به صورت یک جهت افزایش می یابد و مطلوب نیست. در شکل زیر ابتدا دو مفصل پلاستیک (وسط تیر + انتهای سمت راست تیر) تشکیل میشود. با تغییر جهت زلزله محل مفصل پلاستیک از انتهای سمت راست به انتهای سمت چپ منتقل میشود. در این حالت (شکل سمت راست) با تغییر جهت زلزله، جهت لنگر در انتهای تیر ثابت می ماند و تغییر نمیکند. در نتیجه با چند بار رفت و برگشت ناشی از زلزله تغییر شکلهای دورانی در محل مفصل پلاستیک حالت تجمعی پیدا میکنند و موجب گسیختگی میشوند.





اگر فرض شود که تیر در دو انتها به حداکثر ظرفیت خود ( $M_{pr}$ ) رسیده است، با لنگر گیری حول سمت راست تیر خواهیم داشت:

$$\sum M_2 = 0 \rightarrow -V_{pr1} \times L_n - \frac{w_u L_n^2}{2} + M_{pr1} + M_{pr2} = 0 \rightarrow V_{pr1} = \frac{M_{pr1} + M_{pr2}}{L_n} - \frac{w_u L_n}{2}$$

و با لنگر گیری حول سمت چپ تیر خواهیم داشت:

$$\sum M_1 = 0 \rightarrow -V_{pr2} \times L_n + \frac{w_u L_n^2}{2} + M_{pr1} + M_{pr2} = 0 \rightarrow V_{pr2} = \frac{M_{pr1} + M_{pr2}}{L_n} + \frac{w_u L_n}{2}$$

$V_{pr}$  برش سازگار با تشکیل مفاصل پلاستیک محتمل در دو انتهای تیر و بار ثقلی می باشد.

روابط فوق مقدار برشی را نشان میدهند که در لحظات نهایی شکست (که تیر در دو انتها تحت لنگر به ظرفیت نهایی خمشی خود رسیده است) تجربه می کند. در این روابط فرض شده است که:

- در لحظه نهایی شکست خمشی تیر در دو انتهای آن اتفاق می افتد.
- $w_u$  تنها مربوط به بارهای ثقلی و با در نظر گرفتن اثر زلزله قائم می باشد.

اگر طراحی برشی با نیروی فوق انجام شود، طراح مطمئن خواهد بود که گسیختگی برشی پس از خرابی خمشی در دو انتهای تیر رخ خواهد داد. یعنی ابتدا تیر در دو انتها مفصل پلاستیک خمشی را تجربه خواهد کرد و پس از تشکیل مفاصل خمشی ممکن است دچار گسیختگی برشی شود.

### سراسری ۹۵

۱۲۱- اگر در یک تیر از قاب خمشی با شکل پذیری زیاد با طول دهانه بین دو ستون برابر ۸ متر، مقادیر لنگر خمشی مقاوم

محتمل منفی و مثبت در هر دو انتهای تیر به ترتیب برابر  $640 \text{ kN.m}$  و  $400 \text{ kN.m}$  و نیروی برشی نهایی تیر در

لبه ستون حاصل از بارهای قائم برابر  $140 \text{ kN}$  باشد، مقطع تیر باید برای چه نیروی برشی نهایی کنترل شود؟

(۱) ۲۷۰

(۲) ۲۲۰

(۳) ۱۹۰

(۴) ۱۷۰

گزینه ۱

$$V_u = \frac{M_{pr-left} + M_{pr-right}}{L_n} + V_{gravity} = \frac{640 + 400}{8} + 140 = 270 \text{ kN}$$

(مهندس عمران ۷۶)

۱۷- مقاطع خمشی بتن آرمه را باید طوری طراحی کرد که:

- (۱) گسیختگی خمشی و برشی همزمان اتفاق بیفتد تا طرح اقتصادی باشد.
- (۲) گسیختگی برشی قبل از گسیختگی خمشی اتفاق بیفتد.
- (۳) گسیختگی خمشی قبل از گسیختگی برشی اتفاق بیفتد.
- (۴) گسیختگی خمشی و برشی با هم اتفاق نیفتد.

گزینه ۳

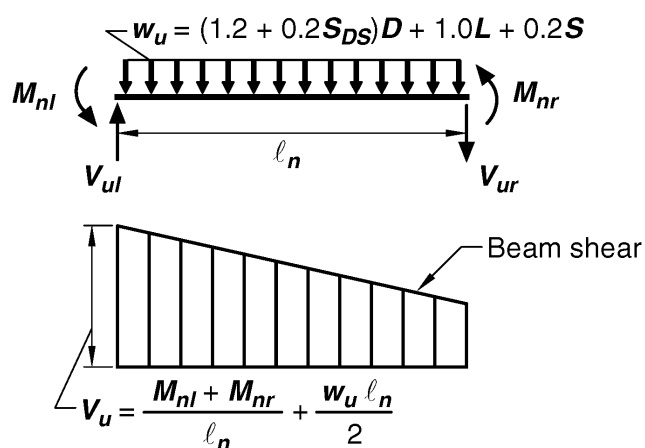
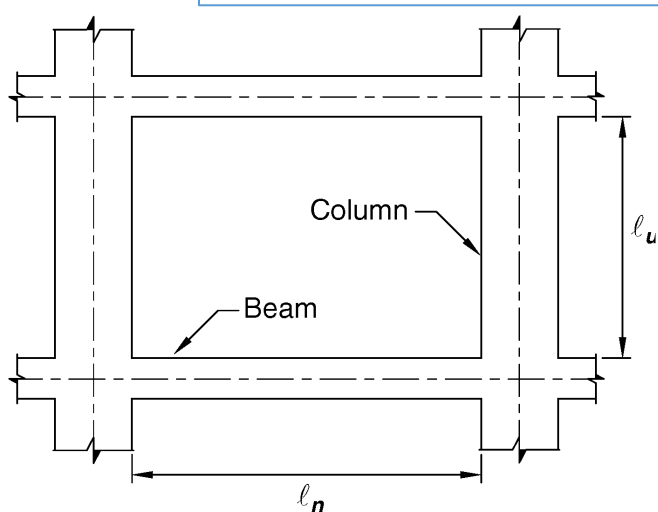
۳-۵- ضوابط طراحی برشی تیرهای با شکل پذیری متوسط مطالب بند قبلی در آیین نامه به شکل زیر بیان شده است. ضوابط زیر مربوط به شکل پذیری متوسط می باشد.

#### ۹-۲۰-۵-۲-۴ برش در تیرهای با شکل پذیری متوسط

۹-۲۰-۵-۲-۴-۱ مقاومت برشی تیر،  $\phi V_n$ ، نباید از کوچکترین دو مقدار (الف) و (ب) زیر کم تر در نظر گرفته شود:

الف- مجموع نیروی برشی ایجاد شده در تیر در اثر بارهای ثقلی ضریب دار و مولفه ی قائم زلزله و نیروی برشی متناظر با ظرفیت خمشی اسمی موجود در دو انتهای مقید تیر با منظور نمودن انحنای خمشی دو جهته در بر تکیه گاه ها؛

ب- حداکثر برش به دست آمده از ترکیب های بارگذاری که در آن ها به جای برش ناشی از زلزله ی E، مقدار 2E جایگزین شده باشد.



از روابط فوق می توان نتیجه گرفت که در تیرهای قابهای شکل پذیری متوسط برش طراحی تیر باید بر اساس رابطه زیر بدست آید.

$$V_u = \text{Min} \begin{cases} V_u = \frac{M_{nl} + M_{nr}}{L_n} + \frac{w_u L_n}{2} \\ V_u = 2(V_E) + \frac{w_u L_n}{2} \end{cases}$$

• در رابطه بالا:

$V_E$ : برش وارد بر تیر تحت اثر زلزله های افقی می باشد و اگر استفاده از زلزله متعامد ضروری باشد، بر اساس  $V_E =$

$\pm V_{EX} \pm 0.3V_{EY}$  و نیز بر اساس  $V_E = \pm V_{EY} \pm 0.3V_{EX}$  تعیین می شود.

$M_{nl}$  و  $M_{nr}$ : مقاومت خمشی اسمی در دو انتهای تیر می باشد که مطابق شکل فوق برای یک انتها باید مقاومت

خمشی اسمی مثبت و برای انتهای دیگر مقاومت خمشی اسمی منفی تیر لحاظ شود.

## ۹-۲۰-۵-۳-۴ برش در ستون‌های با شکل پذیری متوسط

۹-۲۰-۵-۳-۴-۱ در ستون‌ها مقاومت برشی مقطع،  $\phi V_n$ ، نباید از کوچک‌ترین دو مقدار (الف) و (ب) کم‌تر در نظر گرفته شود:

الف- نیروی برشی ایجاد شده در ستون در اثر بارهای ثقیل ضریب‌دار و نیروی برشی متناظر با لنگرهای خمشی اسمی موجود در مقاطع انتهایی با انحنای خمشی دو جهته، در هر امتداد. بار محوری ضریب‌دار باید از ترکیبی در بارگذاری ستون انتخاب شود که بیش‌ترین لنگر خمشی اسمی متناظر با آن حاصل گردد.

ب- حداکثر برش به دست آمده از ترکیب‌های بارگذاری ضریب‌دار شامل زلزله که در آن‌ها به جای برش ناشی از زلزله،  $E$ ، مقدار  $E\Omega_0$  جای‌گزین شده باشد.

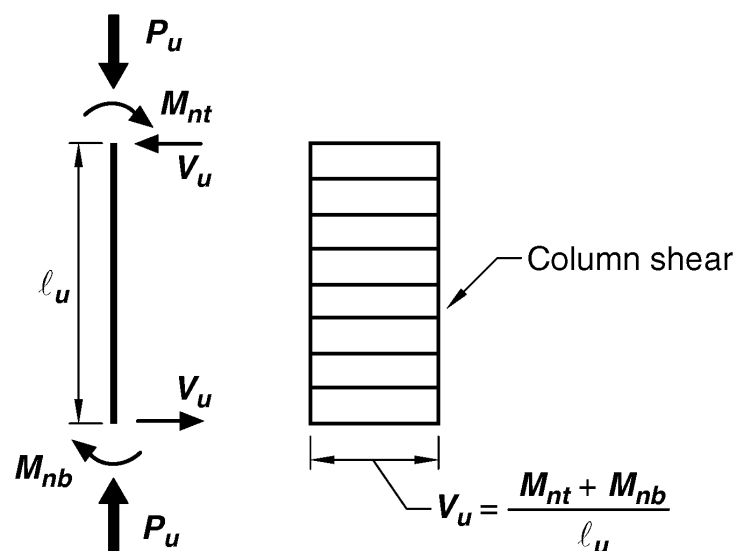


Fig. R18.4.2—Design shears for intermediate moment frames.

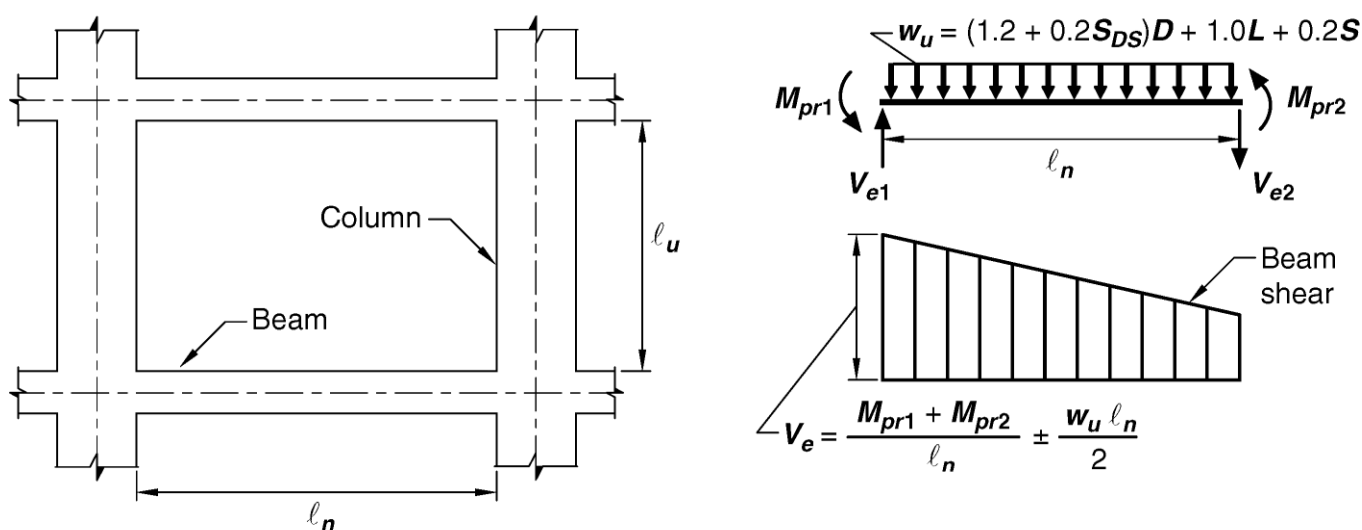
## ۹-۲۰-۶-۲-۴ برش در تیرهای با شکل پذیری زیاد

۹-۲۰-۶-۲-۴-۱ نیروی برشی طراحی تیرها،  $V_e$ ، باید با در نظر گرفتن تعادل استاتیکی بارهای قائم ضریب دار وارد بر تیر و لنگرهای خمشی موجود در مقاطع انتهایی تیر با فرض آن که در این مقاطع مفصل‌های پلاستیک تشکیل شده‌اند، تعیین شود. ظرفیت خمشی مفصل‌های پلاستیک، مثبت یا منفی باید برابر با لنگر خمشی مقاوم محتمل مقطع،  $M_{pr}$ ، در نظر گرفته شود. جهت‌های این لنگرهای خمشی باید چنان در نظر گرفته شوند که نیروی برشی ایجاد شده در تیر، بیش‌ترین مقدار باشد.

۹-۲۰-۶-۲-۴-۲ در مواردی که هر دو شرط (الف) و (ب) زیر برقرار باشند، طراحی آرماتورهای عرضی در مناطق بحرانی بند ۹-۲۰-۶-۲-۳-۱، باید با فرض  $V_c$  برابر با صفر انجام شود:

**الف-** بخش لرزه‌ای برش محاسبه شده بر اساس بند ۹-۲۰-۶-۲-۴-۱، بزرگ‌تر یا مساوی نصف مقاومت برشی حداکثر در مناطق بحرانی باشد.

**ب-** بار محوری فشاری ضریب دار،  $P_u$ ، که شامل اثرات زلزله می‌باشد، از  $0.05A_g f'_c$  کم‌تر باشد.



از روابط فوق می‌توان نتیجه گرفت که در تیرهای قابهای شکل پذیری متوسط برش طراحی تیر باید بر اساس رابطه زیر بدست آید.

$$V_u = \frac{M_{pr1} + M_{pr2}}{L_n} + \frac{w_u L_n}{2}$$

• در رابطه بالا:

$M_{pr1}$  و  $M_{pr2}$ : مقاومت خمشی محتمل در دو انتهای تیر می‌باشد که مطابق شکل فوق برای یک انتها باید مقاومت خمشی محتمل مثبت و برای انتهای دیگر مقاومت خمشی محتمل منفی تیر لحاظ شود.

## ۹-۲۰-۶-۳-۴ برش در ستون‌های با شکل پذیری زیاد

۹-۲۰-۶-۳-۴-۱ نیروی برشی طراحی،  $V_e$ ، در ستون‌ها باید با در نظر گرفتن اندر کنش نیروهای محوری ضریب‌دار و لنگرهای خمشی مقاوم محتمل در مقاطع انتهایی ستون با فرض آن که در این مقاطع مفصل‌های پلاستیک تشکیل شده‌اند، تعیین گردد. نیروی محوری  $P_u$  در محدوده‌ی بارهای محوری ضریب‌دار ستون طوری انتخاب می‌شود که بیش‌ترین لنگر خمشی محتمل،  $M_{pr}$ ، حاصل شود.

این برش در هیچ حالت نباید کم‌تر از برش به دست آمده از تحلیل ساختمان زیر اثر بارهای قائم و نیروی جانبی زلزله باشد. هم چنین نیازی نیست که مقدار نیروی برشی ستون، از نیروی محاسبه شده بر اساس مقاومت گره که با فرض لنگر خمشی محتمل،  $M_{pr}$ ، در تیرهای منتهی به گره به دست می‌آید، بیش‌تر باشد.

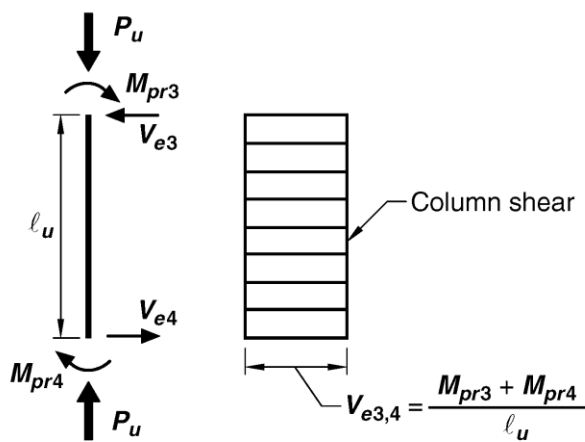
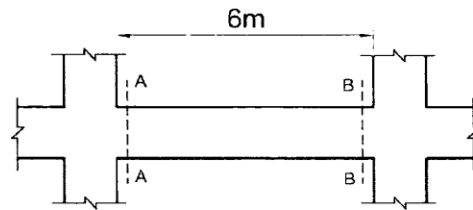


Fig. R18.6.5—Design shears for beams and columns.

## Notes on Fig. R18.6.5:

1. Direction of shear force  $V_e$  depends on relative magnitudes of gravity loads and shear generated by end moments.
2. End moments  $M_{pr}$  based on steel tensile stress of  $1.25f_y$ , where  $f_y$  is specified yield strength. (Both end moments should be considered in both directions, clockwise and counter-clockwise).
3. End moment  $M_{pr}$  for columns need not be greater than moments generated by the  $M_{pr}$  of the beams framing into the beam-column joints.  $V_e$  should not be less than that required by analysis of the structure.

۵۱- در صورتی که لنگرهای خمشی اسمی موجود در مقاطع A-A و B-B تیر یک ساختمان با شکل پذیری متوسط برابر مقادیر زیر باشد، حداکثر نیروی برشی همساز با لنگرهای خمشی اسمی در مقطع B-B با فرض تشکیل مفصل‌های پلاستیکی در مقاطع انتهایی تیر به کدامیک از مقادیر زیر نزدیکتر است؟ (مقاطع A-A و B-B در برستون می‌باشند و از بار روی تیر و وزن تیر صرف‌نظر شود).



$$M_A^- = 150 \text{ kN.m}$$

$$M_A^+ = 60 \text{ kN.m}$$

$$M_B^- = 120 \text{ kN.m}$$

$$M_B^+ = 66 \text{ kN.m}$$

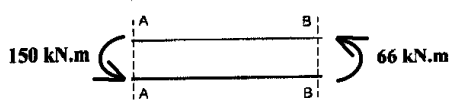
45 (۴)

36 (۳)

30 (۲)

21 (۱)

گزینه ۳



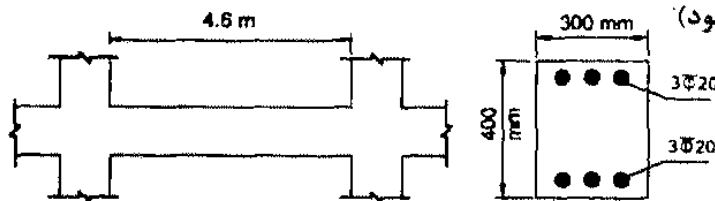
$$V_1 = \frac{M_A^- + M_B^+}{6} = \frac{150 + 66}{6} = 36 \text{ kN}$$



$$V_2 = \frac{M_A^+ + M_B^-}{6} = \frac{60 + 120}{6} = 30 \text{ kN}$$

$$V = \text{Max}(V_1, V_2) = 36 \text{ kN}$$

۳۱- تیر شکل زیر مربوط به یک سازه بتنی درجا با شکل‌پذیری متوسط است. در صورتی که بار مرده و زنده وارد بر تیر ناچیز بوده و از وزن واحد طول تیر صرف‌نظر شود، مقدار برش طراحی ( $V_u$ ) این تیر بر حسب کیلونیوتن بر اساس تشکیل مفصل پلاستیک در دو انتهای تیر به کدامیک از مقادیر زیر نزدیک‌تر است؟ (فرض نمایید عمق مؤثر مقطع برابر 340 میلی‌متر، میلگردها از رده S400 و بتن از رده C25 است. همچنین در محاسبه لنگر خمشی اسمی از اثر آرمانور فشاری صرف‌نظر شود)



40 (۱)

50 (۲)

60 (۳)

70 (۴)

گزینه ۲

$$M_n = A_s F_y \left( d - \frac{A_s (F_y)}{2(b)(0.85 f_c')} \right) = 3 \times 314 \times 400 \left( 340 - \frac{3 \times 314 \times 400}{2 \times 300 \times 0.85 \times 25} \right)$$

$$M_n = 117 \text{ kN.m}$$

$$V_u = \frac{2M_n}{4.6} = \frac{2 \times 117}{4.6} = 50.87 \text{ kN}$$



۳۰- اگر در یک تیر از قاب خمشی بتن آرمه با شکل پذیری زیاد به طول دهانه آزاد 7.2 متر لنگرهای خمشی مقاوم محتمل در هریک از دو انتها برابر  $800 \text{ kN.m}$  - و  $640 \text{ kN.m}$  + بوده و نیروی برشی نهایی در بر ستون حاصل از بارهای ثقیلی ضریب دار (با ضرایب بار در حضور زلزله) برابر  $160 \text{ kN}$  باشد، مقطع تیر در دو انتها حدوداً برای چه نیروی برشی نهایی بر حسب  $\text{kN}$  باید طراحی شود؟

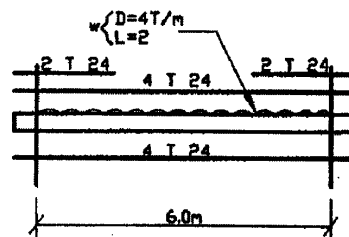
230 (۴)                      290 (۳)                      360 (۲)                      410 (۱)

گزینه ۲

$$V_u = \frac{M_{pr-left} + M_{pr-right}}{7.2} + 160 = \frac{640 + 800}{7.2} + 160 = 360 \text{ kN.m}$$

## محاسبات ۸۳- پایه ۱

۴۱- تیر زیر دارای مقطع  $40 \times 60$  سانتیمتر است. بارها در حد سرویس اند. آرماتورگذاری در تیر مطابق با شکل است. برش وارده به تیر در هنگام زلزله در حد سرویس  $V_E = 8.0T$  است. تیر برای شکل پذیری زیاد طراحی می شود. بگوئید خاموت لازم در نزدیک تکیه گاه چه اندازه است؟  $d=50\text{cm}$



$$A_v = 1.35 \text{ cm}^2 / 12.5 \text{ cm} \quad (۱)$$

$$A_v = 1.80 \text{ cm}^2 / 12.5 \quad (۲)$$

$$A_v = 2.10 \text{ cm}^2 / 12.5 \quad (۳)$$

$$A_v = 2.55 \text{ cm}^2 / 12.5 \quad (۴)$$

$$A_{s-bot} = 4\pi * 12^2 = 1808.64 \text{ mm}^2$$

$$A_{s-top} = 6\pi * 12^2 = 2712.96 \text{ mm}^2$$

با فرض اینکه بازوی خمش تقریباً برابر  $Z=0.9d$  باشد داریم:

$$M_{pr+} = A_{s-bot} (1.25F_y) Z = (1808.64)(1.25 \times 400) \times (0.9d) = 406944000 \text{ N.mm} = 406.9 \text{ kN.m}$$

$$M_{pr-} = A_{s-top} (1.25F_y) Z = (2712.96)(1.25 \times 400) \times (0.9d) = 610.416 \text{ kN.m}$$

$$V_u = \frac{610.4 + 406.9}{6} + \frac{(1.2 \times 40 + 20) \times 6}{2} = 373.55 \text{ kN}$$

$$\phi \left( V_c + \frac{A_v}{s} d F_y \right) > 373000 \rightarrow$$

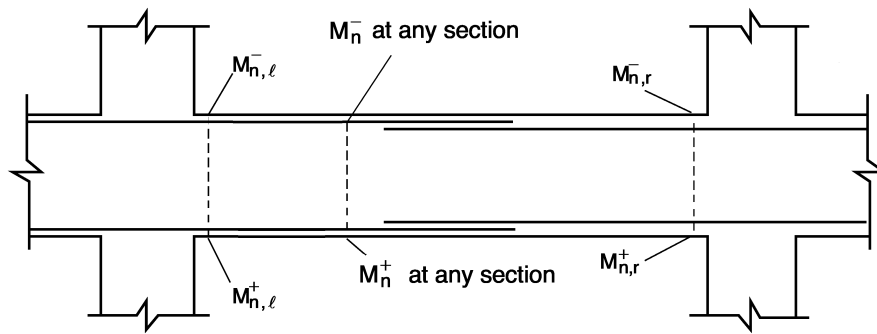
$$0.17 \times \sqrt{20} \times 400 \times 500 + \frac{A_v}{125} \times 500 \times 400 > \frac{373550}{0.75} \quad A_v = 216 \text{ mm}^2 @ 125 \text{ mm}$$

حل مسئله فوق با فرض اینکه شکل پذیری متوسط باشد:

$$M_{n+} = A_{s-bot} (F_y) Z = (1808.64)(400) \times (0.9d) = 325.5 \text{ kN.m}$$

$$M_{n-} = A_{s-top} (F_y) Z = (2712.96)(400) \times (0.9d) = 488.33 \text{ kN.m}$$

$$V_u = \text{Min} \left\{ \begin{array}{l} V_u = \frac{(1.2q_D + q_L)L}{2} + (2E) = \frac{(1.2 \times 40 + 20) \times 6}{2} + (2 \times 80) = 364 \text{ kN} \\ V_u = \frac{488 + 325}{6} + \frac{(1.2 \times 40 + 20) \times 6}{2} = 340 \text{ kN} \end{array} \right.$$



در شکل پذیری متوسط باید حداقل دو میلگرد سراسری در بالا و پایین مقطع ادامه داشته باشند. مساحت میلگرد سراسری نباید کمتر از 1/5 مساحت حداکثر تیر در وجه تحتانی باشد.

### ۲-۵-۲۰-۹ تیرها در قاب‌های با شکل پذیری متوسط

#### ۲-۲-۵-۲۰-۹ آرماتورهای طولی

۲-۲-۵-۲۰-۹ در هر یک از دو وجه فوقانی و تحتانی تیرها باید حداقل از دو آرماتور سراسری استفاده شود. سطح مقطع آرماتورهای سراسری وجه تحتانی نباید در هیچ مقطع، از یک چهارم بیشترین مقدار سطح مقطع آرماتورهای تحتانی در طول دهانه‌ی تیر کمتر باشد. این آرماتورها باید با فرض تامین تنش تسلیم کششی در بر تکیه گاه مهار شوند.

در شکل پذیری متوسط مقاومت خمشی مقطع تحت لنگر مثبت ( $M_{n,l}^+$  و  $M_{n,r}^+$ ) باید حداقل برابر 1/3 لنگر مقاوم منفی تکیه گاه مربوطه باشد. همچنین در طول تیر باید مقاومت خمشی مثبت و یا منفی تیر حداقل برابر 1/5 حداکثر مقاومت خمشی در دو انتهای تیر باشد:

### ۲-۵-۲۰-۹ تیرها در قاب‌های با شکل پذیری متوسط

#### ۲-۲-۵-۲۰-۹ آرماتورهای طولی

۲-۲-۵-۲۰-۹ در هر طرف تیر در بر تکیه‌گاه، مقاومت خمشی مثبت نباید از یک سوم مقاومت خمشی منفی همان تکیه‌گاه کمتر باشد. همچنین، مقاومت خمشی مثبت یا منفی در هر مقطعی در طول تیر، نباید از یک پنجم حداکثر مقاومت خمشی تیر در مقطع بر تکیه گاه در دو انتهای تیر کمتر باشد.

$$M_{n,r}^+ > \frac{M_{n,r}^-}{3}$$

$$M_{n,l}^+ > \frac{M_{n,l}^-}{3}$$

$$> \text{Max} \left( \frac{M_{n,r}^-}{5}, \frac{M_{n,l}^-}{5} \right)$$

$$M_n^- > \text{Max} \left( \frac{M_{n,r}^-}{5}, \frac{M_{n,l}^-}{5} \right)$$

### ۲-۶-۲۰-۹ تیرها در قاب‌های با شکل پذیری زیاد

#### ۲-۲-۶-۲۰-۹ آرماتورهای طولی

۲-۲-۶-۲۰-۹ در تمامی مقاطع تیر نسبت سطح مقطع آرماتور به مقطع موثر بتن، هم در پایین و هم در بالا، نباید کمتر از مقادیر مقرر شده در بند ۹-۱۱-۵-۲-۱ بوده، و نسبت آرماتور کششی برای فولادهای با حد تسلیم ۴۲۰ مگاپاسکال و کمتر نباید بیش‌تر از ۰/۰۲۵، و برای فولادهای با حد تسلیم ۵۲۰ مگاپاسکال بیش‌تر از ۰/۰۲۰ اختیار شود. حداقل دو میلگرد با قطر ۱۲ میلی متر باید هم در پایین و هم در بالای مقطع در سراسر طول پیش بینی شوند.

$$M_{n,r}^+ > \frac{M_{n,r}^-}{2}$$

$$M_{n,l}^+ > \frac{M_{n,l}^-}{2}$$

$$M_n^+ > \text{Max} \left( \frac{M_{n,r}^-}{4}, \frac{M_{n,l}^-}{4} \right)$$

$$M_n^- > \text{Max} \left( \frac{M_{n,r}^-}{4}, \frac{M_{n,l}^-}{4} \right)$$

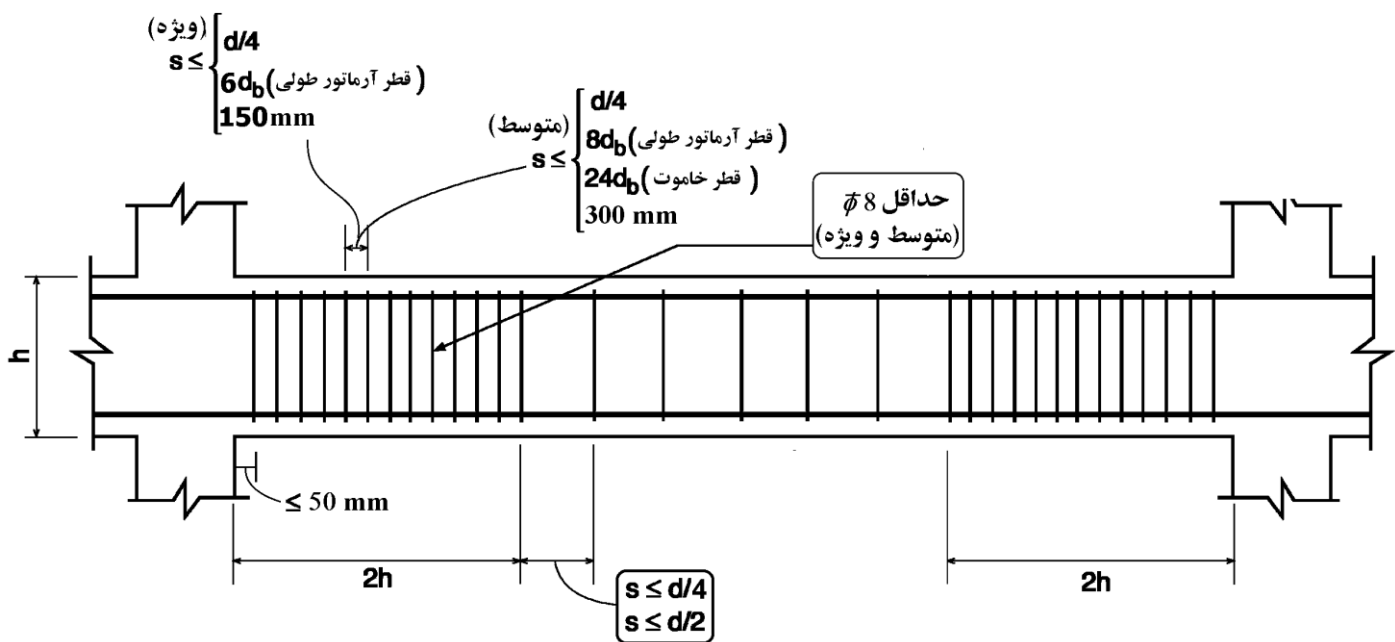
۲-۲-۶-۲۰-۹ در بر تکیه‌گاه‌های تیر، مقاومت خمشی مثبت مقطع در هر تکیه‌گاه باید حداقل برابر نصف مقاومت خمشی منفی همان مقطع باشد.

۳-۲-۶-۲۰-۹ مقاومت خمشی مثبت و منفی هر مقطع در سراسر طول تیر نباید کمتر از یک چهارم حداکثر مقاومت خمشی در مقاطع بر تکیه گاه‌ی در دو انتهای عضو باشد.

### 18.4—Intermediate moment frames

**18.4.2.4** At both ends of the beam, hoops shall be provided over a length of at least  $2h$  measured from the face of the supporting member toward midspan. The first hoop shall be located not more than 50 mm from the face of the supporting member. Spacing of hoops shall not exceed the smallest of (a) through (d):

- $d/4$
- Eight times the diameter of the smallest longitudinal bar enclosed
- 24 times the diameter of the hoop bar
- 300 mm



### 18.6—Beams of special moment frames

**18.6.4.4** The first hoop shall be located not more than 50 mm from the face of a supporting column. Spacing of the hoops shall not exceed the least of (a) through (c):

- $d/4$
- Six times the diameter of the smallest primary flexural reinforcing bars excluding longitudinal skin reinforcement required by 9.7.2.3
- 150 mm

#### محاسبات ۸۹

۳۹- در نواحی بحرانی یک تیر بتنی با شکل پذیری متوسط با ارتفاع مؤثر ۶۰۰ میلیمتر و دارای میلگردهای طولی با قطر ۲۰ میلیمتر و خاموت با قطر ۸ میلیمتر، حداکثر فاصله خاموتها چقدر می تواند باشد؟

- |            |            |
|------------|------------|
| ۱۵۰ mm (۲) | ۱۶۰ mm (۱) |
| ۲۰۰ mm (۳) | ۳۰۰ mm (۴) |

گزینه ۲

$$S < \text{Min} \left( \frac{600}{4}, 8 \times 20, 24 \times 8, 300 \right) = 150 \text{ mm}$$

## محاسبات ۹۴

۵۰- در یک قاب خمشی با شکل پذیری زیاد، ابعاد مقطع یکی از ستون‌های طبقه بام برابر  $500 \times 500 \text{ mm}$ ،  $d=440 \text{ mm}$  است. چنانچه حداکثر نیروی محوری نهایی مؤثر به این ستون برابر  $500 \text{ kN}$ ، قطر میلگردهای عرضی برابر  $10 \text{ mm}$ ، قطر میلگردهای طولی برابر  $25$  میلی‌متر، نوع فولاد S400 و رده بتن C25 باشد، بدون توجه به نیازهای محاسباتی حداکثر فاصله میلگردهای عرضی در نواحی بحرانی این عضو به کدامیک از مقادیر زیر نزدیک‌تر است؟

- (۱)  $100 \text{ mm}$  (۲)  $125 \text{ mm}$  (۳)  $150 \text{ mm}$  (۴)  $200 \text{ mm}$

گزینه ۱

ابتدا باید بررسی شود که عضو مورد نظر عضو فشاری محسوب می‌شود یا نه:

$$N_u = 500 \text{ kN} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} N_u < 0.1 f_c A_g$$

$$0.1 f_c A_g = 0.1 \times 25 \times 500 \times 500 = 625 \text{ kN}$$

با توجه به اینکه نیروی محوری کمتر از مقدار عنوان شده می‌باشد، عضو یک عضو خمشی محسوب می‌شود و ضوابط مربوط به اعضای خمشی را باید ارضا کند:

$$S < \text{Min} \left( \frac{440}{4}, 6 \times 25, 150 \right) = 110 \text{ mm}$$

## محاسبات ۹۵

۲۷- یک عضو تحت خمش در یک قاب بتن مسلح با شکل‌پذیری زیاد که ابعاد کلی مقطع  $b=300 \text{ mm}$  و  $h=500 \text{ mm}$  می‌باشد، با توجه به دیاگرام لنگر خمشی و نیروی برشی به‌دست آمده از تحلیل سازه به صورت زیر در تمام طول عضو مسلح گردیده است. آرماتور فوقانی  $3\Phi 20$  و آرماتور تحتانی  $2\Phi 20$  و خاموت بسته  $\Phi 10 @ 150 \text{ mm}$  می‌باشند. در صورتی که پوشش بتن برابر  $45 \text{ mm}$  و نوع بتن C30 و رده فولاد S400 باشد، گزینه صحیح را انتخاب کنید؟

- (۱) آرماتور طولی تحتانی و فوقانی از نظر حداکثر سطح مقطع، قابل قبول نیستند.  
 (۲) آرماتور طولی تحتانی مقطع از نظر حداقل سطح مقطع، قابل قبول نیست.  
 (۳) آرماتور طولی فوقانی مقطع از نظر حداقل سطح مقطع، قابل قبول نیست.  
 (۴) آرماتور برشی به کار برده شده قابل قبول نیست.

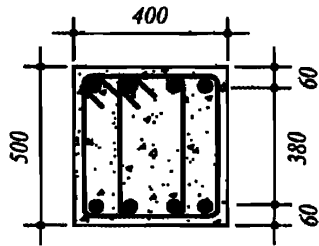
گزینه ۴

با توجه به شکل زیر فواصل آرماتورهای عرضی در انتهای تیرهای ویژه و متوسط نباید از  $d/4$  فراتر رود. بنابراین حداکثر فاصله آرماتورهای عرضی در تیر برابر است با:

$$\frac{d}{4} = \frac{(500 - 45 - 10 - 10)}{4} = 108.75 \text{ mm}$$

$$S < \text{Min} \left( \frac{d}{4} = 108.75 \text{ mm}, 6d_b = 120, 150 \right) = 108.75 \text{ mm}$$

۲۰- فرض کنید مقدار  $V_u$  در طول یک تیر بتنی ثابت و برابر ۴۰۰ کیلو نیوتن است. چنانچه تیر مذکور مربوط به یک ساختمان بتنی با شکل پذیری متوسط بوده و بتن از رده C25 باشد، فاصله خاموت های برشی عمود بر محور تیر در خارج از ناحیه بحرانی تیر، بر حسب میلی متر حداکثر چقدر می تواند باشد؟ (ابعاد مقطع به میلی متر است).



250 (۱)

220 (۲)

125 (۳)

110 (۴)

گزینه ۴

با توجه به اینکه قطر خاموت ها داده نشده است، امکان محاسبه دقیق وجود ندارد و تنها محدودیت های فواصل باید کنترل گردد:

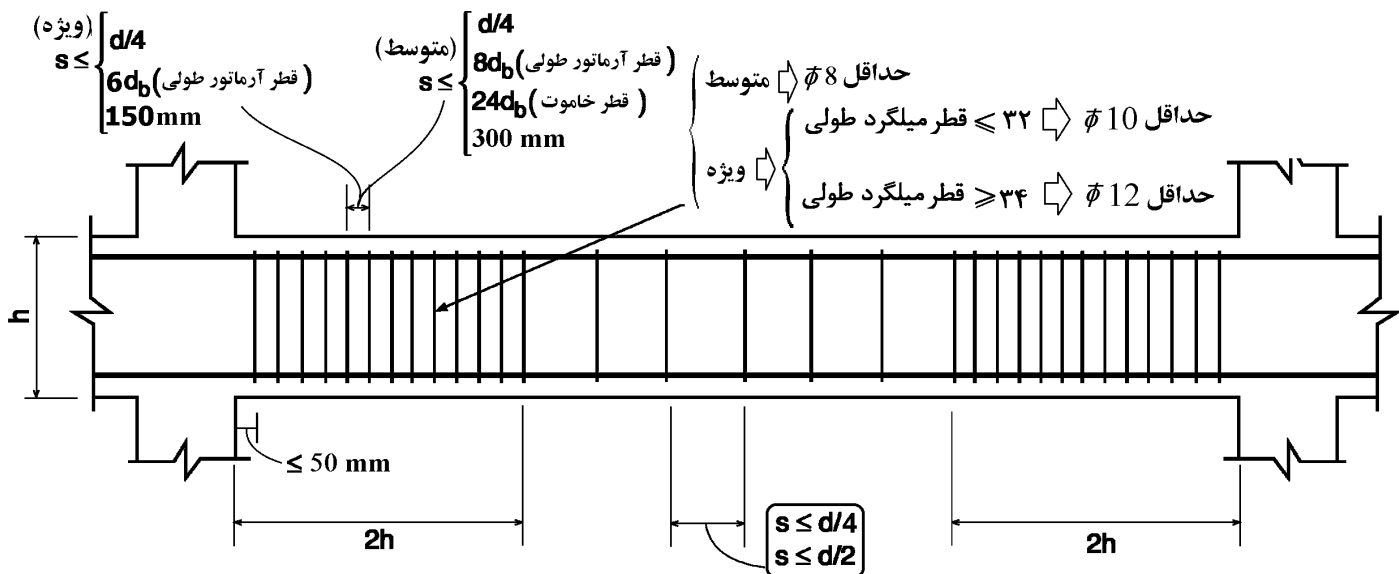
$$(V_u = 400 \text{ kN}) \leq \phi (V_c + V_s)$$

$$\frac{(V_u = 400 \text{ kN})}{\phi} - V_c \leq V_s$$

$$\frac{400}{0.75} - 0.17\sqrt{25} \times 400 \times 440 = 383 \text{ kN} \leq V_s$$

مقاومت برشی خاموت ها در قسمت میانی تیر باید حداقل ۳۸۳ kN باشد. و بنابراین:

$$V_s = 383 \text{ kN} > 0.33\sqrt{f_c}b_wd = 290 \text{ kN} \rightarrow S < \frac{d}{4} = 110 \text{ mm}$$



$$V_s \leq 0.33\sqrt{f_c}b_wd \Rightarrow s \leq \text{Min} \left( \frac{d}{2}, 600 \right)$$

$$V_s > 0.33\sqrt{f_c}b_wd \Rightarrow s \leq \text{Min} \left( \frac{d}{4}, 300 \right)$$

۷-۵- ضوابط خاموت در محل وصله ها در تیرهای با شکل پذیری ویژه

مطابق بندهای زیر از مبحث نهم، وصله پوششی تیرهای با شکل پذیری ویژه باید:

- ۱- خارج از ناحیه بحرانی تیرها باشد.
- ۲- توسط آرماتورهای عرضی با فواصل حداکثر  $Min\left(\frac{d}{4}, 100mm\right)$  محصور شود.
- ۳- علاوه بر یک حلقه بسته لازم است میلگردهای طولی تیر توسط آرماتورهای عرضی به صورت یک در میان مهار شوند (مانند ستونهای با شکل پذیری متوسط).

۲۰-۶-۲ تیرها در قاب های با شکل پذیری زیاد

۲۰-۶-۲-۲ آرماتورهای طولی

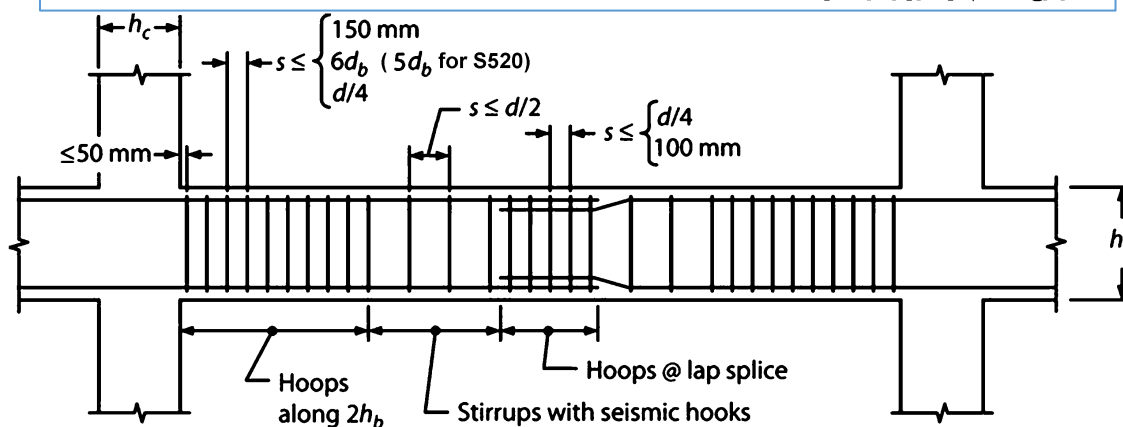
۲۰-۶-۲-۲-۴ استفاده از وصله پوششی در میلگردهای طولی خمشی فقط در شرایطی مجاز است که در تمام طول وصله آرماتور عرضی از نوع دورگیر یا دورپیچ موجود باشد. فواصل سفره های آرماتور عرضی دربرگیرنده وصله از یکدیگر نباید از کوچک ترین مقادیر یک چهارم ارتفاع مؤثر مقطع و ۱۰۰ میلی متر بیشتر باشد.

۲۰-۶-۲-۲-۵ استفاده از وصله پوششی در محل های زیر مجاز نیست:

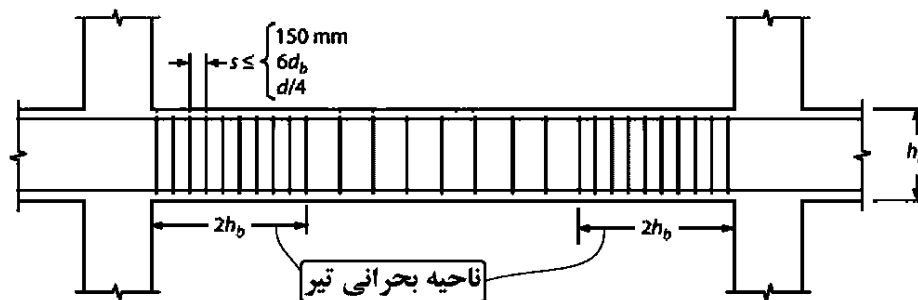
الف - در اتصالات تیرها به ستون ها

ب - در طولی معادل دو برابر ارتفاع مقطع از بر تکیه گاه

پ- در طولی معادل دو برابر ارتفاع مقطع از مقاطع بحرانی که در آنها، در اثر تغییر مکان جانبی غیر الاستیک، امکان وقوع تسلیم آرماتور وجود دارد.



(شکل برگرفته از کتاب بتن Moehle)



ضوابط ACI در مورد مهارجانبی میلگردهای طولی تیرهای ویژه:

#### 18.6.4 Transverse reinforcement

18.6.4.1 Hoops shall be provided in the following regions of a beam:

- (a) Over a length equal to twice the beam depth measured from the face of the supporting column toward midspan, at both ends of the beam
- (b) Over lengths equal to twice the beam depth on both sides of a section where flexural yielding is likely to occur as a result of lateral displacements beyond the elastic range of behavior.

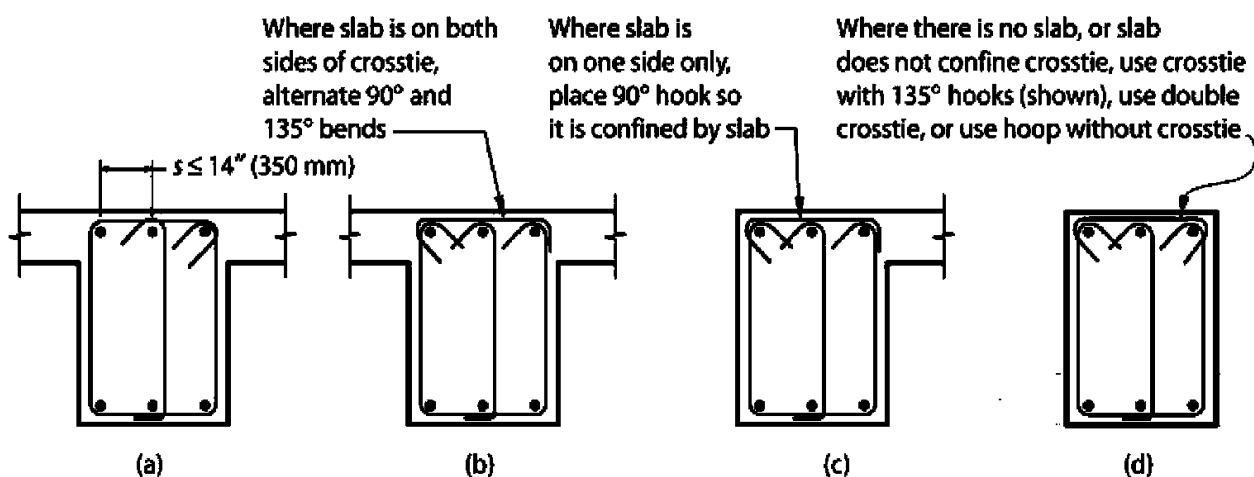
18.6.4.2 Where hoops are required, primary longitudinal reinforcing bars closest to the tension and compression faces shall have lateral support in accordance with 25.7.2.3 and 25.7.2.4. The spacing of transversely supported flexural reinforcing bars shall not exceed 350 mm. Skin reinforcement required by 9.7.2.3 need not be laterally supported.

25.7.2.3 Rectilinear ties shall be arranged to satisfy (a) and (b):

- (a) Every corner and alternate longitudinal bar shall have lateral support provided by the corner of a tie with an included angle of not more than 135 degrees
- (b) No unsupported bar shall be farther than 150 mm clear on each side along the tie from a laterally supported bar

• در تیرهای ویژه برخلاف تیرهای متوسط در دو انتهای تیر (نواحی بحرانی) میلگردهای طولی تیر باید یکی در میان توسط آرماتور عرضی مهار شوند (مانند میلگرد طولی ستونها). برای مثال اگر چهار و یا ۵ میلگرد طولی سراسری داشته باشیم، علاوه بر یک خاموت بسته پیرامونی، یک سنجاق اضافی نیز لازم خواهد بود.

شکل زیر نمونه ای از مهارجانبی آرماتورهای طولی تیرها در ناحیه بحرانی تیر را نشان می دهد:



#### Notes:

1. Beam longitudinal bars are to be supported by hoops and crossties to resist buckling under deformation reversals. Hoop legs and crossties are arranged such that every corner and alternate longitudinal bar has lateral support provided by the corner of a hoop or crosstie with no bar farther than 6 in (150 mm) clear from a supported bar.
2. Horizontal spacing of crossties or legs of overlapping hoops not to exceed 14 in (350 mm).
3. Alternate crossties (↖↗) end for end unless otherwise noted.

(شکل برگرفته از کتاب بتن Moehle)

مطالب صفحه قبل در مبحث نهم به صورت زیر بیان شده است.

۹-۲۰-۲-۶ تیرها در قاب های با شکل پذیری زیاد

۹-۲۰-۲-۶-۳ آرماتورهای عرضی

۹-۲۰-۲-۶-۱-۳ در تیرها در طول قسمت های بحرانی تیرها که در زیر مشخص شده اند، آرماتور عرضی باید از نوع دورگیر بوده و شرایط بند ۹-۲۰-۲-۶-۳ را تامین نمایند:

الف- در طولی معادل دو برابر ارتفاع مقطع از برهر تکیه گاه به سمت وسط دهانه

ب- در طولی معادل دو برابر ارتفاع مقطع در دو سمت مقطعی که در آن امکان تشکیل مفصل پلاستیک در اثر تغییر مکان جانبی غیرالاستیک وجود داشته باشد.

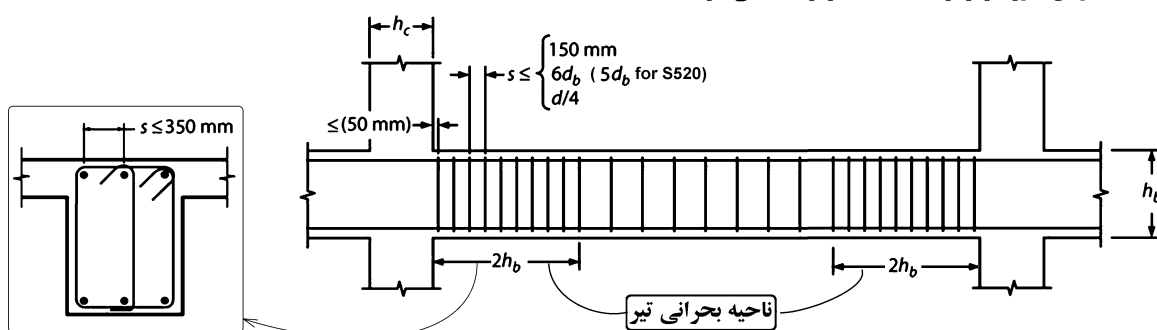
۹-۲۰-۲-۶-۲ دورگیرها و فواصل آنها از یکدیگر باید دارای شرایط (الف) تا (پ) زیر باشند:

الف- قطر دورگیرها مطابق بند ۹-۲۰-۲-۶-۲۱ باشد.

ب- فاصله دورگیرها از یکدیگر نباید بیشتر از یک چهارم ارتفاع مؤثر مقطع، ۶ برابر قطر کوچکترین میلگرد طولی

برای میلگردهای با مقاومت تسلیم ۴۲۰ مگاپاسکال و کمتر و ۵ برابر قطر کوچکترین میلگرد طولی برای میلگردهای با مقاومت تسلیم ۵۲۰ مگاپاسکال به جز میلگرد طولی جلدی و ۱۵۰ میلی متر اختیار شود.

پ- فاصله اولین دورگیر از بر تکیه گاه بیشتر از ۵۰ میلی متر نباشد.



۹-۲۰-۲-۶-۳-۳ در قسمتهایی از طول تیر که به دورگیر نیاز است، میلگردهای طولی اصلی در مجاورت رویه های کششی و فشاری عضو باید دارای تکیه گاه عرضی مطابق بند ۹-۲۰-۲-۶-۲۱ باشد. فاصله مرکز به مرکز میلگردهای خمشی که دارای تکیه گاه جانبی هستند نباید بیش از ۳۵۰ میلی متر باشد. برای آرماتورهای جلدی که بر اساس ضوابط بند ۹-۱۱-۶-۳ ضروری هستند نیازی به تکیه گاه عرضی نیست.

۹-۲۰-۲-۶-۲۱-۴ تنگهای مستطیلی باید شرایط زیر را ارضا کنند

الف- هر میلگرد طولی واقع در گوشه مقطع و سایر میلگردهای طولی بصورت یک در میان باید توسط خم با زاویه کمتر یا مساوی ۱۳۵ درجه مهار شود.

ب- میلگرد طولی بدون مهار جانبی نباید فاصله آزاد بیش از ۱۵۰ میلی متر از میلگرد طولی مهار شده داشته باشد.

پ- مهار تنگها در مقاطع مستطیلی با قلاب استاندارد که میلگرد طولی را در بر گرفته، انجام می شود.

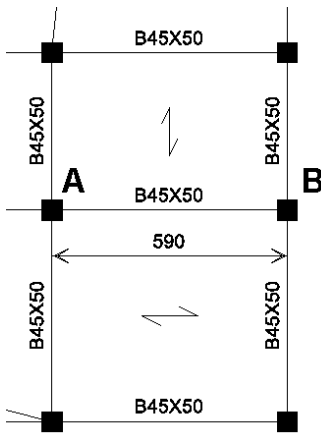
ت- استفاده از مجموعه میلگردهای سردار بعنوان تنگ مجاز نیست.



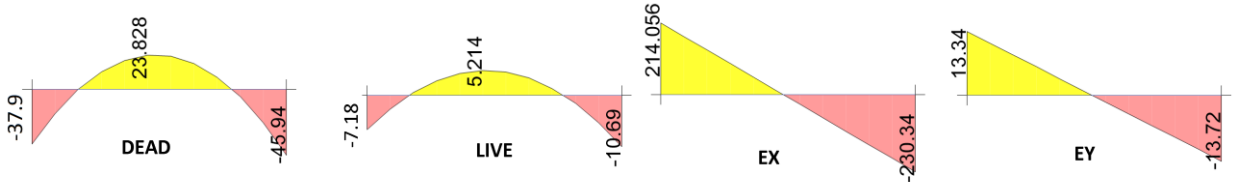
۹-۵- مثال جامع طراحی تیر

ابعاد تیر AB برابر 450 x 500 می باشد. ابعاد ستونهای انتهایی تیر برابر 500x500 mm می باشد. برای طرح آرماتورهای طولی از  $\Phi 22$  استفاده نمایید.

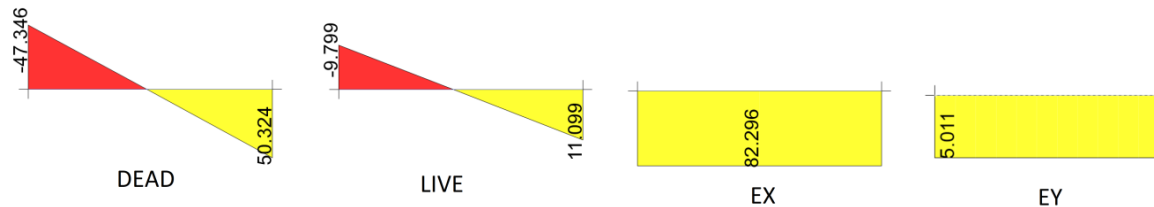
دیگرام لنگرهای خمشی تحت اثر بارهای مرده، زنده و زلزله بر حسب kN.m در شکل زیر داده شده است. بار مرده وارد بر تیر برابر  $q_D = 18.087 \frac{kN}{m}$  و بار زنده وارد بر تیر برابر  $q_L = 3.87 \frac{kN}{m}$  می باشد.



دیگرام لنگرهای خمشی تحت اثر بارهای مرده، زنده و زلزله بر حسب kN.m در شکل زیر داده شده است.

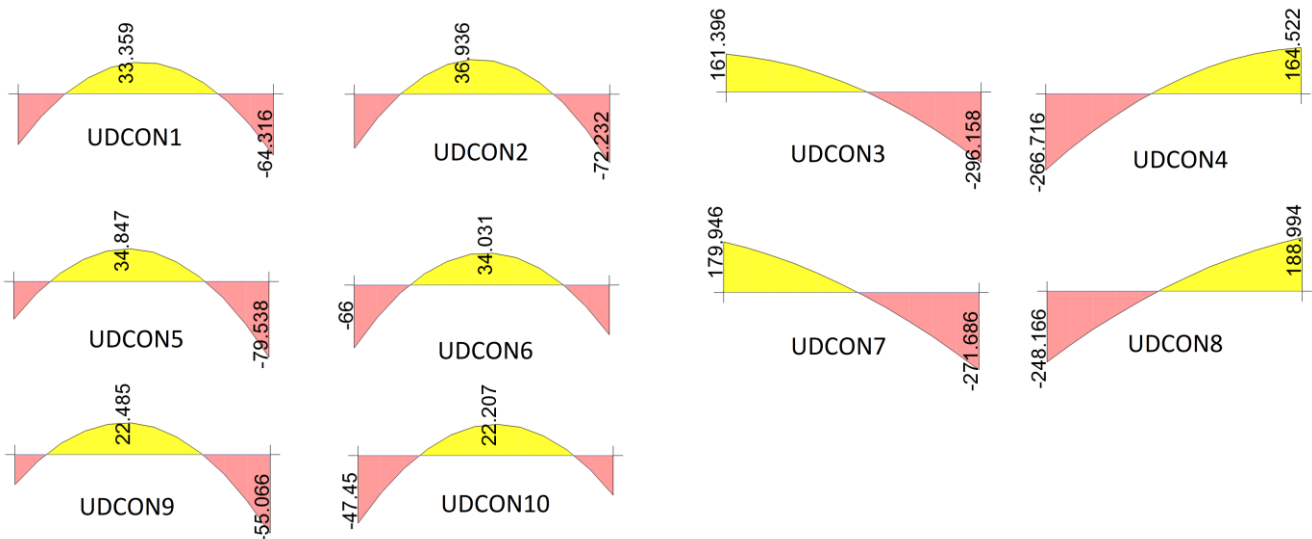


دیگرام برش در تیر AB (kN):

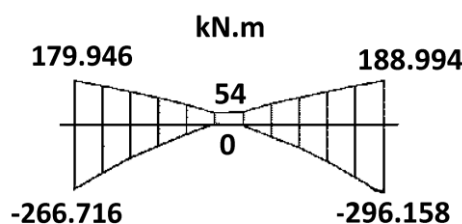


دیگرام لنگر تحت اثر ترکیب بارها (در ترکیب بارها از زلزله قائم صرف نظر شده است).

- COMB1=1.4D      COMB2=1.2D+1.6L      COMB3=1.2D+L+EX      COMB4=1.2D+L-EX  
 COMB5=1.2D+L+EY      COMB6=1.2D+L-EY      COMB7=0.9D+EX      COMB8=0.9D-EX  
 COMB9=0.9D+EY      COMB10=0.9D-EY



دیگرام پوش مربوط به کل ترکیب بارها به صورت زیر می باشد:



## ۵-۹-۱- تعیین میلگردهای خمشی تیر (شکل پذیری متوسط)

قبل از تعیین میلگردهای خمشی تیر باید لنگر وارد بر تیر در انتها و وسط تیر مشخص شود. مقادیر لنگرهای انتهایی باید ضوابط حداقل تیرهای متوسط را ارضا نمایند:

$$\varphi M_{n,r}^+ \geq \frac{\varphi M_{n,r}^-}{3}$$

$$\varphi M_{n,l}^+ \geq \frac{\varphi M_{n,l}^-}{3}$$

$$\varphi M_n^+ \geq \text{Max} \left( \frac{\varphi M_{n,r}^-}{5}, \frac{\varphi M_{n,l}^-}{5} \right)$$

$$\varphi M_n^- \geq \text{Max} \left( \frac{\varphi M_{n,r}^+}{5}, \frac{\varphi M_{n,l}^+}{5} \right)$$

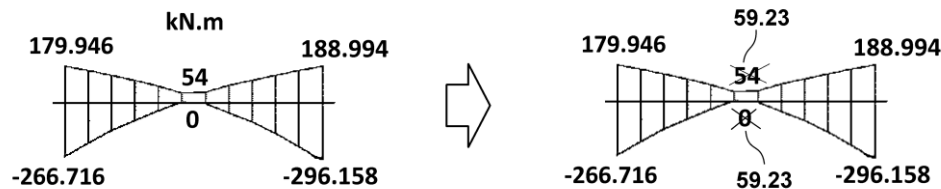
## ۲-۵-۲۰-۹ تیرها در قاب‌های با شکل پذیری متوسط

## ۲-۲-۵-۲۰-۹ آرماتورهای طولی

۲-۲-۲-۵-۲۰-۹ در هر طرف تیر در بر تکیه‌گاه، مقاومت خمشی مثبت نباید از یک سوم مقاومت خمشی منفی همان تکیه‌گاه کمتر باشد. همچنین، مقاومت خمشی مثبت یا منفی در هر مقطعی در طول تیر، نباید از یک پنجم حداکثر مقاومت خمشی تیر در مقطع بر تکیه‌گاه در دو انتهای تیر کمتر باشد.

$$\frac{M_{end}^-}{5} = \frac{296.158}{5} = 59.23 \text{ kN.m} \quad \frac{M_{end}^-}{3} = \frac{296.158}{3} = 98.72 \text{ kN.m}$$

- لنگرهای انتهایی مثبت تیر (179.946 و 188.994) از مقدار حداقل لازم (98.72) بیشتر هستند و در نتیجه نیازی به اصلاح آنها نیست. ولی لنگر در وسط تیر (54 و 0) کمتر از حداقل لازم (59.23) میباشد و لازم است اصلاح شوند:



میلگرد خمشی لازم برای تیر بر اساس لنگرهای وارد بر تیر (شکل فوق) محاسبه میشود. در ادامه جهت سادگی بازوی خمش برابر  $Z=0.9d$  فرض شده است. همچنین از وجود میلگرد فشاری در محاسبه مقاومت خمشی صرف نظر شده است. عمق موثر مقطع با فرض اینکه پوشش خالص برابر 40mm باشد و با فرض قطر خاموت برابر 10mm و قطر میلگرد طولی برابر 22mm خواهد بود با  $d=500-40-10-11=439\text{mm}$

- محاسبه میلگرد لازم در وجه فوقانی تیر

$$\{M_u = 266.716\} \leq \{\varphi A_s f_y Z = 0.9 A_s \times 400 \times (0.9 \times 439)\} \rightarrow A_s^{top-Left} = 1875 \text{ mm}^2$$

$$\{M_u = 296.158\} \leq \{\varphi A_s f_y Z = 0.9 A_s \times 400 \times (0.9 \times 439)\} \rightarrow A_s^{top-Right} = 2082 \text{ mm}^2$$

$$\{M_u = 59.23\} \leq \{\varphi A_s f_y Z = 0.9 A_s \times 400 \times (0.9 \times 439)\} \rightarrow A_s^{top-mid} = 416 \text{ mm}^2$$

- محاسبه میلگرد لازم در وجه تحتانی تیر

$$\{M_u = 179.946\} \leq \{\varphi A_s f_y Z = 0.9 A_s \times 400 \times (0.9 \times 439)\} \rightarrow A_s^{bot-Left} = 1265 \text{ mm}^2$$

$$\{M_u = 188.994\} \leq \{\varphi A_s f_y Z = 0.9 A_s \times 400 \times (0.9 \times 439)\} \rightarrow A_s^{bot-Right} = 1329 \text{ mm}^2$$

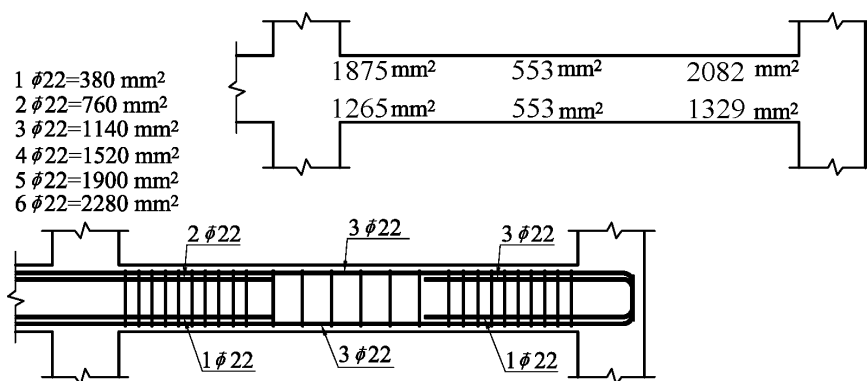
$$\{M_u = 59.23\} \leq \{\varphi A_s f_y Z = 0.9 A_s \times 400 \times (0.9 \times 439)\} \rightarrow A_s^{bot-mid} = 416 \text{ mm}^2$$

محاسبه آرماتور حداقل خمشی:

$$\rho_{min} = \text{Max} \left( \frac{1.4}{400}, \frac{\sqrt{25}}{4 \times 400} \right) = 0.0035 \rightarrow A_{smin} = 0.0035bd = 0.0035 \times 450 \times 439 = 691 \text{ mm}^2$$

میلگرد میانی تیر در بالا و پایین برابر  $416 \text{ mm}^2$  بدست آمده است. در حالیکه آرماتور حداقل برابر  $A_{smin}=691 \text{ mm}^2$  می باشد. به جای رعایت حداقل فوق میتوان از 1.33 برابر میلگرد محاسباتی استفاده کرد:

$$A_s^{bot-Middle} = A_s^{top-Middle} = \text{Min} \left( \frac{691}{1.33 \times 416 = 553} \right) = 553 \text{ mm}^2$$

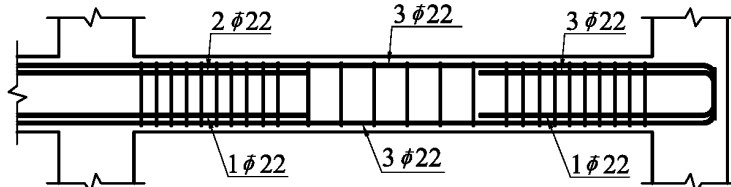


- در شکل فوق میلگردهای سراسری  $3\phi 22$  انتخاب شده است. توجه شود که میلگرد های سراسری تیر را میتوانستیم  $2\phi 22$  انتخاب کنیم. منتهی در فصل مربوط به طول مهار خواهیم دید که مساحت میلگرد میانی بهتر است بیش از مقدار لازم محاسباتی باشد تا محل قطع میلگردهای تقویتی متعارف بدست آید.

## ۵-۹-۲- تعیین میلگردهای عرضی تیر (شکل پذیری متوسط)

$$V_u = \text{Min} \left\{ \begin{array}{l} \frac{M_{nl} + M_{nr}}{L_n} + \frac{w_u L_n}{2} \\ 1.2V_D + V_L + 0.2V_S + V_{EV} \pm 2(V_E) \end{array} \right. \leq \phi(V_c + V_s)$$

برش وارد بر تیر تابع لنگرهای اسمی دو انتهای تیر میباشد. لنگرهای اسمی نیز بر اساس میلگرد خمشی تیر (میلگرد قرار داده شده) محاسبه میشود. بنابراین ابتدا باید لنگرهای خمشی اسمی مثبت و منفی انتهای تیر محاسبه شود.



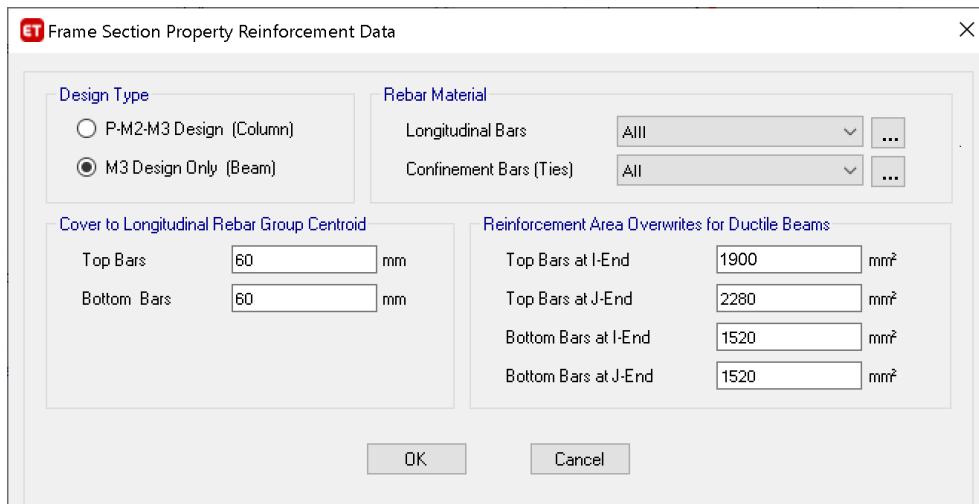
مقادیر لنگرهای مقاوم دو انتها (با صرف نظر کردن از میلگردهای فشاری) و با فرض اینکه بازوی خمش تقریباً برابر  $Z=0.9d$  باشد، به صورت زیر می باشد:

$$M_{n-Left}^+ = M_{n-Right}^+ = A_s F_y Z = 1520 \times 400(0.9 \times 439) = 240 \text{ kN.m}$$

$$M_{n-Left}^- = A_s F_y Z = 1900 \times 400(0.9 \times 439) = 300 \text{ kN.m}$$

$$M_{n-Right}^- = A_s F_y Z = 2280 \times 400(0.9 \times 439) = 360 \text{ kN.m}$$

- صرف نظر کردن از میلگرد فشاری در محاسبه مقاومت خمشی اسمی مقطع تیر در محاسبات فوق در خلاف جهت اطمینان میباشد و بهتر است این اثر دیده شود. منتهی در این تیر میلگرد فشاری تاثیر ناچیزی دارد (در حد یک درصد) و بنابراین نتایج قابل قبول است.
- نرم افزار ETABS نیز در محاسبه مقاومت خمشی مقطع از اثر میلگرد فشاری صرف نظر میکند.
- محاسبات فوق بر اساس میلگرد قرار داده شده در مقطع محاسبه شده (نه بر اساس میلگرد محاسبه شده). نرم افزار ETABS محاسبات فوق را بر اساس میلگرد محاسبه شده انجام میدهد. طراح می تواند با `overwrite` کردن مساحت میلگرد قرار داده شده، محاسبات را اصلاح کند:



با توجه به بار مرده و زنده  $q_D = 18.087 \frac{kN}{m}$  و  $q_L = 3.87 \frac{kN}{m}$ ، مقدار برش به صورت زیر محاسبه می شود:

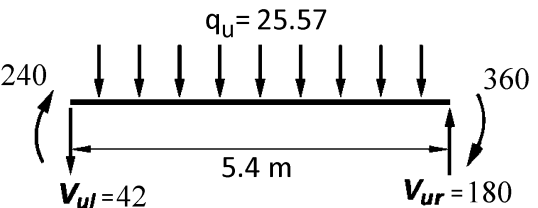
$$q_u = 1.2D + L = 1.2 \times 18.087 + 3.87 = 25.57 \frac{kN}{m}$$

$$V_u = \text{Min} \left\{ \begin{array}{l} V_{\text{capacity}} = \frac{M_{nl} + M_{nr}}{L_n} + \frac{w_u L_n}{2} \leq \varphi(V_c + V_s) \\ 1.2V_D + V_L + 0.2V_S + V_{EV} \pm 2(V_E) \end{array} \right.$$

شکل پذیری متوسط

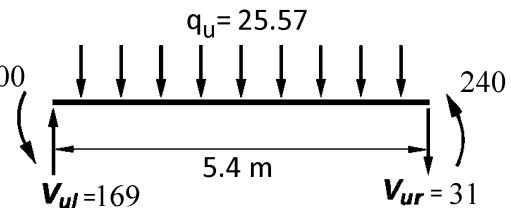
اگر جهت لنگرهای ناشی از زلزله ساعت گرد باشند:

$$V_{R\text{-capacity}} = \frac{360 + 240}{5.4m} + \frac{25.5744 \times (5.4m)}{2} = 180 \text{ kN}$$

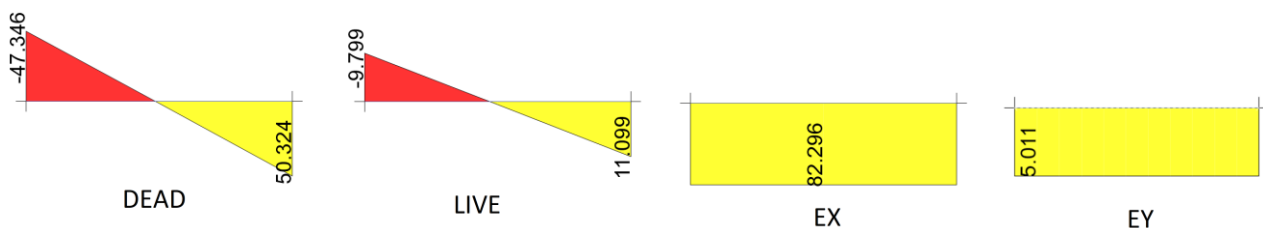
$$V_{L\text{-capacity}} = \frac{360 + 240}{5.4} - \frac{25.5744 \times (5.4m)}{2} = 42 \text{ kN}$$


اگر جهت لنگرهای ناشی از زلزله پاد ساعت گرد باشند:

$$V_{R\text{-capacity}} = \frac{300 + 240}{5.4} - \frac{25.5744 \times (5.4)}{2} = 31 \text{ kN}$$

$$V_{L\text{-capacity}} = \frac{300 + 240}{5.4} + \frac{25.5744 \times (5.4)}{2} = 169 \text{ kN}$$


با توجه به بار مرده و زنده ( $q_L = 3.87 \text{ kN/m}$   $q_D = 18.087 \text{ kN/m}$ )، مقدار برش طبق بند (b) 18.4.2.3 به صورت زیر محاسبه می شود:



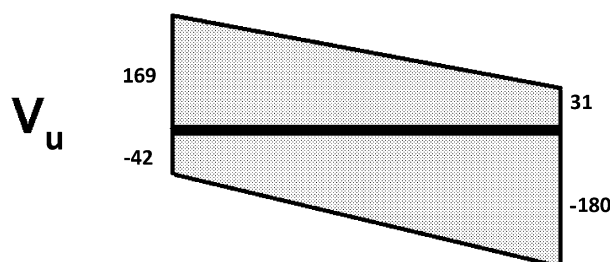
$$V_{L\text{-with } 2E} = 1.2V_D + V_L - (2V_E) = -231 \text{ kN}$$

$$V_{R\text{-with } 2E} = 1.2V_D + V_L + (2V_E) = 236 \text{ kN}$$

$$V_{u\text{-left}} = \text{Min} \left\{ \begin{array}{l} V_{L\text{-capacity}} \\ V_{L\text{-with } 2E} \end{array} \right. = \text{Min} \left\{ \begin{array}{l} \frac{M_{nl} + M_{nr}}{L_n} + \frac{w_u L_n}{2} \\ 1.2V_D + V_L + 0.2V_S + V_{EV} \pm 2(V_E) \end{array} \right. = \text{Min} \left\{ \begin{array}{l} 169 \text{ kN} \\ 231 \text{ kN} \end{array} \right. = 169 \text{ kN}$$

$$V_{u\text{-right}} = \text{Min} \left\{ \begin{array}{l} V_{L\text{-capacity}} \\ V_{L\text{-with } 2E} \end{array} \right. = \text{Min} \left\{ \begin{array}{l} \frac{M_{nl} + M_{nr}}{L_n} + \frac{w_u L_n}{2} \\ 1.2V_D + V_L + 0.2V_S + V_{EV} \pm 2(V_E) \end{array} \right. = \text{Min} \left\{ \begin{array}{l} 180 \text{ kN} \\ 236 \text{ kN} \end{array} \right. = 180 \text{ kN}$$

با توجه به اینکه مقادیر برش در دو انتهای تیر تفاوت کمی با هم دارند، طراحی خاموت ها را می توان در هر دو انتها بر اساس برش 180 kN انجام داد:



برش طراحی که در بند قبلی محاسبه گردید ( $V_u = 180$ ) نباید بیش از حداکثر مجاز آیین نامه ( $\phi V_{n-max}$ ) باشد.

### ۴-۸-۹ مقاومت برشی یک طرفه

#### ۱-۴-۸-۹ کلیات

۳-۱-۴-۸-۹ ابعاد مقطع باید طوری انتخاب شوند که رابطه‌ی زیر برآورده شود.

$$V_u \leq \phi (V_c + 0.66 \sqrt{f'_c} b_w d) \quad (۹-۸-۹)$$

$$\phi V_{n-max} = \phi (V_c + 0.66 \sqrt{f'_c} b_w d) = 0.75 (0.83 \sqrt{f'_c} b_w d) = 0.75 (0.83 \times 5 \times 450 \times 439) = 615 \text{ kN}$$

$$V_u = 180 \text{ kN} \leq \phi V_{n-max} = 615 \text{ kN} \quad \text{OK}$$

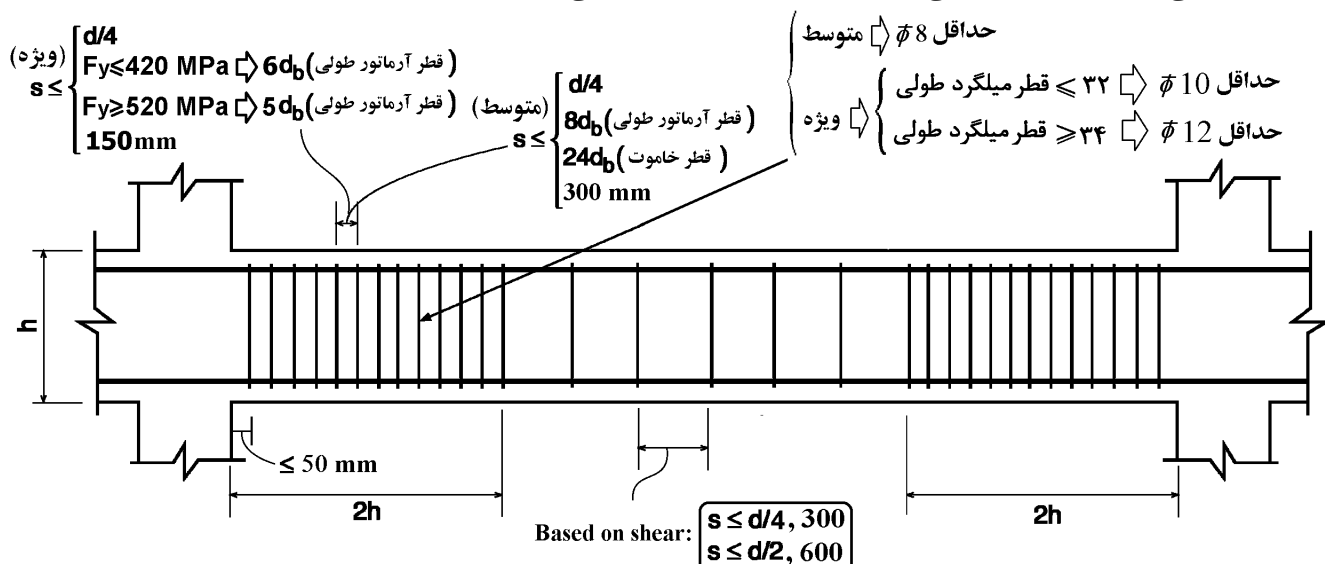
• توجه: اگر برش وارد بر تیر ( $180 \text{ kN}$ ) بیش از حداکثر مجاز آیین نامه ( $615 \text{ kN}$ ) باشد، باید ابعاد تیر افزایش یابد و کل محاسبات (و نیز تحلیل سازه) مجدد انجام شود و سپس تیر بر اساس نیروها و هندسه جدید مجدداً کنترل شود.

$$V_u = \phi (V_c + V_s)$$

$$180 \times 1000 = 0.75 (0.17 \sqrt{25} \times 450 \times 440) + 0.75 \left( \frac{A_v}{s} \times 439 \times 300 \right) \rightarrow \frac{A_v}{s} = 0.54$$

$$\left( \frac{A_v}{s} \right)_{min} = \text{Max} \left( \frac{0.35b}{F_y}, \frac{0.062 \sqrt{25} b}{F_y} \right) = \frac{0.35 \times 450}{300} = 0.525 \frac{\text{mm}^2}{\text{mm}}$$

در ناحیه بحرانی تیرهای قابهای خمشی متوسط فواصل آرماتورهای عرضی نباید کمتر از مقدار زیر انتخاب شود:



$$s_{max} = \text{Min} \left[ \frac{439}{4}, 8 \times 22, 24 \times 10, 300 \right] = 110 \text{ mm}$$

• توجه: از نظر مقاومت برشی، در صورتی که  $V_s \leq 0.33 \sqrt{f'_c} b_w d$  باشد، محدودیت  $s \leq \text{Min} \left( \frac{d}{2}, 600 \text{ mm} \right)$  باید کنترل شود و در صورتی که  $V_s > 0.33 \sqrt{f'_c} b_w d$  باشد، محدودیت  $s \leq \text{Min} \left( \frac{d}{4}, 300 \text{ mm} \right)$  باید کنترل شود. ولی در ناحیه بحرانی تیرهای قابهای خمشی متوسط و ویژه لازم نیست کنترل های فوق انجام شود. علت: مطابق رابطه مربوط به ناحیه بحرانی رعایت محدودیت  $d/4$  در هر حال الزامی و تعیین کننده خواهد بود.

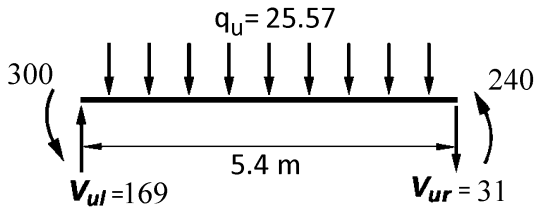
با توجه به محدودیت های فوق اگر فواصل خاموت ها را برابر  $100 \text{ mm}$  انتخاب کنیم، مساحت لازم برای خاموت ها برابر خواهد بود با:

$$\frac{A_v}{s} = 0.54 \rightarrow A_v = 0.54 \times 100 = 54 \text{ mm}^2$$

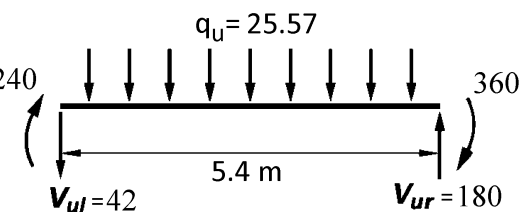
با فرض یک حلقه بسته خاموت (شامل دو ساق قائم)، قطر محاسباتی برای خاموت برابر  $d = 5.86 \text{ mm}$  خواهد بود. حداقل قطر خاموت در تیرهای قابهای خمشی متوسط  $8 \text{ mm}$  می باشد. می توان در دو انتهای تیر از  $\Phi 8 @ 100 \text{ mm}$  استفاده نمود. این خاموت ها باید تا فاصله دو برابر ارتفاع تیر در دو انتها قرار گیرند.

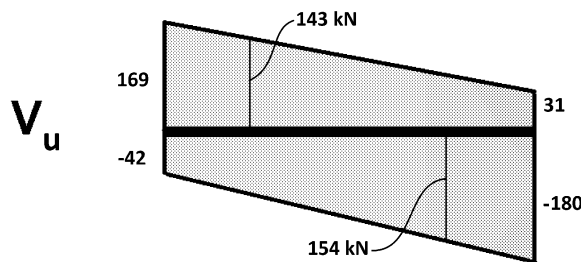
- توجه: در ابتدای محاسبات قطر خاموت ها 10mm فرض شده بود و بنابراین عمق موثر تیر برابر  $d=500-10=490$ mm در صورت استفاده از خاموت با قطر 8mm عمق موثر برابر  $d=500-8=492$ mm خواهد بود و بنابراین تمام محاسبات باید تکرار شوند. با توجه به تغییر جزئی در مقدار  $d$  در حل این مسئله از تغییرات مربوط به  $d$  صرف نظر میشود.

در خارج از ناحیه  $2h$  در دو انتها، مقدار خاموت لازم بر اساس حداکثر برش تیر تعیین می شود. با فاصله گرفتن از انتهای تیر، برش نیز کاهش میابد. برش در فاصله  $2h=1000\text{mm}=1\text{m}$  از انتهای سمت چپ تیر برابر است با:

$$V_u = V_{ul} - q_u \times 2h = 169 - 25.5744 \times 2 \times 0.5 = 143 \text{ kN}$$


برش در فاصله  $2h=1000\text{mm}=1\text{m}$  از انتهای سمت راست تیر برابر است با:

$$V_u = V_{ur} - q_u \times 2h = 180 - 25.5744 \times 2 \times 0.5 = 154 \text{ kN}$$




$$V_u = \phi(V_c + V_s)$$

$$154 \times 1000 = 0.75(0.17\sqrt{25} \times 450 \times 439) + 0.75 \left( \frac{A_v}{s} \times 439 \times 300 \right) \rightarrow \frac{A_v}{s} = 0.298$$

$$\left( \frac{A_v}{s} \right)_{min} = \text{Max} \left( \frac{0.35b}{F_y}, \frac{0.062\sqrt{25}b}{F_y} \right) = \frac{0.35 \times 450}{300} = 0.525$$

آرماتور عرضی محاسباتی (0.298 mm) کمتر از حداقل آیین نامه ای می باشد و بنابراین مقدار حداقل باید استفاده شود:

$$\left( \frac{2 \times 3.14 \times 4^2}{s} \right) = 0.525 \rightarrow s_{\text{محاسبه}} = 191 \text{ mm}$$

در خارج از ناحیه بحرانی در صورتی که  $V_s \leq 0.33\sqrt{f'_c}b_wd$  باشد، محدودیت  $s \leq \text{Min} \left( \frac{d}{2}, 600\text{mm} \right)$  باید کنترل شود و

در صورتی که  $V_s > 0.33\sqrt{f'_c}b_wd$  باشد، محدودیت  $s \leq \text{Min} \left( \frac{d}{4}, 300\text{mm} \right)$  باید کنترل شود:

$$V_u = \phi(V_c + V_s) \rightarrow \left( V_s = \frac{V_u}{\phi} - V_c = \frac{154}{0.75} - 169 = 36.33 \text{ kN} \right) < (0.33\sqrt{f'_c}b_wd = 327 \text{ kN})$$

$$s \leq \text{Min} \left( \frac{d}{2}, 600\text{mm} \right) = \frac{439}{2} = 220\text{mm}$$

با توجه به اینکه مقدار حداکثر محاسباتی  $s=191\text{mm}$  میباشد:

$$\rightarrow \text{Use } \Phi 8 @ 190\text{mm}$$

توجه: مقادیر برش محاسبه شده (چه در ناحیه بحرانی و چه در خارج از ناحیه بحرانی) نباید کمتر از برش حاصل از ترکیب بار متعارف تیر باشد.

- شکل زیر خروجی نرم افزار ETABS را برای تیر مورد نظر نشان میدهد.
- Factored Vu2 نیروی برشی تحت اثر زلزله با ضریب یک (1.2D+L+E) می باشد.
- Factored Mu3 لنگر حداکثر تیر تحت ترکیب (1.2D+L+E) میباشد.
- Factored Vu\* نیروی برشی تحت اثر زلزله دو برابر (1.2D+L+2E) می باشد.
- Factored Mu\* نیروی برشی تحت اثر زلزله دو برابر (1.2D+L+2E) می باشد.
- Capacity Vp برش ناشی از لنگرهای ظرفیت دو انتهای تیر  $(\frac{M_{nl}+M_{nr}}{L_n})$  میباشد.
- Gravity Vg برش ناشی از بار ثقلی  $(\frac{q_u L_n}{2})$  میباشد.
- Mpos و Mneg لنگرهای اسمی ظرفیتی دو انتهای تیر میباشد.
- توجه: در محاسبه مقاومت خمشی بازوی خمش در محاسبات صفحات قبلی به صورت تقریب Z=0.9d در نظر گرفته شده است و به همین جهت نتایج جدول زیر اندکی با نتایج محاسبات صفحات قبل تفاوت دارد.
- Design Vu2 حداکثر مقدار حاصل از روابط زیر:

$$V_{u2} = \text{Max}(V_p + V_g, V_u^*)$$

Design Forces

Factored Vu2 kN	Factored Mu3 kN-m	Factored Vu* kN	Factored Mu* kN-m	Capacity Vp kN	Gravity Vg kN
153.783	-296.158	236.079	-526.498	112.219	69.051

Capacity Moment

	Long.Rebar As (Bottom) mm <sup>2</sup>	Long.Rebar As (Top) mm <sup>2</sup>	Capacity Moment Mpos kN-m	Capacity Moment Mneg kN-m
Left	1520	1900	248.191	304.199
Right	1520	2280	248.191	357.79

Design Basis

Design Vu2 kN	Conc.Area Ac cm <sup>2</sup>	Area Ag cm <sup>2</sup>	Tensn.Reinf Ast mm <sup>2</sup>	Strength fys MPa	Strength fcs MPa	LtWt.Reduc Factor Unitless
181.27	1980	2250	2280	300	25	1

Shear Rebar Design

Stress v MPa	Conc.Capacity Vc MPa	Uppr.Limit Vmax MPa	Conc.Capacity φVc MPa	Uppr.Limit φVmax MPa	RebarArea Av /s mm <sup>2</sup> /m	Shear φVc kN	Shear φVs kN	Shear φVn kN
0.92	0.83	4.15	0.62	3.11	585.49	123.306	57.963	181.27



## ۵-۹-۳- تعیین میلگردهای خمشی تیر (شکل پذیری ویژه)

- توجه: با توجه به اینکه ضریب رفتار قابهای خمشی ویژه با متوسط تفاوت دارد، نیروی زلزله وارد بر سازه، در صورت استفاده از قاب خمشی ویژه کاهش خواهد یافت. در این حالت دیاگرام های لنگر و برش وارد بر تیر نیز تغییر خواهند کرد.
- در این مثال برای عدم تکرار دیاگرام ها و محاسبات، فرض میشود که دیاگرام لنگر و برش وارد بر تیر همان مقادیر قبلی باشند.

قبل از تعیین میلگردهای خمشی تیر باید لنگر وارد بر تیر در انتها و وسط تیر مشخص شود.  
مقادیر لنگرهای انتهایی باید ضوابط حداقل تیرهای ویژه را ارضا نمایند:

$$\begin{aligned} \phi M_{n,r}^+ &\geq \frac{\phi M_{n,r}^-}{2} \\ \phi M_{n,l}^+ &\geq \frac{\phi M_{n,l}^-}{2} \\ \phi M_n^+ &\geq \text{Max} \left( \frac{\phi M_{n,r}^-}{4}, \frac{\phi M_{n,l}^-}{4} \right) \\ \phi M_n^- &\geq \text{Max} \left( \frac{\phi M_{n,r}^-}{4}, \frac{\phi M_{n,l}^-}{4} \right) \end{aligned}$$

## ۹-۲۰-۶-۲ تیرها در قابهای با شکل پذیری زیاد

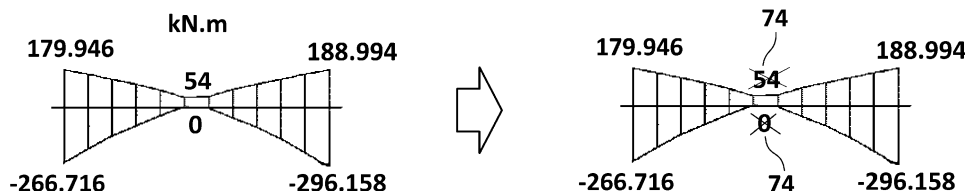
## ۹-۲۰-۶-۲-۲ آرماتورهای طولی

۹-۲۰-۶-۲-۲-۲ در بر تکیه گاه های تیر، مقاومت خمشی مثبت مقطع در هر تکیه گاه باید حداقل برابر نصف مقاومت خمشی منفی همان مقطع باشد.

۹-۲۰-۶-۲-۲-۳ مقاومت خمشی مثبت و منفی هر مقطع در سراسر طول تیر نباید کمتر از یک چهارم حداکثر مقاومت خمشی در مقاطع بر تکیه گاهی در دو انتهای عضو باشد.

$$\frac{M_{end}^-}{4} = \frac{296.158}{4} = 74 \text{ kN.m} \quad \frac{M_{end}^-}{2} = \frac{296.158}{2} = 148 \text{ kN.m} \quad \frac{M_{end}^-}{2} = \frac{266.716}{2} = 133 \text{ kN.m}$$

- لنگرهای انتهایی مثبت تیر (179.946 و 188.994) از مقدار حداقل لازم (133 و 148) بیشتر هستند و در نتیجه نیازی به اصلاح آنها نیست. ولی لنگر در وسط تیر (54 و 0) کمتر از حداقل لازم (74) میباشد و لازم است اصلاح شود:



میلگرد خمشی لازم برای تیر بر اساس لنگرهای وارد بر تیر (شکل فوق) محاسبه میشود. در ادامه جهت سادگی بازوی خمش برابر  $Z=0.9d$  فرض شده است. همچنین از وجود میلگرد فشاری در محاسبه مقاومت خمشی صرف نظر شده است. عمق موثر مقطع با فرض اینکه پوشش خالص برابر 40mm باشد و با فرض قطر خاموت برابر 10mm و قطر میلگرد طولی برابر 22mm خواهد بود با  $d=500-40-10-11=439\text{mm}$

- محاسبه میلگرد لازم در وجه فوقانی تیر

$$\begin{aligned} \{M_u = 266.716\} &\leq \{\phi A_s f_y Z = 0.9 A_s \times 400 \times (0.9 \times 439)\} \rightarrow A_s^{top-Left} = 1875 \text{ mm}^2 \\ \{M_u = 296.158\} &\leq \{\phi A_s f_y Z = 0.9 A_s \times 400 \times (0.9 \times 439)\} \rightarrow A_s^{top-Right} = 2082 \text{ mm}^2 \\ \{M_u = 74\} &\leq \{\phi A_s f_y Z = 0.9 A_s \times 400 \times (0.9 \times 439)\} \rightarrow A_s^{top-mid} = 520 \text{ mm}^2 \end{aligned}$$

- محاسبه میلگرد لازم در وجه تحتانی تیر

$$\begin{aligned} \{M_u = 179.946\} &\leq \{\phi A_s f_y Z = 0.9 A_s \times 400 \times (0.9 \times 439)\} \rightarrow A_s^{bot-Left} = 1265 \text{ mm}^2 \\ \{M_u = 188.994\} &\leq \{\phi A_s f_y Z = 0.9 A_s \times 400 \times (0.9 \times 439)\} \rightarrow A_s^{bot-Right} = 1329 \text{ mm}^2 \\ \{M_u = 74\} &\leq \{\phi A_s f_y Z = 0.9 A_s \times 400 \times (0.9 \times 439)\} \rightarrow A_s^{bot-mid} = 520 \text{ mm}^2 \end{aligned}$$

## ۱۱-۹ تیرها

## ۱-۵-۱۱-۹ حداقل مقدار آرماتور خمشی

۱-۵-۱۱-۹-۱ حداقل مقدار آرماتور خمشی،  $A_{s,min}$ ، باید در تمامی مقاطع عضو خمشی که نیاز به میلگرد کششی باشد، تأمین گردد.

۱-۵-۱۱-۹-۲ حداقل مقدار آرماتورهای خمشی نباید از بزرگ‌ترین مقادیر زیر کم‌تر باشد؛ به جز موردی که در ضابطه‌ی بند ۱-۵-۱۱-۹-۳ اشاره شده است. در اعضای معین استاتیکی با مقطع بال‌دار که بال مقطع در کشش قرار دارد، مقدار  $b_w$  بر اساس جایگزینی با کمترین مقدار  $b_f$  (عرض بال) و  $2b_w$  محاسبه می‌شود. مقدار  $f_y$  باید به حداکثر ۵۵۰ مگاپاسکال محدود شود.

$$0.25 \frac{\sqrt{f_c'}}{f_y} b_w d \quad (الف-۱-۱۱-۹)$$

$$\frac{1.4}{f_y} b_w d \quad (ب-۱-۱۱-۹)$$

۱-۵-۱۱-۹-۳ اگر سطح مقطع آرماتورهای طولی تأمین شده در وجه کششی، حداقل به اندازه‌ی یک سوم بیش‌تر از مقدار مورد نیاز بر اساس محاسبه باشد، نیازی به کنترل ضوابط بندهای ۱-۵-۱۱-۹-۱ و ۱-۵-۱۱-۹-۲ نمی‌باشد.

## ۲-۶-۲۰-۹ تیرها در قاب‌های با شکل پذیری زیاد

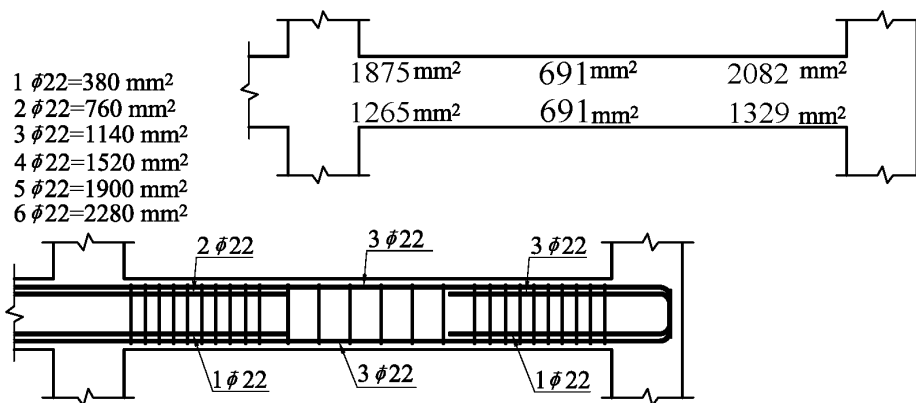
## ۲-۲-۶-۲۰-۹ آرماتورهای طولی

۲-۶-۲۰-۹-۱ در تمامی مقاطع تیر نسبت سطح مقطع آرماتور به مقطع موثر بتن، هم در پایین و هم در بالا، نباید کم‌تر از مقادیر مقرر شده در بند ۱-۵-۱۱-۹-۲ بوده، و نسبت آرماتور کششی برای فولادهای با حد تسلیم ۴۲۰ مگاپاسکال و کم‌تر نباید بیش‌تر از ۰/۰۲۵، و برای فولادهای با حد تسلیم ۵۲۰ مگاپاسکال بیش‌تر از ۰/۰۲۰ اختیار شود. حداقل دو میلگرد با قطر ۱۲ میلی‌متر باید هم در پایین و هم در بالای مقطع در سراسر طول پیش‌بینی شوند.

- با توجه به بند ۱-۲-۲-۶-۲۰-۹ در تیرهای قابهای خمشی ویژه باید رابطه بند ۱-۵-۱۱-۹-۲ کنترل شود و استفاده از 1.33 برابر میلگرد محاسباتی به جای حداقل مجاز نیست:
- محاسبه آرماتور حداقل خمشی:

$$\rho_{min} = \text{Max} \left( \frac{1.4}{400}, \frac{\sqrt{25}}{4 \times 400} \right) = 0.0035 \rightarrow A_{smin} = 0.0035bd = 0.0035 \times 450 \times 439 = 691 \text{ mm}^2$$

- میلگرد میانی تیر در بالا و پایین برابر  $520 \text{ mm}^2$  بدست آمده است. در حالیکه آرماتور حداقل برابر  $A_{smin} = 691 \text{ mm}^2$  می‌باشد. بنابراین میلگرد وسط تیر (هم بالا و هم پایین) باید حداقل  $691$  میلی‌متر مربع باشد.

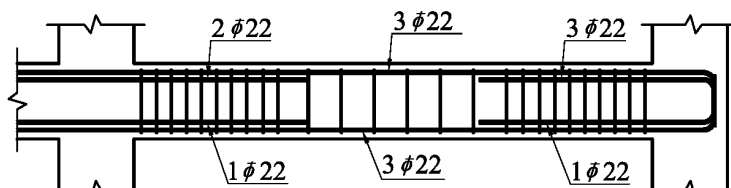


- در شکل فوق میلگردهای سراسری  $3\phi 22$  انتخاب شده است. توجه شود که میلگرد های سراسری تیر را میتوانستیم  $2\phi 22$  انتخاب کنیم. منتهی در فصل مربوط به طول مهار خواهیم دید که مساحت میلگرد میانی بهتر است بیش از مقدار لازم محاسباتی باشد تا محل قطع میلگردهای تقویتی متعارف بدست آید.

#### ۴-۹-۵- محاسبه آرماتور عرضی تیر (شکل پذیری ویژه)

$$V_u = \frac{M_{pr1} + M_{pr2}}{L_n} + \frac{w_u L_n}{2} \leq \phi(V_c + V_s)$$

برش وارد بر تیر تابع لنگرهای محتمل دو انتهای تیر میباشد. لنگرهای محتمل نیز بر اساس میلگرد خمشی تیر (میلگرد قرار داده شده) محاسبه میشود. بنابراین ابتدا باید لنگرهای خمشی محتمل مثبت و منفی انتهای تیر محاسبه شود.



مقادیر لنگرهای مقاوم محتمل دو انتها (با صرف نظر کردن از میلگردهای فشاری) و با فرض اینکه بازوی خمشی تقریباً برابر  $Z=0.9d$  باشد، به صورت زیر می باشد:

$$M_{pr-Left}^+ = M_{n-Right}^+ = A_s(1.25F_y)Z = 1520 \times 500(0.9 \times 439) = 300 \text{ kN.m}$$

$$M_{pr-Left}^- = A_s(1.25F_y)Z = 1900 \times 500(0.9 \times 439) = 375 \text{ kN.m}$$

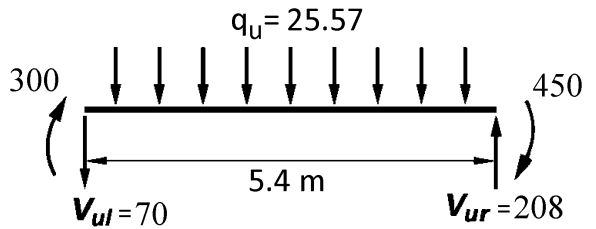
$$M_{pr-Right}^- = A_s(1.25F_y)Z = 2280 \times 500(0.9 \times 439) = 450 \text{ kN.m}$$

- صرف نظر کردن از میلگرد فشاری در محاسبه مقاومت خمشی محتمل مقطع تیر در محاسبات فوق در خلاف جهت اطمینان میباشد و بهتر است این اثر دیده شود. منتهی در این تیر میلگرد فشاری تاثیر ناچیزی دارد (در حد یک درصد) و بنابراین نتایج قابل قبول است.
- محاسبات فوق بر اساس میلگرد قرار داده شده در مقطع محاسبه شده (نه بر اساس میلگرد محاسبه شده).

اگر جهت لنگرهای ناشی از زلزله ساعت گرد باشند:

$$V_{R-capacity} = \frac{450 + 300}{5.4m} + \frac{25.5744 \times (5.4m)}{2} = 208 \text{ kN}$$

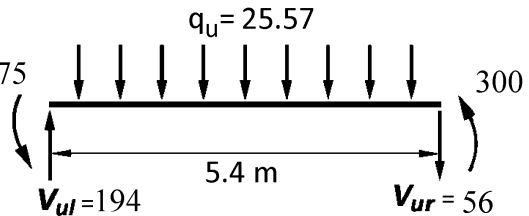
$$V_{L-capacity} = \frac{450 + 300}{5.4} - \frac{25.5744 \times (5.4m)}{2} = 70 \text{ kN}$$



اگر جهت لنگرهای ناشی از زلزله پاد ساعت گرد باشند:

$$V_{R-capacity} = \frac{375 + 300}{5.4} - \frac{25.5744 \times (5.4)}{2} = 56 \text{ kN}$$

$$V_{L-capacity} = \frac{375 + 300}{5.4} + \frac{25.5744 \times (5.4)}{2} = 194 \text{ kN}$$

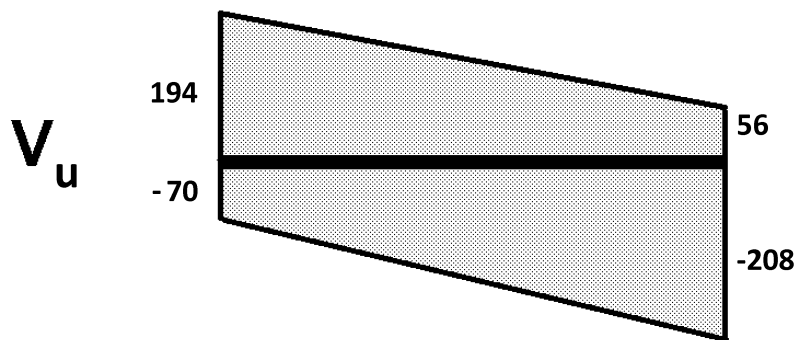


$$V_u = \frac{M_{pr1} + M_{pr2}}{L_n} + \frac{w_u L_n}{2} \leq \phi(V_c + V_s) \text{ شکل پذیری ویژه}$$

$$V_{u-Left} = \text{Max}(70, 194) = 194 \text{ kN}$$

$$V_{u-Right} = \text{Max}(208, 56) = 208 \text{ kN}$$

با توجه به اینکه مقادیر برش در دو انتهای تیر تفاوت کمی با هم دارند، طراحی خاموت ها را می توان در هر دو انتها بر اساس برش 208 kN انجام داد.



- محاسبه  $\phi V_c$  در دو انتها (شکل پذیری ویژه)

در تیرهای قابهای خمشی ویژه در صورتی که برش لرزه ای بیش از برش ثقلی باشد، مقدار  $\phi V_c$  باید برابر صفر منظور شود:

۲-۴-۲-۶-۲۰-۹ در مواردی که هر دو شرط (الف) و (ب) زیر برقرار باشند، طراحی آرماتورهای عرضی در مناطق بحرانی بند ۱-۳-۲-۶-۲۰-۹، باید با فرض  $V_c$  برابر با صفر انجام شود:

الف- بخش لرزه ای برش محاسبه شده بر اساس بند ۱-۴-۲-۶-۲۰-۹، بزرگ تر یا مساوی نصف مقاومت برشی حداکثر در مناطق بحرانی باشد.

ب- بار محوری فشاری ضریب دار،  $P_u$ ، که شامل اثرات زلزله می باشد، از  $0.05A_g f'_c$  کم تر باشد.

در قسمت الف بند فوق، منظور از بخش لرزه ای برش، قسمتی از برش می باشد که در اثر لنگرهای محتمل (لنگرهای ناشی از انحنای مضاعف تحت بار جانبی زلزله) ایجاد میشود. مقاومت برشی تیر نیز بر اساس کل برش وارد بر تیر محاسبه میشود:

$$\text{بخش لرزه ای برش} = \frac{M_{pr1} + M_{pr2}}{L_n} \left\{ \frac{M_{pr1} + M_{pr2}}{L_n} \geq \frac{1}{2} \left( \frac{M_{pr1} + M_{pr2}}{L_n} + \frac{w_u L_n}{2} \right) \right.$$

$$\text{مقاومت برشی حداکثر} = \phi V_n = \frac{M_{pr1} + M_{pr2}}{L_n} + \frac{w_u L_n}{2}$$

با ساده کردن عبارت فوق داریم:

$$\frac{M_{pr1} + M_{pr2}}{L_n} < \frac{w_u L_n}{2} \rightarrow V_c \text{ در محاسبات صفر منظور نخواهد شد}$$

$$\frac{M_{pr1} + M_{pr2}}{L_n} \geq \frac{w_u L_n}{2} \rightarrow V_c = 0$$

در مثال حاضر داریم:

$$\frac{M_{pr1} + M_{pr2}}{L_n} = \frac{450 + 300}{5.4} = 138 \text{ kN} \geq \frac{w_u L_n}{2} = \frac{25.5744 \times (5.4)}{2} = 69 \rightarrow V_c = 0$$

- کنترل برش حداکثر (شکل پذیری ویژه)

۴-۸-۹ مقاومت برشی یک طرفه

۱-۴-۸-۹ کلیات

۳-۱-۴-۸-۹ ابعاد مقطع باید طوری انتخاب شوند که رابطه ی زیر برآورده شود.

$$V_u \leq \phi (V_c + 0.66 \sqrt{f'_c} b_w d) \quad (9-8-9)$$

ابتدا کنترل میشود که برش وارد بر تیر بیش از حداکثر مجاز برش نباشد:

$$\phi V_{n-max} = \phi (V_c + 0.66 \sqrt{f'_c} b_w d) = 0.75 (0 + 0.66 \sqrt{f'_c} b_w d) = 0.75 (0.66 \times 5 \times 450 \times 439) = 489 \text{ kN}$$

$$V_u = 208 \text{ kN} \leq \phi V_{n-max} = 489 \text{ kN} \quad OK$$

توجه: اگر برش وارد بر تیر (180 kN) بیش از حداکثر مجاز آیین نامه (489 kN) باشد، باید ابعاد تیر افزایش یابد و کل محاسبات (و نیز تحلیل سازه) مجدد انجام شود و سپس تیر بر اساس نیروها و هندسه جدید مجدداً کنترل شود.

- محاسبه آرماتور عرضی لازم در انتهای تیر (شکل پذیری ویژه)

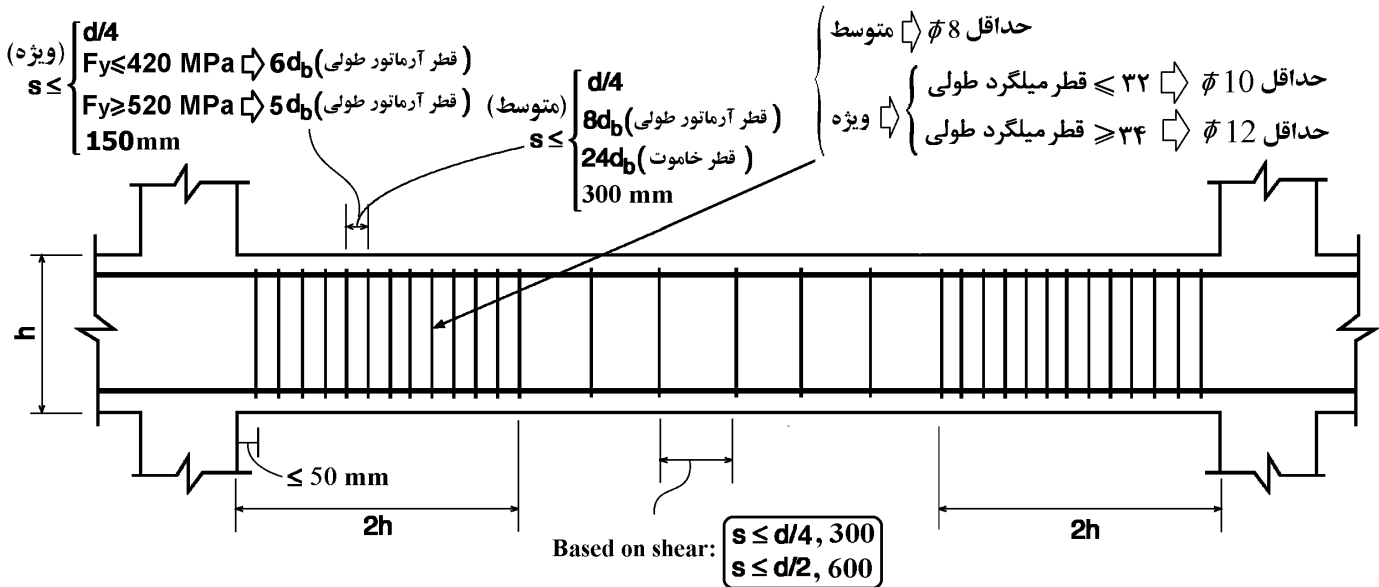
$$V_u = \phi V_c + \phi V_s$$

$$208 \times 1000 = \text{صفر} + 0.75 \left( \frac{A_v}{s} \times 439 \times 300 \right) \rightarrow \left( \frac{A_v}{s} \right)_{\text{محاسباتی}} = 2.1$$

$$\left( \frac{A_v}{s} \right)_{\text{min}} = \text{Max} \left( \frac{0.35b}{F_y}, \frac{0.062\sqrt{25}b}{F_y} \right) = \frac{0.35 \times 450}{300} = 0.525$$

- مقدار محاسبه شده از حداقل آیین نامه ای بیشتر میباشد.

### ۵-۹-۵- کنترل محدودیت فواصل آرماتورهای عرضی (شکل پذیری ویژه)



در ناحیه بحرانی تیرهای قابهای خمشی ویژه فواصل آرماتورهای عرضی نباید کمتر از مقدار زیر انتخاب شود:

$$s_{\text{max}} = \text{Min} \left[ \frac{439}{4}, 6 \times 22, 150 \text{ mm} \right] = 110 \text{ mm}$$

- توجه: در صورتی که  $V_s \leq 0.33\sqrt{f'_c}b_wd$  باشد، محدودیت  $s \leq \text{Min} \left( \frac{d}{2}, 600 \text{ mm} \right)$  باید کنترل شود و در صورتی که  $V_s > 0.33\sqrt{f'_c}b_wd$  باشد، محدودیت  $s \leq \text{Min} \left( \frac{d}{4}, 300 \text{ mm} \right)$  باید کنترل شود. ولی در ناحیه بحرانی تیرهای قابهای خمشی متوسط و ویژه لازم نیست کنترل های فوق انجام شود. علت: مطابق رابطه مربوط به ناحیه بحرانی رعایت محدودیت  $d/4$  در هر حال الزامی و تعیین کننده خواهد بود.

اگر فواصل خاموت ها را برابر 100mm انتخاب کنیم، مساحت لازم برای خاموت ها برابر خواهد بود با:

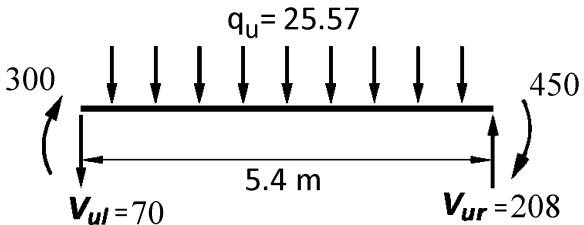
$$\frac{A_v}{s} = 2.1 \rightarrow A_v = 2.1 \times 100 = 210 \text{ mm}^2$$

با فرض یک حلقه بسته خاموت و یک سنجاق میانی (کلا شامل ۳ ساق قائم)، قطر محاسباتی برای خاموت برابر  $3\pi \frac{d^2}{4} = 210$  خواهد بود.  $d = 9.44 \text{ mm}$

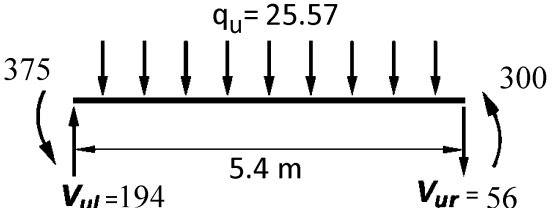
توجه شود که حداقل قطر خاموت در تیرهای قابهای خمشی متوسط 10mm میباشد. می توان در دو انتهای تیر از  $\Phi 10 @ 100 \text{ mm}$  استفاده نمود (یک خاموت بسته همراه با یک سنجاق). این خاموت ها باید تا فاصله دو برابر ارتفاع تیر در دو انتها قرار گیرند.

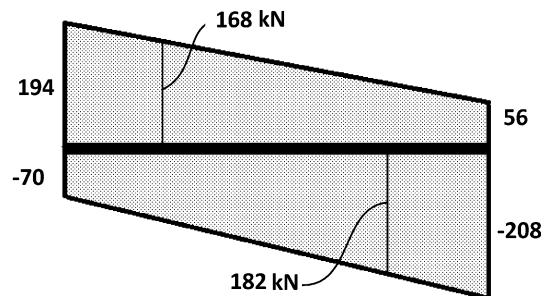
- محاسبه آرماتور عرضی لازم در خارج از ناحیه بحرانی (شکل پذیری ویژه)

در خارج از ناحیه  $2h$  در دو انتها، مقدار خاموت لازم بر اساس حداکثر برش تیر تعیین می شود. با فاصله گرفتن از انتهای تیر، برش نیز کاهش میابد. برش در فاصله  $2h=1000\text{mm}=1\text{m}$  از انتهای سمت چپ تیر برابر است با:

$$V_u = V_{ur} - q_u \times 2h = 208 - 25.5744 \times 2 \times 0.5 = 182 \text{ kN}$$


برش در فاصله  $2h=1000\text{mm}=1\text{m}$  از انتهای سمت راست تیر برابر است با:

$$V_u = V_{ul} - q_u \times 2h = 194 - 25.5744 \times 2 \times 0.5 = 168 \text{ kN}$$




$$V_u = \phi(V_c + V_s)$$

$$182 \times 1000 = 0.75(0.17\sqrt{25} \times 450 \times 439) + 0.75 \left( \frac{A_v}{s} \times 439 \times 300 \right) \rightarrow \frac{A_v}{s} = 0.567$$

$$\left( \frac{A_v}{s} \right)_{min} = \text{Max} \left( \frac{0.35b}{F_y}, \frac{0.062\sqrt{25}b}{F_y} \right) = \frac{0.35 \times 450}{300} = 0.525$$

آرماتور عرضی محاسباتی (0.567 mm) بیشتر از حداقل آیین نامه ای می باشد و بنابراین مقدار محاسباتی مورد استفاده قرار میگیرد:

$$\left( \frac{2 \times 3.14 \times 5^2}{s} \right) = 0.567 \rightarrow s_{\text{محاسبه}} = 277 \text{ mm}$$

در خارج از ناحیه بحرانی در صورتی که  $V_s \leq 0.33\sqrt{f'_c}b_wd$  باشد، محدودیت  $s \leq \text{Min} \left( \frac{d}{2}, 600\text{mm} \right)$  باید کنترل شود و

در صورتی که  $V_s > 0.33\sqrt{f'_c}b_wd$  باشد، محدودیت  $s \leq \text{Min} \left( \frac{d}{4}, 300\text{mm} \right)$  باید کنترل شود:

$$V_u = \phi(V_c + V_s) \rightarrow \left( V_s = \frac{V_u}{\phi} - V_c = \frac{182}{0.75} - 168 = 75 \text{ kN} \right) < (0.33\sqrt{f'_c}b_wd = 326 \text{ kN})$$

$$\rightarrow s \leq \text{Min} \left( \frac{d}{2}, 600\text{mm} \right) = \frac{439}{2} = 220\text{mm}$$

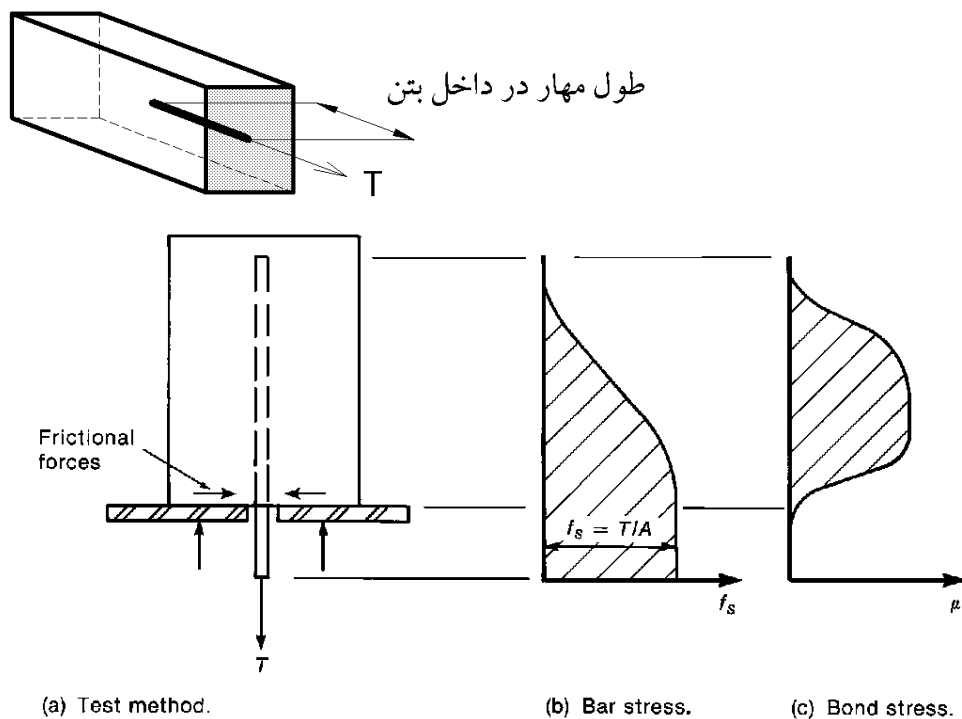
با توجه به اینکه مقدار حداکثر محاسباتی  $s=277\text{mm}$  میباشد:

$$\rightarrow \text{Use } \Phi 10 @ 220\text{mm}$$

- در خارج از ناحیه بحرانی نیازی به مهار یک درمیان میلگردهای طولی تیر نمی باشد و با توجه به محاسبات فوق یک خاموت بسته با قطر  $10\text{mm}$  از هر  $220\text{mm}$  کافی میباشد.

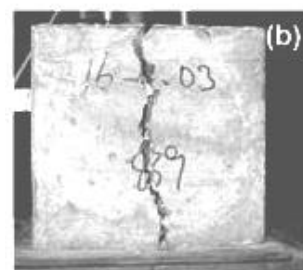
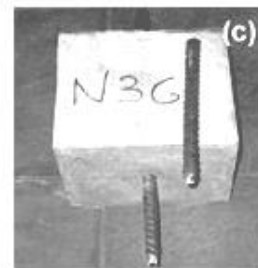
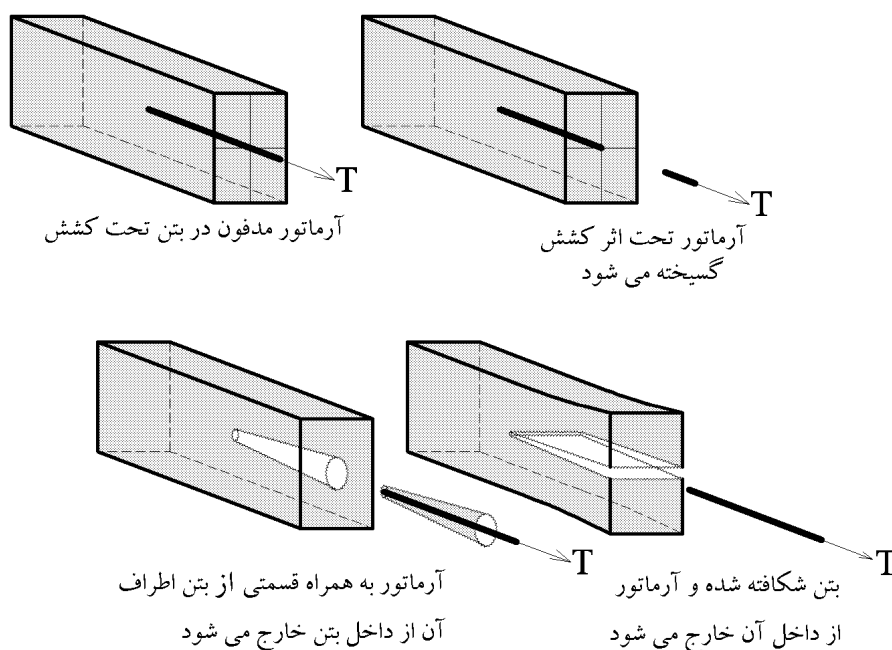
- توجه: مقادیر برش محاسبه شده (چه در ناحیه بحرانی و چه در خارج از ناحیه بحرانی) نباید کمتر از برش حاصل از ترکیب بار متعارف تیر باشد.

شکل زیر یک میلگرد مدفون در داخل بتن را نشان می‌دهد که نیروی کششی  $T$  بدان وارد میشود و نیرو در طول میلگرد به بتن منتقل میشود.



با افزایش نیروی وارد بر میلگرد دو حالت ممکن است اتفاق افتد:

- ۱- میلگرد به مقدار کافی در داخل بتن مه‌آرماتور شده است به طوری که میتوان نیروی  $T$  را به حد مقاومت تسلیم میلگرد افزایش داد (بدون اینکه آسیبی به بتن وارد شود).
- ۲- اگر میلگرد به حد کافی در داخل بتن مه‌آرماتور نشده باشد، قبل از اینکه نیروی  $T$  به نیروی تسلیم میلگرد برسد، با تخریب بتن میلگرد آزاد میشود.

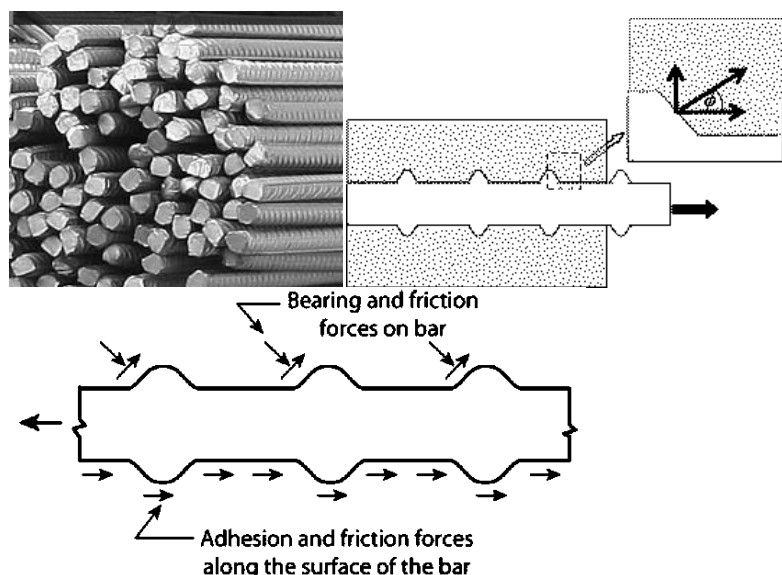




انتقال نیرو از میلگرد به بتن از سه طریق انجام می شود:

- چسبندگی شیمیایی بین فولاد و بتن (chemical adhesion)
- اصطکاک ناشی از زبری سطح میلگرد (frictional forces)
- مهار مکانیکی و یا برجستگی روی میلگرد (آج)

در شکل زیر این نیروها نشان داده شده اند:

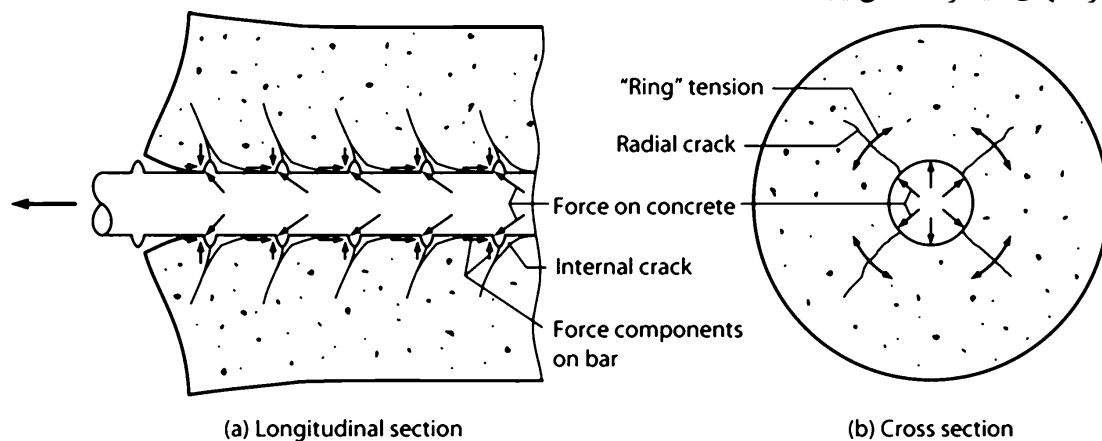


چسبندگی شیمیایی ضعیف است و پس از لغزش جزئی میلگرد از بین می رود. عمده انتقال نیرو از طریق آجها انجام می شود.

شکل زیر یک میلگرد آجدار را تحت کشش نشان میدهد. کشش در میلگرد موجب افزایش طول آن میشود و کرنش طولی آن افزایش می یابد. این افزایش طول موجب لغزش میلگرد داخل بتن می شود. پس از ایجاد لغزش، میلگرد از طریق آجها به بتن اتکا می کند.

نیروهای اتکایی که از طرف آجها به بتن وارد می شود همراه با تنش های برشی وارد بر بتن موجب ایجاد ترک در بتن می شود.

بیشترین لغزش در انتهای بارگذاری شده میلگرد رخ می دهد و با افزایش بار ممکن است تنش پیوستگی بین بتن و میلگرد در انتهای میلگرد کاهش یابد.



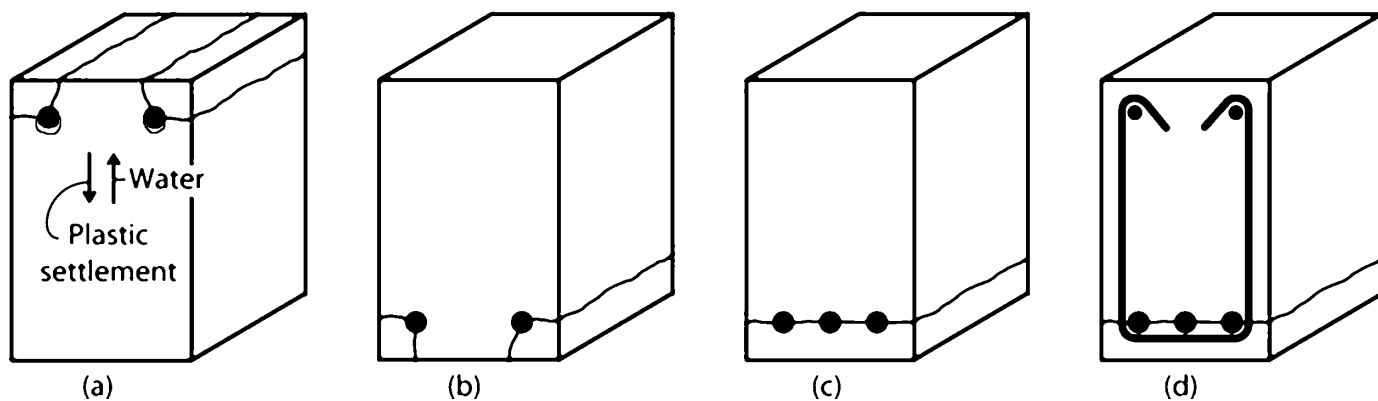
در شکل سمت راست مشاهده میشود ترک های شعاعی در داخل بتن ایجاد میشود.

۱۰۵- تعریف صحیح طول مهاری یا طول گیرایی آرماتور، کدام است؟

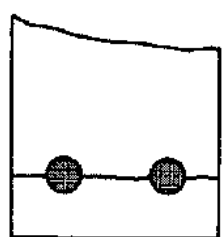
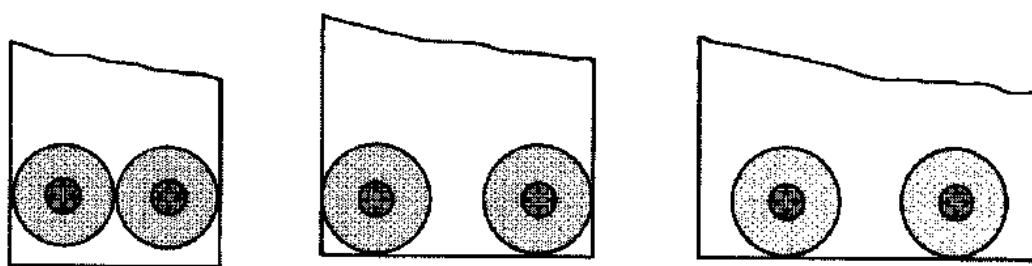
- (۱) طولی از آرماتور است که در آن تنش به صفر می‌رسد.
- (۲) طولی از آرماتور است که در آن تنشهای پیوستگی به صورت یکنواخت توزیع شده‌اند.
- (۳) حداقل طولی از آرماتور است که در آن تنش می‌تواند از صفر در انتهای آرماتور به حد جاری شدن فولاد برسد.
- (۴) هر سه مورد

گزینه ۳

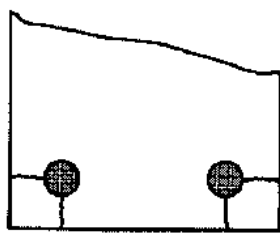
- در مواردی که پوشش روی میلگرد کم باشد (کمتر از حدوداً ۲ برابر قطر میلگرد) ترک‌های شعاعی می‌تواند مانند شکل (b) تا سطح آزاد بتن گسترش یابد.
- در مواردی مانند حالت (a) و (b) که فاصله میلگردها از هم زیاد است، تعداد ۲ یا چند ترک می‌تواند موجب خرابی شود.
- در مواردی مانند شکل (c) که فاصله میلگردها در داخل کم است، علاوه بر ترکهای کناری، ممکن است مابین میلگردها نیز ترک ایجاد می‌شود که در این حالت یک سطح ترک کلی ایجاد می‌شود.
- شکل (d) نشان می‌دهد که وجود آرماتور عرضی (که از سطح ترک عبور می‌کند) می‌تواند از باز شدن ترک ممانعت کند.



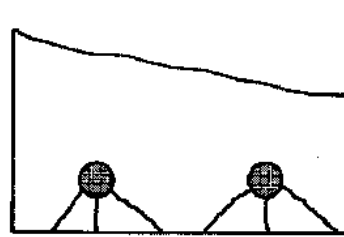
(شکل برگرفته از کتاب بتن Moehle)



(a) Side cover and half the bar spacing both less than bottom cover.



(b) Side cover = bottom cover, both less than half the bar spacing.



(c) Bottom cover less than side cover and half the bar spacing.

رفتار آرماتورهای صاف:



آرماتور صاف نیاز به طول مه‌ار زیادی دارد و در صورت افزایش بار وارد بر آن بدون ایجاد شکاف در بتن، در داخل آن می لغزد.

یک راه مناسب برای مه‌ار آرماتور صاف استفاده از قلاب در انتهای میلگرد می باشد.

- در صورت عدم استفاده از میلگرد آجدار، تعداد ترک های خمشی محدود به چند ترک با عرض زیاد خواهد بود (تعداد ترک ها کاهش ولی عرض آنها به شدت افزایش میابد)

- در صورت استفاده از میلگرد آجدار، تعداد ترکهای خمشی افزایش ولی عرض آنها محدود خواهد شد.

مفهوم پیوستگی بین بتن و میلگرد در دو حالت مطالعه می شود:

۱- پیوستگی مه‌اری

در شکل زیر بتن به فولاد (و برعکس فولاد هم به بتن) تنش های اصطکاکی (u) وارد می کند. اگر این تنشها نباشند، آرماتور از داخل بتن سر خورده و بیرون کشیده می شود. بنابراین این تنشها موجب ایجاد پیوستگی بین فولاد و بتن می شوند و آنها را تنشهای پیوستگی (و یا چسبندگی) می نامند. در شکل زیر تنش موجود در آرماتور ( $f_s$ ) از طریق تنشهای پیوستگی مه‌اری (u) به بتن منتقل می شود. هرچه طول  $l_d$  در شکل زیر بیشتر باشد توانایی بتن در مه‌ار آرماتور افزایش یافته و تنش پیوستگی مه‌اری (u) کاهش می یابد. با کاهش  $l_d$  تنشهای u افزایش یافته و ممکن است بتن تاب تحمل u بالا را نداشته و گسیخته شود.

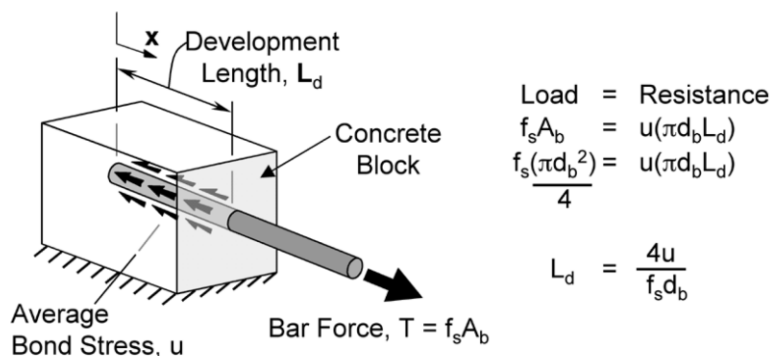
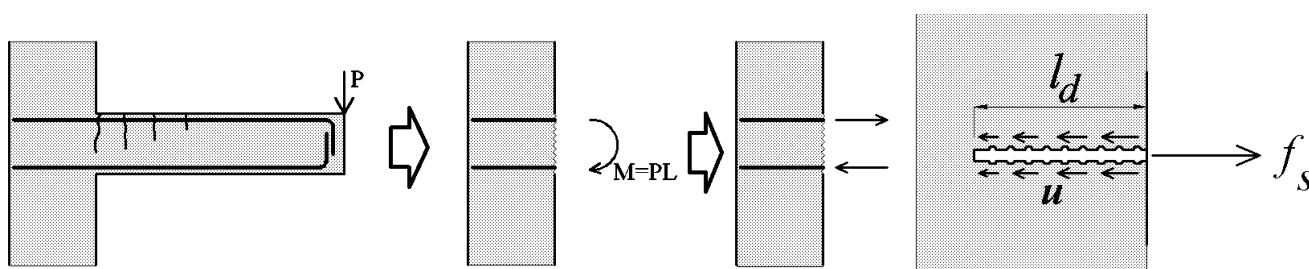


Figure 2-1: Simple concept of bond stresses

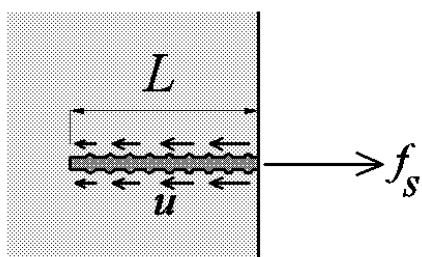


$f_s$ : تنش در آرماتور

$$f_s \times \frac{\pi D^2}{4} = u \times L \times \pi D$$

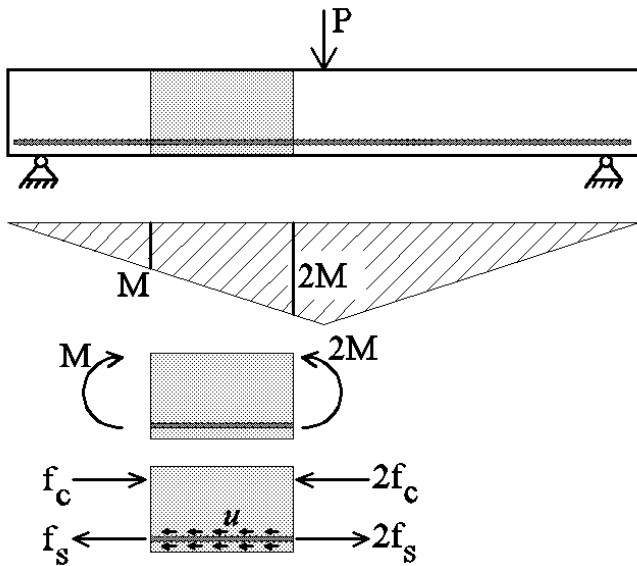
u: تنش چسبندگی بین آرماتور و بتن

$$\Rightarrow L = \frac{f_s \times D}{4u}$$



۲- پیوستگی خمشی

در شکل زیر به دلیل تغییر مقدار لنگر در طول تیر، تنش کششی در آرماتور تغییر می کند. در این حالت برای حفظ تعادل در راستای افقی برای آرماتور، تنش های پیوستگی خمشی (u) را خواهیم داشت.



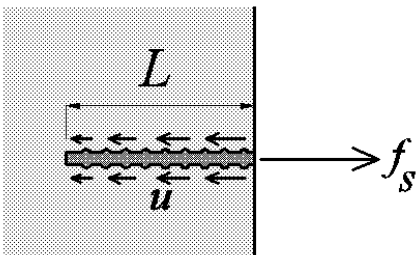
۶-۱- پیوستگی مهاری

تنش در آرماتور:  $f_s$

تنش چسبندگی بین آرماتور و بتن: u

$$f_s \times \frac{\pi D^2}{4} = u \times L \times \pi D$$

$$\Rightarrow L = \frac{f_s \times D}{4u}$$



نکته:  $f_y$  طول معادل لازم

تقریباً  $D$

$A (D^2 f_y)$

تنش چسبندگی بین آرماتور و بتن

۱۲۵- یک آرماتور  $\phi 16$  جهت بلند کردن بلوکی بتنی به وزن  $W$  در طول  $L$  درون بلوک تعبیه شده است. در صورتی که متوسط تنش پیوستگی بین آرماتور و بتن  $10 \text{ MPa}$  باشد، حداقل مقدار  $L$  برای آن که بیشینه وزن  $W$  قابل حمل باشد چند میلی‌متر (mm) است؟ بتن از رده  $C20$  و فولاد از رده  $S400$  است.

(۱) ۱۲۰

(۲) ۱۴۰

(۳) ۱۶۰

(۴) ۱۸۰

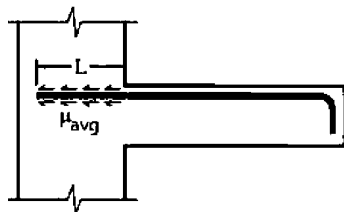
حداکثر نیروی  $W$  مطابق رابطه زیر، بر اساس طول مهار میلگرد و نیز مقاومت تسلیم میلگرد بدست می‌آید.

$$W = \text{Min} \begin{cases} u \times L \times \pi D = 10 \times L \times 3.14 \times 16 = 502.4L \\ A_s F_y = 3.14 \times 8^2 \times 400 = 80384 \end{cases}$$

برای حداکثر شدن مقدار  $W$  باید:

$$502.4L \geq 80384 \quad \rightarrow \quad L \geq 160 \text{ mm}$$

۱۱۴- در شکل زیر انتقال نیروی کششی به بتن در میلگرد فوقانی تیرکنسولی نمایش داده شده است که در آن  $\mu_{avg}$  تنش پیوستگی متوسط،  $L$  طول مستقیم میلگرد در ستون و  $d_b$  قطر میلگرد می‌باشد. در حالتیکه فولاد به حد تسلیم برسد، با دو برابر شدن قطر میلگرد و ثابت بودن سایر مشخصات،  $\mu_{avg}$  چه تغییری می‌کند؟



(۱) ثابت می‌ماند.

(۲) نصف می‌شود.

(۳) دو برابر می‌شود.

(۴) چهار برابر می‌شود.

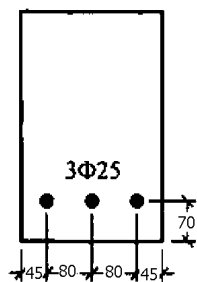
اگر نیروی وارد بر میگرد ثابت بماند مطابق رابطه زیر گزینه ۲ صحیح خواهد بود.

$$u_{avg} \times L \times \pi D = \text{نیروی ثابت اولیه} \quad \rightarrow \quad u_{avg} = \frac{\text{نیروی ثابت اولیه}}{L \times \pi D}$$

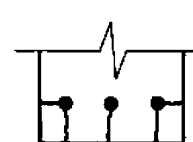
اگر تنش بر میگرد ثابت بماند مطابق رابطه زیر گزینه ۳ صحیح خواهد بود.

$$u_{avg} \times L \times \pi D = \frac{\pi D^2}{4} F_y \quad \rightarrow \quad u_{avg} = \frac{D F_y}{4L}$$

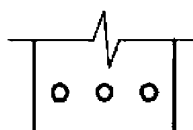
۱۱۷- در صورتی که مقطع تیر زیر دچار گسیختگی ناشی از تنش پیوستگی بین فولاد و بتن گردد، کدام یک از حالات زیر محتمل‌تر است؟ (اندازه‌ها به میلی‌متر است)



(۲)



(۱)



(۴)



(۳)

برون کشیدگی میلگرد از بتن

گزینه ۲

## CHAPTER 25—REINFORCEMENT DETAILS

### 25.4—Development of reinforcement

#### 25.4.2 Development of deformed bars and deformed wires in tension

25.4.2.1 Development length  $\ell_d$  for deformed bars and deformed wires in tension shall be the greater of (a) and (b):

(a) Length calculated in accordance with 25.4.2.3 or 25.4.2.4 using the applicable modification factors of 25.4.2.5

(b) 300 mm

25.4.2.4 For deformed bars or deformed wires,  $\ell_d$  shall be calculated by:

$$\ell_d = \left( \frac{1}{1.1 \lambda \sqrt{f'_c}} \frac{f_y \Psi_t \Psi_e \Psi_s \Psi_g}{\left( \frac{c_b + K_{tr}}{d_b} \right)} \right) d_b \quad (25.4.2.4a)$$

in which the confinement term  $(c_b + K_{tr})/d_b$  shall not exceed 2.5, and

$$K_{tr} = \frac{40 A_{tr}}{sn} \quad (25.4.2.4b)$$

where  $n$  is the number of bars or wires being developed or lap spliced along the plane of splitting. It shall be permitted to use  $K_{tr} = 0$  as a design simplification even if transverse reinforcement is present or required.

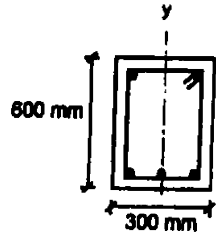
25.4.2.5 For the calculation of  $\ell_d$ , modification factors shall be in accordance with Table 25.4.2.5.

**Table 25.4.2.5—Modification factors for development of deformed bars and deformed wires in tension**

Modification factor	Condition	Value of factor
Lightweight $\lambda$	Lightweight concrete	0.75
	Normalweight concrete	1.0
Reinforcement grade $\Psi_g$	Grade 40 or Grade 60	1.0
	Grade 80	1.15
	Grade 100	1.3
Epoxy <sup>[1]</sup> $\Psi_e$	Epoxy-coated or zinc and epoxy dualcoated reinforcement with clear cover less than $3d_b$ or clear spacing less than $6d_b$	1.5
	Epoxy-coated or zinc and epoxy dual-coated reinforcement for all other conditions	1.2
	Uncoated or zinc-coated (galvanized) reinforcement	1.0
Size $\Psi_s$	No. 22 and larger bars	1.0
	No. 19 and smaller bars and deformed wires	0.8
Casting position <sup>[1]</sup> $\Psi_t$	More than 300 mm of fresh concrete placed below horizontal reinforcement	1.3
	Other	1.0

<sup>[1]</sup>The product  $\Psi_t \Psi_e$  need not exceed 1.7.

۳۱- در تیری با مقطع مطابق شکل تحت اثر لنگر خمشی مثبت (قسمت پایین مقطع تحت اثر کشش) در صورتیکه  $A_s = 3\Phi 25$  و  $A'_s = 2\Phi 20$  خاموت‌ها  $c/c = 150\text{ mm} @ \Phi 12$  پوشش بتن برابر 50 میلی‌متر و آرماتورگذاری متقارن نسبت به محور  $y$  و آرماتور طولی از نوع S400 و آرماتور عرضی (خاموت) از نوع S340 باشد، ضریب دقیق محاسباتی  $\left(\frac{c+k_{tr}}{d_b}\right)$  برای تعیین طول مهار آرماتورهای کششی که در یک محل قطع و یا وصله می‌شوند، به کدامیک از مقادیر زیر نزدیکتر است؟ (C) برابر کوچکترین دو مقدار فاصله مرکز میلگرد از نزدیک‌ترین رویه بتن و نصف فاصله مرکز تا مرکز میلگردها می‌باشد)



3.30 (۱)

2.50 (۲)

2.20 (۳)

2.00 (۴)

فاصله مرکز میلگرد تا رویه بتن برابر است با:

$$\text{Cover to rebar center} = 50 + 12 + 12.5 = 74.5 \text{ mm}$$

فاصله مرکز تا مرکز میلگردهای کششی از هم برابر است با:

$$S_{\text{bar to bar}} = \frac{300 - 74.5 \times 2}{2} = 75.5 \quad \rightarrow \quad c = \text{Min} \left( 74.5, \frac{75.5}{2} \right) = 37.75 \text{ mm}$$

$$K_{tr} = \frac{40(2\pi \times 6^2)}{150 \times 3} = 20.1 \text{ mm}$$

$$\frac{k_{tr} + c}{d_b} = \frac{20.1 + 37.75}{25} = 2.3$$

جهت سهولت در محاسبات به جای استفاده از رابطه دقیق (صفحه قبل) می‌توان طول مه‌ار را با استفاده از جدول زیر (روش تقریبی) محاسبه کرد.

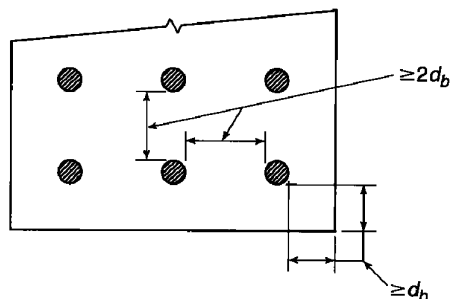
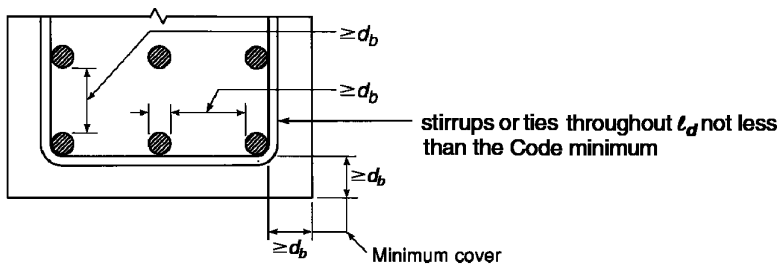
- در تیرها که حداقل خاموت در آنها قرار داده می‌شود، معمولاً شامل سطر اول جدول زیر می‌شوند. بنابراین در اکثر تیرها می‌توان به صورت تقریبی طول مه‌ار را می‌توان به شرح زیر محاسبه کرد:

$$\begin{array}{l}
 \text{میلگرد فوقانی تیر:} \\
 \left\{ \begin{array}{l}
 \varphi < 20 \text{ mm} \rightarrow l_d = \frac{F_y \Psi_t \Psi_e \Psi_g}{2.1 \lambda \sqrt{f'_c}} d_b \xrightarrow{C25 \quad S400} l_d = \frac{400 \times 1.3 \times 1 \times 1}{2.1 \sqrt{25}} d_b = 50 d_b \\
 \varphi \geq 20 \text{ mm} \rightarrow l_d = \frac{F_y \Psi_t \Psi_e \Psi_g}{1.7 \lambda \sqrt{f'_c}} d_b \xrightarrow{C25 \quad S400} l_d = \frac{400 \times 1.3 \times 1 \times 1}{1.7 \sqrt{25}} d_b = 61 d_b
 \end{array} \right. \\
 \\
 \text{میلگرد تحتانی تیر:} \\
 \left\{ \begin{array}{l}
 \varphi < 20 \text{ mm} \rightarrow l_d = \frac{F_y \Psi_t \Psi_e \Psi_g}{2.1 \lambda \sqrt{f'_c}} d_b \xrightarrow{C25 \quad S400} l_d = \frac{400 \times 1 \times 1 \times 1}{2.1 \sqrt{25}} d_b = 38 d_b \\
 \varphi \geq 20 \text{ mm} \rightarrow l_d = \frac{F_y \Psi_t \Psi_e \Psi_g}{1.7 \lambda \sqrt{f'_c}} d_b \xrightarrow{C25 \quad S400} l_d = \frac{400 \times 1 \times 1 \times 1}{1.7 \sqrt{25}} d_b = 47 d_b
 \end{array} \right.
 \end{array}$$

**25.4.2.3** For deformed bars or deformed wires,  $l_d$  shall be calculated in accordance with Table 25.4.2.3.

**Table 25.4.2.3—Development length for deformed bars and deformed wires in tension**

Spacing and cover	No. 19 and smaller bars and deformed wires	No. 22 and larger bars
Clear spacing of bars or wires being developed or lap spliced not less than $d_b$ , clear cover at least $d_b$ , and stirrups or ties throughout $l_d$ not less than the Code minimum or Clear spacing of bars or wires being developed or lap spliced at least $2d_b$ and clear cover at least $d_b$	$\left( \frac{f_y \Psi_t \Psi_e \Psi_g}{2.1 \lambda \sqrt{f'_c}} \right) d_b$	$\left( \frac{f_y \Psi_t \Psi_e \Psi_g}{1.7 \lambda \sqrt{f'_c}} \right) d_b$
Other cases	$\left( \frac{f_y \Psi_t \Psi_e \Psi_g}{1.4 \lambda \sqrt{f'_c}} \right) d_b$	$\left( \frac{f_y \Psi_t \Psi_e \Psi_g}{1.1 \lambda \sqrt{f'_c}} \right) d_b$





مثال:

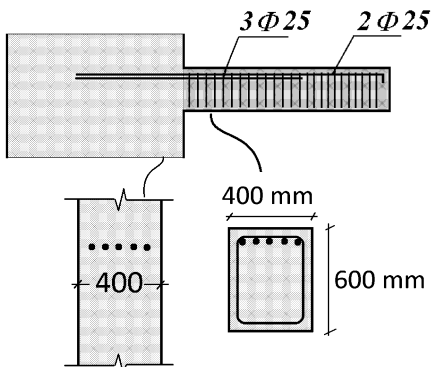
طول مهاری لازم برای میلگردهای شکل زیر را در "داخل دیوار" و نیز "داخل تیر" تعیین کنید. در داخل دیوار آرماتورهای طولی فاقد آرماتور عرضی می باشند و در داخل تیر از  $\Phi 10@100mm$  استفاده شده است. آرماتورهای طولی در مقطع بحرانی در بر دیوار  $5 \times \Phi 25$  می باشد که با فواصل مساوی از هم قرار گرفته اند و رده آنها S400 می باشد و با فواصل مساوی می باشد. بتن از رده C25 می باشد.

طول مهاری در داخل دیوار  $l_d$  طول مهاری در داخل تیر  $l_d$

• ضخامت دیوار هم عرض تیر فرض و برابر  $t=b=400\text{ mm}$  فرض شود.

محاسبه فاصله بین میلگردها:

پوشش بتن تا مرکز میلگردهای طولی:



$$40 + 10 + \frac{25}{2} = 62.5\text{ mm}$$

فاصله خالص بین میلگردهای طولی:

$$\frac{(400 - 2 \times 50 - 5 \times 25)}{4} = 43.75\text{ mm}$$

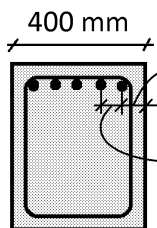
محاسبه طول مهاری در داخل تیر (با رابطه ساده شده)

در داخل تیر، میلگردهای طولی تیر دارای خاموت (به حد کافی) می باشند و از طرفی ناصبه خاص میگردند بیسر از نظر میلگردهای طولی است  $(43.75 > 25)$  بنابراین مقدار تقریبی طول مهاری میلگردها برابر است با:

$$\left. \begin{array}{l} 43.75 > 25 \\ \frac{A_v}{s} = 1.57\text{ mm} > \left(\frac{A_v}{s}\right)_{\min} \\ \text{Bar size} = 25\text{ mm} \geq 20\text{ mm} \end{array} \right\} l_d = \frac{\Psi_t \Psi_e \Psi_g}{1.7\lambda} \frac{f_y}{\sqrt{f'_c}} d_b = \frac{1.3 \times 1 \times 1}{1.7 \times 1} \times \frac{400}{\sqrt{25}} d_b = 61.17 \times 25$$

$$= 1529\text{ mm}$$

محاسبه طول مهاری در داخل تیر (با رابطه دقیق)



$$c = 40 + 10 + 12.5 = 62.5$$

$$c = \text{Min} \left( 62.5, \frac{68.75}{2} \right) = 34.375\text{ mm}$$

$$\frac{(400 - 2 \times 62.5)}{4} = 68.75$$

$$k_{tr} = \frac{40A_v}{sn} = \frac{40 \times 2(\pi \times 5^2)}{100 \times 3} = 20.93$$

$$\left. \begin{array}{l} c = \text{Min} \left( 62.5, \frac{68.75}{2} \right) = 34.375\text{ mm} \\ k_{tr} = \frac{40A_v}{sn} = \frac{40 \times 2(\pi \times 5^2)}{100 \times 3} = 20.93 \end{array} \right\} \left( \frac{c + ktr}{d_b} \right) = 2.21 < 2.5$$

$$l_d = \left( \frac{\Psi_t \Psi_e \Psi_s \Psi_g}{\lambda \left( \frac{c + ktr}{d_b} \right)} \times \frac{0.9f_y}{\sqrt{f'_c}} \right) \times d_b = \frac{1.3 \times 1 \times 1 \times 1}{1 \times 2.21} \times \frac{0.9 \times 400}{\sqrt{25}} d_b = 42 \times d = 1058\text{ mm}$$

محاسبه طول مهاری در داخل دیوار (با رابطه ساده شده)

در داخل دیوار، میلگردهای طولی فاقد خاموت می باشند و از طرفی فاصله خالص میلگردها کمتر از دو برابر قطر میلگردهای طولی است  $(43.75 < 2 \times 25)$  بنابراین مقدار تقریبی طول مهاری میلگردها برابر است با:

$$l_d = \left( \frac{\Psi_t \Psi_e \Psi_g}{1.1\lambda} \frac{f_y}{\sqrt{f'_c}} \right) d_b = \left( \frac{1.3 \times 1 \times 1}{1.1 \times 1} \right) \frac{400}{\sqrt{25}} \times 25 = 94.5 \times 25 = 2363\text{ mm}$$

محاسبه طول مهاری در داخل دیوار (با رابطه دقیق)

$$\left. \begin{array}{l} c = \text{Min} \left( 62.5, \frac{43.75 + 25}{2} \right) = 34.375\text{ mm} \\ Ktr = \frac{40A_v}{sn} = 0 \text{ (در داخل دیوار خاموت نداریم)} \end{array} \right\} \rightarrow \left( \frac{c + ktr}{d} \right) = \frac{34.375}{25} = 1.375 < 2.5$$

$$l_d = \left( \frac{\Psi_t \Psi_e \Psi_s \Psi_g}{\lambda \left( \frac{c + ktr}{d_b} \right)} \times \frac{0.9f_y}{\sqrt{f'_c}} \right) \times d_b = \frac{1.3 \times 1 \times 1 \times 1}{1(1.375)} \times \frac{0.9 \times 400}{\sqrt{25}} \times d_b = 68 \times d_b = 1700\text{ mm}$$

### 25.4.9 Development of deformed bars and deformed wires in compression

25.4.9.1 Development length  $\ell_{dc}$  for deformed bars and deformed wires in compression shall be the greater of (a) and (b)

- (a) Length calculated in accordance with 25.4.9.2  
(b) 200 mm

25.4.9.2  $\ell_{dc}$  shall be the greater of (a) and (b), using the modification factors of 25.4.9.3:

$$(a) \left( \frac{0.24 f_y \psi_r}{\lambda \sqrt{f'_c}} \right) d_b$$

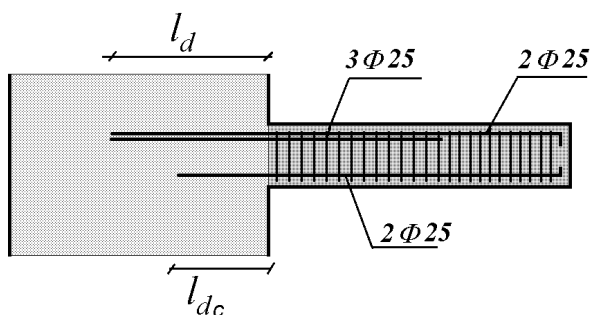
$$(b) 0.043 f_y \psi_r d_b$$

25.4.9.3 For the calculation of  $\ell_{dc}$ , modification factors shall be in accordance with Table 25.4.9.3, except  $\psi_r$  shall be permitted to be taken as 1.0.

**Table 25.4.9.3—Modification factors for deformed bars and wires in compression**

Modification factor	Condition	Value of factor
Lightweight $\lambda$	Lightweight concrete	0.75
	Lightweight concrete, if $f_{ct}$ is specified	In accordance with 19.2.4.3
	Normalweight concrete	1.0
Confining reinforcement $\psi_r$	Reinforcement enclosed within (1), (2), (3), or (4): (1) a spiral (2) a circular continuously wound tie with $d_b \geq 6$ mm and pitch 100 mm (3) No. 13 bar or MD130 wire ties in accordance with 25.7.2 spaced $\leq 100$ mm on center (4) hoops in accordance with 25.7.4 spaced $\leq 100$ mm on center	0.75
	Other	1.0

در شکل زیر میلگردهای تحتانی تحت فشار هستند. طول مهاری لازم برای میلگردهای فشاری در داخل دیوار را تعیین کنید.



با توجه به اینکه در داخل دیوار دورگیر (با فواصل کمتر یا مساوی ۱۰۰ میلی‌متر) نداریم، ضریب  $\Psi_r = 1$  خواهد بود.

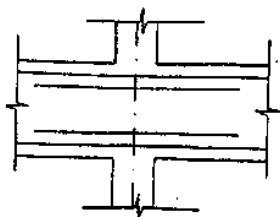
$$l_{dc} = \text{Max} \left( 200 \text{ mm}, \frac{\Psi_r}{\lambda} \frac{0.24 F_y}{\sqrt{f'_c}} d_b, 0.043 \Psi_r F_y d_b \right)$$

$$= \text{Max} \left( 200 \text{ mm}, \frac{1}{1} \times \frac{0.24 \times 400}{\sqrt{25}} d_b, 0.043 \times 1 \times 400 \times d_b \right) = 19.2 d_b = 480 \text{ mm}$$

- توجه: برخلاف "میلگرد تحت کشش" در "میلگردهای تحت فشار" طول مهاری بدون قلاب با طول مهاری با قلاب تفاوتی ندارد. یعنی وجود یا عدم وجود قلاب در انتهای میلگرد تاثیری در طول مهاری آن ندارد.

### نظارت ۱۳۸۳

۴۳- در یک اتصال میانی تیر به ستون میلگردهای تقویتی از  $4\Phi 18 (107.16 \text{ cm}^2)$  به  $3\Phi 22 (117.4 \text{ cm}^2)$  تغییر داده می‌شوند کدام یک از

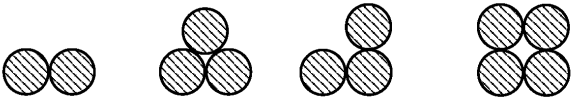


جملات زیر در مورد طول میلگرد تقویتی صحیح است؟

- ۱) تغییر قطر و تعداد میلگردها تاثیری در طول میلگرد نخواهد داشت.
- ۲) با توجه به کاهش تعداد میلگرد تقویتی، طول میلگرد کاهش می‌یابد.
- ۳) با توجه به افزایش قطر میلگردها، احتمال افزایش طول میلگردها وجود دارد.
- ۴) با توجه به افزایش سطح مقطع میلگرد کار گذاشته شده، طول میلگرد کاهش می‌یابد.

گزینه ۳

طول مهاری میلگردها با افزایش قطر آنها افزایش می‌یابد.



## CHAPTER 25—REINFORCEMENT DETAILS

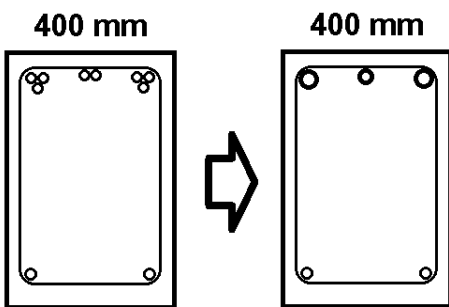
### 25.6—Bundled reinforcement

**25.6.1.5** Development length for individual bars within a bundle, in tension or compression, shall be that of the individual bar, increased 20 percent for a three-bar bundle, and 33 percent for a four-bar bundle.

**25.6.1.6** A unit of bundled bars shall be treated as a single bar with an area equivalent to that of the bundle and a centroid coinciding with that of the bundle. The diameter of the equivalent bar shall be used for  $d_b$  in (a) through (e):

- (a) Spacing limitations based on  $d_b$
- (b) Cover requirements based on  $d_b$
- (c) Spacing and cover values in 25.4.2.2
- (d) Confinement term in 25.4.2.3
- (e)  $\psi_e$  factor in 25.4.2.4

مثال: در صورتی که مه‌لگردهای فوقانی به صورت گروه مه‌لگرد ۲ تایی و ۳ تایی مطابق شکل قرار گیرند، طول مه‌اری لازم برای گروه مه‌لگردهای فوقانی در داخل دیوار با استفاده از رابطه دقیق محاسبه کنید. قطر مه‌لگدها ۲۵ mm منظم، شد.



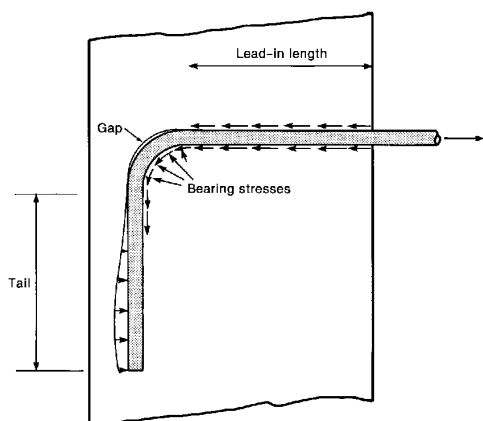
قطر معادل مه‌لگرد ۲ تایی = 35.35 mm

قطر معادل مه‌لگرد ۳ تایی = 43.3 mm

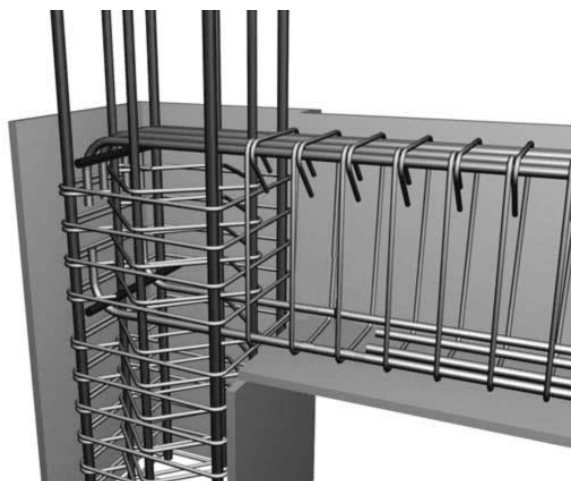
محاسبه طول مه‌ار مه‌لگردهای سه تایی (در داخل دیوار)

$$c = \text{Min} \left( 50 + \frac{43.3}{2} = 71.65, \frac{400 - 2 \times 71.65}{4} = 64.175 \right) = 64.175 \text{ mm} \left\{ \begin{array}{l} Ktr = 0 \\ \rightarrow \left( \frac{64.175}{43.3} \right) = 1.48 \\ < 2.5 \end{array} \right.$$

$$l_d = \frac{F_y \Psi_t \Psi_e \Psi_s \Psi_g}{1.1 \lambda \sqrt{f'_c} \left( \frac{c + ktr}{d} \right)} \times (1.2d) = \frac{400 \times 1.3 \times 1}{1.1 \times 1 \times \sqrt{25} (1.48)} \times (1.2 \times 25) = 76.65 \times d = 1916 \text{ mm}$$



(a) Forces acting on bar.



## 25.3—Standard hooks, seismic hooks, crossties, and minimum inside bend diameters

25.3.1 Standard hooks for the development of deformed bars in tension shall conform to Table 25.3.1.

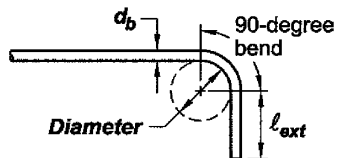
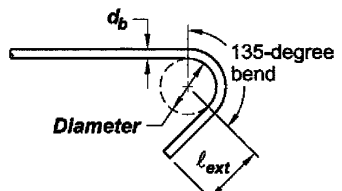
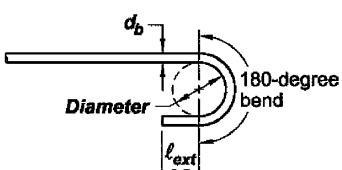
**Table 25.3.1—Standard hook geometry for development of deformed bars in tension**

Type of standard hook	Bar size	Minimum inside bend diameter, mm	Straight extension <sup>[1]</sup> $l_{ext}$ , mm	Type of standard hook
90-degree hook	No. 10 through No. 25	$6d_b$	$12d_b$	
	No. 29 through No. 36	$8d_b$		
	No. 43 and No. 57	$10d_b$		
180-degree hook	No. 10 through No. 25	$6d_b$	Greater of $4d_b$ and 65 mm	
	No. 29 through No. 36	$8d_b$		
	No. 43 and No. 57	$10d_b$		

<sup>[1]</sup>A standard hook for deformed bars in tension includes the specific inside bend diameter and straight extension length. It shall be permitted to use a longer straight extension at the end of a hook. A longer extension shall not be considered to increase the anchorage capacity of the hook.

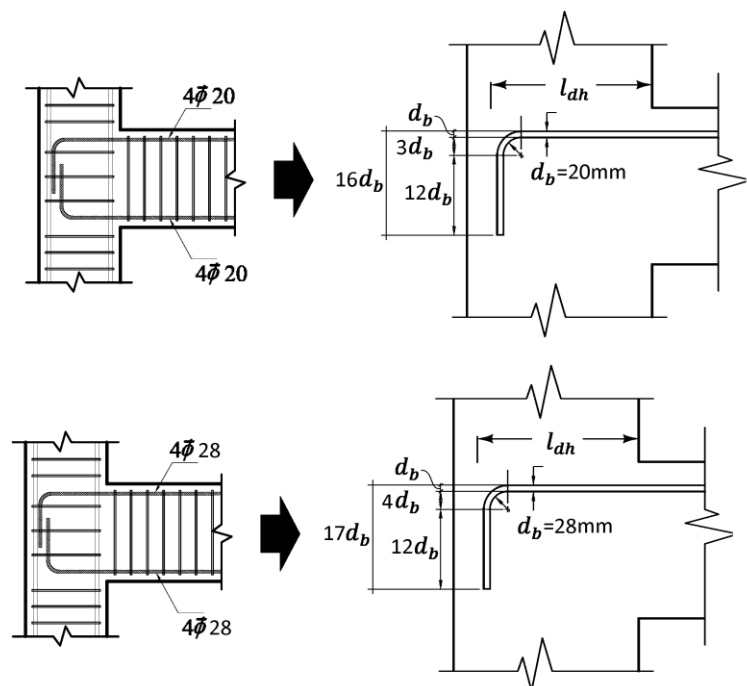
**25.3.2** Minimum inside bend diameters for bars used as transverse reinforcement and standard hooks for bars used to anchor stirrups, ties, hoops, and spirals shall conform to Table 25.3.2. Standard hooks shall enclose longitudinal reinforcement.

**Table 25.3.2—Minimum inside bend diameters and standard hook geometry for stirrups, ties, and hoops**

Type of standard hook	Bar size	Minimum inside bend diameter, mm	Straight extension <sup>[1]</sup> $l_{ext}$ , mm	Type of standard hook
90-degree hook	No. 10 through No. 16	$4d_b$	Greater of $6d_b$ and 75 mm	
	No. 19 through No. 25	$6d_b$	$12d_b$	
135-degree hook	No. 10 through No. 16	$4d_b$	Greater of $6d_b$ and 75 mm	
	No. 19 through No. 25	$6d_b$		
180-degree hook	No. 10 through No. 16	$4d_b$	Greater of $4d_b$ and 65 mm	
	No. 19 through No. 25	$6d_b$		

<sup>[1]</sup>A standard hook for stirrups, ties, and hoops includes the specific inside bend diameter and straight extension length. It shall be permitted to use a longer straight extension at the end of a hook. A longer extension shall not be considered to increase the anchorage capacity of the hook.

در شکل‌های زیر میلگرد  $\phi 20$  و  $\phi 28$  توسط قلاب مهار شده اند. به تفاوت در جزئیات خم توجه کنید:



۹-۲۱-۲-۲-۶ قلاب‌های دومت باید شرایط زیر را تامین کنند.

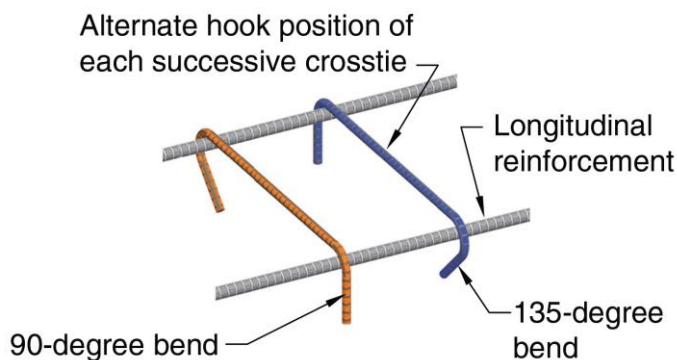
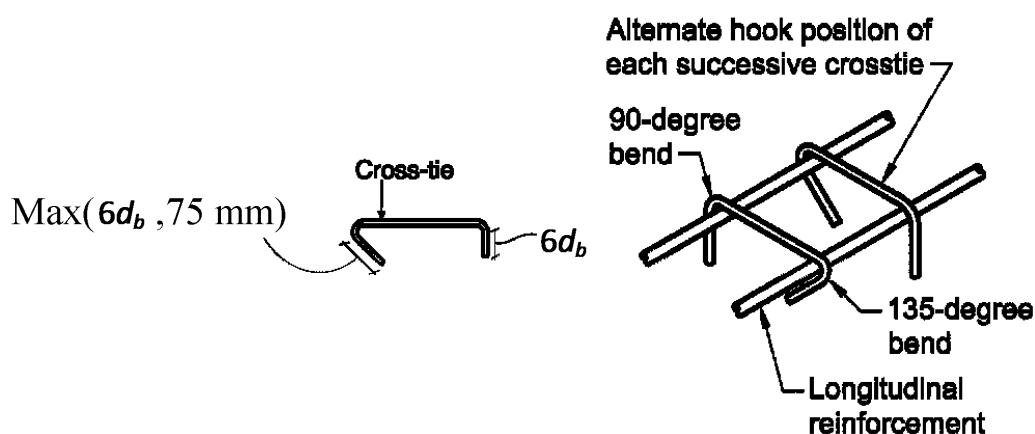
الف- سنجاقی باید یک‌پارچه باشد.

ب- یک انتهای سنجاقی باید دارای قلاب لرزهای بوده، و انتهای دیگر آن باید دارای قلاب با زاویه‌ی حداقل ۹۰ درجه باشد.

۹-۲۱-۲-۲-۴ قلاب لرزهای مطابق تعریف فصل ۹-۲، قلابی است که دارای خم حداقل ۱۳۵ درجه و طول مستقیم بعد از خم حداقل برابر با  $6d_b$  و یا ۷۵ میلی متر باشد. قلاب لرزهای در دورگیرهای دایروی می‌تواند دارای خم حداقل ۹۰ درجه باشد.

پ- قلاب باید در برگیرنده‌ی میلگرد طولی پیرامونی مقطع باشد.

ت- انتهای با خم ۹۰ درجه‌ی دو سنجاقی متوالی که میلگرد طولی را در بر می‌گیرند، باید به طور یک در میان در وجوه مقابل مقطع قرار گیرند؛ مگر آن که ضوابط بند ۹-۲۱-۶-۱-۷ یا ۹-۲۰-۶-۲-۳-۶ تامین شوند.



## ۶-۶- طول مه‌آرماتورهای کششی با قلاب

## ۹-۲۱-۳-۳ طول گیرایی مه‌آرماتور آجدار با قلاب استاندارد در کشش

۹-۲۱-۳-۳-۱ طول گیرایی با قلاب برای مه‌آرماتورهای آجدار در کشش که به قلاب استاندارد ختم می‌شوند،  $l_{dh}$  نباید از هیچ یک از مقادیر زیر کم‌تر باشد.

الف- رابطه‌ی زیر با ضرایب اصلاح  $\psi_e$ ،  $\psi_r$ ،  $\psi_o$  و  $\psi_c$  مطابق بند ۹-۲۱-۳-۳-۲:

$$l_{dh} = \frac{\psi_e \psi_r \psi_o \psi_c}{\lambda} \frac{0.043 f_y}{\sqrt{f'_c}} d_b \quad (۹-۲۱-۳)$$

ب- هشت برابر قطر مه‌آرماتور و ۱۵۰ میلی‌متر، هر کدام بزرگ‌تر است.

۹-۲۱-۳-۳-۲ ضرایب اصلاح محاسبه‌ی طول گیرایی با قلاب مه‌آرماتورهای آجدار در کشش، بر اساس جدول ۹-۲۱-۵ تعیین می‌شوند. در انتهای غیر ممتد عضو، ضوابط ۹-۲۱-۳-۳-۴ اعمال می‌شوند. در این جدول  $A_{hs}$  مساحت کل مه‌آرماتورهای مه‌آرماتور شده با قلاب بوده، و  $A_{th}$  در ۹-۲۱-۳-۳-۳ تعریف شده است.

۹-۲۱-۳-۳-۳ مساحت کل تنگ‌ها و خاموت‌های محصور کننده‌ی مه‌آرماتور شده با قلاب،  $A_{th}$  که حداقل طولی معادل  $0.75 l_{dh}$  از انتهای خم را در امتداد  $l_{dh}$  محصور کرده‌اند، شامل موارد زیر است:

الف- تنگ‌ها و خاموت‌های محصور کننده‌ی قلاب (حداقل دو تنگ یا خاموت) موازی طول  $l_{dh}$  با فاصله‌ی مساوی در طول انتهای آزاد خم. فاصله‌ی این تنگ‌ها و خاموت‌ها باید کم‌تر از هشت برابر قطر مه‌آرماتور بوده و در طول پانزده برابر قطر مه‌آرماتور، اندازه‌گیری شده از قسمت مستقیم مه‌آرماتور مه‌آرماتور شده واقع باشند.

ب- تنگ‌ها و خاموت‌های محصور کننده‌ی قلاب (حداقل دو تنگ یا خاموت) عمود بر طول  $l_{dh}$  با فاصله‌ی مساوی در امتداد طول مستقیم. فاصله‌ی این تنگ‌ها و خاموت‌ها باید کم‌تر از هشت برابر قطر مه‌آرماتور باشد.

## جدول ۹-۲۱-۵ ضرایب اصلاح طول گیرایی مه‌آرماتورهای آجدار با قلاب استاندارد در کشش

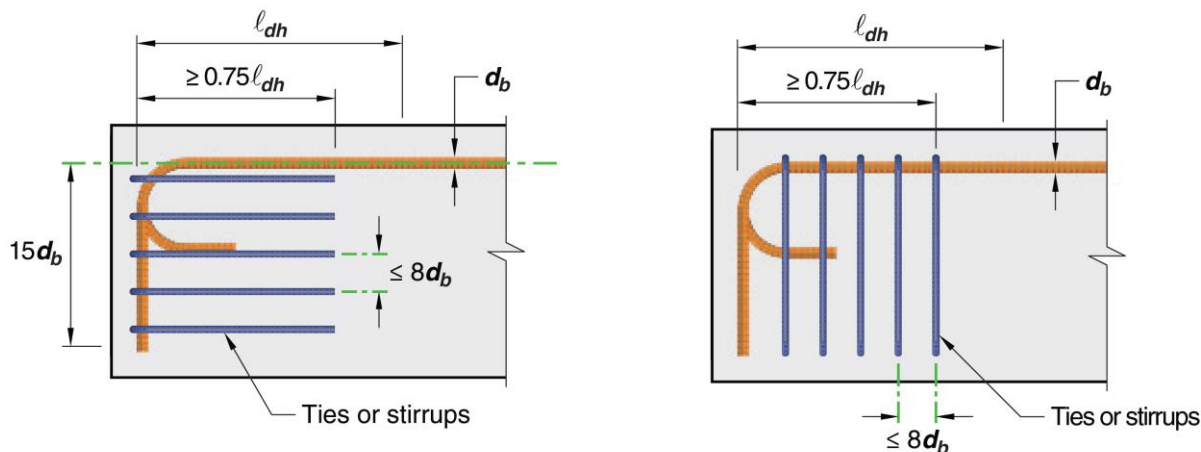
مقدار ضریب	شرایط	ضریب اصلاح
۱/۲	برای مه‌آرماتورهای با اندود اپوکسی یا با اندود دو گانه‌ی اپوکسی و روی	$\psi_e$ ضریب پوشش
۱/۰	برای مه‌آرماتورهای بدون اندود و مه‌آرماتورهای با اندود روی (گالوانیزه)	
۱/۰	برای مه‌آرماتورهای با قطر کوچک‌تر یا مساوی ۳۴ میلی‌متر با $A_{th} \geq 0.40 A_{hs}$ و یا با فاصله‌ی مه‌آرماتورهای مه‌آرماتور شونده بیش از شش برابر قطر مه‌آرماتور	$\psi_r$ ضریب آرماتور محصورکننده
۱/۶	برای سایر موارد	
۱/۰	برای مه‌آرماتورهای سر دار مه‌آرماتور شده در هسته‌ی ستون و با پوشش جانبی بیش از ۶۵ میلی‌متر؛ و یا با پوشش جانبی بیش از شش برابر قطر مه‌آرماتور	$\psi_o$ ضریب محل مه‌آرماتور
۱/۲۵	برای سایر موارد	
$f'_c / 105 + 0.6$	برای بتن با مقاومت کم‌تر از ۴۲ مگاپاسکال	$\psi_c$ ضریب مقاومت بتن
۱/۰	برای بتن با مقاومت بزرگ‌تر یا مساوی ۴۲ مگاپاسکال	



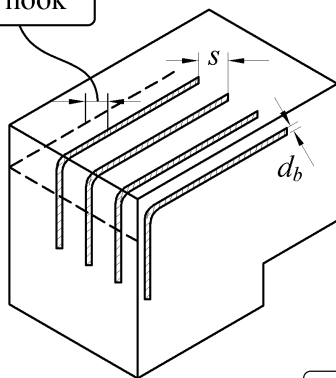
۹-۲۱-۳-۳-۳ مساحت کل تنگها و خاموتهای محصور کنندهی میلگرد مهار شده با قلاب،  $A_{th}$  که حداقل طولی معادل  $0.75l_{dh}$  از انتهای خم را در امتداد محصور کرده‌اند، شامل موارد زیر است:

الف- تنگها و خاموتهای محصور کنندهی قلاب (حداقل دو تنگ یا خاموت) موازی طول  $l_{dh}$  با فاصله‌ی مساوی در طول انتهای آزاد خم. فاصله‌ی این تنگها و خاموتها باید کم‌تر از هشت برابر قطر میلگرد بوده و در طول پانزده برابر قطر میلگرد، اندازه‌گیری شده از قسمت مستقیم میلگرد مهار شده واقع باشند.

ب- تنگها و خاموتهای محصور کنندهی قلاب (حداقل دو تنگ یا خاموت) عمود بر طول  $l_{dh}$  با فاصله‌های مساوی در امتداد طول مستقیم. فاصله‌ی این تنگها و خاموتها باید کم‌تر از هشت برابر قطر میلگرد باشد.



side cover normal to plane of hook



Epoxy-coated 1.2  
Uncoated 1.0

or  $s \geq 6d_b$   
and  $A_{th} \geq 0.4A_{hs}$   $\Rightarrow \psi_r = 1.0$

$s < 6d_b$   
and  $A_{th} < 0.4A_{hs}$   $\Rightarrow \psi_r = 1.6$

Terminating inside column core with side cover normal to plane of hook  $\geq 65$  mm,  
or  
With side cover normal to plane of hook  $\geq 6d_b$   $\Rightarrow \psi_o = 1.0$

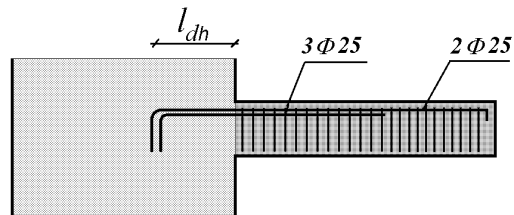
Other  $\Rightarrow \psi_o = 1.25$

$$l_{dh} = \frac{\psi_e \psi_r \psi_o \psi_c}{\lambda} \frac{0.043 f_y}{\sqrt{f'_c}} d_b^{1.5}$$

$f'_c < 42$  MPa  $\Rightarrow \psi_c = f'_c/105 + 0.6$

$f'_c \geq 42$  MPa  $\Rightarrow \psi_c = 1.0$

مثال: طول مهار میلگردهای طولی در داخل دیوار را با فرض اینکه از قلاب انتهایی ۹۰ درجه استفاده شود، محاسبه نمایید. در داخل دیوار آرماتورهای طولی فاقد آرماتور عرضی می باشند. ضخامت دیوار هم عرض تیر و برابر  $t=b=400\text{ mm}$  می باشد. پوشش جانبی میلگردهای طولی در داخل دیوار برابر  $50\text{ mm}$  می باشد. بتن از نوع C25 و میلگردهای طولی S400 می باشند.



ضخامت دیوار برابر  $400\text{ mm}$  می باشد و تعداد میلگردهای طولی در داخل دیوار 5 عدد می باشد و با توجه به اینکه پوشش جانبی میلگرد طولی در داخل دیوار  $50\text{ mm}$  می باشد، با فرض اینکه میلگردهای طولی با فاصله مساوی از هم قرار گرفته باشند، فاصله مرکز تا مرکز میلگردهای طولی برابر است با:

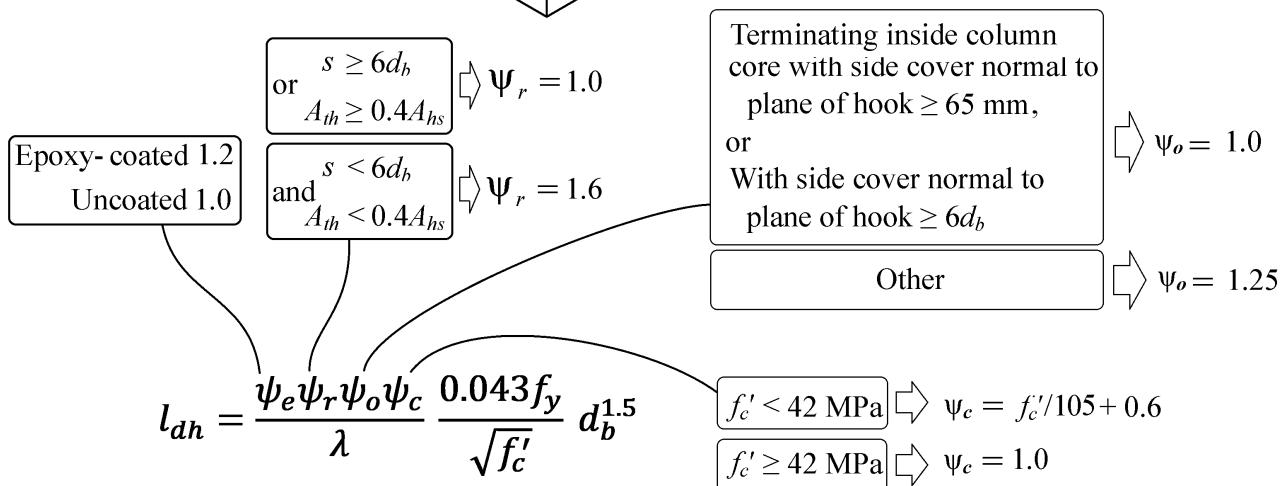
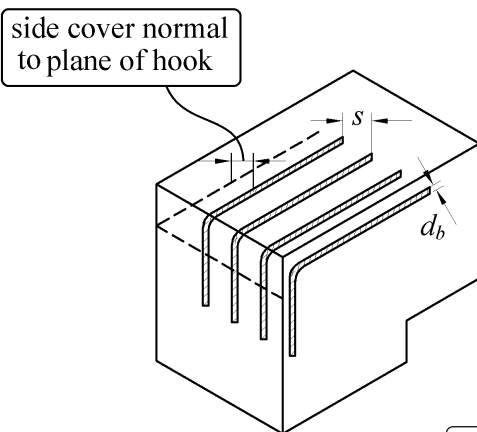
$$s = \frac{400 - 2 \times 50 - 25}{4} = 68.75\text{ mm} \approx 6d_b = 6 \times 25 = 150\text{ mm}$$

با توجه به محاسبه فوق، فاصله  $s$  (که در شکل پایین نیز نشان داده شده است) کمتر از ۶ برابر قطر میلگرد می باشد و از طرفی داخل دیوار خاموت محصور کننده قلاب نداریم و در نتیجه  $\Psi_r = 1.6$  می باشد.

همچنین پوشش جانبی میلگردهای کناری (side cover normal to plane of hook) در شکل زیر)  $50\text{ mm}$  می باشد که کمتر از  $6d_b$  می باشد و بنابراین  $\Psi_0 = 1.25$  می باشد.

$$\Psi_c = \left( \frac{25}{105} + 0.6 \right) = 0.84 \left\{ \begin{array}{l} \Psi_e = 1 \\ \Psi_r = 1.6 \\ \Psi_0 = 1.25 \end{array} \right. \left. \begin{array}{l} l_{dh} = \frac{0.043 \times 400 \times 1 \times 1.6 \times 1.25 \times 0.84}{1 \times 5} d_b^{1.5} = 5.78 \times 25^{1.5} \\ \\ \\ \end{array} \right.$$

$$= 722\text{ mm}$$



## ۶-۶-۱- طول مه‌ار میلگرد کششی قلابدار- لرزه ای

مطابق بند زیر علاوه بر طول مه‌ار قلاب دار تحت کشش، میلگردهای تیرهای قابهای خمشی متوسط و ویژه باید برای طول مه‌ار کشی قلابدار لرزه ای نیز پاسخگو باشند. بنابراین علاوه بر رابطه ارائه شده در صفحات قبل، رابطه بند زیر نیز باید کنترل گردد.

## ۹-۲۰-۵-۴ ناحیه‌ی اتصال تیر به ستون در قابهای متوسط

۹-۲۰-۵-۳ آرماتورهای طولی که در ناحیه‌ی اتصال تیر به ستون قطع می‌شوند، باید تا وجه دورتر هسته‌ی ناحیه‌ی اتصال ادامه داشته، و طول گیرایی آنها برای کشش مطابق بند ۹-۲۰-۶-۵، و برای فشار مطابق بند ۹-۲۱-۳-۸ محاسبه شود.

## ۹-۲۰-۶-۵ طول گیرایی میلگردهای کششی

۹-۲۰-۶-۱ طول گیرایی میلگردها،  $l_{dn}$ ، که به قلاب استاندارد ختم شده‌اند، باید با استفاده از رابطه‌ی (۹-۲۰-۱۱) محاسبه شود؛ ولی نباید کمتر از ۸ برابر قطر میلگرد و ۱۵۰ میلی متر اختیار گردد.

$$l_{dn} = f_y d_b / (5.4 \lambda \sqrt{f'_c}) \quad (۹-۲۰-۱۱)$$

۹-۲۰-۶-۵-۲ قلاب میلگرد تیرها باید در هسته‌ی محصور شده‌ی ستون‌ها و یا در اجزای لبه‌ی دیوارها مه‌ار شده، و خم آنها به طرف داخل ناحیه‌ی اتصال باشد.

مطابق بند زیر علاوه بر طول مه‌ار قلاب دار تحت کشش، میلگردهای تیرهای قابهای خمشی متوسط و ویژه باید برای طول مه‌ار در فشار نیز پاسخگو باشند.

**۹-۲۰-۴-۵ ناحیه‌ی اتصال تیر به ستون در قابهای متوسط**

۹-۲۰-۴-۵-۳ آرماتورهای طولی که در ناحیه‌ی اتصال تیر به ستون قطع می‌شوند، باید تا وجه دورتر هسته‌ی ناحیه‌ی اتصال ادامه داشته، و طول گیرایی آن‌ها برای کشش مطابق بند ۹-۲۰-۶-۵، و برای فشار مطابق بند ۹-۲۱-۳-۸ محاسبه شود.

**۹-۲۱-۳-۸ طول گیرایی میلگردهای آجدار و سیم‌های آجدار در فشار**

۹-۲۱-۳-۸-۱ طول گیرایی میلگردهای آجدار و سیم‌های آجدار در فشار،  $l_{dc}$  نباید از هیچ یک از مقادیر زیر کم‌تر در نظر گرفته شود:

$$l_{dc} = \max\left\{\frac{\psi_r}{\lambda} \frac{0.24f_y}{\sqrt{f'_c}} d_b, 0.043f_y\psi_r d_b\right\} \quad \text{الف-}$$

ب- ۲۰۰ میلی متر.

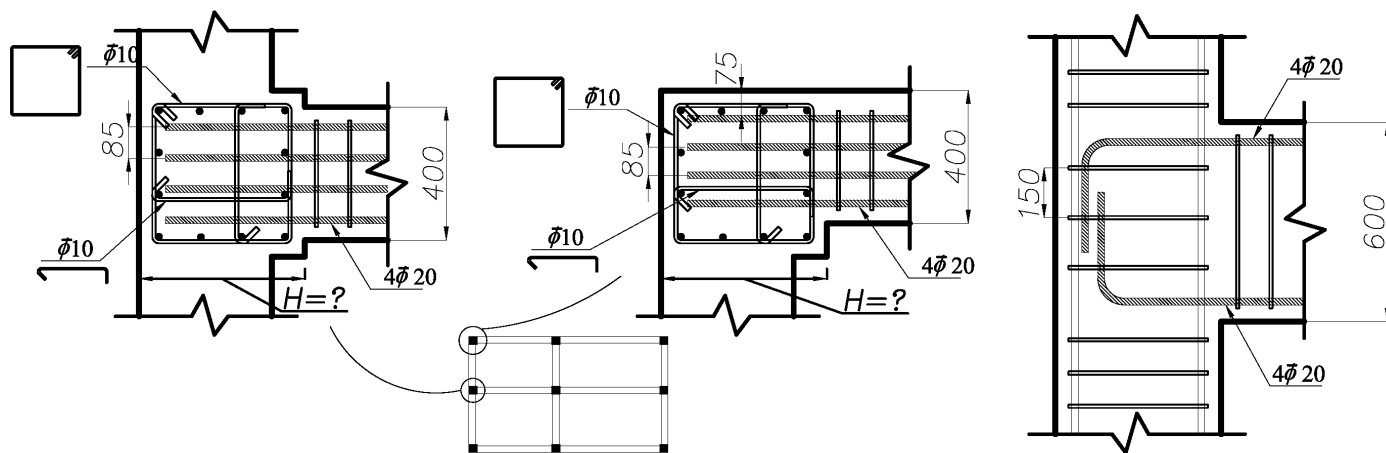
در این روابط ضریب محصور شدگی  $\psi_r$ ، برای محصور شدگی توسط دورپیچ، تنگ دایروی پیوسته با قطر بیش از ۶ میلی متر و گام کم‌تر از ۱۰۰ میلی متر، تنگ سیمی به قطر بیش از ۱۲ میلی متر و فواصل کم‌تر از ۱۰۰ میلی متر و دورگیر طبق ضوابط بند ۹-۲۱-۶-۴ با فواصل کم‌تر از ۱۰۰ میلی متر، برابر با ۰/۷۵؛ و برای سایر حالات برابر با ۱/۰ در نظر گرفته می‌شود.

با توجه به بندهای صفحات قبل، طول مه‌ار میلگرد قلابدار میلگرد تیر در داخل ستونهای قابهای خمشی متوسط و ویژه به شرح زیر قابل محاسبه است:

$$\text{طول مه‌ار میگرد قلابدار در اتصال تیر به ستون قابهای خمشی متوسط و ویژه} = \text{Max} \left\{ \begin{array}{l} \left( \frac{\Psi_e \Psi_r \Psi_0 \Psi_c}{\lambda} \frac{0.043 \times f_y}{\sqrt{f'_c}} d_b^{1.5} \right) \\ \text{Max} \left( \left( \frac{f_y}{5.4\lambda\sqrt{f'_c}} d_b \right), 8d_b \right) \\ \text{Max} \left( \left( \frac{\Psi_r}{\lambda} \frac{0.24f_y}{\sqrt{f'_c}} d_b \right), (0.043f_y\Psi_r d_b), 200\text{mm} \right) \end{array} \right.$$

- توجه: در صورتی که اشاره به اتصال تیر به ستون در قاب خمشی متوسط یا ویژه نشود، در محاسبه طول مه‌ار میلگرد کششی با قلاب انتهایی تنها لازم است رابطه اول (از ۳ رابطه فوق) محاسبه شود.

مثال: بتن از نوع C20 و فولادهای خمشی از نوع S400 می باشد. حداقل بعد ستون در راستای قلاب را بیابید ( $H=?$ )



۱- محاسبه طول مه‌مار کششی قلابدار:

• پوشش جانبی قلابها در داخل ستون 75 mm می باشد:  $side\ cover = 75\ mm > 65\ mm \rightarrow$

$$\Psi_0 = 1$$

• کنترل فواصل آرماتور عرضی ستون در محاسبه ضریب  $\Psi_r$ :

آرماتورهای عرضی ستون زمانی در محاسبه ضریب  $\Psi_r$  موثر هستند که فواصل آنها کمتر از 8db باشد:

$$150 \leq 8 \times 20 = 160\ mm \quad OK$$

• در طول قلاب ۲ تنگ بسته قرار گرفته و هر تنگ بسته دارای ۳ ساق  $\phi 10$  می باشد و بنابراین:

$$\left. \begin{aligned} A_{th} &= 2(3\phi 10) = 2(3\pi \times 5^2) = 471\ mm^2 \\ A_{hs} &= 4\phi 20 = 4 \times 314 = 1256\ mm^2 \rightarrow 0.4A_{hs} = 502\ mm^2 \\ s &= 85\ mm \geq 6d_b = 120\ mm \end{aligned} \right\} A_{th} \geq 0.4A_{hs} \rightarrow \Psi_r = 1.6$$

$$l_{dh} = \frac{f_y \Psi_e \Psi_r \Psi_0 \Psi_c}{23\lambda\sqrt{f'_c}} d_b^{1.5} = \frac{400 \times 1 \times 1.6 \times 1 \times \left(\frac{20}{105} + 0.6\right)}{23 \times 1 \times \sqrt{20}} 20^{1.5} = 440\ mm$$

۲- محاسبه طول مه‌مار کششی قلابدار با رابطه لرزه ای:

$$l_{dh} = \frac{f_y}{5.4\lambda\sqrt{f'_c}} d_b = \frac{400}{5.4 \times 1 \times \sqrt{20}} 20 = 331\ mm \quad \text{لرزه ای}$$

۳- محاسبه طول مه‌مار فشاری:

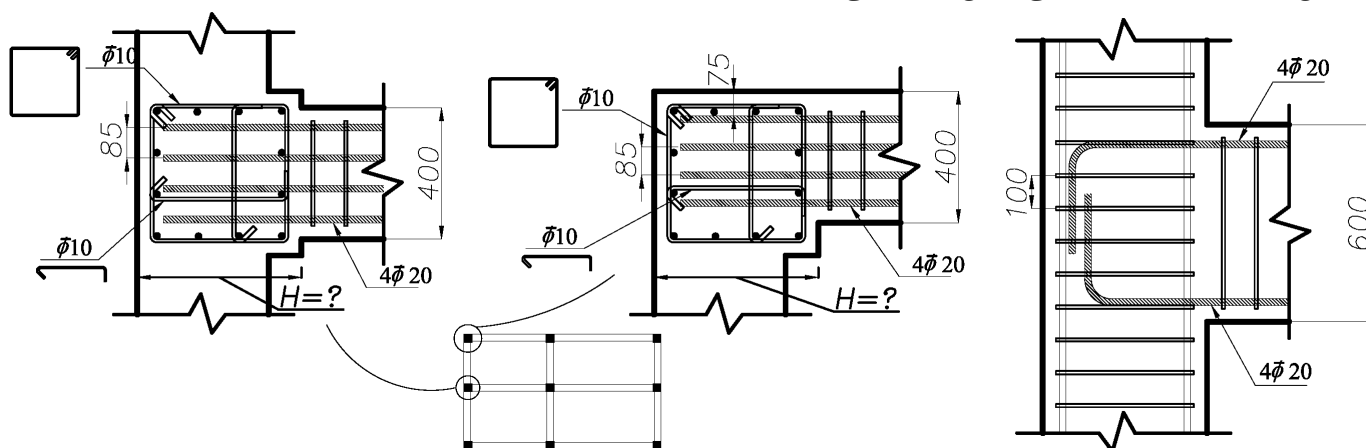
$$l_{dc} = \text{Max} \left( \begin{array}{l} \Psi_r \times 0.24 \times \frac{f_y}{\sqrt{f'_c}} \times d_b \\ \Psi_r \times 0.043 \times f_y \times d_b \end{array} \right) = \text{Max} \left( \begin{array}{l} 1 \times 0.24 \times \frac{400}{\sqrt{20}} \times 20 \\ 1 \times 0.043 \times 400 \times 20 \end{array} \right) = 21.46 \times 20 = 429\ mm$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{طول مه‌مار میگرد قلابدار} \\ \text{در اتصال تیر به ستون} \\ \text{قابهای خمشی متوسط و ویژه} \end{array} \right\} = \text{Max} \left\{ \begin{array}{l} \left( \frac{\Psi_e \Psi_r \Psi_0 \Psi_c \cdot 0.043 \times f_y}{\lambda \sqrt{f'_c}} d_b^{1.5} \right) = 440\ mm \\ \text{Max} \left( \left( \frac{f_y}{5.4\lambda\sqrt{f'_c}} d_b \right), 8d_b \right) = 331\ mm \\ \text{Max} \left( \left( \frac{\Psi_r \cdot 0.24 f_y}{\lambda \sqrt{f'_c}} d_b \right), (0.043 f_y \Psi_r d_b), 200\ mm \right) = 429\ mm \end{array} \right\} = 440\ mm$$

• با فرض اینکه پوشش انتهای قلاب حداقل 50 mm باشد، بعد ستون حداقل باید  $440 + 50 = 490\ mm$  باشد. به لحاظ

اجرای بعد ستون باید برابر 500 mm انتخاب شود.

مثال:

بتن از نوع C20 و فولادهای خمشی از نوع S400 می باشد. حداقل بعد ستون در راستای قلاب را بیابید ( $H=?$ )

۱- محاسبه طول مه‌ار کششی قلابدار:

- با توجه به اینکه پوشش جانبی قلابها در داخل ستون 75 mm می باشد:  
 $side\ cover = 75\ mm > 65\ mm \rightarrow \Psi_o = 1$
- کنترل فواصل آرماتور عرضی ستون در محاسبه ضریب  $\Psi_r$ :

آرماتورهای عرضی ستون زمانی در محاسبه ضریب  $\Psi_r$  موثر هستند که فواصل آنها کمتر از 8db باشد:

$$100 \leq 8 \times 20 = 160\ mm \quad OK$$

- در طول قلاب 3 تنگ بسته قرار گرفته و هر تنگ بسته دارای 3 ساق  $\phi 10$  می باشد و بنابراین:

$$\left. \begin{aligned} A_{th} &= 3(3\phi 10) = 3(3\pi \times 5^2) = 706\ mm^2 \\ A_{hs} &= 4\phi 20 = 4 \times 314 = 1256\ mm^2 \rightarrow 0.4A_{hs} = 502\ mm^2 \end{aligned} \right\} A_{th} \geq 0.4A_{hs} \rightarrow \Psi_r = 1$$

$$s = 85\ mm \neq 6d_b = 120\ mm$$

$$l_{dh} = \frac{f_y \Psi_e \Psi_r \Psi_o \Psi_c}{23\lambda\sqrt{f'_c}} d_b^{1.5} = \frac{400 \times 1 \times 1 \times 1 \times \left(\frac{20}{105} + 0.6\right)}{23 \times 1 \times \sqrt{20}} 20^{1.5} = 275\ mm$$

۲- محاسبه طول مه‌ار کششی قلابدار با رابطه لرزه ای:

$$l_{dh} = \frac{f_y}{5.4\lambda\sqrt{f'_c}} d_b = \frac{400}{5.4 \times 1 \times \sqrt{20}} 20 = 331\ mm$$

لرزه ای

۳- محاسبه طول مه‌ار فشاری:

$$l_{dc} = \text{Max} \left( \begin{aligned} &\Psi_r \times 0.24 \times \frac{f_y}{\sqrt{f'_c}} \times d_b \\ &\Psi_r \times 0.043 \times f_y \times d_b \end{aligned} \right) = \text{Ma} = \left( \begin{aligned} &0.75 \times 0.24 \times \frac{400}{\sqrt{20}} \times 20 \\ &0.75 \times 0.043 \times 400 \times 20 \end{aligned} \right)$$

$$= 16.1 \times 20 = 322\ mm$$

$$\left. \begin{aligned} &\left( \frac{\Psi_e \Psi_r \Psi_o \Psi_c}{\lambda} \frac{0.043 \times f_y}{\sqrt{f'_c}} d_b^{1.5} \right) = 275\ mm \\ &\text{Max} \left( \left( \frac{f_y}{5.4\lambda\sqrt{f'_c}} d_b \right), 8d_b \right) = 331\ mm \\ &\text{Max} \left( \left( \frac{\Psi_r}{\lambda} \frac{0.24 f_y}{\sqrt{f'_c}} d_b \right), (0.043 f_y \Psi_r d_b), 200\ mm \right) = 322\ mm \end{aligned} \right\} = 331\ mm$$

طول مه‌ار میگرد قلابدار  
در اتصال تیر به ستون  
قابهای خمشی متوسط و ویژه

- با فرض اینکه پوشش انتهای قلاب حداقل 50 mm باشد، بعد ستون حداقل باید  $331 + 50 = 381\ mm$  باشد. به لحاظ اجرایی بعد ستون باید برابر 400 mm انتخاب شود.

مقادیر جدول زیر با فرض  $\psi_c = 1, S400, C25, \psi_0, \psi_e$  محاسبه شده اند

طول مهار میلگرد قلابدار $ldh$ و حداقل بعد ستون				
قطر	$ldh$ ( $\psi_r=1$ )	حداقل بعد ستون	$ldh$ ( $\psi_r=1.6$ )	حداقل بعد ستون
mm	cm	cm	cm	cm
$\phi 8$	15	25	15	25
$\phi 10$	15	25	15	25
$\phi 12$	20	25	20	25
$\phi 14$	25	30	25	30
$\phi 16$	25	30	30	35
$\phi 18$	30	35	40	45
$\phi 20$	30	35	45	50
$\phi 22$	35	40	50	55
$\phi 25$	40	45	60	65
$\phi 28$	45	50	70	75
$\phi 32$	55	60	85	90

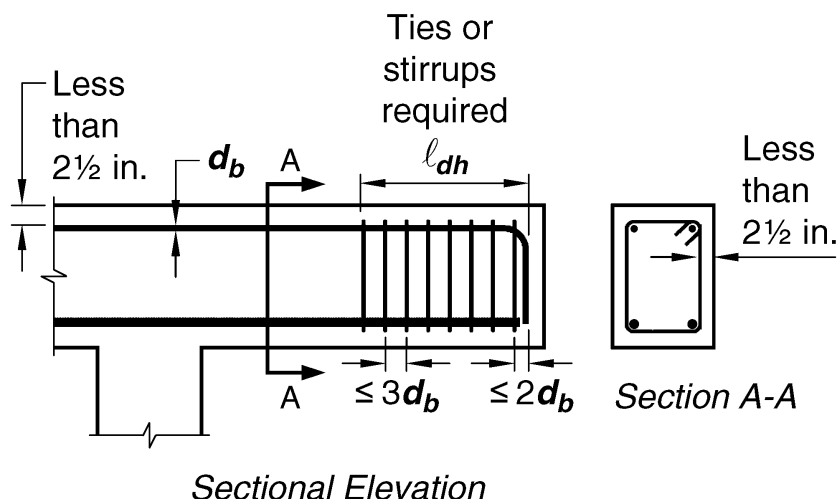
- جدول فوق بر اساس فرضیات قید شده در ابتدای این صفحه محاسبه شده اند و جهت راحتی کار مقادیر به سمت بالا گرد شده اند.
- جدول فوق برای ترسیم نقشه های مهندسی میتواند مورد استفاده قرار گیرد ولی در مورد آزمون نظام مهندسی با توجه به تقریبی بودن مقادیر جدول مناسب نمی باشد و در اینجا تنها جهت آشنایی مهندسین ارائه شده است.

**25.4.3.4** For bars being developed by a standard hook at discontinuous ends of members with both side cover and top (or bottom) cover to hook less than 65 mm, (a) and (b) shall be satisfied:

(a) The hook shall be enclosed along  $\ell_{dh}$  within ties or stirrups perpendicular to  $\ell_{dh}$  at  $s \leq 3d_b$

(b) The first tie or stirrup shall enclose the bent portion of the hook within  $2d_b$  of the outside of the bend

where  $d_b$  is the nominal diameter of the hooked bar.



**Fig. R25.4.3.4**—Concrete cover according to 25.4.3.4.

محاسبات-۹۱

۶- ستونی به ابعاد  $40 \times 40$  cm در مرکز یک پی منفرد به ابعاد  $180 \times 180 \times 50$  cm قرار دارد. در قسمت تحتانی پی از  $10\Phi 25$  در هر جهت استفاده شده است. در صورتی که پوشش بتن برابر 6 cm و رده بتن C25 و رده فولاد S400 باشد، از نظر طول مهاری گزینه صحیح را انتخاب کنید؟

(۱) آرماتورها در مقطع بحرانی حتی با تعبیه قلاب استاندارد انتهایی نمی‌توانند به حد جاری شدن برسند.  
(۲) در صورت وجود آرماتور فوقانی، آرماتورهای تحتانی با وجود قلاب استاندارد انتهایی نمی‌توانند به حد جاری شدن برسند.

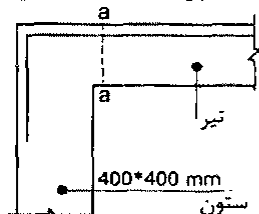
(۳) آرماتورها در مقطع بحرانی نمی‌توانند به حد جاری شدن برسند، مگر آنکه قلاب استاندارد انتهایی داشته باشند.

(۴) آرماتورها در مقطع بحرانی می‌توانند بدون قلاب استاندارد انتهایی به حد جاری شدن برسند.

گزینه ۳



۲۹- میلگردهای کششی اندود نشده لنگر خمشی منفی انتهای تیر بتنی درجا در یک ساختمان با شکل‌پذیری زیاد با استفاده از قلاب ۹۰° استاندارد در داخل ستونی به ابعاد مقطع 400×400 mm مهار شده است. در صورتی که پوشش روی میلگرد قلاب‌شده برابر 50 میلی‌متر باشد، حداکثر قطر میلگرد قابل استفاده برای اینکه در مقطع a-a تنش در میلگرد بتواند به حد جاری شدن برسد، به کدامیک از مقادیر زیر نزدیک‌تر است؟ (نوع فولاد S340، نوع بتن C25 و بتن از نوع معمولی می‌باشد)



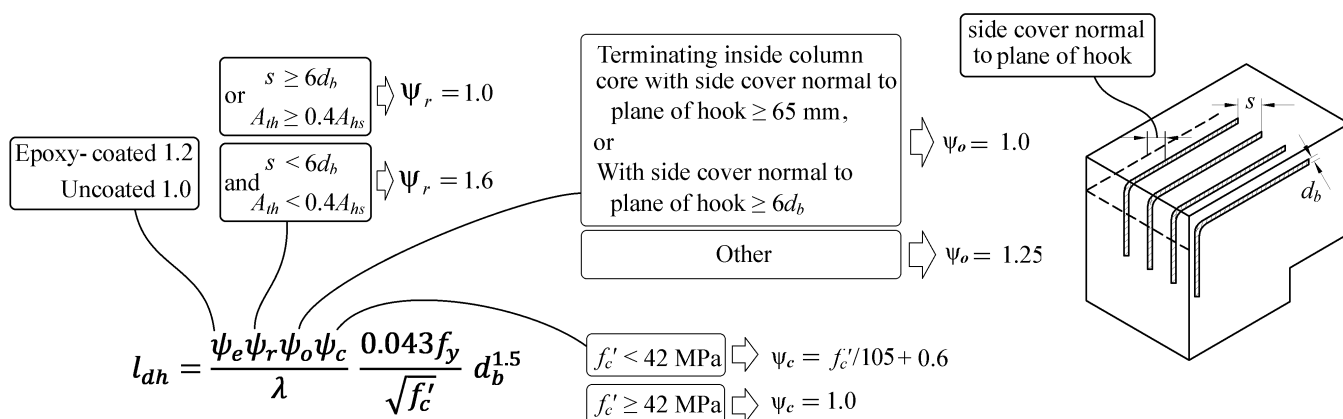
- (۱) 25 میلی‌متر
- (۲) 20 میلی‌متر
- (۳) 18 میلی‌متر
- (۴) 16 میلی‌متر

• در روی سوال پوشش روی میلگرد قلاب برابر 50 mm ارائه شده است، با فرض اینکه پوشش جانبی نیز 50 mm می‌باشد:

$$\begin{aligned} side\ cover = 50\ mm < 65\ mm & \rightarrow \Psi_o = 1.25 \\ side\ cover = 50\ mm < 6d_b \end{aligned}$$

تعداد میلگردهای طولی مشخص نشده است و بنابراین نمی‌توان فاصله بین میلگردهای طولی (s) را محاسبه کرد. در این موارد در جهت اطمینان ضریب  $\Psi_r = 1.6$  در نظر گرفته می‌شود (در رابطه  $l_{ah}$ ) همچنین در چشمه اتصال جزئیات دورگیرها ارائه نشده است. در جهت اطمینان فرض می‌شود که از دورگیرهایی با فاصله حداکثر 100 mm استفاده نشده است و ضریب  $\Psi_r = 1$  در نظر گرفته می‌شود (در رابطه  $l_{dc}$ )

$$\left. \begin{aligned} \frac{0.043f_y\Psi_e\Psi_r\Psi_o\Psi_c}{\lambda\sqrt{f'_c}}d_b^{1.5} &= \frac{0.043 \times 340 \times 1 \times 1.6 \times 1.25 \left(\frac{25}{105} + 0.6\right)}{1 \times \sqrt{25}}d_b^{1.5} < 350\ mm \rightarrow d_b < 17 \\ \text{Max} \left( \left( \frac{f_y}{5.4\lambda\sqrt{f'_c}}d_b \right), 8d_b \right) &= \frac{340}{5.4 \times 1 \times \sqrt{25}}d_b < 350\ mm \rightarrow d_b < 27.8 \\ \text{Max} \left( \left( \frac{\Psi_r \cdot 0.24f_y}{\lambda \sqrt{f'_c}}d_b \right), (0.043f_y\Psi_r d_b) \right) &= \text{Max} \left( \frac{1 \cdot 0.24 \times 340}{1 \cdot \sqrt{25}}d_b, 0.043 \times 340 \times 1d_b \right) < 350\ mm \rightarrow d_b < 21.44 \end{aligned} \right\} d_b < 17\ mm$$



تمرین: محاسبات ۸۶

۳۸- برای آنکه بتوان میلگردهای  $\Phi 28$  یک تیر را در یک ستون کناری مهار نمود، حداقل بعد ستون به کدامیک از مقادیر زیر نزدیک تر است؟ حداکثر پوشش همه جانبه روی میلگردهای  $\Phi 28$ ،  $5\text{cm}$ ، میلگرد از نوع S400 و بتن از رده C25 فرض شود. (میلگردها بدون اندود اپوکسی هستند).

- (۱) 45  
(۲) 55  
(۳) 65  
(۴) 75

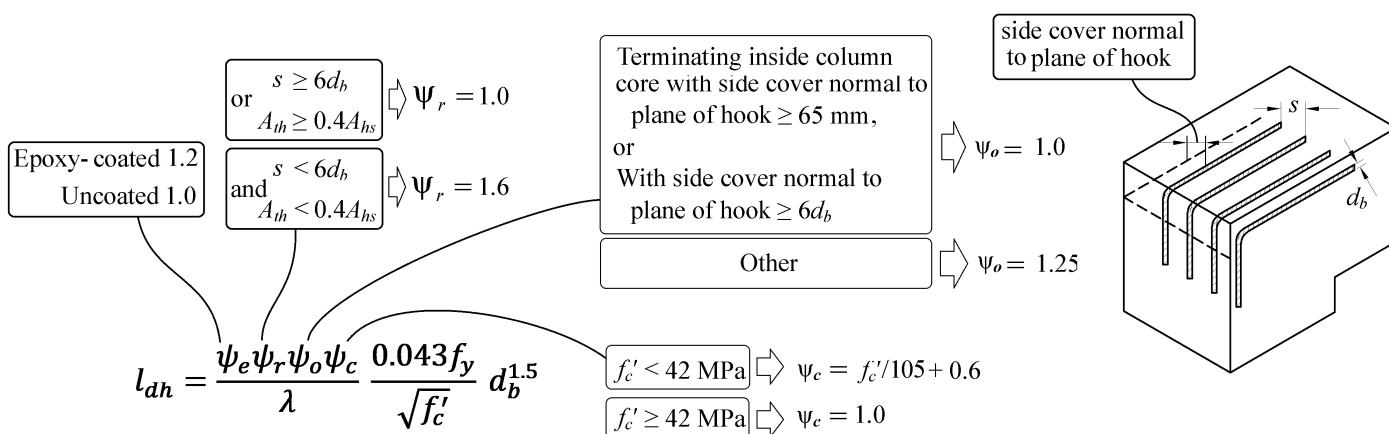
تعداد میلگردهای طولی مشخص نشده است و بنابراین نمی توان فاصله بین میلگردهای طولی (s) را محاسبه کرد. در این موارد در جهت اطمینان ضریب  $\Psi_r = 1.6$  در نظر گرفته می شود.

پوشش همه جانبه میلگرد 50 mm می باشد، این مقدار کمتر از 65mm می باشد و همچنین کمتر از  $6d_b = 6 \times 28 = 168\text{ mm}$  می باشد. بنابراین  $\Psi_o = 1.25$  خواهد بود.

$$l_{dh} = \frac{0.043 f_y \Psi_e \Psi_r \Psi_o \Psi_c}{\lambda \sqrt{f'_c}} d_b^{1.5} = \frac{0.043 \times 400 \times 1 \times 1.6 \times 1.25 \times \left(\frac{25}{105} + 0.6\right)}{1 \times \sqrt{25}} 28^{1.5} = 864\text{ mm}$$

بنابراین حداقل بعد ستون لازم برابر است با:

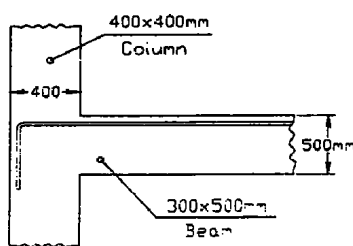
$$864 + 50 = 914\text{ mm}$$



تمرین: محاسبات ۸۹

۳۳- حداکثر قطر آرماتوری که می توان بعنوان آرماتور ممان منفی تیر استفاده نمود و آن آرماتور بتواند به حد تسلیم خود برسد، چقدر است؟ (پوشش بتن روی آرماتور =  $5\text{ cm}$ ،  $f_c = 25\text{ MPa}$ ،  $f_y = 300\text{ MPa}$  و میلگرد بدون اندود)

- (۱) ۲۲ mm  
(۲) ۲۵ mm  
(۳) ۲۰ mm  
(۴) ۱۸ mm

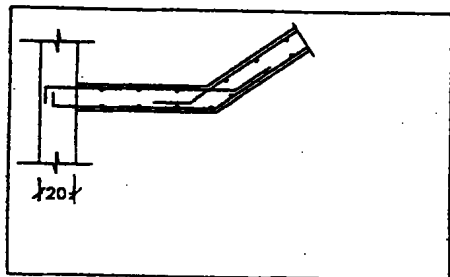


گزینه ۴

$$l_{dh} = \frac{0.043 f_y \Psi_e \Psi_r \Psi_o \Psi_c}{\lambda \sqrt{f'_c}} d_b^{1.5} = \frac{0.043 \times 300 \times 1 \times 1.6 \times 1.25 \times \left(\frac{25}{105} + 0.6\right)}{1 \times \sqrt{25}} d_b^{1.5} < 350$$

$$4.37 d_b^{1.5} < 350 \rightarrow d_b < 18.57\text{ mm}$$

۴۱- رمپ پله در پاگرد خود به یک دیوار برشی به ضخامت ۲۰ سانتی متر متصل است، در صورتی که در انتهای قلاب میلگردهای پله ۲



سانتی متر پوشش بتنی باقی بماند، حداکثر قطر این میلگردها چه اندازه می تواند باشد؟

$$f_c = 2000 \text{ kg/cm}^2 \quad f_y = 3000 \text{ kg/cm}^2$$

$$\bar{\phi} 14 \quad (1)$$

$$\bar{\phi} 12 \quad (2)$$

$$\bar{\phi} 10 \quad (3)$$

$$\bar{\phi} 8 \quad (4)$$

گزینه ۳

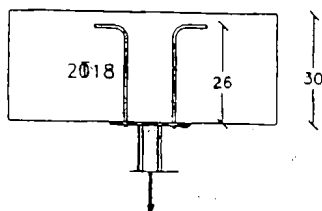
$$l_{dh} = \frac{f_y \Psi_e \Psi_r \Psi_o \Psi_c}{23 \lambda \sqrt{f'_c}} d_b^{1.5} = \frac{300 \times 1 \times 1.6 \times 1.25 \times \left(\frac{20}{105} + 0.6\right)}{23 \times 1 \times \sqrt{20}} d_b^{1.5} < (200 - 20)$$

$$4.61 d_b^{1.5} < 180 \rightarrow d_b < 11.5 \text{ mm}$$

تمرین: محاسبات ۸۴- پایه ۲

۳۹- از دو میلگرد  $\bar{\phi} 18$  برای انتقال بار کششی به یک عضو بتن آرمه استفاده می شود. در صورتی که از قلاب استاندارد ۹۰ درجه در انتها

استفاده شود، با توجه به ابعاد نشان داده شده در شکل، حداکثر نیروی کششی نهایی قابل اعمال چقدر خواهد بود؟



$$f_c = 2000 \text{ kg/cm}^2 \quad f_y = 4000 \text{ kg/cm}^2$$

$$20/2T \quad (1)$$

$$18/2T \quad (2)$$

$$12/8T \quad (3)$$

$$10/2T \quad (4)$$

توجه شود که در حل تمامی مسائل به علت ناقص بودن اطلاعات، ضرایب  $\Psi_0$  و  $\Psi_r$  قابل محاسبه نیست. در جهت اطمینان این ضرایب بیشترین مقدار در نظر گرفته شده اند.

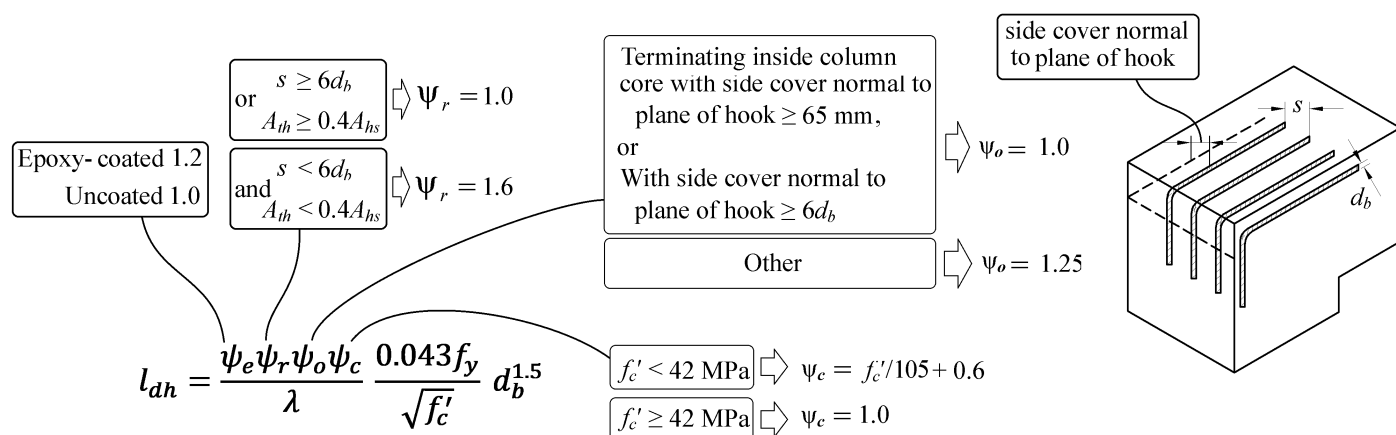
منتها در این مثال با توجه به اینکه در هر طرف تنها یک میلگرد مهار داریم، مقدار  $s$  نامحدود می باشد و بنابراین می توان  $\Psi_r$  را برابر یک در نظر گرفت.

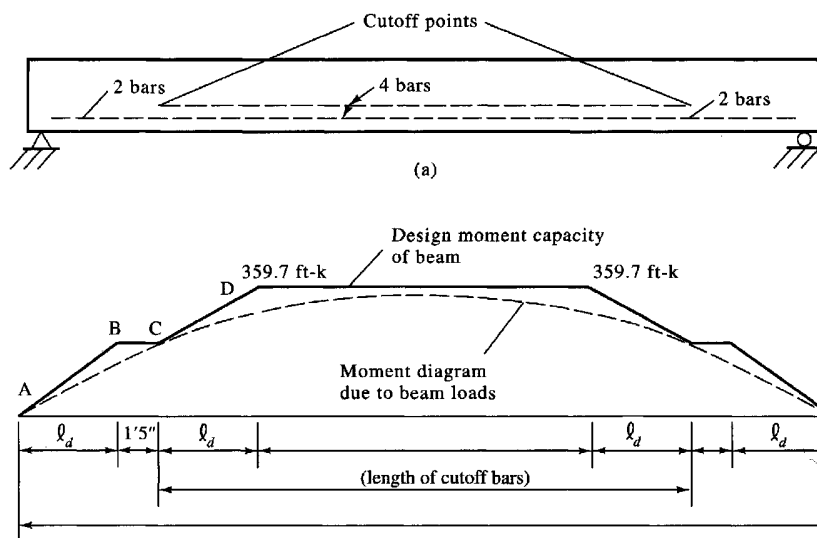
$$l_{dh} = \frac{0.043 f_y \Psi_e \Psi_r \Psi_o \Psi_c}{\lambda \sqrt{f'_c}} d_b^{1.5} = \frac{0.043 \times 400 \times 1 \times 1 \times 1.25 \times \left(\frac{20}{105} + 0.6\right)}{1 \times \sqrt{20}} 18^{1.5} = 293 \text{ mm}$$

طول مهار مهیا شده = 260 mm

$$\text{نیروی مجاز} = \left(\frac{260}{293}\right) \times \phi A_s F_y$$

$$= \left(\frac{260}{293}\right) \times 0.9 \times (2\pi \times 9^2) \times 400 = 162.5 \text{ kN}$$



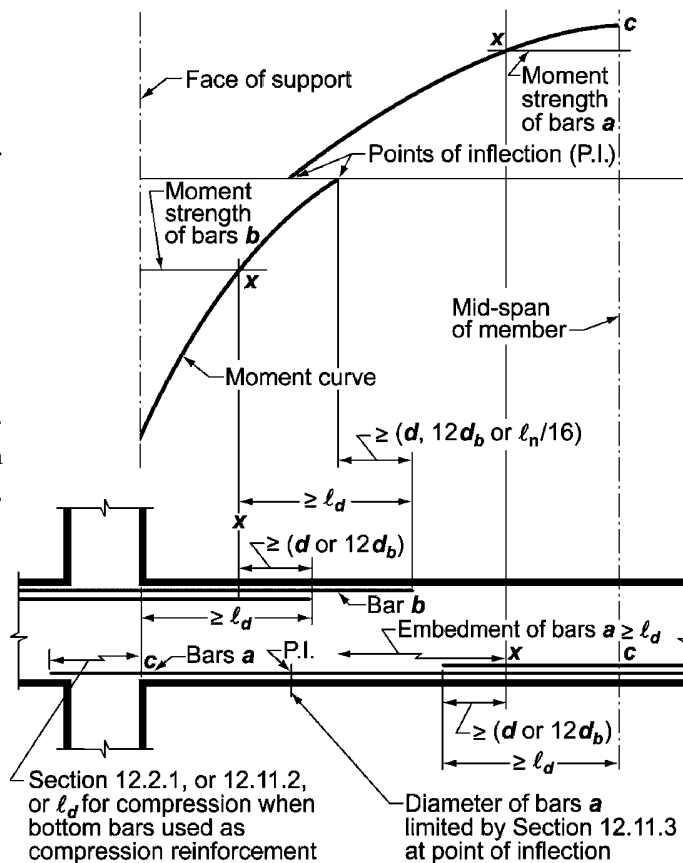


**9.7.3 Flexural reinforcement in nonprestressed beams**

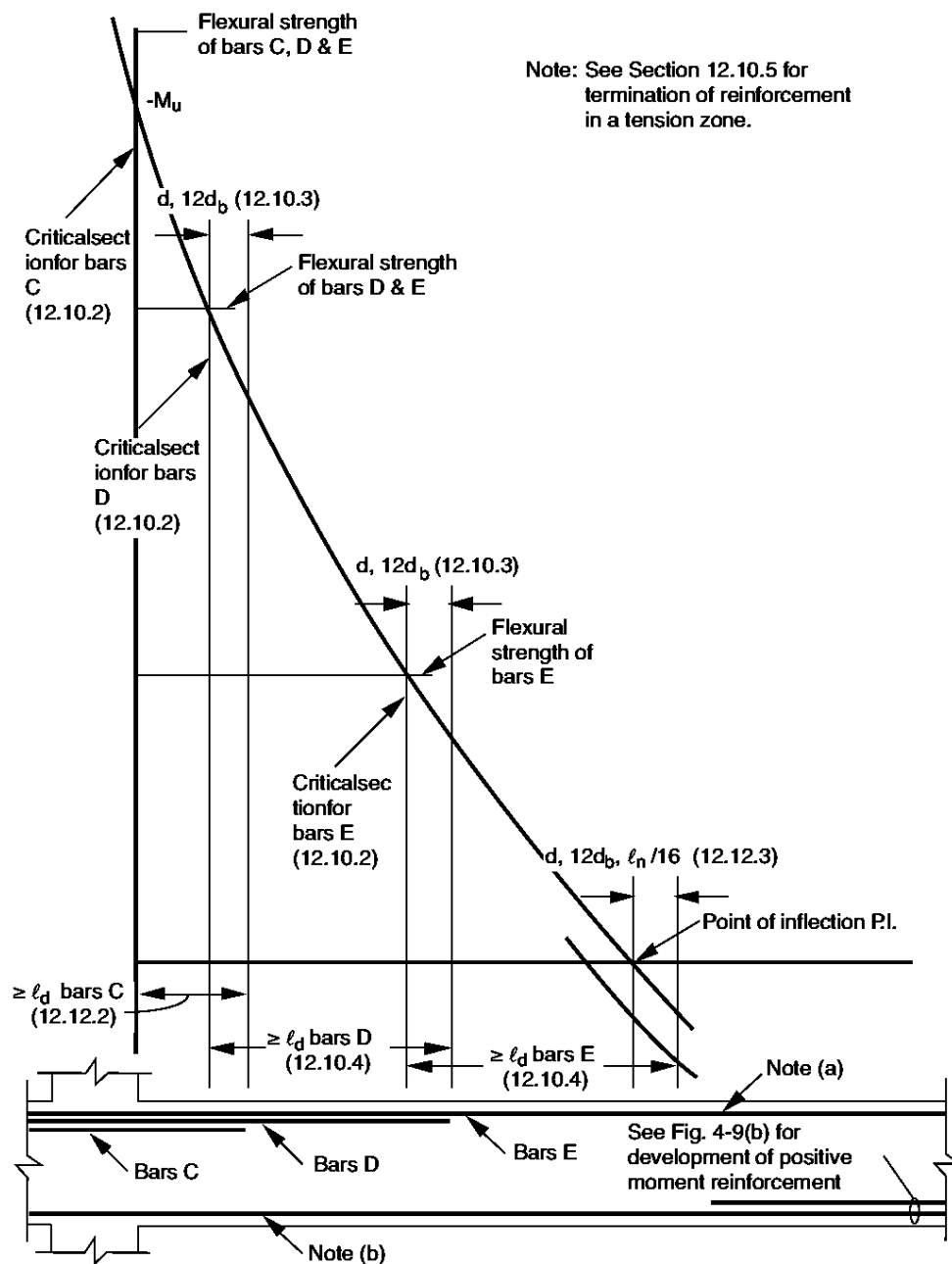
**9.7.3.3** Reinforcement shall extend beyond the point at which it is no longer required to resist flexure for a distance equal to the greater of  $d$  and  $12d_b$ , except at supports of simply-supported spans and at free ends of cantilevers.

**9.7.3.4** Continuing flexural tension reinforcement shall have an embedment length at least  $\ell_d$  beyond the point where bent or terminated tension reinforcement is no longer required to resist flexure.

**9.7.3.8.4** At least one-third of the negative moment reinforcement at a support shall have an embedment length beyond the point of inflection at least the greatest of  $d$ ,  $12d_b$ , and  $\ell_n/16$ .

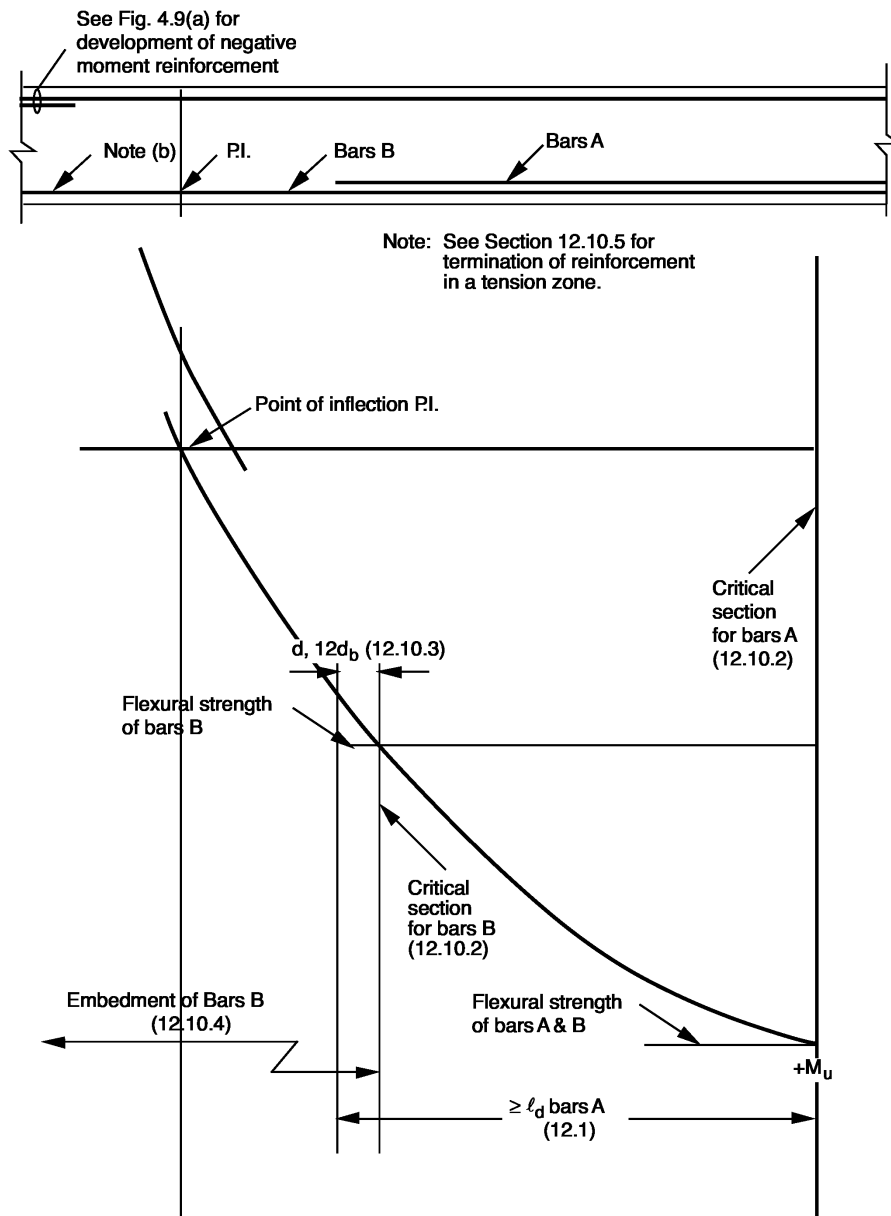


**Fig. R12.10.2—Development of flexural reinforcement in a typical continuous beam.**



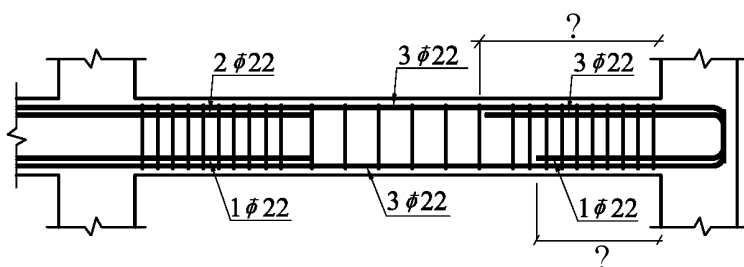
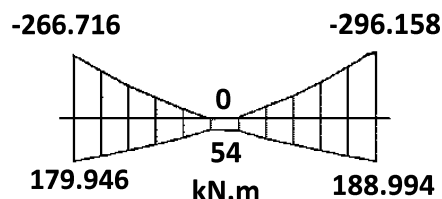
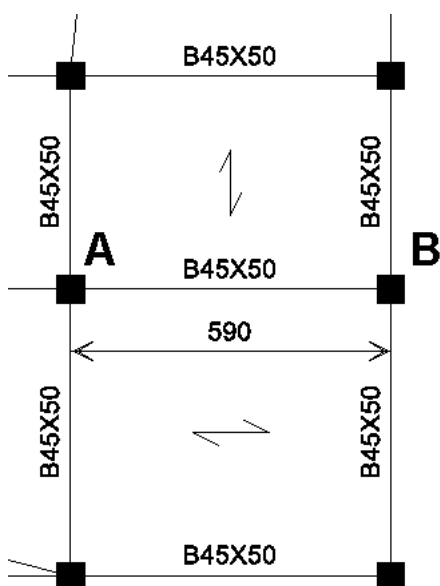
Note: See Section 12.10.5 for termination of reinforcement in a tension zone.

Note (a): Portion of total negative reinforcement ( $A_s^-$ ) must be continuous (or spliced with a Class B splice or a mechanical or welded splice satisfying 12.14.3) along full length of perimeter beams (7.13.2.2).



Note (b): Portion of total positive reinforcement ( $A_s^+$ ) must be continuous (or spliced with a Class B splice or a mechanical or welded splice satisfying 12.14.3) along full length of perimeter beams and of beams without closed stirrups (7.13.2.2). See also 7.13.2.4.

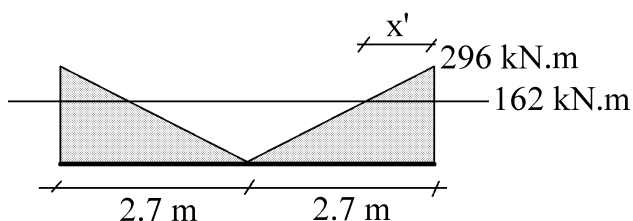
مثال: در تیر AB در شکل زیر محل قطع میلگردهای فوقانی در سمت راست تیر را مشخص نمایید. شکل سمت راست پوش دیاگرام لنگر تیر را نشان می دهد. بعد ستونها 500 mm فرض شود. عمق موثر تیر 440 mm می باشد. همچنین فرض کنید طول مهار میلگردهای فوقانی برابر  $l_d = 1100 \text{ mm}$  و میلگرد تحتانی برابر  $l_d = 850 \text{ mm}$  باشد.



محاسبه مقاومت خمشی میلگردهای سراسری (به صورت تقریبی و با صرف نظر کردن از میلگردهای فشاری):

$$\phi M_n = \phi A_s \times f_y \times Z = 0.9 \times \left( 3 \times \pi \times \frac{22^2}{4} \right) \times (400) \times (0.9 \times 440) = 162 \text{ kN.m}$$

- نمودار لنگر خطی نیست ولی جهت سادگی محاسبات و با تقریب دیاگرام لنگر منفی در تیر مطابق شکل زیر خطی فرض میشود:

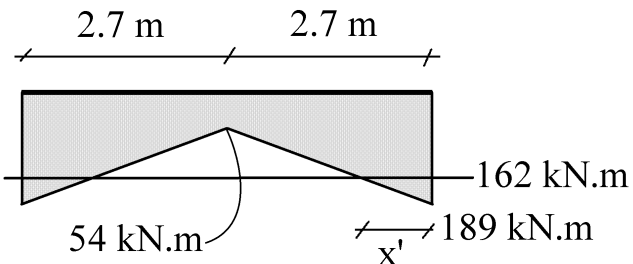


$$x' = \frac{296 - 162}{296} \times 2.7 \text{ m} = 1.22 \text{ m}$$

محل قطع میلگرد میلگرد تقویت فوقانی از بر ستون برابر است با:

$$\text{محل قطع میلگرد فوقانی} = \text{Max} \left\{ x' + \text{Max} \left\{ \frac{12d_b}{d} \right\} \right\} = \text{Max} \left\{ 1220 + \text{Max} \left\{ \frac{12 \times 22}{440} \right\} \right\} = 1660 \text{ mm}$$

- نمودار لنگر خطی نیست ولی جهت سادگی محاسبات و با تقریب دیاگرام لنگر منفی در تیر مطابق شکل زیر خطی فرض میشود:



$$189 - 54 = 135 \text{ kN.m}$$

$$x' = \frac{135 - 108}{135} \times 2.7 \text{ m} = 0.54 \text{ m}$$

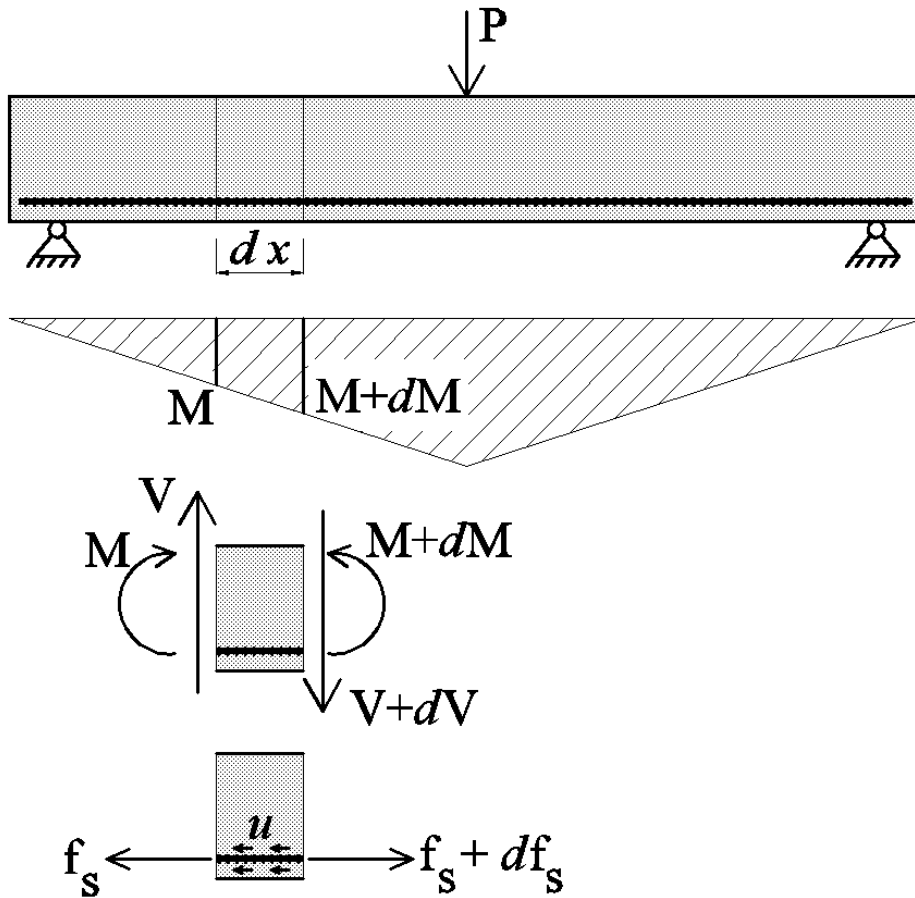
$$\text{محل قطع میلگرد تحتانی} = \text{Max} \left\{ x' + \text{Max} \left\{ \frac{12d_b}{d} \right\} \right\} = \text{Max} \left\{ 540 + \text{Max} \left\{ \frac{12 \times 22}{440} \right\} \right\} = 980 \text{ mm}$$

**9.7.3.5** Flexural tension reinforcement shall not be terminated in a tension zone unless (a), (b), or (c) is satisfied:

- (a)  $V_u \leq (2/3)\phi V_n$  at the cutoff point
- (b) For No. 36 bars and smaller, continuing reinforcement provides double the area required for flexure at the cutoff point and  $V_u \leq (3/4)\phi V_n$
- (c) Stirrup or hoop area in excess of that required for shear and torsion is provided along each terminated bar or wire over a distance  $3/4d$  from the termination point. Excess stirrup or hoop area shall be at least  $0.41b_w s/f_{yt}$ . Spacing  $s$  shall not exceed  $d/(8\beta_b)$



تیر زیر تحت اثر بار متمرکز در وسط قرار دارد. دیاگرام لنگر خمشی تیر در زیر رسم شده است. در طول  $dx$  مقدار لنگر تغییر می کند به طوریکه در سمت راست آن مقدار لنگر  $M+dM$  و در سمت چپ آن برابر  $M$  می باشد.



$$u \times (\pi D \times dx) = df_s$$

$$u \times (\pi D \times dx) = \frac{dM}{Z}$$

$$u = \frac{1}{\pi D Z} \frac{dM}{dx}$$

$$u = \frac{1}{\pi D Z} V$$

بزرگی برش در سطح

$$u = \frac{V}{n \pi D Z}$$

بازولند

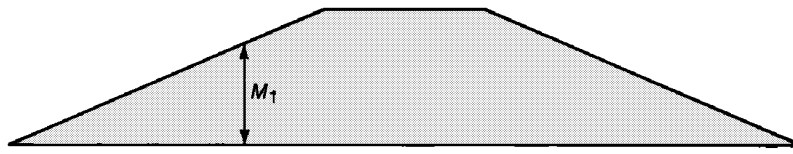
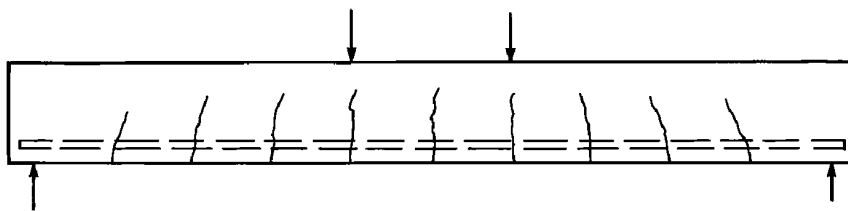
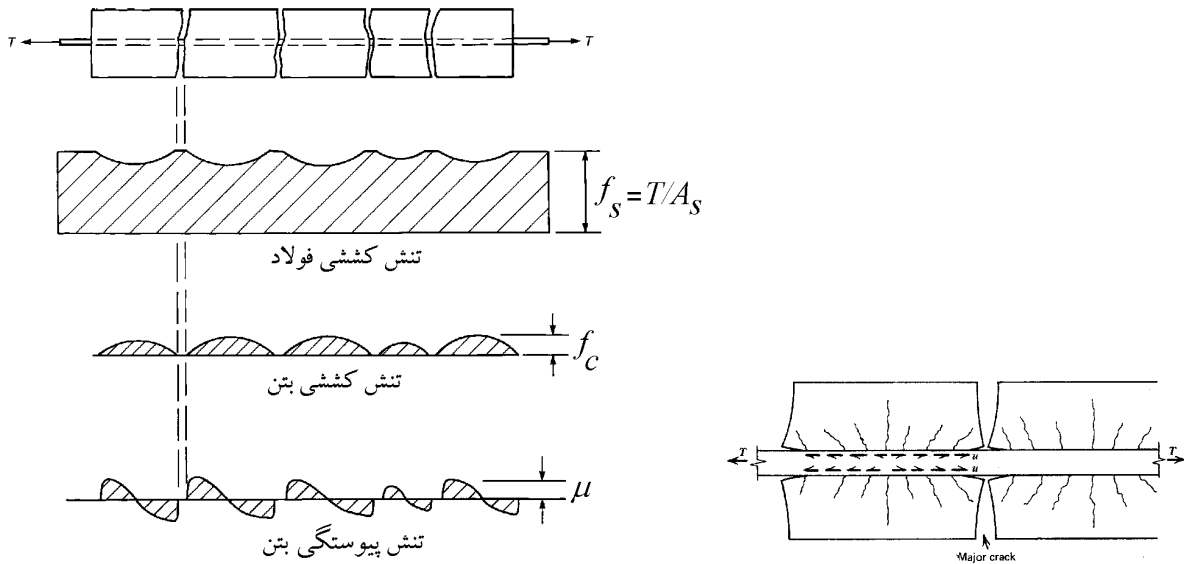
قطر آرماتورها

تعداد آرماتورها

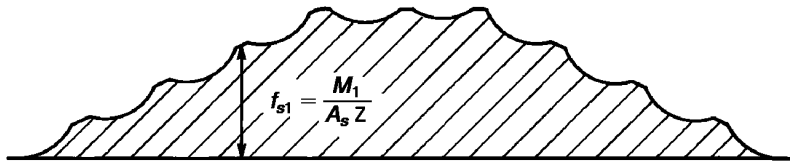
کاهش تنش بین آرماتورها

رابطه فوق تنش پیوستگی (چسبندگی) بین فولاد و بتن را در اعضای تحت خمش (تیرها) نشان می دهد.

۱۱-۶- تاثیر ترک‌ها بر تنش‌های فولاد و بتن



دیاگرام لنگر



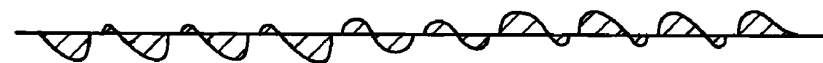
تنش کششی فولاد



تنش کششی بتن



دیاگرام برش



تنش پیوستگی بتن

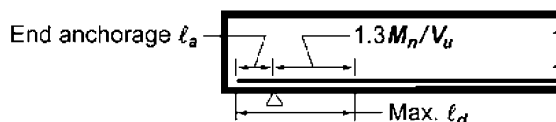
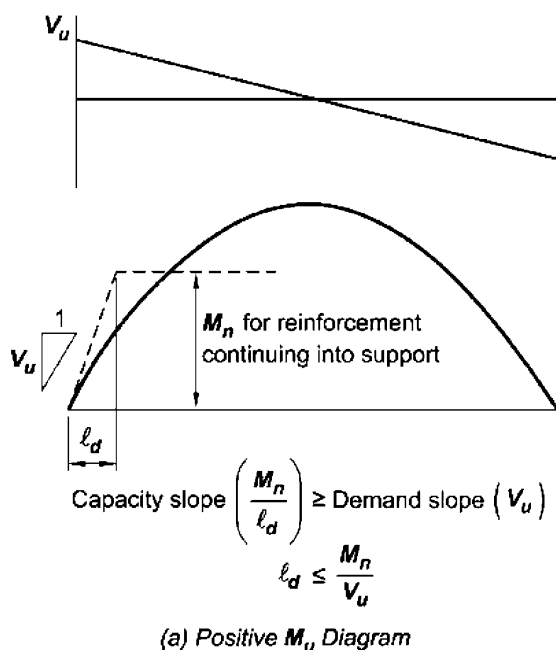
نکته: وجود ترک‌ها در بتن، دو ترک خیز سیر را کاهش می‌دهد.

**9.7.3.8.3** At simple supports and points of inflection,  $d_b$  for positive moment tension reinforcement shall be limited such that  $\ell$  for that reinforcement satisfies (a) or (b). If reinforcement terminates beyond the centerline of supports by a standard hook or a mechanical anchorage at least equivalent to a standard hook, (a) or (b) need not be satisfied.

(a)  $\ell_d \leq (1.3M_n/V_u + \ell_a)$  if end of reinforcement is confined by a compressive reaction

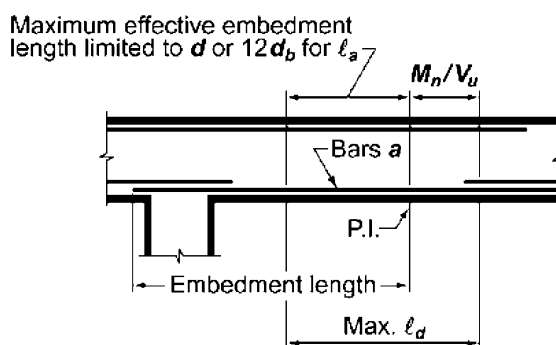
(b)  $\ell_d \leq (M_n/V_u + \ell_a)$  if end of reinforcement is not confined by a compressive reaction

$M_n$  is calculated assuming all reinforcement at the section is stressed to  $f_y$ , and  $V_u$  is calculated at the section. At a support,  $\ell_a$  is the embedment length beyond the center of the support. At a point of inflection,  $\ell_a$  is the embedment length beyond the point of inflection limited to the greater of  $d$  and  $12d_b$ .



Note: The 1.3 factor is applicable only if the reaction confines the ends of the reinforcement.

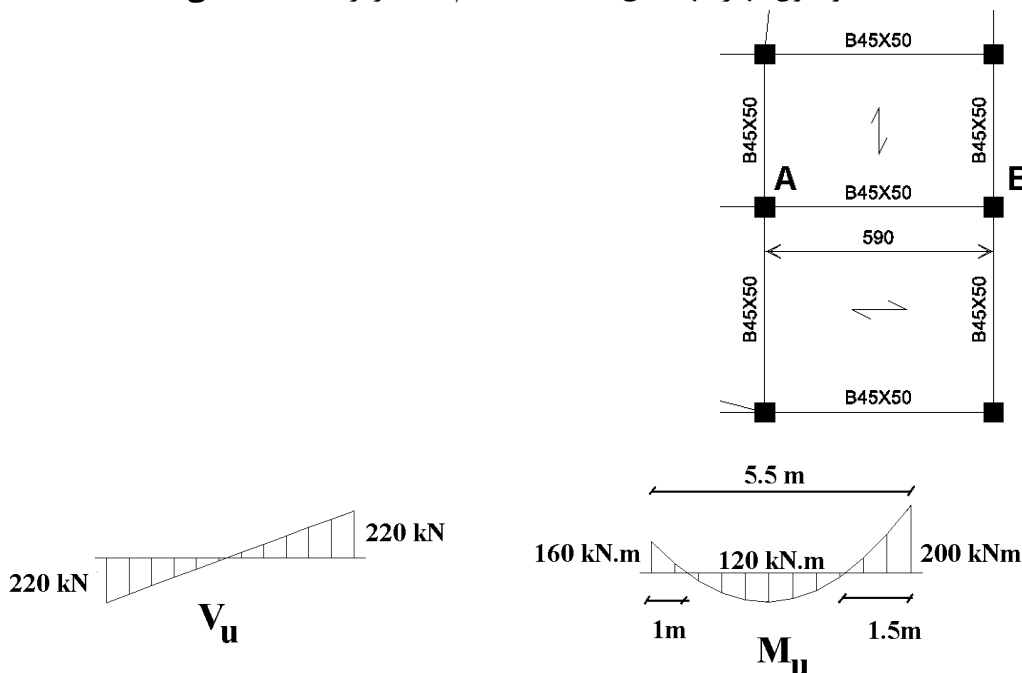
(b) Maximum  $\ell_d$  at simple support



(c) Maximum  $\ell_d$  for bars "a" at point of inflection

**Fig. R9.7.3.8.3**—Determination of maximum bar size according to 9.7.3.8.3.

مثال: دیاگرام لنگر خمشی و برشی تیر AB تحت اثر ترکیب بار ثقلی در شکل نشان داده شده است. فرض کنید در محل نقاط عطف، آرماتورهای فوقانی مقطع برای طرح آرماتورهای طولی از  $A_s = 3 \times \Phi 22 = 1140 \text{ mm}^2$  استفاده شده است و طول مه‌ار آنها طبق محاسبات انجام شده برابر 1200mm می باشد.



پاسخ:

مقدار نیروی برشی ضریب دار در محل نقطه عطف برابر است با:

$$V_u = 220 \times \frac{1.75}{2.75} = 140 \text{ kN}$$

عمق موثر تیر برابر  $d = 500 - 40 - 10 - 11 = 439 \text{ mm}$  می باشد.

مقدار  $l_a$  برابر است با:

$$l_a = \text{Max}(d, 12d_b) = \text{Max}(439, 12 \times 22) = 439 \text{ mm}$$

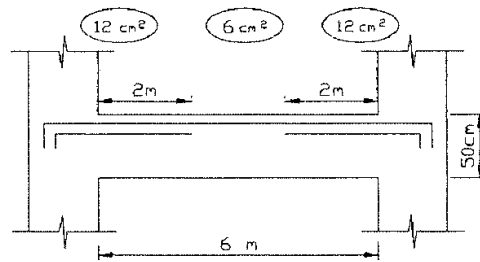
مقاومت خمشی اسمی مقطع برابر است با:

$$M_n = A_s F_y (d - 0.5a) = 1140 \times 400 \times \left( 439 - 0.5 \times \frac{1140 \times 400}{450 \times 0.85 \times 25} \right) = 189311529 \text{ N.mm}$$

$$l_d = 1200 < \left[ \frac{M_n}{V_u} + l_a = \frac{189311529}{140000} + 439 = 1791 \text{ mm} \right] \quad \text{OK}$$

محاسبات ۹۰

۳۹- نتایج محاسبه مقادیر آرماتور فوقانی یک تیر بتنی در ابتدا، وسط و انتهای تیر به صورت زیر است. چنانچه میزان آرماتور مورد نیاز از وسط تا انتها به صورت خطی فرض شود. مقدار سطح مقطع آرماتورهای سراسری می‌تواند کدامیک از مقادیر زیر اختیار شود. فرض شود از آرماتورهای با قطر کمتر از  $\Phi 25$  استفاده گردد.



- ۴)  $9 \text{ cm}^2$
- ۳)  $6 \text{ cm}^2$
- ۲)  $7.5 \text{ cm}^2$
- ۱)  $4 \text{ cm}^2$

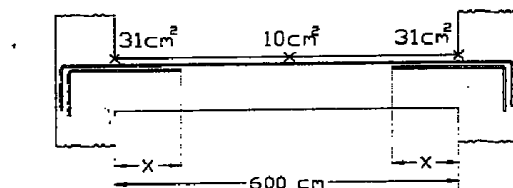
$$6 + 6 \times \frac{(3 - 2 + 0.44)}{3} = 8.88 \text{ cm}^2$$

محاسبات ۸۹

۳۴- در طراحی یک تیر بتنی با استفاده از یک نرم افزار مناسب مقادیر سطح مقطع آرماتورهای فوقانی در نقاط ابتدا، وسط و انتهای تیر به صورت شکل زیر گزارش شده است. فرض کنید توزیع مساحت آرماتورها از نقطه وسط دهانه تا نقاط ابتدا و انتهای تیر خطی بوده و مقادیر حداقلها و حداکثر در مساحت‌های گزارش شده لحاظ شده است. چنانچه مساحت آرماتورهای سراسری برابر  $17 \text{ cm}^2$  اختیار شود. طول صحیح آرماتورهای اضافی (تقویتی) در نقاط ابتدا و انتهای تیر (x) به کدامیک از مقادیر زیر نزدیکتر است؟

ارتفاع مؤثر مقطع تیر  $40 \text{ cm}$  و قطر آرماتورهای مصرفی کمتر از  $20 \text{ mm}$  می‌باشد.

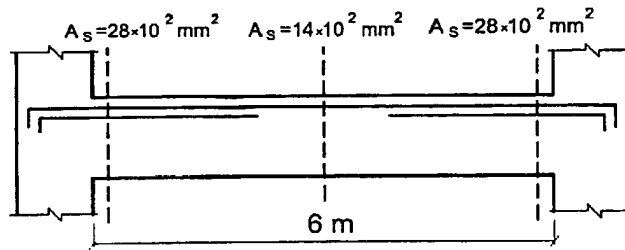
$A_s = 17 \text{ cm}^2$  سراسری و  $A_s = 14 \text{ cm}^2$  تقویتی



- ۱)  $X = 150 \text{ cm}$
- ۲)  $X = 200 \text{ cm}$
- ۳)  $X = 240 \text{ cm}$
- ۴)  $X = 180 \text{ cm}$

گزینه ۳

۴۰- در تیر بتنی شکل زیر مقدار آرماتور مورد نیاز فوقانی با رعایت مقادیر حداقل و حداکثر در سه ایستگاه گزارش شده است. چنانچه توزیع مقدار آرماتورهای مورد نیاز در بین هر دو نیمه تیر خطی فرض شود، کدامیک از آرماتورهای زیر برای تهیه کروکی این تیر مناسب تر است؟



- ۱) برای آرماتورهای سراسری به علاوه  $2\Phi 25$  برای آرماتورهای تقویتی
- ۲) برای آرماتورهای سراسری به علاوه  $3\Phi 25$  برای آرماتورهای تقویتی
- ۳) برای آرماتورهای سراسری به علاوه  $4\Phi 25$  برای آرماتورهای تقویتی
- ۴) برای آرماتورهای سراسری به علاوه  $6\Phi 25$  برای آرماتورهای تقویتی

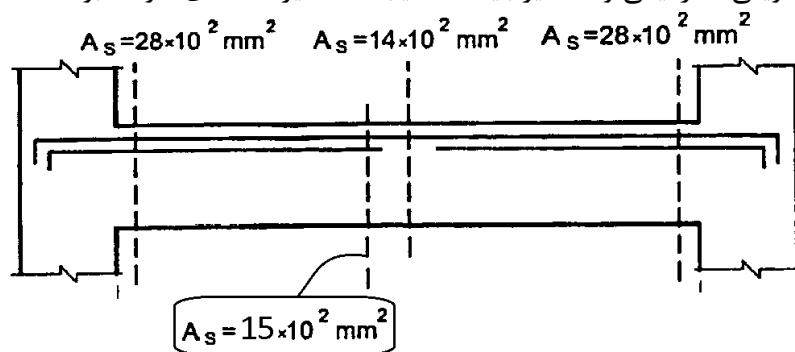
گزینه ۱

باید با حذف گزینه ها پاسخ دهیم:

گزینه ۴: در انتهای تیر  $6\phi 25 = 2946 \text{ mm}^2$  کفایت می کند. در حالیکه در گزینه ۴ در دو انتها  $\phi 25 (3 + 6 = 9)$  میلگرد منظور شده است که غیر اقتصادی است و بنابراین گزینه ۴ پاسخ نمی باشد.

گزینه ۳: در وسط تیر  $3\phi 25 = 1473 \text{ mm}^2$  لازم است. در حالیکه در گزینه ۳ برای وسط تیر تنها  $2\phi 25$  منظور شده است که کافی نیست و بنابراین گزینه ۳ پاسخ نمی باشد.

گزینه ۲: در صورتی که میلگردهای سراسری  $3\phi 25 = 1473 \text{ mm}^2$  انتخاب شوند، عملاً میلگردهای تقویتی باید تا وسط تیر ادامه یابند. به شکل زیر توجه کنید. اگر وسط تیر  $1400 \text{ mm}^2$  میلگرد لازم باشد، مسلماً اندکی جلوتر  $1500 \text{ mm}^2$  لازم خواهد بود. بنابراین میلگردهای تقویتی تا نزدیکی وسط تیر باید ادامه یابند که غیر اقتصادی خواهد بود



بنابراین باید طراح میلگردهای سراسری را کمی بیشتر از مقدار مورد نیاز در وسط تیر منظور کند تا تقویتی ها را بتوان عقب تر قطع کرد.

- 1- Lapped splice
- 2- Mechanical splice
- 3- Welded splice
- 4- End-bearing splice

#### ۹-۲۱-۴ وصله میلگردها

##### ۹-۲۱-۴-۱ ضوابط کلی

۹-۲۱-۴-۱-۱ وصله میلگردها به یکدیگر به یکی از چهار طریق (الف) تا (ت) این بند و یا ترکیبی از آنها مجاز است:

الف- وصله پوششی: که با مجاور هم قرار دادن دو میلگرد در قسمتی از طولشان عملی می‌شود. طولی که دو میلگرد باید در مجاور هم قرار داده شوند، «طول پوشش» نامیده می‌شود.

ب- وصله جوشی: که با جوش دادن دو میلگرد به یکدیگر انجام می‌شود.

پ- وصله مکانیکی: که با بکارگیری وسایل مکانیکی خاص حاصل می‌شود.

ت- وصله اتکایی: که با بر روی هم قرار دادن دو انتهای میلگردهای فشاری عملی می‌گردد.

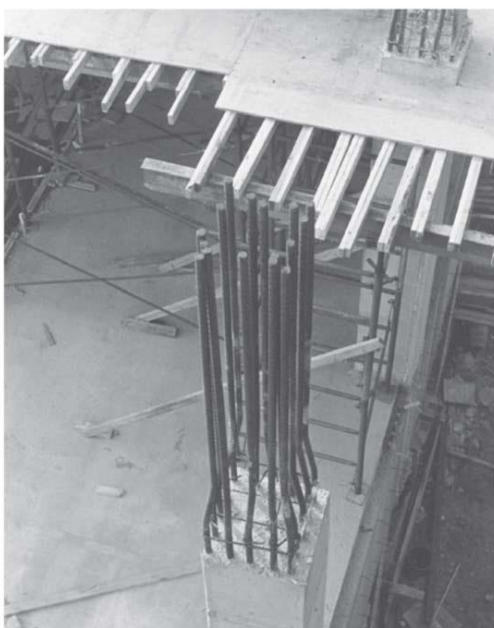
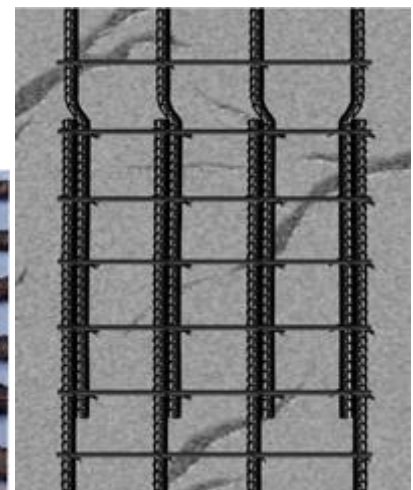
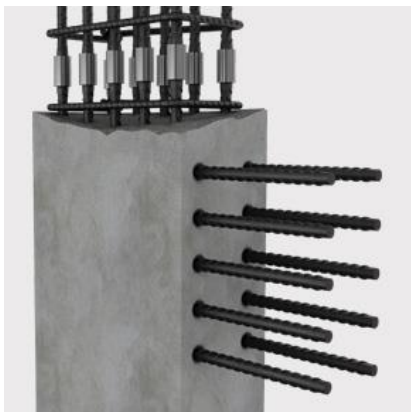


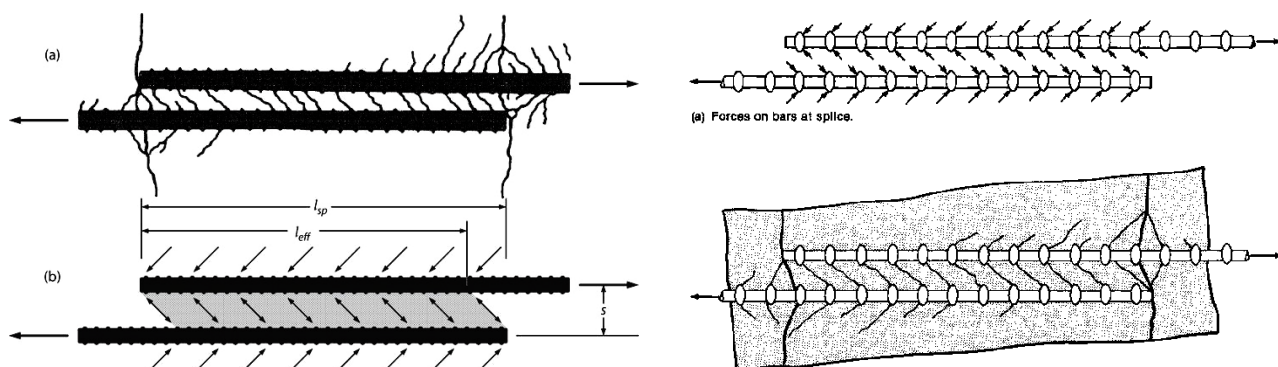
Fig. 11-1  
Tied column under construction. (Photograph courtesy of  
J. G. MacGregor.)



وصله پوششی تماسی  
contact lap splices

وصله پوششی غیر تماسی  
Noncontact lap splices

نحوه انتقال بار در وصله پوششی به چه صورت می باشد؟

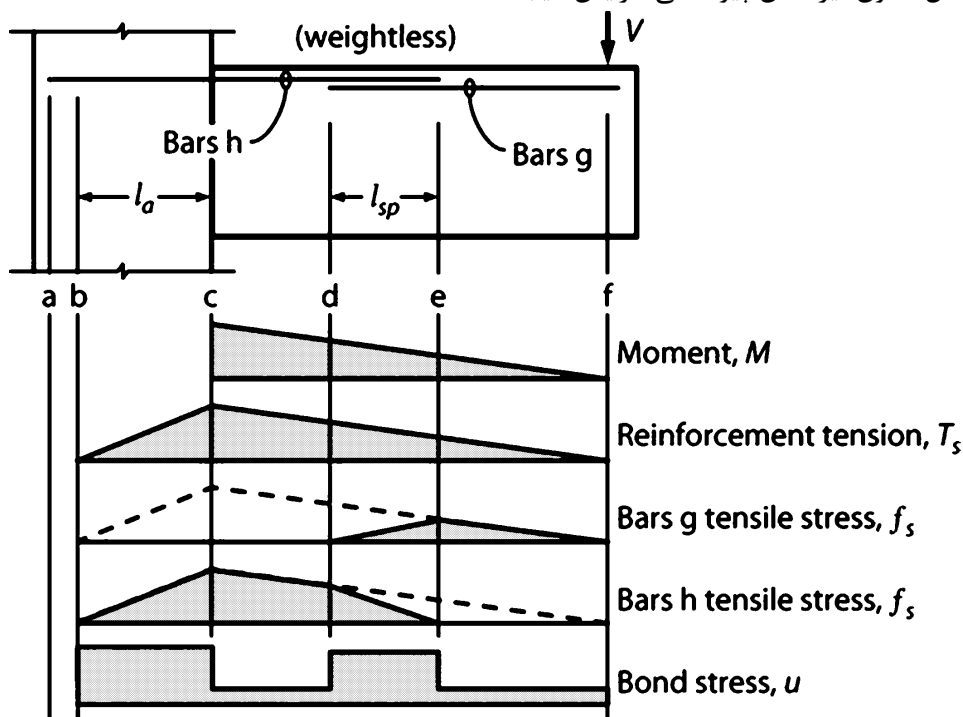


به شکل فوق توجه کنید. در محل وصله نیرو از طریق بتن منتقل می شود. بنابراین در محل وصله تنشهای قابل توجه در بتن ایجاد می شود.

در شکل زیر میلگردهای g توسط وصله پوششی نیرو را به میلگردهای h منتقل می کنند. نیروی کششی میلگردها (Ts) به صورت خطی افزایش می یابد.

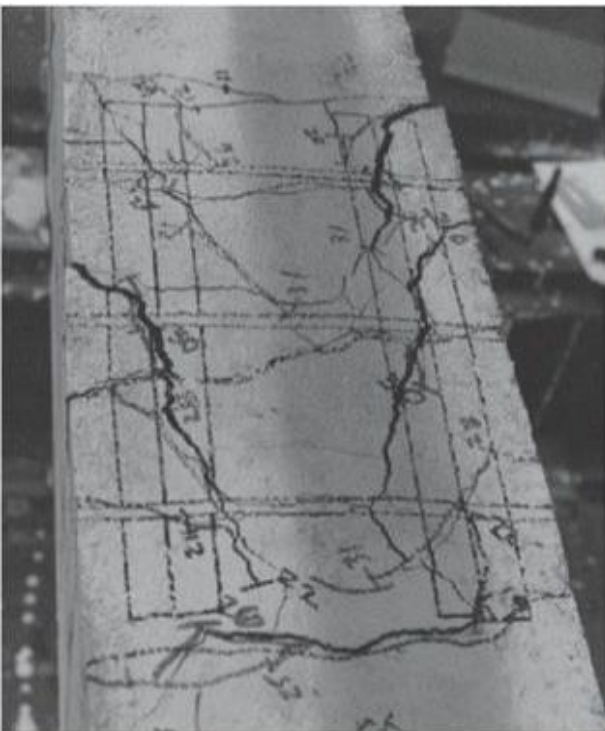
به دیاگرام تنش در میلگردهای g در طول تیر توجه کنید. در ناحیه وصله تنش در میلگردهای g به تدریج کاهش میابد.

- به دیاگرام تنش پیوستگی در بتن توجه نمایید. در ناحیه وصله مقدار bond stress افزایش می یابد.
- در محل مهار میلگرد در داخل ستون نیز تنش پیوستگی افزایش میابد.

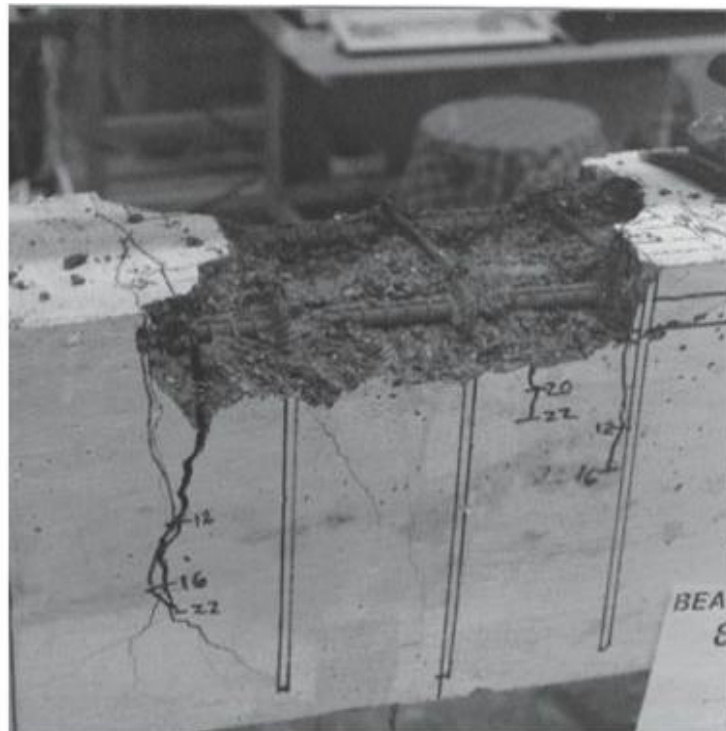




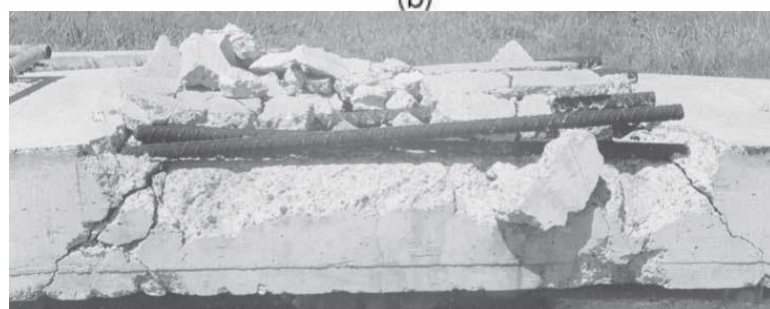
تنشهای پیوستگی در محل وصله می تواند موجب ایجاد ترکهایی در راستای طولی میلگرد ها در محل وصله شود. در صورتی که تنش ها افزایش یابند ممکن است مانند شکل سمت چپ پوشش بتن از بین برود. در این حالت میلگردهای وصله شونده نسبت به هم خواهند لغزید و امکان انتقال نیرو در محل وصله به صورت کامل وجود نخواهد داشت.



(a)



(b)



تأثیر خاموت ها بر رفتار وصله چیست؟

محدودیت قطر آرماتور در وصله پوششی:

۹-۲۱-۴-۲ وصله پوششی، تنها در مورد میلگردهای با قطر کمتر از ۳۶ میلیمتر مجاز می باشد.

**25.5.1.1 Lap splices shall not be permitted for bars larger than No. 36, except as provided in 25.5.5.3.**

حداکثر فاصله عرضی بین دو میلگرد در وصله پوششی "غیر تماسی" چقدر می تواند باشد؟

**25.5.1.3** For noncontact splices in flexural members, the transverse center-to-center spacing of spliced bars shall not exceed the lesser of one-fifth the required lap splice length and 150 mm.

**R25.5.1.3** If individual bars in noncontact lap splices are too widely spaced, an unreinforced section is created.

فرض کنید در محل وصله میزان میلگرد موجود بیش از مقدار لازم باشد. آیا می توان طول وصله را کمتر از مقدار محاسباتی در نظر گرفت؟

**25.5.1.4** Reduction of development length in accordance with 25.4.10.1 is not permitted in calculating lap splice lengths.

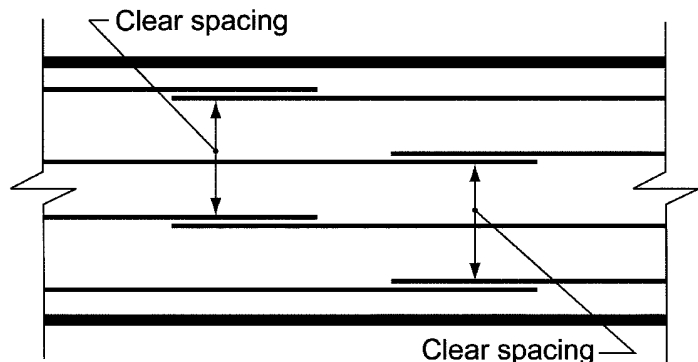
### 25.5.2 Lap splice lengths of deformed bars and deformed wires in tension

**25.5.2.1** Tension lap splice length  $\ell_{st}$  for deformed bars and deformed wires in tension shall be in accordance with Table 25.5.2.1, where  $\ell_d$  shall be in accordance with 25.4.2.1(a).

**Table 25.5.2.1—Lap splice lengths of deformed bars and deformed wires in tension**

$A_{s,provided}/A_{s,required}^{(1)}$ over length of splice	Maximum percent of $A_s$ spliced within required lap length	Splice type	$\ell_{st}$	
			Greater of:	
$\geq 2.0$	50	Class A	Greater of:	$1.0\ell_d$ and 300 mm
	100	Class B	Greater of:	$1.3\ell_d$ and 300 mm
$< 2.0$	All cases	Class B	Greater of:	$1.3\ell_d$ and 300 mm

<sup>(1)</sup>Ratio of area of reinforcement provided to area of reinforcement required by analysis at splice location.



**Fig. R25.5.2.1—Clear spacing of lap-spliced bars for determination of  $\ell_d$  for staggered splices.**

محاسبات ۹۳

۲۶- طول پوشش لازم برای دو میلگرد  $\Phi 20$  که در یک عضو خمشی با وصله پوششی به هم وصله شده‌اند، برابر ۹۰۰ میلی‌متر می‌باشد. حداکثر فاصله مجاز محور تا محور آن دو میلگرد برحسب میلی‌متر برابر است با:

۱۰۰ (۴)

۱۸۰ (۳)

۲۵۰ (۲)

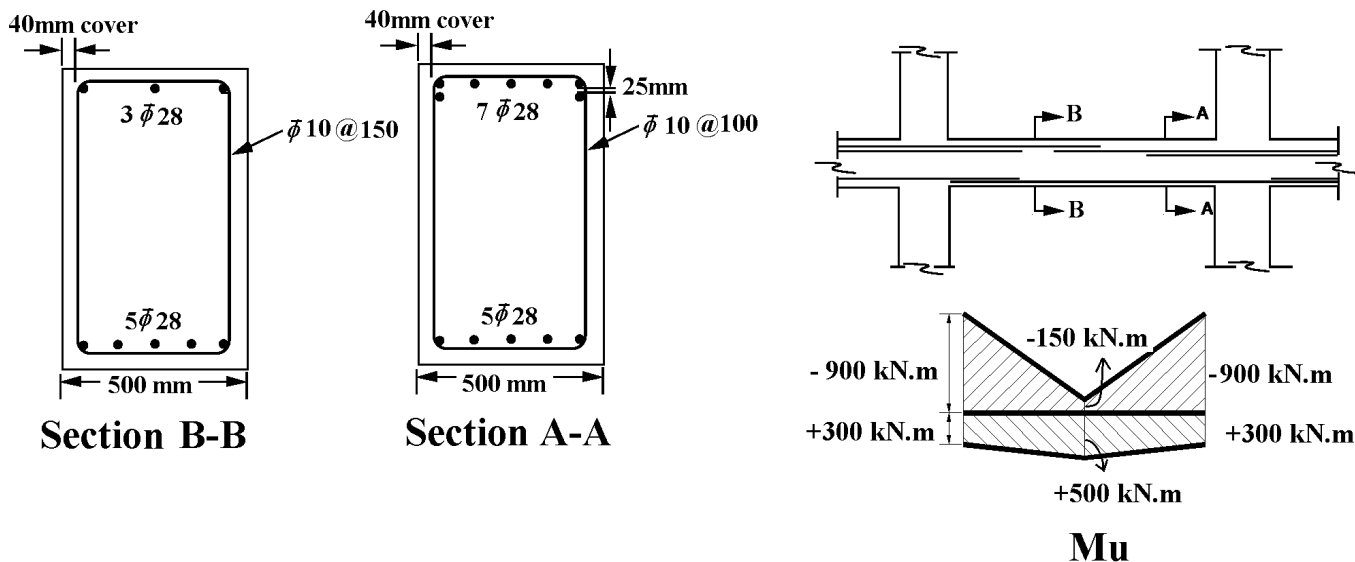
۱۵۰ (۱)

گزینه ۱

$$S = \text{Min} \left( \frac{900}{5}, 150 \right) = 150 \text{ mm}$$

مثال: در تیر زیر طول وصله لازم برای میلگردهای فوقانی و تحتانی را محاسبه نمایید. سازه با شکل پذیری متوسط می باشد..

- عمق موثر تیر برابر  $d=700 \text{ mm}$  می باشد و پوشش خالص بتن  $40 \text{ mm}$  میباشد.
- طول خالص تیر برابر  $7 \text{ m}$  می باشد.
- $f'_c = 25 \text{ MPa}$ ,  $F_y = 400 \text{ MPa}$ ,  $F_{yt} = 300 \text{ MPa}$
- میلگردهای پایین به صورت مرحله ای وصله می شوند، به صورتی که در مرحله اول سه تا از میلگردها و در مرحله دوم ۲ تا از میلگردها وصله می شوند.



پاسخ:

جهت محاسبه طول وصله ابتدا باید طول مهار ( $l_d$ ) محاسبه شود.

$$l_d = \frac{\psi_t \psi_e \psi_s \psi_g}{\lambda \left( \frac{c_b + K_{tr}}{d_b} \right)} \frac{0.9 f_y}{\sqrt{f'_c}} d_b \geq 300 \text{ میلی متر}$$

$\psi_t$ : top: 1/3, bot: 1/0  
 $\psi_e$ : No Epoxy: 1/0  
 $\psi_s$ :  $d_b \geq \phi 20$ : 1/0,  $d_b < \phi 20$ : 1/8  
 $\psi_g$ :  $f_y \leq 400$ : 1/0,  $f_y \geq 500$ : 1/15

$c_b$ : کوچکترین فاصله‌ی مرکز میلگرد یا سیمی که مهار می‌شود تا نزدیکترین رویه‌ی بتن، و یا نصف فاصله‌ی مرکز تا مرکز میلگردها و یا سیم‌هایی که مهار می‌شوند، است.

$K_{tr}$ : شاخص آرماتور عرضی  $K_{tr} = \frac{40 A_{tr}}{sn}$

$n$ : تعداد میلگردها یا سیم‌هایی است که دارای مهار یا وصله‌ی پوششی در طول صفحه‌ی شکاف خوردگی می‌باشند.

$A_{tr}$ : سطح مقطع کل آرماتورهای عرضی در فاصله‌ی 5

نسبت  $(c_b + K_{tr})/d_b$  که نشان‌گر اثرات محصور شدگی است، نباید بیش از ۲/۵ در نظر گرفته شود.

محاسبه طول مهاری میلگردهای فوقانی (در محل وصله در بالای مقطع ۳ میلگرد طولی قرار گرفته است)

$$c = \text{Min} \left( 64, \frac{500 - 2 \times (64)}{4} \right) = 64 \text{ mm}$$

$$K_{tr} = \frac{40 A_v}{sn} = \frac{40 \times 2 \times (\pi \times 5^2)}{150 \times 3} = 13.96$$

$$\left. \begin{matrix} c = 64 \text{ mm} \\ K_{tr} = 13.96 \end{matrix} \right\} \rightarrow \left( \frac{c + ktr}{d_b} \right) = 2.78 > 2.5 \rightarrow \text{Use } 2.5$$

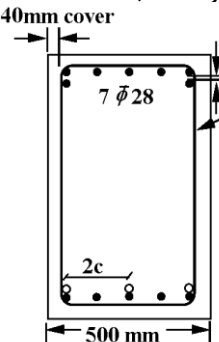
$$l_d = \frac{\Psi_t \Psi_e \Psi_s \Psi_g}{\lambda \left( \frac{c+ktr}{d} \right)} \frac{0.9 f_y}{\sqrt{f'_c}} \times d_b = \frac{1.3 \times 1 \times 1 \times 1}{1 \times (2.5)} \times \frac{0.9 \times 400}{\sqrt{25}} \times d_b = 27.44 \times d_b = 1048 \text{ mm}$$

طول وصله میلگردهای فوقانی:

با توجه به اینکه تمامی میلگردهای سراسری در یک نقطه وصله شده اند، وصله از نوع "ب" می باشد و طول وصله برابر است با:

$$l_{splice} = 1.3l_d = 1.3 \times 1048 = 1363 \text{ mm}$$

در قسمت تحتانی مقطع تیر کلا ۵ میلگرد طولی قرار دارد. در سمت چپ تیر از این ۵ عدد میلگرد طولی ۳ عدد مطابق شکل زیر وصله میشوند (دو میلگرد قرار گرفته در گوشه مقطع و یک میلگرد میانی). طول مهار این ۳ میلگرد برابر است با:



$$c = \text{Min} \left( 64, \frac{500 - 2 \times (64)}{4} \right) = 64 \text{ mm}$$

$$ktr = \frac{40A_v}{sn} = \frac{40 \times 2 \times (\pi \times 5^2)}{100 \times 3} = 20.94$$

$$\left. \begin{aligned} c &= \text{Min} \left( 64, \frac{500 - 2 \times (64)}{4} \right) = 64 \text{ mm} \\ ktr &= \frac{40A_v}{sn} = \frac{40 \times 2 \times (\pi \times 5^2)}{100 \times 3} = 20.94 \end{aligned} \right\} \left( \frac{c + ktr}{d} \right) = 3.03 > 2.5 \rightarrow \text{Use 2.5}$$

- توجه: در محاسبه c (به شکل توجه کنید) باید فاصله بین وصله شونده‌گان را منظور کنیم
- کنید ۳ عدد میلگرد در مقطع داریم و به میلگردهایی که وصله نمی شوند توجه نکنید

$$l_d = \frac{\tau_t \Psi_e \Psi_s \Psi_g}{\lambda \left( \frac{c + ktr}{d} \right)} \frac{0.9f_y}{\sqrt{f'_c}} \times d_b = \frac{1 \times 1 \times 1 \times 1}{1 \times (2.5)} \times \frac{0.9 \times 400}{\sqrt{25}} \times d = 28.8 \times d = 806 \text{ mm}$$

طول وصله میلگردهای تحتانی در انتهای تیر در محل وصله ۳ میلگرد:

با توجه به اینکه بیش از نصف میلگردهای سراسری در یک نقطه وصله شده اند، وصله از نوع "ب" می باشد و طول وصله برابر است با:

$$l_{splice} = 1.3l_d = 1.3 \times 806 = 1048 \text{ mm}$$

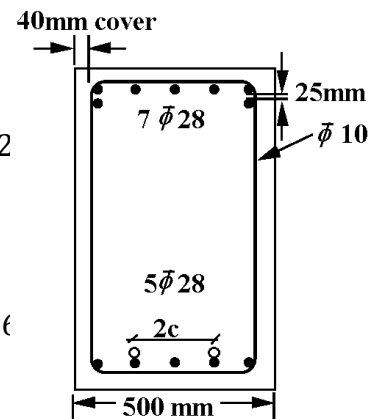
محاسبه طول مهاری میلگردهای تحتانی در انتهای تیر در محل وصله ۲ میلگرد:

$$c = \text{Min} \left( 64, \frac{500 - 2 \times (64)}{4} \right) = 64 \text{ mm}$$

$$ktr = \frac{40A_v}{sn} = \frac{40 \times 2 \times (\pi \times 5^2)}{100 \times 2} = 31.4$$

$$\left. \begin{aligned} c &= \text{Min} \left( 64, \frac{500 - 2 \times (64)}{4} \right) = 64 \text{ mm} \\ ktr &= \frac{40A_v}{sn} = \frac{40 \times 2 \times (\pi \times 5^2)}{100 \times 2} = 31.4 \end{aligned} \right\} \rightarrow \left( \frac{c + ktr}{d} \right) = 3.4 > 2.5 \rightarrow \text{Use 2}$$

$$l_d = \frac{\Psi_t \Psi_e \Psi_s \Psi_g}{\lambda \left( \frac{c + ktr}{d} \right)} \frac{0.9f_y}{\sqrt{f'_c}} \times d_b = \frac{1 \times 1 \times 1 \times 1}{1 \times (2.5)} \times \frac{0.9 \times 400}{\sqrt{25}} \times d = 28.8 \times d = 806 \text{ mm}$$



طول وصله میلگردهای تحتانی در انتهای تیر در محل وصله ۲ میلگرد:

کمتر از نصف میلگردهای سراسری وصله شده اند و اگر مقاومت خمشی تیر در این نقطه بیش از دو برابر لنگر وارد بر تیر باشد، می توان نوع وصله را از نوع "الف" فرض کرد. ظرفیت خمشی مثبت در بر تیکه گاه (با صرف نظر از وجود آرماتور خمشی منفی) برابر است با:

$$\phi Mn = 0.9A_s f_y (d - 0.5a) = 0.9 \times 3077 \times 400 \times \left( 700 - 0.5 \times \frac{3077 \times 400}{500 \times 0.85 \times 25} \right) = 711286916 \text{ N.mm} = 711 \text{ kN.m}$$

لنگر خمشی ناشی از بارهای ضریب دار در انتهای وصله و با فرض اینکه طول وصله برابر 0.806m باشد، برابر است با:

$$M_u = 300 + \frac{0.806}{3.5} \times 200 = 346 \text{ kN.m}$$

لنگر وارد بر مقطع (346 kN.m) کمتر از نصف مقاومت خمشی مقطع (711/2=356 kN.m) می باشد و بنابراین وصله از نوع "الف" محسوب می شود و طول وصله برابر است با:

$$l_{splice} = l_d = 806 \text{ mm}$$

**25.5.2.2** If bars of different size are lap spliced in tension,  $l_{st}$  shall be the greater of  $l_d$  of the larger bar and  $l_{st}$  of the smaller bar.

وصله پوششی گروه میلگرد

**25.6.1.7** Lap splices of bars in a bundle shall be based on the lap splice length required for individual bars within the bundle, increased in accordance with 25.6.1.5. Individual bar splices within a bundle shall not overlap. Entire bundles shall not be lap spliced.

۳-۷- وصله اعضای کششی

**25.5.7.4** Splices in tension tie members shall be made with a mechanical or welded splice in accordance with 25.5.7.1. Splices in adjacent bars shall be staggered at least 750 mm.

### 25.5.5 Lap splice lengths of deformed bars in compression

25.5.5.1 Compression lap splice length  $l_{sc}$  of No. 36 or smaller deformed bars in compression shall be calculated in accordance with (a) or (b):

- (a) For  $f_y \leq 420$  MPa:  $l_{sc}$  is the greater of  $0.071f_y d_b$  and 300 mm
- (b) For  $f_y > 420$  MPa:  $l_{sc}$  is the greater of  $(0.13f_y - 24)d_b$  and 300 mm

For  $f'_c < 21$  MPa, the length of lap shall be increased by one-third.

25.5.5.2 Compression lap splices shall not be used for bars larger than No. 36, except as permitted in 25.5.5.3.

چرا طول وصله میلگرد فشاری کمتر از طول وصله میلگرد کششی می باشد؟

### ۴-۵- وصله مکانیکی و جوشی

- وصله مکانیکی یک جایگزین برای وصله پوششی است.
- در مواردی که طول اتصال کم است ممکن است از وصله مکانیکی استفاده شود (برای مثال در مواردی که سازه جدید به یک سازه از قبل ساخته شده وصل می شود).
- در مواردی که تراکم میلگرد بالاست می توان از وصله مکانیکی استفاده کرد (برای مثال در ستونهایی که درصد میلگرد بالایی دارند، در محل وصله تراکم میلگرد بالا خواهد بود).
- در مواردی که قطر میلگرد بیش از ۳۶ میلیمتر است، نمی توان از وصله پوششی استفاده کرد و یک جایگزین می تواند وصله مکانیکی باشد.
- در مواردی ممکن است طول وصله پوششی به حدی زیاد شود که محل وصله در ناحیه غیر مجاز قرار گیرد. در این حالت می توان از وصله مکانیکی استفاده کرد. برای مثال در ستونهای ویژه باید محل وصله خارج از ناحیه بحرانی باشد.
- در اعضای کششی نمی توان از وصله پوششی استفاده کرد و یک جایگزین می تواند وصله مکانیکی باشد.

## ۷-۵-۱- انواع وصله مکانیکی

دو نوع وصله مکانیکی داریم:

۱- نوع ۱ (Type1)

۲- نوع ۲ (Type2)

**18.2.7 Mechanical splices in special moment frames and special structural walls****18.2.7.1** Mechanical splices shall be classified as (a) or (b):

- (a) Type 1 – Mechanical splice conforming to 25.5.7
- (b) Type 2 – Mechanical splice conforming to 25.5.7 and capable of developing the specified tensile strength of the spliced bars

**18.2.7.2** Type 1 mechanical splices shall not be located within a distance equal to twice the member depth from the column or beam face for special moment frames or from critical sections where yielding of the reinforcement is likely to occur as a result of lateral displacements beyond the linear range of behavior. Type 2 mechanical splices shall be permitted at any location, except as noted in 18.9.2.1(c).

**R18.2.7 Mechanical splices in special moment frames and special structural walls**—In a structure undergoing inelastic deformations during an earthquake, the tensile stresses in reinforcement may approach the tensile strength of the reinforcement. The requirements for Type 2 mechanical splices are intended to avoid a splice failure when the reinforcement is subjected to expected stress levels in yielding regions. Type 1 mechanical splices are not required to satisfy the more stringent requirements for Type 2 mechanical splices, and may not be capable of resisting the stress levels expected in yielding regions. The locations of Type 1 mechanical splices are restricted because tensile stresses in reinforcement in yielding regions can exceed the strength requirements of 25.5.7. The restriction on Type 1 mechanical splices applies to all reinforcement resisting earthquake effects, including transverse reinforcement.

Recommended detailing practice would preclude the use of splices in regions of potential yielding in members resisting earthquake effects. If use of mechanical splices in regions of potential yielding cannot be avoided, there should be documentation on the actual strength characteristics of the bars to be spliced, on the force-deformation characteristics of the spliced bar, and on the ability of the Type 2 mechanical splice to be used to meet the specified performance requirements.

Although mechanical splices as defined by 18.2.7 need not be staggered, staggering is encouraged and may be necessary for constructibility or provide enough space around the splice for installation or to meet the clear spacing requirements.

**R18.2.7.1** The additional requirement for a Type 2 mechanical splice is intended to result in a mechanical splice capable of sustaining inelastic strains through multiple cycles.

**25.5.7 Mechanical and welded splices of deformed bars in tension or compression**

**25.5.7.1** A mechanical or welded splice shall develop in tension or compression, as required, at least  $1.25f_y$  of the bar.

18.6.3.3 Lap splices of deformed longitudinal reinforcement shall be permitted if hoop or spiral reinforcement is provided over the lap length. Spacing of the transverse reinforcement enclosing the lap-spliced bars shall not exceed the lesser of  $d/4$  and 100 mm. Lap splices shall not be used in locations (a) through (c):

- (a) Within the joints
- (b) Within a distance of twice the beam depth from the face of the joint
- (c) Within a distance of twice the beam depth from critical sections where flexural yielding is likely to occur as a result of lateral displacements beyond the elastic range of behavior

۴-۲۳-۹ ضوابط ساختمان‌های با شکل‌پذیری زیاد

۹-۲۳-۴-۱ اعضای تحت خمش در قاب‌ها ( $N_u \leq 0.15 f_{cd} A_g$ )

۹-۲۳-۴-۲ آرماتور طولی

۹-۲۳-۴-۱-۲-۵ استفاده از وصله پوششی در میلگردهای طولی خمشی فقط در شرایطی مجاز است که در تمام طول وصله آرماتور عرضی از نوع تنگ یا دورپیچ موجود باشد. فواصل سفره‌های آرماتور عرضی دربرگیرنده وصله از یکدیگر نباید بیشتر از یک‌چهارم ارتفاع مؤثر مقطع و ۱۰۰ میلیمتر اختیار شود.

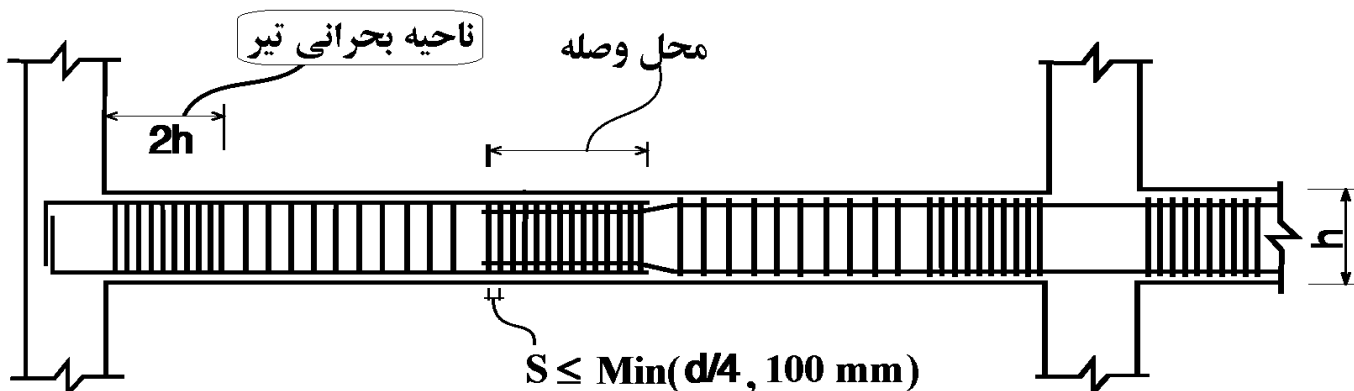
۹-۲۳-۴-۱-۲-۶ استفاده از وصله پوششی در محل‌های زیر مجاز نیست:

الف- در اتصالات تیرها به ستون‌ها

ب- در طولی معادل دو برابر ارتفاع مقطع از بر تکیه‌گاه

۹-۲۳-۴-۱-۲-۷ وصله‌های جوشی یا مکانیکی مطابق ضوابط بندهای ۹-۲۱-۴-۱-۶ و ۹-۲۱-۴-۱-۷

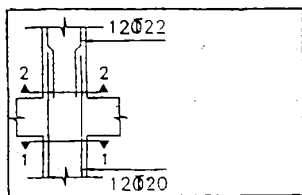
به شرطی مجاز است که وصله میلگرد در هر سفره میلگرد به صورت یک در میان انجام شود و فاصله وصله‌ها در میلگردهای مجاور یکدیگر در امتداد طول عضو، کمتر از ۶۰۰ میلی‌متر نباشد.





۳۸- نتایج خروجی طراحی یک ستون مقدار فولاد لازم در مقطع ۱-۱ را  $12\bar{\Phi}20$  و در مقطع ۲-۲ را  $12\bar{\Phi}22$  تعیین کرده است. با توجه

به شکل کدام عبارت صحیح است؟



(۱) میلگردهای پائین باید به  $12\bar{\Phi}22$  تغییر پیدا کنند.

(۲) میلگردهای طبقه فوقانی همواره باید کمتر از طبقه پائین باشند.

(۳) در صورتی که طول وصله بر اساس قطر میلگرد کوچکتر انجام شود ( $\bar{\Phi}20$ )، طرح صحیح است.

(۴) در صورتی که طول وصله بر اساس قطر میلگرد بزرگتر انجام شود ( $\bar{\Phi}22$ )، طرح صحیح است.

گزینه ۱

۱۳- در مورد وصله پوشش دو میلگرد فشاری با قطرهای ۲۰ و ۲۵ میلیمتر گزینه صحیح تر را انتخاب

کنید؟

(۱) طول پوشش برابر کوچکترین دو مقدار طول گیرائی میلگرد  $\Phi 25$  و طول پوشش لازم برای میلگرد  $\Phi 20$  در

نظر گرفته می شود.

(۲) طول پوشش برابر بزرگترین دو مقدار طول گیرائی میلگرد  $\Phi 25$  و طول پوشش لازم برای میلگرد  $\Phi 20$  در نظر

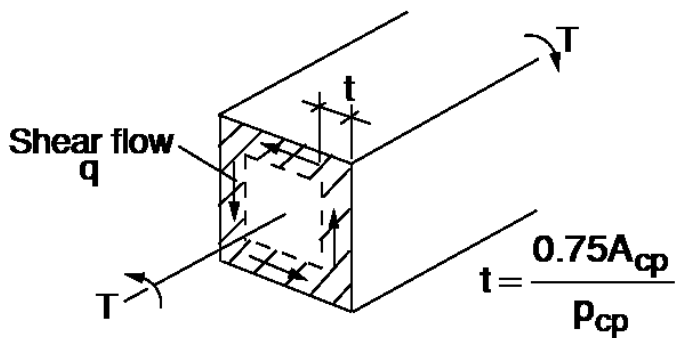
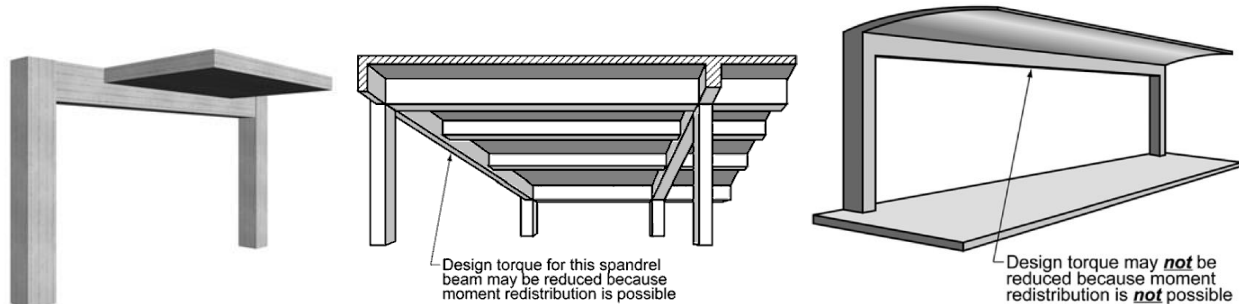
گرفته می شود.

(۳) طول پوشش فقط براساس طول پوشش میلگرد ۲۵ میلیمتری تعیین می گردد.

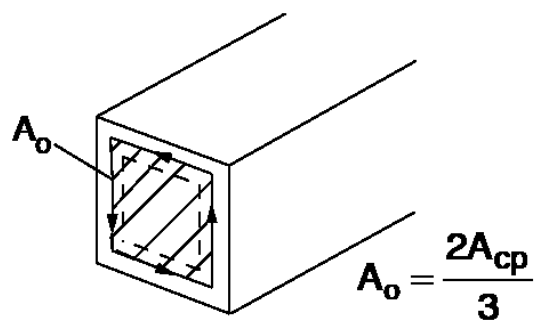
(۴) طول پوشش فقط براساس طول گیرایی میلگرد ۲۰ میلیمتری تعیین می شود.

گزینه ۲

۸-۱- پیچش تعادل و پیچش همسازی



(a) Thin-walled tube



(b) Area enclosed by shear flow path,  $A_o$

$$\tau = \frac{T}{2A_m t}$$

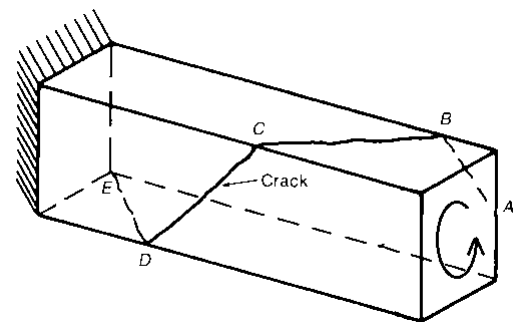
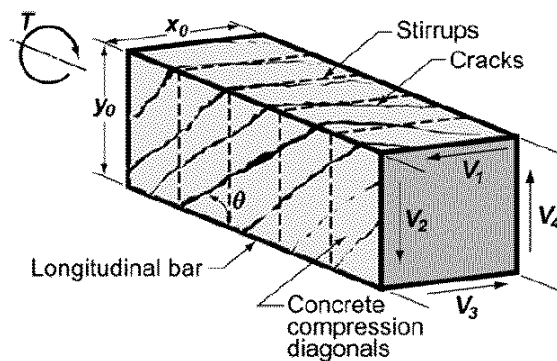
$$T_{cr} = 2A_m t \times \tau_0 = 2 \frac{2A_{cp}}{3} \frac{0.75A_{cp}}{P_{cp}} \times \tau_0 = \frac{(A_{cp})^2}{P_{cp}} \times 0.33\sqrt{f'_c}$$

## 22.7.5 Cracking torsion

22.7.5.1 Cracking torsion  $T_{cr}$  shall be calculated in accordance with Table 22.7.5.1 for solid and hollow cross sections, where  $N_u$  is positive for compression and negative for tension.

**Table 22.7.5.1—Cracking torsion**

Type of member	$T_{cr}$	
Nonprestressed member	$0.33\lambda\sqrt{f'_c}\left(\frac{A_{cp}^2}{p_{cp}}\right)$	(a)
Prestressed member	$0.33\lambda\sqrt{f'_c}\left(\frac{A_{cp}^2}{p_{cp}}\right)\sqrt{1+\frac{f_{pc}}{0.33\lambda\sqrt{f'_c}}}$	(b)
Nonprestressed member subjected to axial force	$0.33\lambda\sqrt{f'_c}\left(\frac{A_{cp}^2}{p_{cp}}\right)\sqrt{1+\frac{N_u}{0.33A_g\lambda\sqrt{f'_c}}}$	(c)



۸-۲- ترک های پیشگی

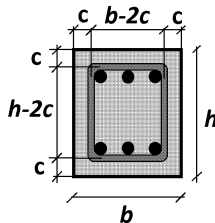
## 22.7—Torsional strength

### 22.7.1 General

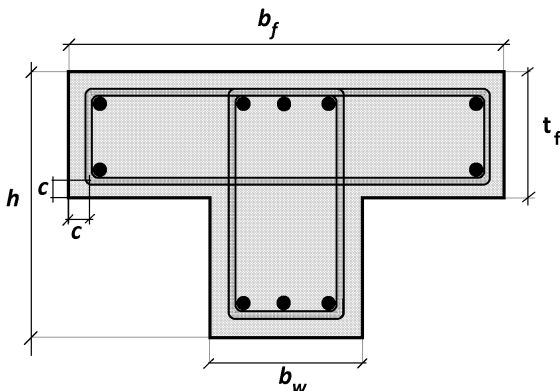
22.7.1.1 This section shall apply to members if  $T_u \geq \phi T_{th}$ , where  $\phi$  is given in Chapter 21 and threshold torsion  $T_{th}$  is given in 22.7.4. If  $T_u < \phi T_{th}$ , it shall be permitted to neglect torsional effects.

### 22.7.4 Threshold torsion

22.7.4.1 Threshold torsion  $T_{th}$  shall be calculated in accordance with Table 22.7.4.1(a) for solid cross sections and Table 22.7.4.1(b) for hollow cross sections, where  $N_u$  is positive for compression and negative for tension.



$$\begin{aligned} A_{cp} &= bh \\ P_{cp} &= 2(b+h) \\ A_{oh} &= (b-2c)(h-2c) \\ P_h &= 2(b-2c) + 2(h-2c) \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} A_c &= b_w h + t_f (b_f - b_w) \\ P_c &= 2 b_f + 2h \\ A_{oh} &= (b_w - 2c)(h - 2c) + (t_f - 2c) (b_f - 2c - b_w) \\ P_h &= 2(b_f - 2c) + 2(h - 2c) \end{aligned}$$

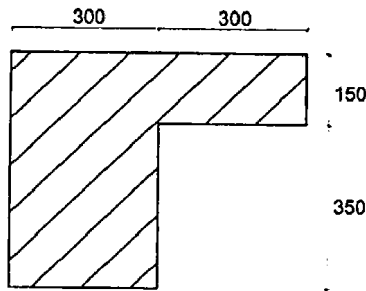
Table 22.7.4.1(a)—Threshold torsion for solid cross sections

Type of member	$T_{th}$	
Nonprestressed member	$0.083\lambda\sqrt{f'_c} \left( \frac{A_{cp}^2}{P_{cp}} \right)$	(a)
Prestressed member	$0.083\lambda\sqrt{f'_c} \left( \frac{A_{cp}^2}{P_{cp}} \right) \sqrt{1 + \frac{f_{pc}}{0.33\lambda\sqrt{f'_c}}}$	(b)
Nonprestressed member subjected to axial force	$0.083\lambda\sqrt{f'_c} \left( \frac{A_{cp}^2}{P_{cp}} \right) \sqrt{1 + \frac{N_u}{0.33A_g\lambda\sqrt{f'_c}}}$	(c)

Table 22.7.4.1(b)—Threshold torsion for hollow cross sections

Type of member	$T_{th}$	
Nonprestressed member	$0.083\lambda\sqrt{f'_c} \left( \frac{A_g^2}{P_c} \right)$	(a)
Prestressed member	$0.083\lambda\sqrt{f'_c} \left( \frac{A_g^2}{P_c} \right) \sqrt{1 + \frac{f_{pc}}{0.33\lambda\sqrt{f'_c}}}$	(b)
Nonprestressed member subjected to axial force	$0.083\lambda\sqrt{f'_c} \left( \frac{A_g^2}{P_c} \right) \sqrt{1 + \frac{N_u}{0.33A_g\lambda\sqrt{f'_c}}}$	(c)

۲۸- لنگر پیچشی ترک خوردگی مقطع بتنی معمولی درجا مطابق شکل به کدامیک از مقادیر زیر نزدیک تر است؟ (نوع بتن C25 است و مقادیر بر روی شکل بر حسب میلی متر است.)



21.35 kN.m (۱)

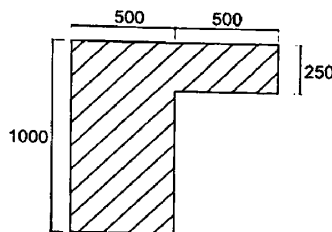
17.35 kN.m (۲)

16.25 kN.m (۳)

23.45 kN.m (۴)

$$T_{cr} = 0.33\lambda\sqrt{f'_c} \left( \frac{A_{cp}^2}{P_{cp}} \right) = 0.33\sqrt{25} \left( \frac{(300 \times 500 + 300 \times 150)^2}{500 \times 2 + 600 \times 2} \right) = 28.5 \text{ kN.m}$$

۴۱- مقطع یک تیر بتن مسلح درجا مطابق شکل زیر که با بتن معمولی و از رده C30 و آرماتورها از رده S400 می باشند، تحت تأثیر پیچش قرار می گیرد. لنگر نهایی پیچشی حداکثر چه مقدار باشد که مقطع به لحاظ محاسباتی نیازی به آرماتورهای پیچشی نداشته باشد؟ (ابعاد شکل به میلی متر است.)



43 kN (۱)

53 kN (۲)

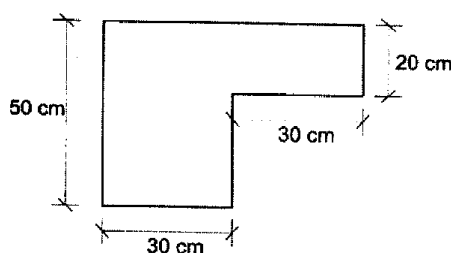
23 kN (۳)

33 kN (۴)

نیاز به آرماتور پیچشی نخواهد بود  $\rightarrow T_u < 0.25T_{cr}$

$$T_u < 0.25T_{cr} = 0.25 \times 0.33\sqrt{30} \left( \frac{(500 \times 1000 + 500 \times 250)^2}{1000 \times 2 + 1000 \times 2} \right) = 44 \text{ kN.m}$$

۲۲- در صورتی که رده بتن C25 باشد، لنگر پیچشی ترک خوردگی مقطع مطابق شکل (بر حسب kN.m) به کدام یک از اعداد زیر نزدیک تر است؟



26 (۱)

22 (۲)

24 (۳)

28 (۴)

**22.7.7 Cross-sectional limits**

**22.7.7.1** Cross-sectional dimensions shall be selected such that (a) or (b) is satisfied:

(a) For solid sections

$$\sqrt{\left(\frac{V_u}{b_w d}\right)^2 + \left(\frac{T_u P_h}{1.7 A_{oh}^2}\right)^2} \leq \phi \left( \frac{V_c}{b_w d} + 0.66 \sqrt{f'_c} \right) \quad (22.7.7.1a)$$

(b) For hollow sections

$$\left( \frac{V_u}{b_w d} \right) + \left( \frac{T_u P_h}{1.7 A_{oh}^2} \right) \leq \phi \left( \frac{V_c}{b_w d} + 0.66 \sqrt{f'_c} \right) \quad (22.7.7.1b)$$

**22.7.6.1** For nonprestressed and prestressed members,  $T_n$  shall be the lesser of (a) and (b):

$$(a) T_n = \frac{2A_o A_t f_{yt}}{s} \cot \theta \quad (22.7.6.1a)$$

$$(b) T_n = \frac{2A_o A_t f_y}{p_h} \tan \theta \quad (22.7.6.1b)$$

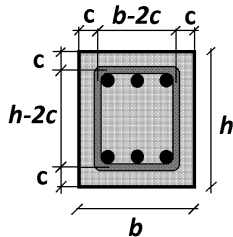
where  $A_o$  shall be determined by analysis,  $\theta$  shall not be taken less than 30 degrees nor greater than 60 degrees;  $A_t$  is the area of one leg of a closed stirrup resisting torsion;  $A_l$  is the area of longitudinal torsional reinforcement; and  $p_h$  is the perimeter of the centerline of the outermost closed stirrup.

**22.7.6.1.1** In Eq. (22.7.6.1a) and (22.7.6.1b), it shall be permitted to take  $A_o$  equal to  $0.85A_{oh}$ .

**22.7.6.1.2** In Eq. (22.7.6.1a) and (22.7.6.1b), it shall be permitted to take  $\theta$  equal to (a) or (b):

(a) 45 degrees for nonprestressed members or members with  $A_{ps} f_{se} < 0.4(A_{ps} f_{pu} + A_s f_y)$

(b) 37.5 degrees for prestressed members with  $A_{ps} f_{se} \geq 0.4(A_{ps} f_{pu} + A_s f_y)$

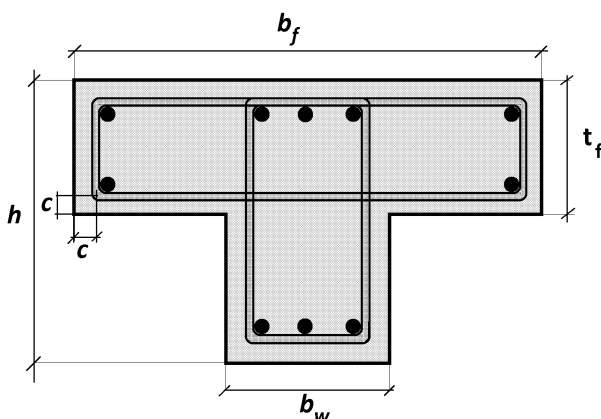


$$A_{cp} = bh$$

$$P_{cp} = 2(b+h)$$

$$A_{oh} = (b-2c)(h-2c)$$

$$P_h = 2(b-2c) + 2(h-2c)$$



$$A_c = b_w h + t_f (b_f - b_w)$$

$$P_c = 2b_f + 2h$$

$$A_{oh} = (b_w - 2c)(h - 2c) + (t_f - 2c)(b_f - 2c - b_w)$$

$$P_h = 2(b_f - 2c) + 2(h - 2c)$$

### 9.7.5 Longitudinal torsional reinforcement

**9.7.5.1** If torsional reinforcement is required, longitudinal torsional reinforcement shall be distributed around the perimeter of closed stirrups that satisfy 25.7.1.6 or hoops with a spacing not greater than 300 mm. The longitudinal reinforcement shall be inside the stirrup or hoop, and at least one longitudinal bar or tendon shall be placed in each corner.

**9.7.5.2** Longitudinal torsional reinforcement shall have a diameter at least 0.042 times the transverse reinforcement spacing, but not less than 10 mm.

**9.7.5.3** Longitudinal torsional reinforcement shall extend for a distance of at least  $(b_t + d)$  beyond the point required by analysis.

**9.7.6.3.3** Spacing of transverse torsional reinforcement shall not exceed the lesser of  $p_h/8$  and 300 mm.

**9.6.4.2** If torsional reinforcement is required, minimum transverse reinforcement  $(A_v + 2A_t)_{min}/s$  shall be the greater of (a) and (b):

$$(a) 0.062\sqrt{f'_c} \frac{b_w}{f_{yt}}$$

$$(b) 0.35 \frac{b_w}{f_{yt}}$$

### ۸-۷- آرماتورهای پیچشی طولی

**9.6.4.3** If torsional reinforcement is required, minimum area of longitudinal reinforcement  $A_{t,min}$  shall be the lesser of (a) and (b):

$$(a) \frac{0.42\sqrt{f'_c}A_{cp}}{f_y} - \left(\frac{A_t}{s}\right) p_h \frac{f_{yt}}{f_y}$$

$$(b) \frac{0.42\sqrt{f'_c}A_{cp}}{f_y} - \left(\frac{0.175b_w}{f_{yt}}\right) p_h \frac{f_{yt}}{f_y}$$



مثال:

یک تیر به ابعاد 650x400 mm تحت اثر لنگر پیچشی  $T_u=41 \text{ kN.m}$  و برش  $V_u=270 \text{ kN}$  قرار گرفته است. فرض کنید که میلگردها خمشی عضو  $\phi 25$  می باشند.

$$f'_c = 28 \text{ MPa} \quad F_{yt} = 300 \text{ MPa}$$

۱- کنترل نیاز یا عدم نیاز به منظور کردن لنگر پیچشی

$$A_{cp} = 650 \times 400 = 260000 \quad P_{cp} = 800 + 1300 = 2100$$

$$T_{cr} = 0.33\sqrt{28} \frac{(A_{cp})^2}{P_{cp}} = 56.2 \times 10^6 \text{ N.mm} = 56.2 \text{ kN.mm} \rightarrow T_u = 41 > 0.75 \times \frac{56.2}{4}$$

۲- کنترل حداکثر پیچش قابل تحمل توسط مقطع

$$\left. \begin{aligned} A_{oh} &= (650 - 80 - 10)(400 - 80 - 10) = 173600 \text{ mm}^2 \\ A_o &= 0.85A_{oh} = 147560 \\ P_h &= [(650 - 80 - 10) + (400 - 80 - 10)] \times 2 = 1740 \text{ mm} \\ d &= 650 - 40 - 10 - 12.5 = 587.5 \text{ mm} \\ V_c &= 0.17\sqrt{28} \times bd = 0.17 \times \sqrt{28} \times 587.5 \times 400 = 211 \text{ kN} \end{aligned} \right\}$$

$$\left[ \sqrt{\left(\frac{270000}{bd}\right)^2 + \left(\frac{41 \times 10^6 \times P_h}{1.7 \times A_{oh}^2}\right)^2} = 1.805 \text{ MPa} \right] < 0.75 \left[ \left(\frac{211000}{bd}\right) + 0.66\sqrt{28} \right] = 3.29 \text{ MPa} \quad OK.$$

۳- محاسبه خاموت تحت اثر پیچش

$$T_n = \frac{2A_o A_t F_{yt}}{s} = \frac{2 \times 147560 \times A_t \times 300}{s} \left. \begin{aligned} T_u &\leq \phi T_n \rightarrow \frac{A_t}{s} = 0.617 \text{ mm} \\ T_u &= 41 \times 10^6 \end{aligned} \right\}$$

۴- محاسبه خاموت لازم برای برش

$$\left. \begin{aligned} V_c &= 211 \text{ kN} \\ V_u &= 270 \text{ kN} \end{aligned} \right\} \phi V_s = V_u - \phi V_c = 111 \text{ kN} \rightarrow V_{s \text{ لازم}} = 148.6 \text{ kN}$$

$$\left. \begin{aligned} V_s &= \frac{A_v d F_{yt}}{s} = \frac{A_v \times 587.5 \times 300}{s} \\ V_{s \text{ لازم}} &= 148.6 \text{ kN} \end{aligned} \right\} \rightarrow \frac{A_v}{s} \geq 0.84 \text{ mm}$$

۵- محاسبه  $A_v$  کل

$$\frac{A_{v-Total}}{s} = \frac{A_v + 2A_t}{s} = 0.84 + 2 \times 0.617 = 2.078$$

$$\frac{s}{S} = 100 \text{ mm} \quad A_{v-Total} = 207.8 \text{ mm}^2 \rightarrow 2.6 \phi 10 \rightarrow Use 3 \phi 10$$

۶- کنترل محدودیت خاموتها:

$$100 < \text{Min} \left\{ \frac{1740}{8}, 300 \right\} \quad OK.$$

$$2.078 > \text{Max} \left\{ 0.062 \times \sqrt{28} \times \frac{400}{300}, 0.35 \times \frac{400}{300} \right\} = \text{Max} \{0.4374, 0.467\} \quad OK.$$

**11.5.5.2** — Where torsional reinforcement is required by 11.5.5.1, the minimum area of transverse closed stirrups shall be computed by

$$(A_v + 2A_t) = 0.062 \sqrt{f'_c} \frac{b_w s}{f_{yt}} \quad (11-23)$$

but shall not be less than  $(0.35b_w s)/f_{yt}$ .

۷- محاسبه آرماتورهای طولی پیچشی

$$T_n = \frac{2A_0A_lF_y}{P_h} = \frac{2 \times 147560 \times A_l \times 400}{1740} \left. \begin{array}{l} \\ T_u = 41 \times 10^6 \end{array} \right\} \varphi T_n \geq T_u \rightarrow A_t = 805.77 \text{ mm}^2$$

۸- کنترل آرماتور پیچشی طولی حداقل

$$A_{t,min} = \frac{0.42\sqrt{28} \times 260000}{400} - 0.617 \times 1740 \times \frac{300}{400} = 1120.29 \text{ mm}^2$$

## محاسبات ۹۴

۲۳- یک عضو بتن آرمه با مقطع مربع شکل به ابعاد  $400 \times 400 \text{ mm}$  فقط تحت اثر لنگر پیچشی قرار دارد. در صورتی که آرماتورهای طولی شامل کلاً ۴ عدد  $\Phi 20$  در چهار گوشه مقطع، خاموت بسته  $\Phi 10 @ 100 \text{ mm}$  عمود بر محور عضو، پوشش بتن روی خاموت برابر ۵۰ میلی‌متر، نوع فولاد S400 و نوع بتن C25 باشد، لنگر پیچشی مقاوم تأمین شده توسط آرماتورهای پیچشی بر حسب کیلونیوتن‌متر به کدامیک از مقادیر زیر نزدیک‌تر است؟

۳۰ (۴)

۳۴ (۳)

۳۸ (۲)

۴۴ (۱)

## محاسبات ۹۵

۲۶- یک مقطع مستطیل شکل بتن آرمه با  $b=300 \text{ mm}$ ،  $h=500 \text{ mm}$ ،  $d=430 \text{ mm}$ ، نوع بتن C25، نوع فولاد S400، پوشش بتن ۵۰ mm و خاموت بسته  $\Phi 10 @ 100 \text{ mm}$  تحت اثر نیروی برشی نهایی ۱۰۰ kN و لنگر پیچشی نهایی ۳۰ kN.m قرار دارد. حداکثر تنش بتن در این مقطع بر حسب MPa به کدامیک از مقادیر زیر نزدیک‌تر است؟

۴.۰۰ (۱)

۳.۵۰ (۲)

۳.۴۰ (۳)

۳.۸۰ (۴)

## محاسبات-۹۱

۱۲- در یک تیر بتن آرمه با مقطع مستطیلی به ارتفاع 50 cm و به پهنای 40 cm و با پوشش بتن 6 cm از مرکز آرماتورهای اصلی، چنانچه لنگر پیچشی نهایی برابر  $T_u = 6 \text{ kN.m}$  باشد، میزان آرماتور عرضی لازم ناشی از پیچش به کدامیک از مقادیر زیر نزدیکتر است؟  
فرض کنید بتن از رده C25 و آرماتورها از رده S340 است.

(۲)  $\Phi 10 @ 250$

(۱)  $\Phi 10 @ 150$

(۴) به لحاظ پیچش نیازی به آرماتور عرضی نمی‌باشد.

(۳)  $\Phi 10 @ 350$

## محاسبات ۹۵

۲۷- مقطع مستطیل شکل بتن آرمه به ابعاد  $b = 300 \text{ mm}$ ،  $h = 500 \text{ mm}$ ، پوشش بتن برابر 50 mm با خاموت بسته  $\Phi 10 @ 100 \text{ mm}$ ، نوع بتن C25 و نوع فولاد خاموت S340 مفروض است. با فرض قابل قبول بودن آرماتورهای طولی مقطع، و در صورت عدم استفاده از محاسبات دقیق‌تر، لنگر پیچشی مقاوم تأمین شده توسط آرماتورهای پیچشی بر حسب  $\text{kN.m}$  به کدامیک از مقادیر زیر نزدیک‌تر است؟

(۴) 35

(۳) 41

(۲) 22

(۱) 28

## محاسبات-۹۰

۳۲- مقطع بتن آرمه‌ای به ابعاد  $40 \times 60 \text{ cm}$  تحت اثر لنگر پیچشی  $T_u = 10 \text{ kN.m}$  قرار دارد. در این مورد گزینه بهتر را انتخاب کنید. ( $f_c = 35 \text{ MPa}$  و  $f_y = 400 \text{ MPa}$ )

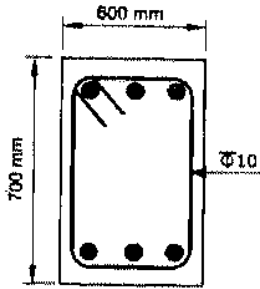
(۱) طراحی برای آرماتورهای طولی پیچشی لازم بوده و می‌توان از آرماتورهای عرضی پیچشی صرف‌نظر کرد.

(۲) طراحی برای پیچش لازم است.

(۳) طراحی آرماتورهای عرضی پیچشی لازم بوده و می‌توان از آرماتورهای طولی پیچشی صرف‌نظر کرد.

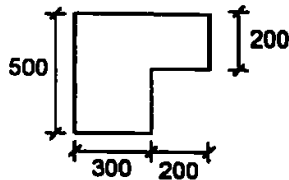
(۴) طراحی برای پیچش ضرورتی ندارد.

۳۰- با فرض اینکه برای یک تیر با مقطع نشان داده شده در شکل زیر طراحی برای برش و پیچش الزامی باشد، فقط از منظر حداقل آرماتور برشی و پیچشی و بدون توجه به سایر الزامات از جمله الزامات لرزه‌ای، حداکثر فاصله خاموت‌های بسته به قطر 10 میلی‌متر به کدامیک از گزینه‌های زیر نزدیک‌تر است؟ (فرض کنید پوشش بتن برابر 50 میلی‌متر، میلگردها از رده S340 و بتن از نوع C35 است)



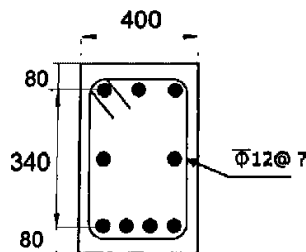
- 150 mm (۱)
- 125 mm (۲)
- 300 mm (۳)
- 250 mm (۴)

۳۲- لنگر پیچشی ترک‌خوردگی مقطع مطابق شکل در صورتیکه رده بتن C25 باشد، برحسب کیلونیوتن‌متر به کدامیک از مقادیر زیر نزدیکتر است؟ (واحدها در شکل بر حسب میلی‌متر است و  $\phi_c = 0.65$ ).



- 24 (۱)
- 22 (۲)
- 16 (۳)
- 18 (۴)

۳۶- با فرض اینکه برای مقطع نشان داده شده در شکل زیر طراحی برای پیچش ضروری بوده و مقدار برش نهایی ناچیز باشد، حداکثر فاصله خاموت‌های بسته، بدون توجه به مقدار محاسباتی ناشی از لنگر پیچشی، حدوداً چند میلی‌متر می‌باشد؟ (بتن از رده C25 و فولاد از نوع S400 فرض شود، ابعاد در شکل به میلی‌متر است).



- 210 (۱)
- 375 (۲)
- 420 (۳)
- 750 (۴)

گزینه ۱

اگر پوشش بتن را "تا آکس خاموت" حدوداً  $c = 80 - 10 - 6 = 64 \text{ mm}$  فرض کنیم:

$$s < \text{Min} \left( \frac{P_h}{8}, 300 \right) = \text{Min} \left( \frac{2(400 - 2 \times 64) + 2(500 - 2 \times 64)}{8}, 300 \right) = 161 \text{ mm}$$

۷- در یک مقطع مستطیل شکل ( $b=30\text{ cm}$  ,  $h=50\text{ cm}$ ) در صورتی که پوشش بتن برابر  $4\text{ cm}$  و خاموت مصرفی به صورت بسته از  $\Phi 12$  و آرماتور طولی  $6\Phi 20$  (در گوشه‌ها و در گونه‌ها) و بتن از رده C25 و فولاد از رده S400 (آرماتور طولی و عرضی) و نیروی برشی و لنگر پیچشی نهایی موثر به مقطع به ترتیب برابر  $V_u=200\text{ kN}$  و  $T_u=40\text{ kN.m}$  باشد، گزینه صحیح را انتخاب کنید؟

(۱) مقطع قابل قبول نیست.

(۲) با طراحی مناسب فاصله خاموت‌های بسته از یکدیگر می‌توان مقطع را قابل قبول دانست.

(۳) با طراحی مناسب فاصله خاموت‌های بسته از یکدیگر و مقدار آرماتور طولی می‌توان مقطع را قابل قبول دانست.

(۴) با طراحی مناسب مقدار آرماتور طولی می‌توان مقطع را قابل قبول دانست.

گزینه ۱:

این مقطع تحت اثر برش و پیچش بالا قرار دارد. با افزایش برش و پیچش، یا باید ابعاد مقطع را افزایش داد و یا اینکه خاموت‌ها را افزایش داد. در این سوال ابعاد مقطع ثابت است و تنها راه افزایش مقاومت افزایش حجم خاموت می‌باشد. از طرفی برای قرار دادن خاموت محدودیت داریم و مقدار خاموت نباید از یک حدی فراتر رود. آیین نامه برای کنترل خاموت گذاری در مقطع می‌گوید در مقاطع تحت اثر ترکیب برش و پیچش باید روابط زیر ارضا شوند

### 22.7.7 Cross-sectional limits

22.7.7.1 Cross-sectional dimensions shall be selected such that (a) or (b) is satisfied:

(a) For solid sections

$$\sqrt{\left(\frac{V_u}{b_w d}\right)^2 + \left(\frac{T_u P_h}{1.7 A_{oh}^2}\right)^2} \leq \phi \left(\frac{V_c}{b_w d} + 0.66 \sqrt{f'_c}\right) \quad (22.7.7.1a)$$

(b) For hollow sections

$$\left(\frac{V_u}{b_w d}\right) + \left(\frac{T_u P_h}{1.7 A_{oh}^2}\right) \leq \phi \left(\frac{V_c}{b_w d} + 0.66 \sqrt{f'_c}\right) \quad (22.7.7.1b)$$

در صورتی که رابطه 22.7.7.1a ارضا نشود، تنها راه افزایش مقاومت برشی و پیچشی مقطع افزایش ابعاد مقطع افزایش می‌باشد:

$$\left(\sqrt{\left(\frac{200000}{300 \times 438}\right)^2 + \left(\frac{40 \times 10^6 \times 2 \times 616}{1.7(208 \times 408)^2}\right)^2} = 4.3\right) \not\leq 0.75(0.17\sqrt{25} + 0.66\sqrt{25}) = 3.11\text{ MPa}$$

بنابراین مقطع با ابعاد فعلی قابل قبول نمی‌باشد

۱۲۲- در یک طراحی انجام گرفته در حضور همزمان خمش - پیچش - برش در تیر، مقادیر آرماتورهای موردنیاز به شرح

زیر می‌باشد. کدام یک از کروکی‌های ارائه شده طراحی بهینه را نشان می‌دهد؟ (لنگر خمشی منفی است)

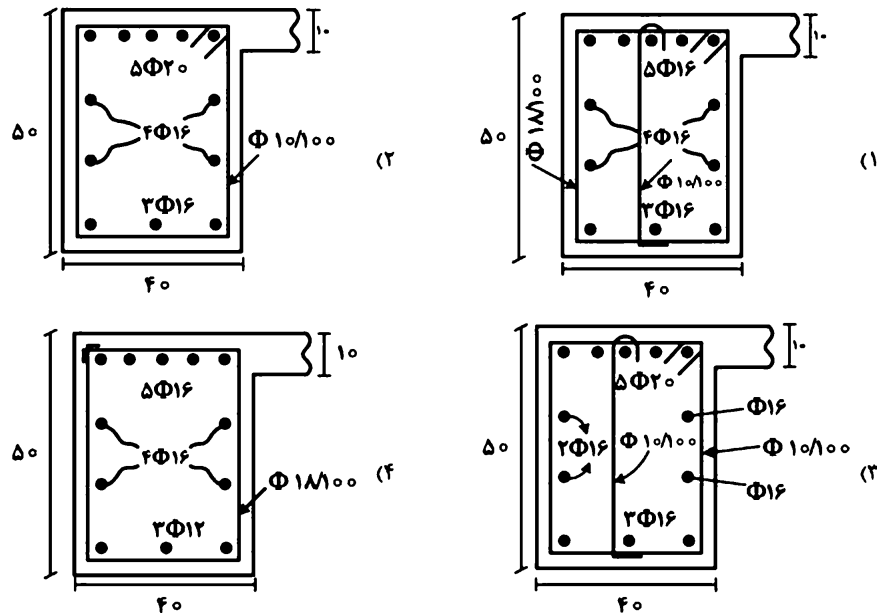
(ابعاد مقطع تیر به سانتی‌متر و آرماتورها و فواصل آن‌ها به میلی‌متر است)

$$A_s (\text{خمشی}) = 10 \text{ cm}^2$$

$$A_l (\text{پیچشی}) = 20 \text{ cm}^2$$

$$A_{t/s} (\text{پیچشی}) = 0.875 \frac{\text{cm}^2}{\text{cm}}$$

$$A_{v/s} (\text{برشی}) = 0.875 \frac{\text{cm}^2}{\text{cm}}$$



گزینه ؟

$$\left(\frac{A_v}{s}\right)_{\text{کل}} = \frac{A_v}{s} + 2 \frac{A_t}{s} = 0.875 + 2 \times 0.875 = 2.625 \frac{\text{cm}^2}{\text{cm}}$$

آرماتور عرضی تیر باید برابر باشد با:

$$10 + \frac{1}{4} \times 20 = 15 \text{ cm}^2$$

مساحت میلگرد طولی فوقانی باید برابر باشد با:

مساحت میلگرد تحتانی تیر و نیز مساحت میلگردها در گونه چپ و راست تیر باید برابر مقدار زیر باشد:

$$\frac{1}{4} \times 20 = 5 \text{ cm}^2$$

مساحت مقطع آرماتور  $\Phi 10$  برابر  $0.785 \text{ cm}^2$  و آرماتور  $\Phi 18$  برابر  $2.54 \text{ cm}^2$  می‌باشد.

گزینه ۱:

$$\left(\frac{A_v}{s}\right)_{\text{کل}} = \frac{2 \times 2.54 + 0.785}{10} = 0.576 \frac{\text{cm}^2}{\text{cm}}$$

گزینه ۲:

$$\left(\frac{A_v}{s}\right)_{\text{کل}} = \frac{2 \times 0.785}{10} = 0.157 \frac{\text{cm}^2}{\text{cm}}$$

گزینه ۳:

$$\left(\frac{A_v}{s}\right)_{\text{کل}} = \frac{3 \times 0.785}{10} = 0.2355 \frac{\text{cm}^2}{\text{cm}}$$

گزینه ۴:

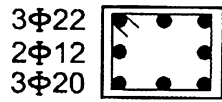
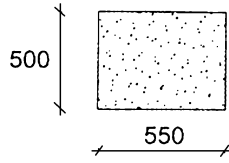
$$\left(\frac{A_v}{s}\right)_{\text{کل}} = \frac{2 \times 2.54}{10} = 0.508 \frac{\text{cm}^2}{\text{cm}}$$

۳۷- در یک مقطع از یک تیر بتنی لازم است میلگردهای خمشی ( $A_s$ ) و میلگردهای طولی پیچشی ( $A_\ell$ ) تامین شود. کدام یک از آرماتورگذاری‌های زیر جوابگوی نیاز مقطع می‌باشد؟ (پوشش بتن بر روی آرماتورهای طولی برابر 60 میلی‌متر بوده و در شکل ابعاد به میلی‌متر است).

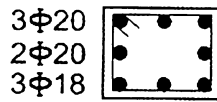
$$A_{s-req}^- = 900 \text{ mm}^2$$

$$A_\ell = 600 \text{ mm}^2$$

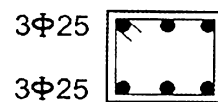
$$A_{s-req}^+ = 700 \text{ mm}^2$$



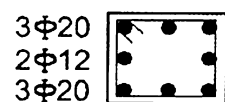
شکل ۱-



شکل ۲-



شکل ۳-



شکل ۴-

(۲) شکل ۲-

(۴) شکل ۴-

(۱) شکل ۱-

(۳) شکل ۳-

گزینه ۱ (سطح سوال با توجه به تکراری بودن سوال آسان)

$$A_s = \begin{cases} top = 900 + \frac{600}{3} = 1100 \text{ mm}^2 & \rightarrow 3\phi 22 \\ mid = \frac{600}{3} = 200 \text{ mm}^2 & \rightarrow 2\phi 12 \\ bot = 700 + \frac{600}{3} = 900 \text{ mm}^2 & \rightarrow 3\phi 20 \end{cases}$$

۴۵- چنانچه برای مقابله با پیچش و برش در یک تیر بتنی از تنگ بسته استفاده شده باشد و سطح مقطع آرماتور عرضی لازم برای برش برابر  $A_v$  و سطح مقطع آرماتور عرضی لازم برای پیچش برابر  $A_\ell$  باشد سطح مقطع یکی از شاخه‌های تنگ به کار رفته در مقطع کدامیک از مقادیر زیر باید باشد؟

$$\frac{A_v}{2} + A_\ell \quad (۲)$$

$$A_v + A_\ell \quad (۴)$$

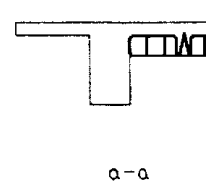
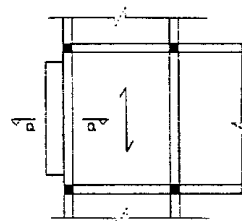
$$\frac{A_v}{2} + \frac{A_\ell}{2} \quad (۱)$$

$$A_v + \frac{A_\ell}{2} \quad (۳)$$

گزینه ۲

۴۰- در شکل زیر تیرچه‌ها موازی تیرکناری می‌باشند. دال طره متصل به این تیر لنگر پیچشی ضریبدار حداکثر برابر با  $T_{II} = 1.0t.m$  را به آن وارد می‌کند. در صورتیکه بخواهیم از اثر پیچش در تیر صرف‌نظر کنیم حداقل ابعاد لازم برای آن چه مقدار باید باشد؟

$$f_c = 200 \text{ kg/cm}^2 \text{ و } f_y = 4000 \text{ kg/cm}^2$$



$$(۱) ۴۰ \times ۸۰ \text{ سانتیمتر}$$

$$(۲) ۴۰ \times ۷۰$$

$$(۳) ۴۰ \times ۶۰$$

$$(۴) ۴۰ \times ۵۰$$

- ۳۵- در یک تیر T شکل، از تنگ‌های بسته در بال و در جان، با فواصل  $d/4$ ، استفاده شده است. کدامیک از جملات زیر صحیح می‌باشد؟
- (۱) تنگ بسته واقع در جان فقط در برش، و تنگ بسته واقع در بال فقط در پیچش کار می‌کند.
  - (۲) تنگ بسته واقع در جان در برش و پیچش، و تنگ بسته واقع در بال فقط در پیچش کار می‌کند.
  - (۳) تنگ بسته واقع در جان در برش و پیچش کار کرده، و تنگ بسته واقع در بال در هیچ یک از برش و پیچش موثر نیست.
  - (۴) هر دو تنگ بسته واقع در بال و در جان، در تحمل برش و پیچش کار می‌کنند.

محاسبات ۸۹

۳۶- برای مسلح نمودن یک عضو بتن آرمه با مقطع مستطیلی شکل تحت اثر لنگر پیچشی تنها، کدامیک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

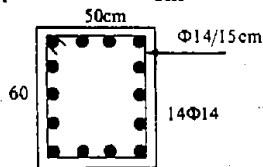
- (۱) آرماتور عرضی لازم بوده و آرماتور طولی به عنوان آرماتورهای اجرایی بکار برده می‌شوند.
- (۲) هر دو نوع آرماتورهای طولی و عرضی مورد نیاز هستند.
- (۳) آرماتور طولی لازم بوده و آرماتور عرضی به عنوان آرماتور اجرایی بکار برده می‌شوند.
- (۴) فقط آرماتور گونه در دو وجه مقطع کفایت می‌کند.

گزینه ۲

محاسبات ۸۳- پایه ۱

۳۷- مقطع زیر متعلق به یک تیر لیه است که در حالت حدی نهایی برای برش  $V_u = 40T$  و لنگر پیچشی  $T_u = 3T - m$  طراحی شده است. کدام گزاره صحیح است؟ ابعاد حلقه خاموت‌ها  $40 \times 50$  سانتی‌متر و ارتفاع مؤثر تیر ۵۴ سانتی‌متر است.

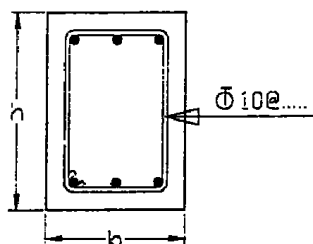
$$f_c = 200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad f_y = 4000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$



- (۱) خاموت‌ها و آرماتور طولی هر دو جوابگو هستند، مقطع نیز جوابگو است.
- (۲) خاموت‌ها و آرماتور طولی هر دو جوابگو هستند ولی مقطع جوابگو نیست.
- (۳) خاموت‌ها جوابگو نیستند، آرماتور طولی جوابگو است.
- (۴) خاموت‌ها جوابگو هستند، آرماتور طولی جوابگو نیست.

محاسبات ۸۹

۳۲- در یک تیر بتنی مقدار آرماتور عرضی مورد نیاز برای برش برابر  $10/47$  سانتیمتر مربع در هر متر طول و مقدار آرماتور عرضی مورد نیاز برای پیچش  $5/23$  سانتیمتر مربع در هر متر طول محاسبه شده است. کدامیک از آرایش‌های زیر برای آرماتور عرضی این تیر صحیح می‌باشد؟



- (۱)  $\Phi 10 @ 5 \text{ cm}$
- (۲)  $\Phi 10 @ 7/5 \text{ cm}$
- (۳)  $\Phi 10 @ 12/5 \text{ cm}$
- (۴)  $\Phi 10 @ 15 \text{ cm}$

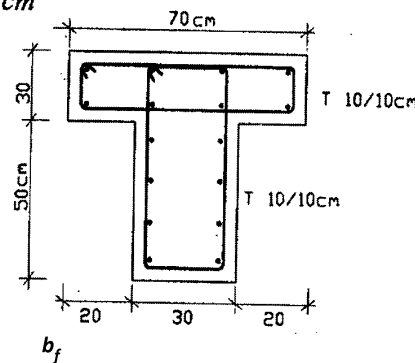


۴۴- چنانچه لنگر پیچشی نهایی ترک خوردگی یک عضو بتنی برابر  $100 \text{ ton.m}$  باشد حداکثر لنگر پیچشی نهایی قابل تحمل برای آنکه بتوان اساسا از اثر پیچش در محاسبات صرفنظر نمود، کدامیک از مقادیر زیر است؟

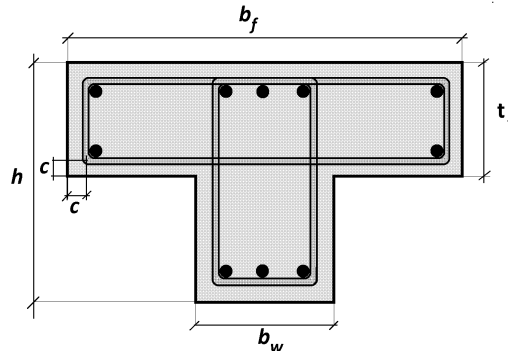
- (۱) ۲۵ تن - متر  
(۲) ۵۰ تن - متر  
(۳) ۷۵ تن - متر  
(۴) ۱۰۰ تن - متر

۴۰- در طراحی مقاطع اعضای بتن آرمه تحت اثر برش و پیچش توأم، باید فولادهای برشی و پیچشی به صورت جدا محاسبه شده و .....  
الف) از مقادیر به دست آمده هر کدام بزرگ تر است انتخاب شده و به فولادهای محاسبه شده برای سایر تلاشها اضافه شوند.  
ب)  $1/33$  برابر بزرگ ترین مقدار فولاد برای برش یا پیچش همراه با فولادهای محاسبه شده برای سایر تلاش ها در مقطع استفاده شود.  
ج) فولادهای عرضی پیچشی با فولادهای برشی جمع شده و در مقطع استفاده شوند.  
د) مقادیر فولاد به دست آمده با هم جمع و به فولادهای محاسبه شده برای سایر تلاش ها اضافه شوند.  
گزینه ۴

۳۷- در تیر T شکل زیر با وجود تنگهای بسته پیچشی در بال و جان، مقاومت پیچشی نهایی مقطع چقدر است؟  
 $f_c = 3000 \text{ kg/cm}^2$  و  $f_y = 3000 \text{ kg/cm}^2$



- (۱)  $T_r = 7.5 \text{ T.m}$   
(۲)  $T_r = 13.2$   
(۳)  $T_r = 4.8$   
(۴)  $T_r = 10.5$



$$A_c = b_w h + t_f (b_f - b_w)$$

$$P_c = 2 b_f + 2h$$

$$A_{oh} = (b_w - 2c)(h - 2c) + (t_f - 2c)(b_f - 2c - b_w)$$

$$P_h = 2(b_f - 2c) + 2(h - 2c)$$

**22.7.3.2** In a statically indeterminate structure where  $T_u \geq \phi T_{cr}$  and a reduction of  $T_u$  can occur due to redistribution of internal forces after torsional cracking, it shall be permitted to reduce  $T_u$  to  $\phi T_{cr}$ , where the cracking torsion  $T_{cr}$  is calculated in accordance with 22.7.5.

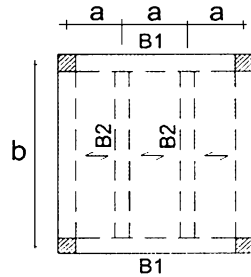
سراسری ۹۸

۱۱۹- در استفاده از لنگر ترک خوردگی پیشی در مقاطع تیرهای بتن مسلح مستطیلی ساختمانی، کدام عبارت نادرست است؟

- ۱) لنگر ترک خوردگی مقاطع بالدار نسبت به مقاطع معادل بدون بال می‌تواند بیشتر باشد.
- ۲) حداکثر لنگر پیشی طراحی در پیش سازگاری به لنگر ترک خوردگی محدود می‌شود.
- ۳) در شرایطی که لنگر طراحی کمتر از ۲۵٪ لنگر ترک خوردگی باشد نیازی به لحاظ کردن پیش نیست.
- ۴) در شرایطی که لنگر طراحی پیشی از لنگر ترک خوردگی کمتر باشد نیازی به آرماتور پیشی نیست.

گزینه ۴

۴۵- در شکل زیر پلان یک سازه بتن آرمه کاملاً متقارن که به صورت درجا اجرا می‌شود، نشان داده شده است. عرض و ارتفاع تیرهای تیپ B1 به ترتیب 500 و 600 میلی‌متر و رده بتن مصرفی C25 فرض می‌شود. تحلیل سازه نشان می‌دهد که به ازای یکی از ترکیبات بارگذاری ثقلی (با بارهای مرده و زنده یکنواخت روی کل سطح پلان)، لنگر خمشی نهایی منفی در تکیه‌گاه‌های تیرهای تیپ B2 برابر 90 kN.m و لنگر خمشی نهایی مثبت در وسط دهانه آنها برابر 175 kN.m است. چنانچه در نظر باشد تیرهای B1 برای کمترین پیش‌مکان طراحی شوند، لنگر خمشی نهایی مثبت تیرهای تیپ B1 به کدام یک از گزینه‌های زیر نزدیک‌تر خواهد بود؟ (از اثر ابعاد مقاطع در تحلیل مسئله صرف‌نظر نموده و نوع بتن معمولی فرض شود).



265 kN.m (۱)

235 kN.m (۲)

210 kN.m (۳)

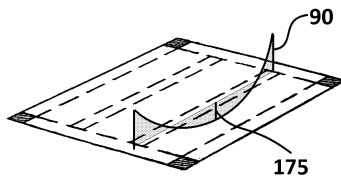
175 kN.m (۴)

گزینه؟ لنگر خمشی مثبت تیرهای B1 قابل محاسبه نیست.

احتمالاً منظور طراح سوال محاسبه لنگر خمشی مثبت تیرهای B2 بوده است. در این صورت حل مسئله به شرح زیر خواهد بود:

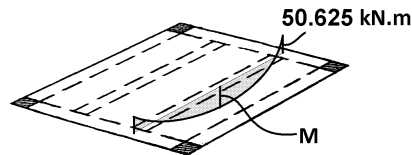
$$\phi T_{cr} = 0.75 \times 0.33 \sqrt{25} \times \left( \frac{(500 \times 600)^2}{2200} \right) = 50.625 \text{ kN.m}$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{qL^2}{8} = 90 + 175 \\ \frac{qL^2}{8} = 50.625 + M \end{array} \right\} M = 90 + 175 - 33.8 = 214.375 \text{ kN.m}$$



$$qL^2/8 = 90 + 175$$

قبل از کاهش لنگر



$$qL^2/8 = 50.625 + M$$

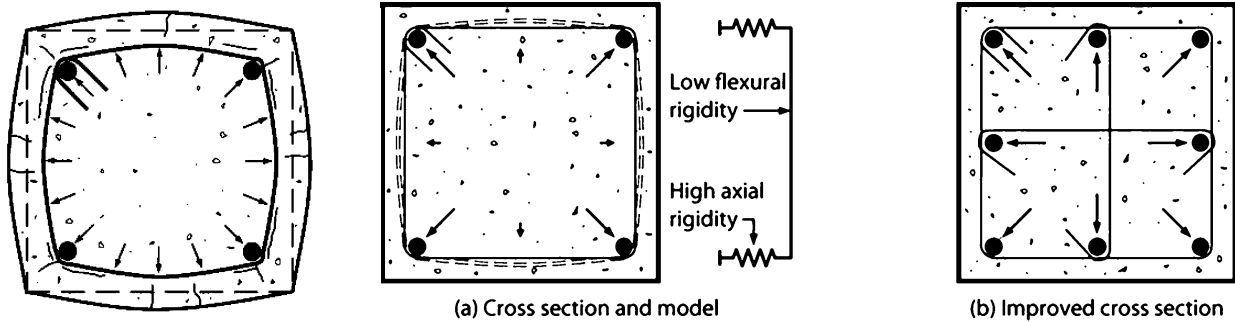
بعد از کاهش لنگر

22.7.3.2 In a statically indeterminate structure where  $T_u \geq \phi T_{cr}$  and a reduction of  $T_u$  can occur due to redistribution of internal forces after torsional cracking, it shall be permitted to reduce  $T_u$  to  $\phi T_{cr}$ , where the cracking torsion  $T_{cr}$  is calculated in accordance with 22.7.5.

در این فصل به بررسی ستونها کوتاه پرداخته می شود. منظور از کلمه "کوتاه" یعنی ستونهایی که لاغری آنها به حدی کم است که کماتش تاثیری بر رفتار آنها نداشته و خرابی آنها وابسته به کماتش نیست. اثر کماتش در فصل بعدی بررسی خواهد شد.

۹-۱- تاثیر محصور کردن بتن و میلگرد

وجود **تنگها** و **دورپیچ** ها موجب ایجاد محصوریت در بتن می شود. مقطع زیر مربوط به یک ستون تحت فشار است. با افزایش فشار کرنشهای جانبی موجب افزایش ابعاد مقطع ستون می شود. تنگها محیطی مانع افزایش ابعاد می شوند و یک فشار جانبی به بتن وارد می کنند

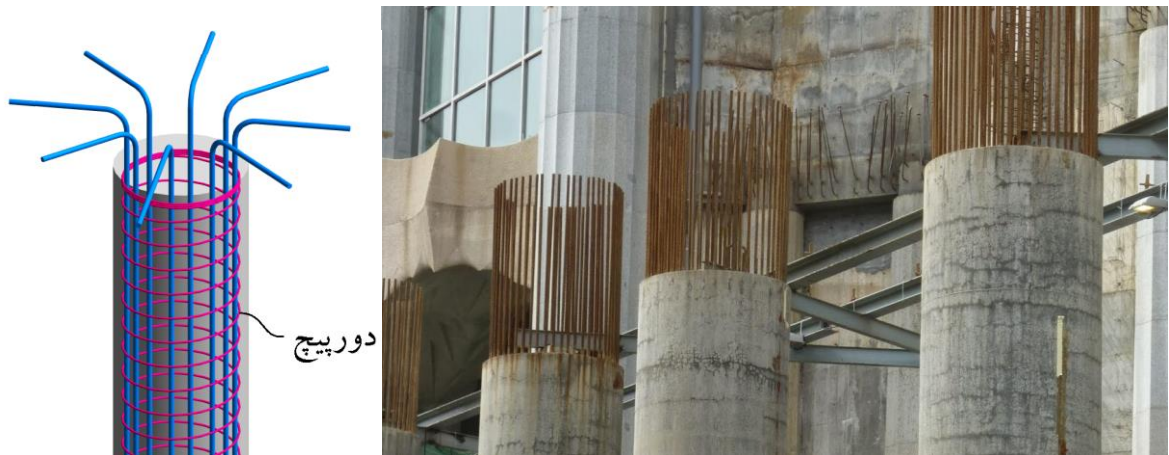


(a) Cross section and model

(b) Improved cross section

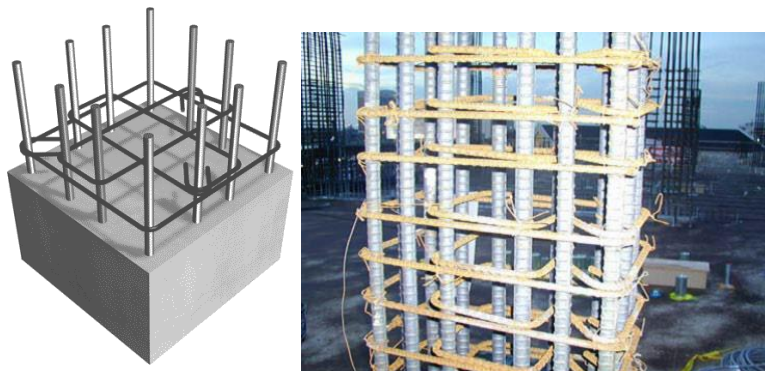
در شکل فوق تنگها تحت کشش قرار میگیرند و بتن هسته داخلی (بتن قرار گرفته در داخل تنگ) تحت فشار جانبی قرار دارد.

- در ستونهای دایروی عموماً از دورپیچ برای مهار میلگردهای طولی و محصور کردن بتن استفاده میشود.
- دورپیچ ها به صورت پیوسته و مارپیچ دور ستون در ارتفاع قرار میگیرند (مطابق شکل سمت چپ).

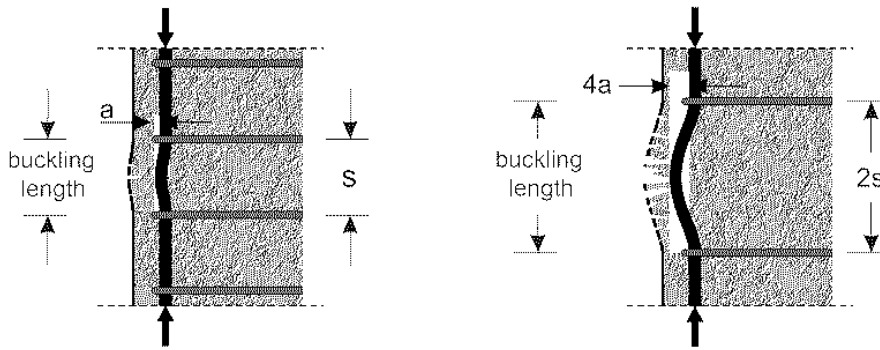


دورپیچ

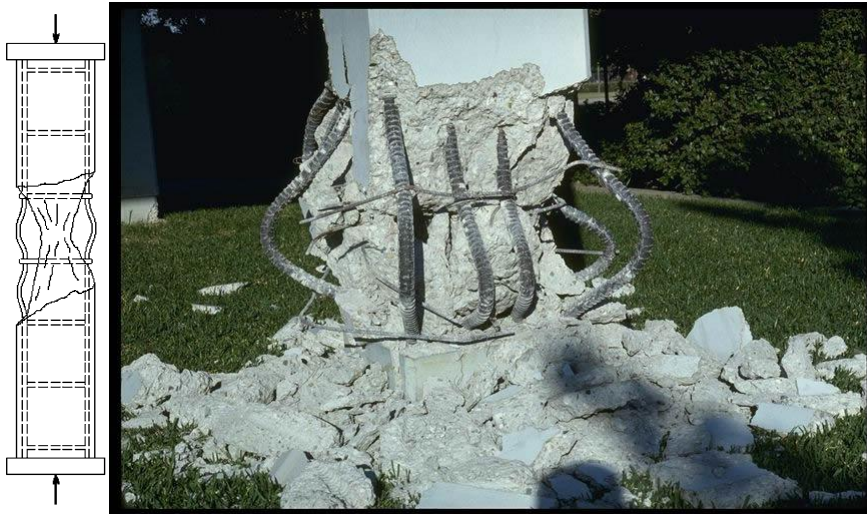
در ستونهای با مقطع مربع (یا مستطیلی) معمولاً مطابق شکل های زیر از تنگ با اضلاع مستقیم برای محصور کردن بتن و میلگرد طولی استفاده میشود.



تنگها علاوه بر ایجاد محصوریت برای بتن، مانع کمانش میلگردهای طولی نیز می شوند. فاصله تنگها (s در شکل) تاثیر قابل توجهی در جلوگیری از کمانش میلگردهای طولی دارد.

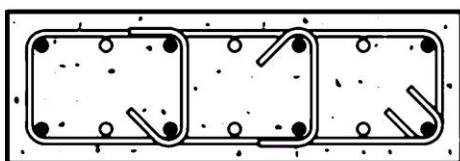


در شکل زیر از تنگهای ضعیف و با فواصل زیاد استفاده شده است:

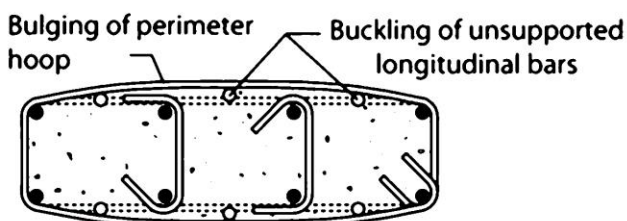


در شکل زیر فشار جانبی بتن تحت فشار موجب شکم دهی تنگها به سمت بیرون شده است. پس از شکم دهی تنگها، میلگردهای طولی نیز کمانش می کنند. میلگردهایی که به صورت دایره توپر ترسیم شده اند، توسط سنجاق و یا گوشه تنگها به صورت مستقیم مهار شده اند ولی میلگردهایی که با دایره توخالی نشان داده شده اند، به صورت مستقیم مهار نشده اند. احتمال کمانش میلگردهای بدون مهار بیشتر است.

- Restrained longitudinal bar
- Unrestrained longitudinal bar



(a) Undamaged cross section



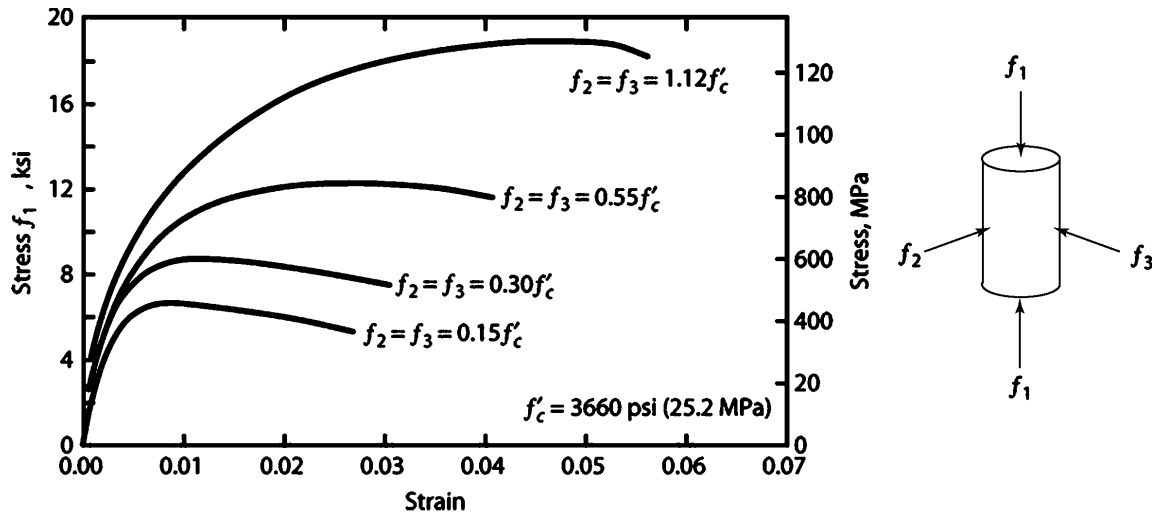
(b) Cross section after spalling and buckling of unrestrained bars



(c) Photograph of failed section

سوال: فشار جانبی وارد بر بتن چه تاثیری بر مقاومت و رفتار آن دارد؟

شکل زیر نمودار تنش- کرنش نمونه بتنی را نشان می دهد که در دو راستای جانبی (راستای ۲ و ۳) تحت فشار محصور کننده قرار دارد.



Richart et al. (1928) proposed that the axial strength of confined concrete could be represented by

$$f_{c1max} = f'_c + kf_3 \tag{3.11}$$

in which  $f_3$  is the smallest principal compressive stress (positive in compression). The test data show that the value of  $k$  is slightly higher for low confinement stress than for higher confinement stress. Richart et al. (1928) recommended a single value of  $k = 4.1$ . Subsequent comparisons with larger data sets demonstrate that Eq. (3.11) with  $k = 4.1$  adequately models the data trend over a large range of confinement stresses (Figure 3.15).

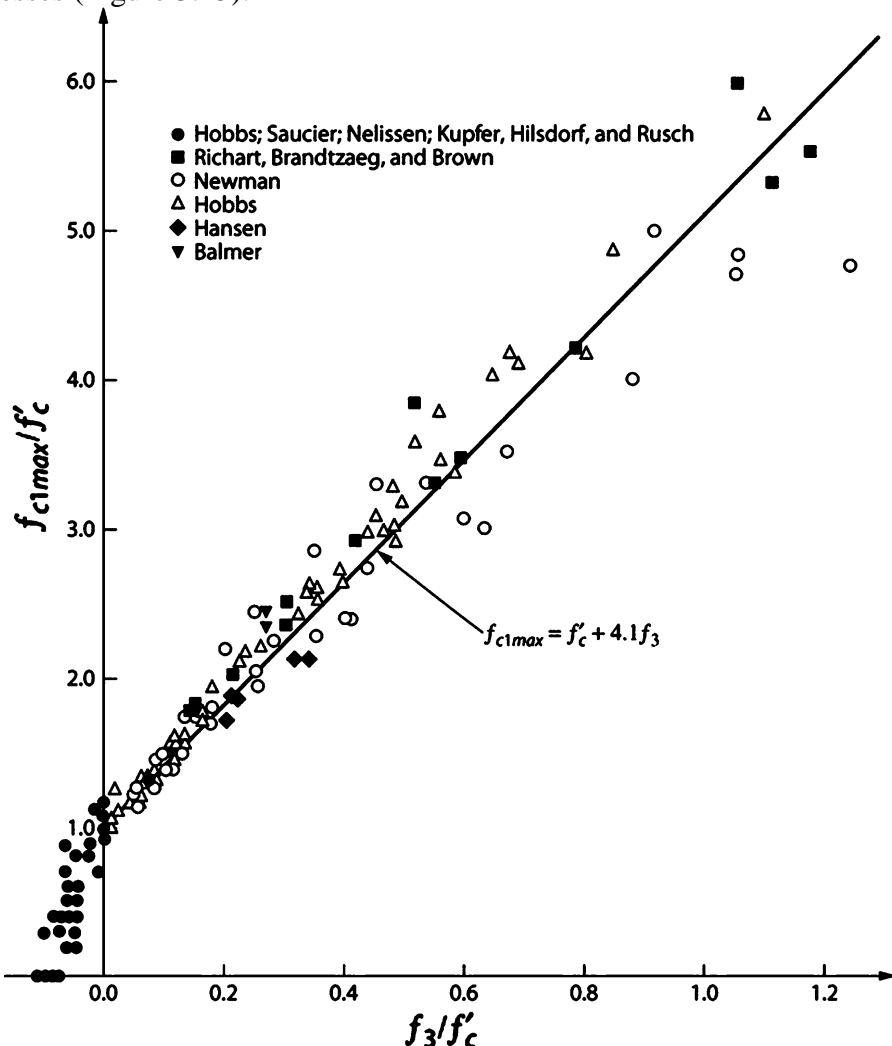


FIGURE 3.15 Comparison of measured confined concrete strength versus Eq. (3.11). (After Hobbs et al., 1977.)

نمودار فوق نشان میدهد می توان مقاومت بتن در راستای ۱ را با رابطه زیر تقریب زد:

$$\sigma_1 = f'_c + 4.1\sigma_3$$

شکل زیر نتایج آزمایش بر روی ستونی با آرایش مختلف تنگ را نشان می دهد.

محور افقی کرنش طولی ستونها را نشان می دهد.

شکل پذیری ستون A از همه نمونه بیشتر است.

نمونه P که یک ستون بدون میلگرد طولی و بدون تنگ می باشد، تحت کرنش 0.003 گسیخته شده است.

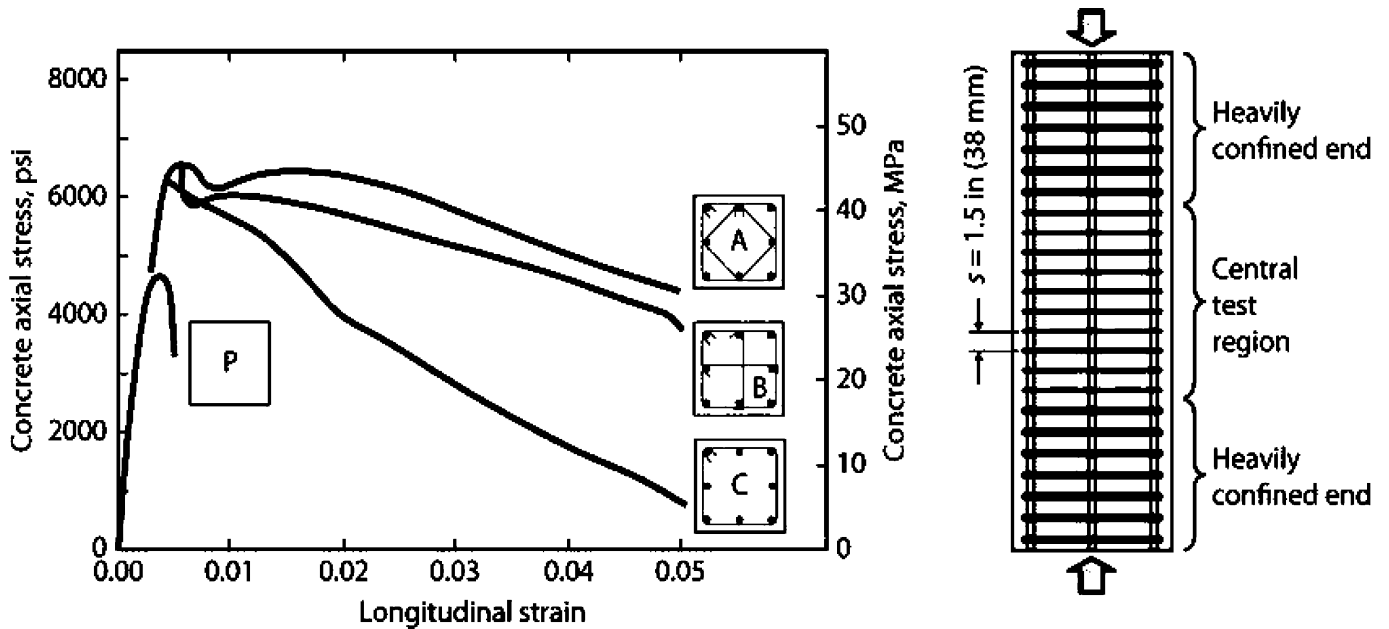


FIGURE 4.1 Stress–strain response of plain concrete (P) and three confined concrete cross sections. (After Moehle and Cavanagh, 1985, used with permission from ASCE.)

با توجه به اهمیت بالای آرماتورهای عرضی (تنگها) آیین نامه ضوابطی را برای آنها وضع کرده است. در بند زیر (مبحث نهم) ضوابط مهار میلگردهای طولی توسط تنگها قید شده است:

### ۹-۱۵ برش و پیچش

#### ۹-۱۵-۱۲ جزئیات تکمیلی آرماتورهای عرضی

۹-۱۵-۱۲-۵ در هر مقطع تعداد خاموتها باید طوری باشد که هریک از میلگردهای زیر در گوشه یک خاموت با زاویه داخلی حداکثر ۱۳۵ درجه قرار گیرد و به طور جانبی نگهداشته شود:

الف- هر میلگردی که در گوشه‌های عضو واقع شود

ب- هر میلگرد غیر گوشه‌ای به صورت حداکثر یک در میان

پ- هر میلگردی که فاصله آزاد آن تا میلگرد نگهداری شده مجاور بیشتر از ۱۵۰ میلی‌متر باشد.

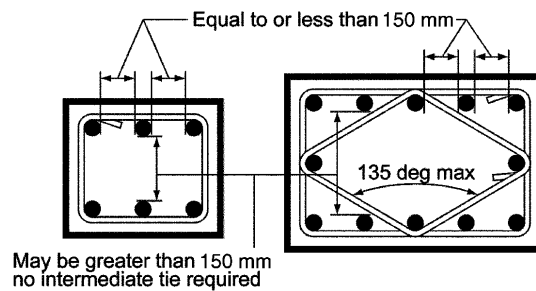
در مواردی که میلگردهای طولی روی محیط دایره قرار گیرند، می‌توان از خاموت‌های مدور استفاده کرد مشروط بر آنکه انتهای آنها به قلاب استاندارد ۱۳۵ درجه ختم شود یا به نحوی مناسب در بتن قسمت داخلی دایره مهار شود.

## 25.7—Transverse reinforcement

### 25.7.2 Ties

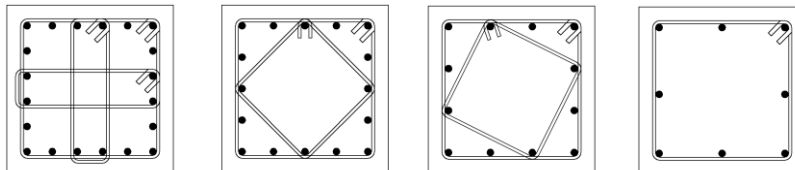
25.7.2.3 Rectilinear ties shall be arranged to satisfy (a) and (b):

- (a) Every corner and alternate longitudinal bar shall have lateral support provided by the corner of a tie with an included angle of not more than 135 degrees
- (b) No unsupported bar shall be farther than 150 mm clear on each side along the tie from a laterally supported bar



طبق بندهای فوق میلگردهای غیر گوشه باید به صورت حداکثر یک در میان مهار شوند.

در شکل های زیر میلگرد ها به صورت یک در میان مهار شده اند.





## محاسبات ۸۳- پایه ۲

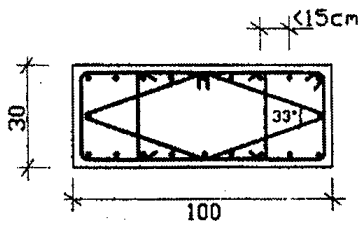
۳۳- در مقطع ستون بتن آرمه زیر، در صورتیکه فاصله آزاد ما بین آرماتورهای طولی کمتر از ۱۵ سانتیمتر باشد،

(۱) از نظر فاصله آرماتورهای طولی از همدیگر مشکل فنی وجود دارد.

(۲) از نظر نسبت ابعاد ستون مشکل فنی وجود دارد.

(۳) عرض ستون کمتر از حد مجاز می باشد.

(۴) از نظر تنگ گذاری مقطع ستون مشکل فنی وجود دارد.

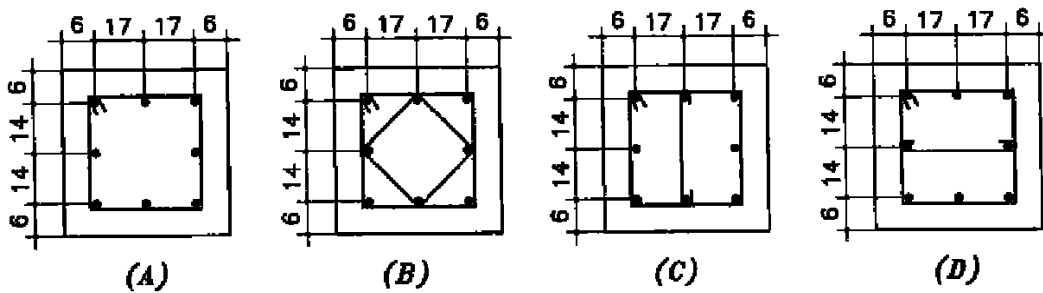


گزینه ۴ در شکل فوق میگرد میانی (که در ضلع بلندتر قرار گرفته) توسط یک لوزی بسته مهار شده است. زاویه این لوزی در وسط برابر 147 درجه می باشد که بیش از ۱۳۵ درجه بوده و توانایی کافی برای مهار میلگرد میانی را ندارد و قابل قبول نیست.

## محاسبات ۸۷

۴۱- برای ستون بتن آرمه واقع در یک ساختمان بتنی با شکل پذیری متوسط کدامیک از موارد زیر در

مورد خاموت گذاری صحیح است؟ (اعداد بر حسب سانتیمتر می باشد).



(۱) فقط گزینه B قابل استفاده است.

(۲) گزینه های A و B قابل استفاده هستند.

(۳) گزینه های B و C قابل استفاده هستند.

(۴) هر سه گزینه B و C و D قابل استفاده هستند.

گزینه ۳

• در شکل فوق باید فواصل خالص بین میلگردها نشان داده شود و طراح به اشتباه فاصله آکس تا آکس میلگردها را نشان دهد است.

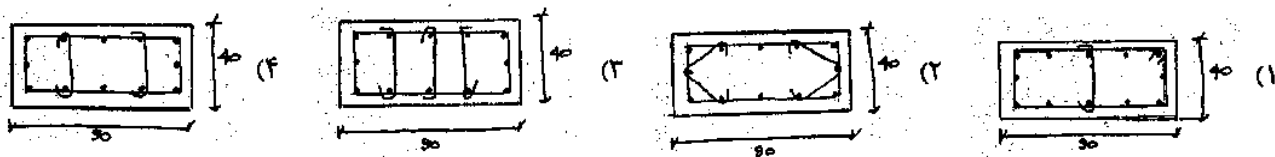
## نظارت - ۱۳۸۳

۴۵- در نقشه های یک ساختمان بتن مسلح که در شرایط اقلیمی متوسط ساخته می شود، ستون ها دارای مقطع ۴۰×۹۰ (س م) می باشند و

در آنها از  $\bar{\Phi} 28$  به عنوان آرماتورهای طولی و  $\bar{\Phi} 10$  برای آرماتورهای عرضی استفاده شده است. اگر در نقشه ها نحوه خاموت

گذاری با جزئیات کافی ارائه نشده باشد و دسترسی به مهندس محاسبه نیز نباشد. کدامیک از گزینه های توصیه شده ذیل را که با

شرایط آیین نامه آبا هم خوانی داشته باشد تأیید می کنید؟



گزینه ۳

فاصله خالص بین میلگردهای طولی بیش از 150 mm می باشد و بنابراین باید همگی مهار شوند.

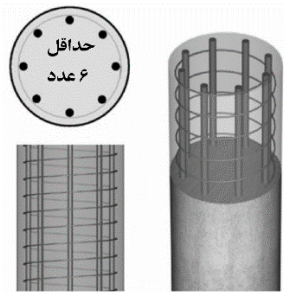


(a) Rectangular tied Column

### 10.7.3 Longitudinal reinforcement

10.7.3.1 For nonprestressed columns and for prestressed columns with average  $f_{pe} < 225$  psi, the minimum number of longitudinal bars shall be (a), (b), or (c):

- (a) Three within triangular ties
- (b) Four within rectangular or circular ties
- (c) Six enclosed by spirals or for columns of special moment frames enclosed by circular hoops



(b) Round spiral Column

۹-۳- مقایسه دورپیچ با تنگ بسته

به شکل توجه نمایید. در یکی از ستونها از تنگهای بسته مثلثی با فواصل 237 mm و در دیگری از آرماتور دورپیچ استفاده شده است.

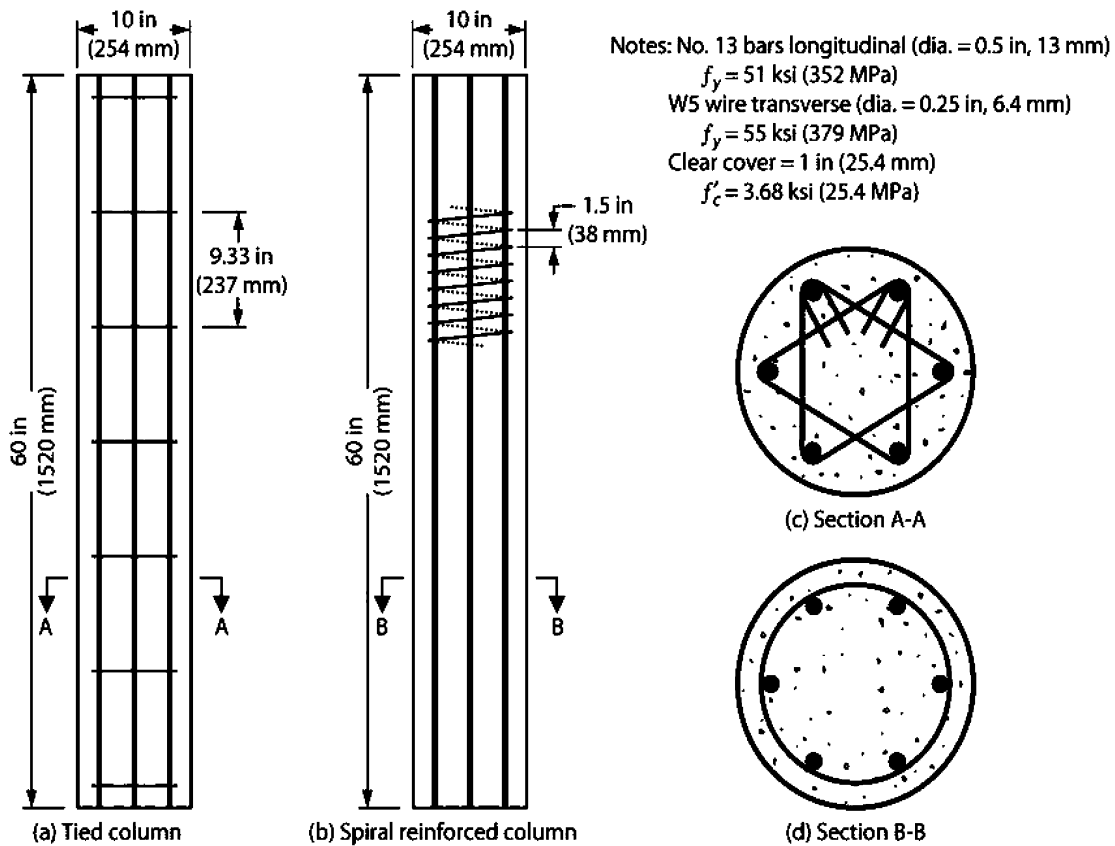


FIGURE 5.1 Two test columns. (After Gamble and Thomson, 1977, courtesy of the University of Illinois at Urbana-Champaign.)

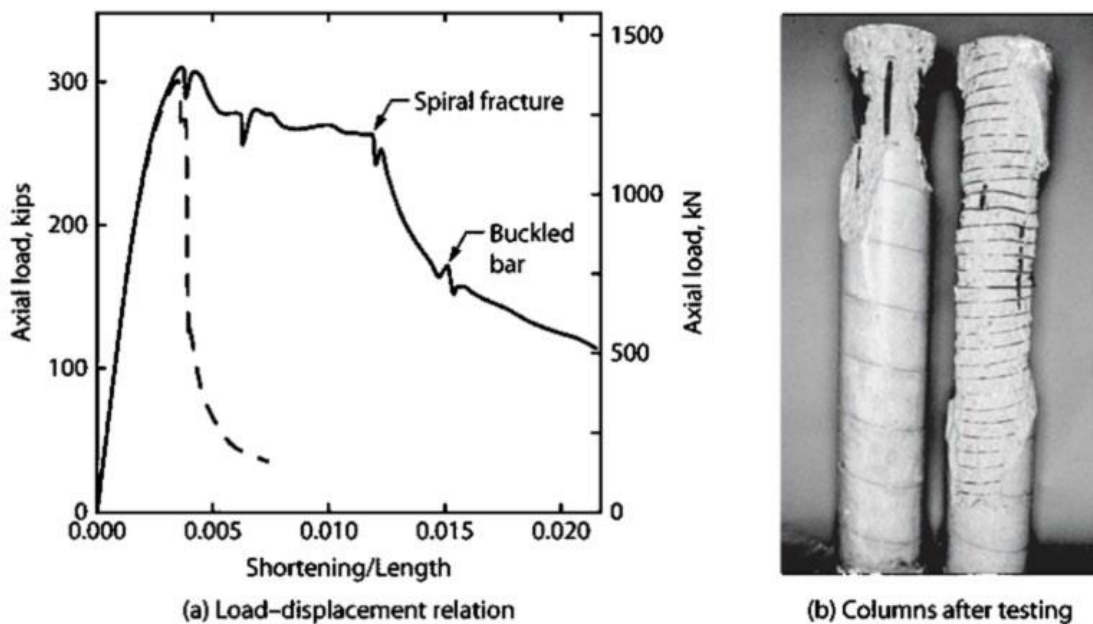


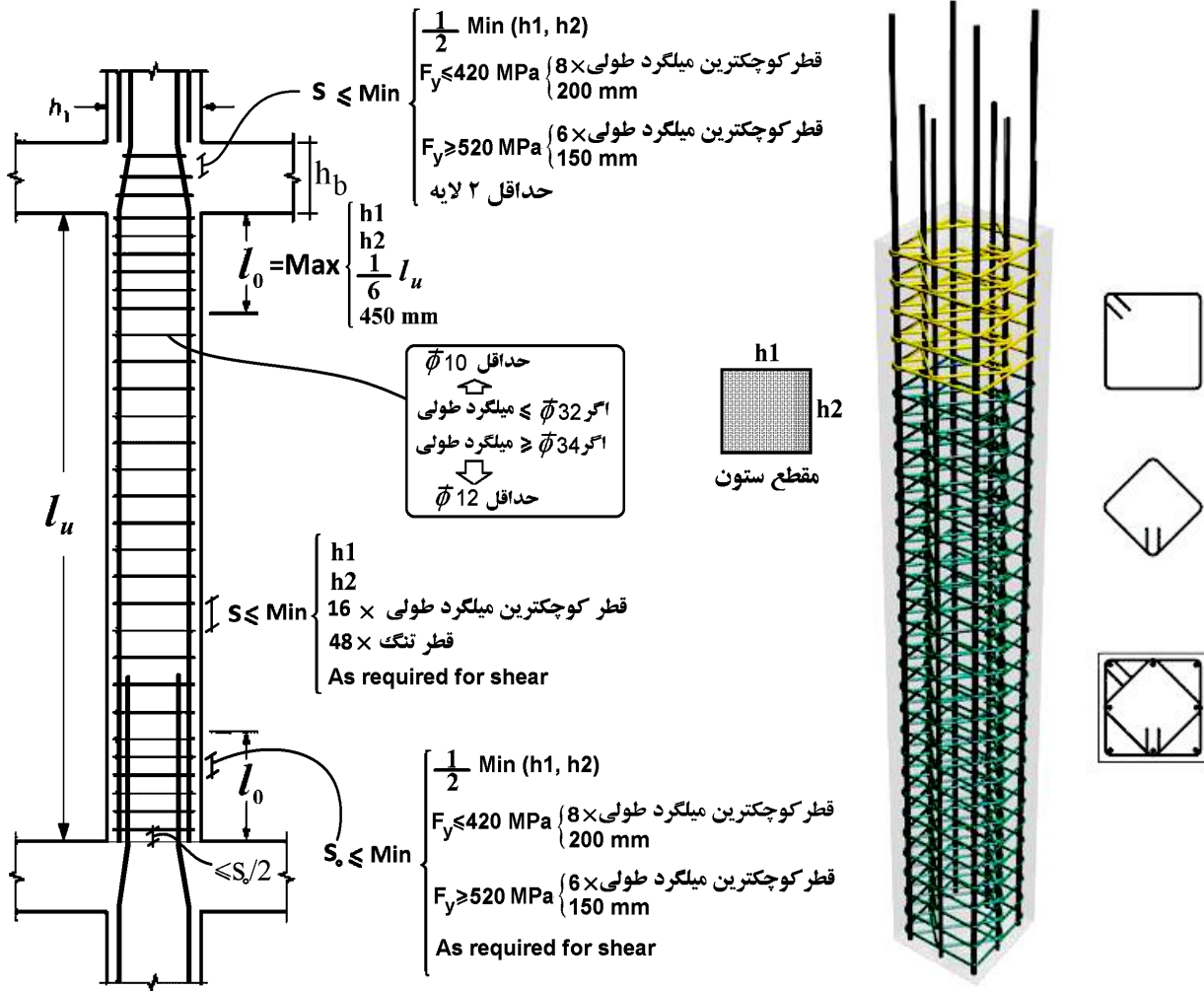
FIGURE 5.2 Behavior of test columns under concentric compression: (a) relation between total axial load and total column shortening; (b) photograph of columns after testing. (After Gamble and Thomson, 1977, courtesy of the University of Illinois at Urbana-Champaign.)

• در هر دو ستون مقاومت نهایی ستونها تقریبا یکسان است. منتها ستون با دورپیچ شکل پذیری بیشتری را دارد.

نکته: مراحل تخریب ستون با دورپیچ را به صورت زیر میتوان خلاصه کرد:

- ۱- تحت اثر بار محوری ابتدا پوسته تخریب می شود.
- ۲- افزایش تغییر شکل محوری در ستون در اثر افزایش بار محوری
- ۳- تسلیم دورپیچ ها و کاهش فشار جانبی آنها
- ۴- تخریب هسته

۹-۴- فواصل تنگ - ستونهای با شکل پذیری متوسط



**18.4—Intermediate moment frames****18.4.3 Columns**

**18.4.3.3** At both ends of the column, hoops shall be provided at spacing  $s_o$  over a length  $\ell_o$ , measured from the joint face. Spacing  $s_o$  shall not exceed the least of (a) through (c):

- (a) For Grade 60, the smaller of  $8d_b$  of the smallest longitudinal bar enclosed and 8 in.
- (b) For Grade 80, the smaller of  $6d_b$  of the smallest longitudinal bar enclosed and 6 in.
- (c) One-half of the smallest cross-sectional dimension of the column

Length  $\ell_o$  shall not be less than the longest of (d), (e), and (f):

- (d) One-sixth of the clear span of the column
- (e) Maximum cross-sectional dimension of the column
- (f) 450 mm

**18.4.3.4** The first hoop shall be located not more than  $s_o/2$  from the joint face.

**CHAPTER 25—REINFORCEMENT DETAILS****25.7—Transverse reinforcement****25.7.2 Ties**

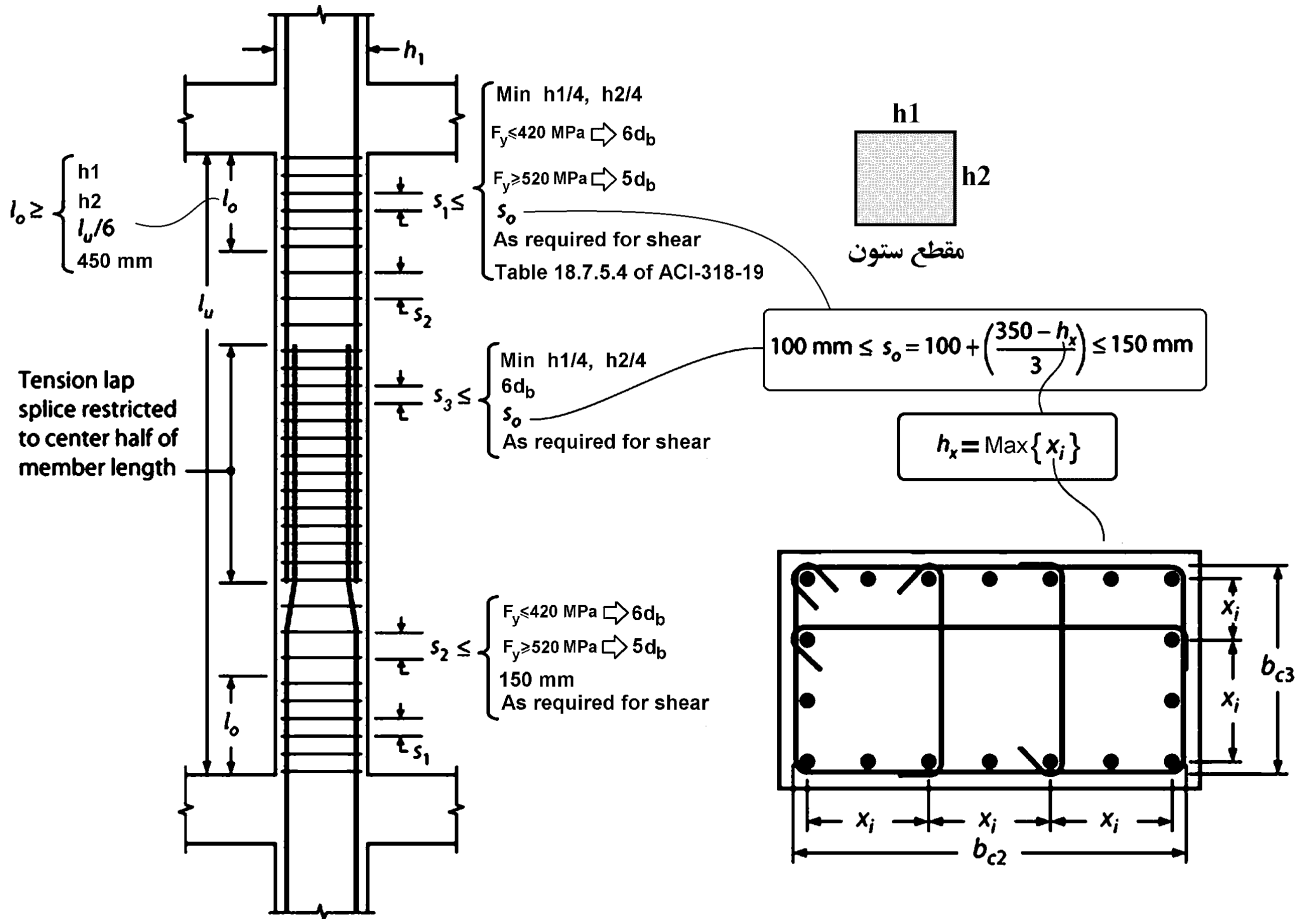
**25.7.2.1** Ties shall consist of a closed loop of deformed bar with spacing in accordance with (a) and (b):

- (a) Clear spacing of at least  $(4/3)d_{agg}$
- (b) Center-to-center spacing shall not exceed the least of  $16d_b$  of longitudinal bar,  $48d_b$  of tie bar, and smallest dimension of member

**25.7.2.2** Diameter of tie bar shall be at least (a) or (b):

- (a) No. 10 enclosing No. 32 or smaller longitudinal bars
- (b) No. 13 enclosing No. 36 or larger longitudinal bars or bundled longitudinal bars

۹-۵- ضوابط تنگ ها در ستونهای با شکل پذیری ویژه



ضوابط شکل فوق در بندهای زیر تشریح شده است:

**18.7—Columns of special moment frames****18.7—Columns of special moment frames****18.7.5 Transverse reinforcement**

**18.7.5.1** Transverse reinforcement required in 18.7.5.2 through 18.7.5.4 shall be provided over a length  $\ell_o$  from each joint face and on both sides of any section where flexural yielding is likely to occur as a result of lateral displacements beyond the elastic range of behavior. Length  $\ell_o$  shall be at least the greatest of (a) through (c):

- (a) The depth of the column at the joint face or at the section where flexural yielding is likely to occur
- (b) One-sixth of the clear span of the column
- (c) 450 mm

**18.7.5 Transverse reinforcement**

**18.7.5.3** Spacing of transverse reinforcement shall not exceed the smallest of (a) through (c):

- (a) One-fourth of the minimum column dimension
- (b) Six times the diameter of the smallest longitudinal bar
- (c)  $s_o$ , as calculated by:

$$s_o = 100 + \left( \frac{350 - h_x}{3} \right) \quad (18.7.5.3)$$

The value of  $s_o$  from Eq. (18.7.5.3) shall not exceed 150 mm and need not be taken less than 100 mm.

$h_x$  = maximum center-to-center spacing of longitudinal bars laterally supported by corners of crossties or hoop legs around the perimeter of the column, mm

**18.7.5.5** Beyond the length  $\ell_o$  given in 18.7.5.1, the column shall contain spiral or hoop reinforcement satisfying 25.7.2 through 25.7.4 with spacing  $s$  not exceeding the lesser of six times the diameter of the smallest longitudinal column bars and 150 mm, unless a greater amount of transverse reinforcement is required by 18.7.4.3 or 18.7.6.

**18.7.4.3** Mechanical splices shall conform to 18.2.7 and welded splices shall conform to 18.2.8. Lap splices shall be permitted only within the center half of the member length, shall be designed as tension lap splices, and shall be enclosed within transverse reinforcement in accordance with 18.7.5.2 and 18.7.5.3.

محاسبات ۹۲

۲- در یک ستون به ارتفاع آزاد 3.3 متر از قاب خمشی بتن مسلح ویژه با مقطع 400×600 میلی‌متر، حداقل طول ناحیه بحرانی در دو انتها، که باید میلگرد عرضی ویژه به کار رود، چقدر می‌باشد؟ فرض کنید ستون دارای بار محوری فشاری قابل ملاحظه است.

550 mm (۲)

450 mm (۱)

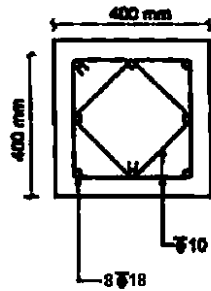
750 mm (۴)

600 mm (۳)

گزینه ۳

$$\ell_o = \text{Max} \left( \frac{3300}{6}, 600, 450 \right) = 600 \text{ mm}$$

۳۷- برای ستون با مقطع نشان داده شده حداکثر فاصله تنگها، برحسب میلی‌متر در خارج از ناحیه بحرانی به کدامیک از مقادیر زیر نزدیکتر است؟ فرض کنید ستون برای شکل‌پذیری زیاد طرح شده، پوشش روی تنگها برابر 50 mm و آرماتور از نوع S400 و بتن از رده C25 می‌باشد. (فرض نمائید نیروی برشی کنترل‌کننده طرح نمی‌باشد).



- ۱) 100
- ۲) 150
- ۳) 200
- ۴) 250

گزینه ۱

$$\text{Min}(6d_b, 150, \text{shear check}) = \text{Min}(6 \times 18, 150) = 108 \text{ mm}$$

۳۴- برای یک ستون بتنی با مقطع 500×500 میلی‌متر از 16Φ20 با توزیع یکنواخت در پیرامون مقطع ستون به عنوان آرماتور طولی و در سرتاسر طول ستون از تنگ‌هایی به قطر 8 میلی‌متر و به فاصله 80 میلی‌متر استفاده شده است. در صورتیکه در مراحل اجرا بنا به دلایلی قرار باشد از تنگ‌هایی به قطر 12 میلی‌متر برای این ستون استفاده شود، حداکثر فاصله لازم تنگها برای این ستون در نواحی بحرانی به کدامیک از گزینه‌های زیر نزدیکتر است؟ فرض کنید ستون برای شکل‌پذیری متوسط طراحی شده است.

- ۱) 160 میلی‌متر
- ۲) 100 میلی‌متر
- ۳) 140 میلی‌متر
- ۴) 120 میلی‌متر

گزینه ۱

حداکثر فواصل در ناحیه بحرانی ستون متوسط:

$$s < \text{Min}(8 \times d_b, 48 \times d_{tie}, 0.5 \times \text{بعد ستون}, 300, \text{shear check})$$

در مورد مقدار برش وارد بر ستون اطلاعات داده نشده است. اگر مقدار نیروی برشی وارد بر ستون معلوم باشد، بسته به مقدار نیروی برشی، محدود  $d/2$  و یا  $d/4$  نیز باید رعایت شود.

$$s < \text{Min}(8 \times 20, 48 \times 12, 0.5 \times 500, 300) = 160 \text{ mm}$$

همچنین حجم خاموت ( $\frac{A_v}{s}$ ) نباید کاهش یابد:

$$\frac{\pi \times 12^2}{s} \geq \frac{\pi \times 8^2}{80} \rightarrow S \leq 180 \text{ mm}$$



18.7.5.2 Transverse reinforcement shall be in accordance with (a) through (f):

(a) Transverse reinforcement shall comprise either single or overlapping spirals, circular hoops, or rectilinear hoops with or without crossties.

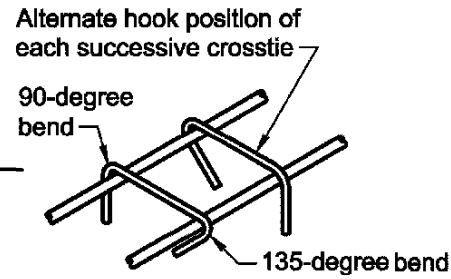
(b) Bends of rectilinear hoops and crossties shall engage peripheral longitudinal reinforcing bars.

(c) Crossties of the same or smaller bar size as the hoops shall be permitted, subject to the limitation of 25.7.2.2. Consecutive crossties shall be alternated end for end along the longitudinal reinforcement and around the perimeter of the cross section.

(d) Where rectilinear hoops or crossties are used, they shall provide lateral support to longitudinal reinforcement in accordance with 25.7.2.2 and 25.7.2.3.

(e) Reinforcement shall be arranged such that the spacing  $h_x$  of longitudinal bars laterally supported by the corner of a crosstie or hoop leg shall not exceed 350 mm around the perimeter of the column.

(f) Where  $P_u > 0.3A_g f'_c$  or  $f'_c > 70 \text{ MPa}$  in columns with rectilinear hoops, every longitudinal bar or bundle of bars around the perimeter of the column core shall have lateral support provided by the corner of a hoop or by a seismic hook, and the value of  $h_x$  shall not exceed 200 mm  $P_u$  shall be the largest value in compression consistent with factored load combinations including  $E$ .



25.3.4 Seismic hooks used to anchor stirrups, ties, hoops, and crossties shall be in accordance with (a) and (b):

(a) Minimum bend of 90 degrees for circular hoops and 135 degrees for all other hoops

(b) Hook shall engage longitudinal reinforcement and the extension shall project into the interior of the stirrup or hoop

در نواحی بحرانی ستونهای ویژه (ناحیه  $l_0$ )  
 اگر نیروی فشاری ستون زیاد باشد ( $P_u > 0.3A_g f'_c$ )  
 تمامی میلگردهای طولی ستون باید مهار جانبی داشته باشند.  
 اگر از سنجاق استفاده شود هر دو انتهای سنجاق باید ۱۳۵ درجه باشد (لرزه ای باشد)

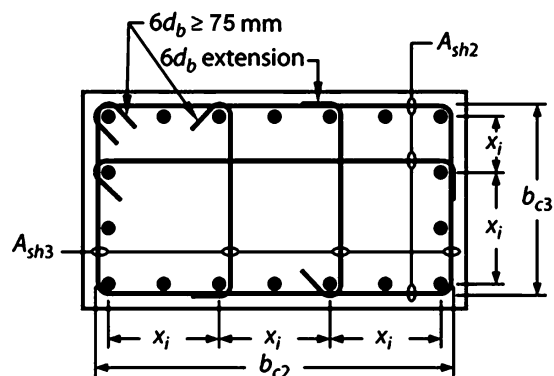
به شکل زیر توجه نمایید (بر گرفته از Moehle). شکلها مربوط به ناحیه بحرانی ستون ویژه می باشد.

در شکل سمت راست بار محوری ضریب دار ستون بیش از  $0.3A_g f'_c$  می باشد و به همین جهت تمامی میلگردهای طولی توسط میلگرد عرضی مهار شده اند. همچنین "هر دو" انتهای سنجاق ها دارای خم ۱۳۵ درجه هستند (seismic hook).

در شکل سمت چپ بار محوری ضریب دار ستون کمتر از  $0.3A_g f'_c$  می باشد و به همین جهت میلگردهای طولی یک در میان مهار شده اند. در این حالت یک انتهای سنجاق مهار کننده می تواند دارای خم ۹۰ درجه باشد و انتهای دیگر آن ۱۳۵ درجه باشد.

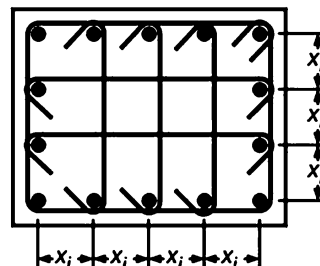
در این حالت محل خم ۱۳۵ درجه باید به صورت یک در میان در طول ستون عوض شود.

- Every corner and alternate longitudinal bar shall have lateral support, and no bar shall be farther than 150 mm clear from a laterally supported bar.
- Consecutive cross-ties around the perimeter and along the length have their 90° hooks on opposite sides of column.
- The dimension  $x_i$  from centerline to centerline of supported bars shall not exceed 350 mm.



(a)  $P_u < 0.3A_g f'_c$  and  $f'_c \leq 70$  MPa

- Every longitudinal bar around the perimeter of the column core shall have lateral support provided by the corner of a hoop or by a seismic hook.
- The dimension  $x_i$  from centerline to centerline of supported bars shall not exceed 200 mm.



(b)  $P_u \geq 0.3A_g f'_c$  or  $f'_c > 70$  MPa

**18.7—Columns of special moment frames**

**18.7.5 Transverse reinforcement**

18.7.5.4 Amount of transverse reinforcement shall be in accordance with Table 18.7.5.4.

The concrete strength factor  $k_f$  and confinement effectiveness factor  $k_n$  are calculated according to Eq. (18.7.5.4a) and (18.7.5.4b).

$$(a) \quad k_f = \frac{f'_c}{175} + 0.6 \geq 1.0 \quad (18.7.5.4a)$$

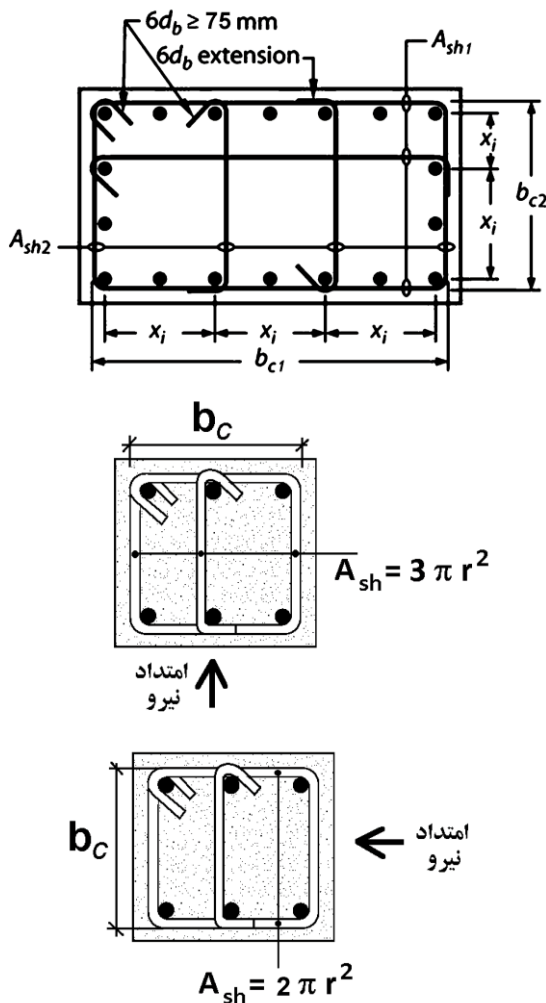
$$(b) \quad k_n = \frac{n_l}{n_l - 2} \quad (18.7.5.4b)$$

where  $n_l$  is the number of longitudinal bars or bar bundles around the perimeter of a column core with rectilinear hoops that are laterally supported by the corner of hoops or by seismic hooks.

**Table 18.7.5.4—Transverse reinforcement for columns of special moment frames**

Transverse reinforcement	Conditions	Applicable expressions	
$A_{sh}/sb_c$ for rectilinear hoop	$P_u \leq 0.3A_g f'_c$ and $f'_c \leq 70$ MPa	Greater of (a) and (b)	$0.3 \left( \frac{A_g}{A_{ch}} - 1 \right) \frac{f'_c}{f_{yt}}$ (a)
	$P_u > 0.3A_g f'_c$ or $f'_c > 70$ MPa	Greatest of (a), (b), and (c)	$0.09 \frac{f'_c}{f_{yt}}$ (b) $0.2k_f k_n \frac{P_u}{f_{yt} A_{ch}}$ (c)
$\rho_s$ for spiral or circular hoop	$P_u \leq 0.3A_g f'_c$ and $f'_c \leq 70$ MPa	Greater of (d) and (e)	$0.45 \left( \frac{A_g}{A_{ch}} - 1 \right) \frac{f'_c}{f_{yt}}$ (d)
	$P_u > 0.3A_g f'_c$ or $f'_c > 70$ MPa	Greatest of (d), (e), and (f)	$0.12 \frac{f'_c}{f_{yt}}$ (e) $0.35k_f \frac{P_u}{f_{yt} A_{ch}}$ (f)

18.7.5.5 Beyond the length  $\ell_o$  given in 18.7.5.1, the column shall contain spiral or hoop reinforcement satisfying 25.7.2 through 25.7.4 with spacing  $s$  not exceeding the lesser of six times the diameter of the smallest longitudinal column bars and 150 mm, unless a greater amount of transverse reinforcement is required by 18.7.4.3 or 18.7.6.

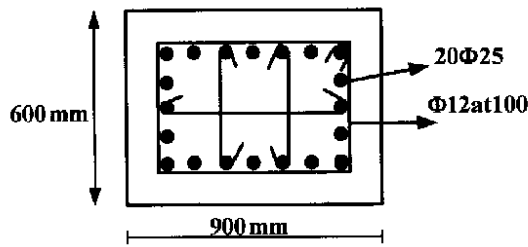


- $b_c$  = cross-sectional dimension of member core measured to the outside edges of the transverse reinforcement composing area  $A_{sh}$ , mm
- $A_{ch}$  = cross-sectional area of a member measured to the outside edges of transverse reinforcement, mm<sup>2</sup>

۴۰- ستونی با مقطع زیر، برای شکل پذیری زیاد طراحی شده است. سطح مقطع لازم تنگ‌های ویژه  $A_{sh}$  بر حسب  $\text{mm}^2$  کدام

است؟ (فاصله لبه خارجی ستون تا پشت تنگ‌ها  $۴۵\text{mm}$ ،  $f_c = ۲۰\text{MPa}$ ،  $f_y = ۴۰۰\text{MPa}$ )

- ۳۴۲ (۱)
- ۲۴۷ (۲)
- ۲۵۰ (۳)
- ۲۵۲ (۴)



با فرض اینکه نیروی محوری ستون کمتر از  $0.3A_g f'_c$  باشد:

$$\frac{A_{sh}}{(s \times b_c)} = \max \left\{ \begin{array}{l} 0.3 \times \left( \frac{A_g}{A_{ch}} - 1 \right) \frac{f'_c}{F_{yt}} \\ 0.09 \times \frac{f'_c}{F_{yt}} \end{array} \right\}$$

$$\frac{A_{sh}}{(100 \times 810)} = \max \left\{ \begin{array}{l} 0.3 \times \left( \frac{900 \times 600}{810 \times 510} - 1 \right) \frac{20}{400} = 0.004608 \\ 0.09 \times \frac{20}{400} = 45 \end{array} \right\} \rightarrow A_{sh} = 373 \text{ mm}^2$$

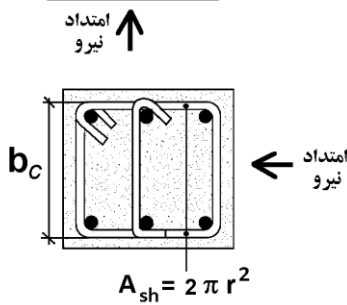
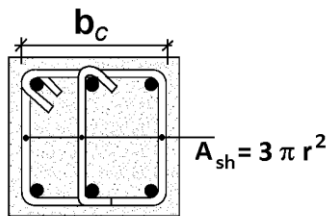
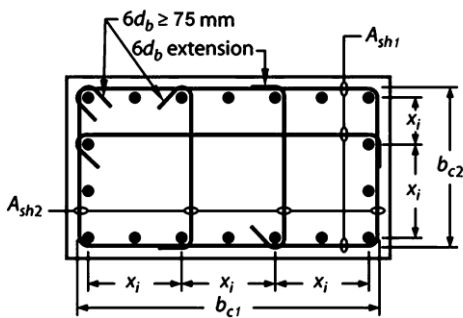


Table 18.75.4—Transverse reinforcement for columns of special moment frames

Transverse reinforcement	Conditions	Applicable expressions	
$A_{sh}/s b_c$ for rectilinear hoop	$P_u \leq 0.3A_g f'_c$ and $f'_c \leq 70 \text{ MPa}$	Greater of (a) and (b)	$0.3 \left( \frac{A_g}{A_{ch}} - 1 \right) \frac{f'_c}{f_{yt}}$ (a)
	$P_u > 0.3A_g f'_c$ or $f'_c > 70 \text{ MPa}$	Greatest of (a), (b), and (c)	$0.09 \frac{f'_c}{f_{yt}}$ (b) $0.2k_f k_n \frac{P_u}{f_{yt} A_{ch}}$ (c)

۲۰- در ستون‌های با مقطع  $60 \times 60 \text{ cm}$  در یک قاب خمشی با شکل‌پذیری زیاد، مقدار پوشش بتن برابر  $45 \text{ mm}$ ، قطر میلگردهای طولی  $20$  میلیمتر، قطر میلگردهای عرضی  $10$  میلیمتر، فاصله میلگردهای عرضی از یکدیگر  $100$  میلیمتر، بتن از رده  $C25$  و فولاد مصرفی از رده  $S400$  می‌باشد. چنانچه مقدار آرماتور عرضی مورد نیاز براساس تحلیل سازه برای ستون‌های این قاب برابر  $250$  میلیمتر مربع باشد، کدامیک از مقادیر زیر نزدیکترین مقدار به حداقل مقدار آرماتور عرضی ویژه لازم در ناحیه بحرانی ستون‌های مذکور می‌باشد؟

(۱)  $480$  میلیمتر مربع

(۲)  $360$  میلیمتر مربع

(۳)  $280$  میلیمتر مربع

(۴)  $250$  میلیمتر مربع

گزینه ۲

با فرض اینکه نیروی محوری ستون کمتر از  $0.3A_g f'_c$  باشد:

$$b_c = 600 - 2(45) = 510 \text{ mm}$$

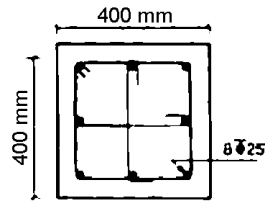
$$A_{ch} = (510)^2 \text{ mm}^2$$

$$\frac{A_{sh}}{(s \times b_c)} = \max \left\{ \begin{array}{l} 0.3 \times \left( \frac{A_g}{A_{ch}} - 1 \right) \frac{f'_c}{F_{yt}} \\ 0.09 \times \frac{f'_c}{F_{yt}} \end{array} \right\}$$

$$\frac{A_{sh}}{100 \times 510} = \max \left\{ \begin{array}{l} 0.3 \left( \frac{600^2}{510^2} - 1 \right) \left( \frac{25}{400} \right) = 0.0072 \\ 0.09 \times \frac{25}{400} = 0.005625 \end{array} \right\} \rightarrow A_{sh} = 367 \text{ mm}^2$$

۳۶- حداکثر فاصله تنگ‌های ویژه را در ناحیه بحرانی ستون با مقطع زیر که دارای  $8\Phi 25$  بوده و برای شکل‌پذیری زیاد طرح شده است تعیین کنید. قطر تنگ  $10\text{ mm}$ ، پوشش روی تنگ‌ها برابر  $40\text{ mm}$  میلگردها از نوع S400 و بتن از رده C25 فرض می‌شود.

(فرض کنید نیروی برشی کنترل‌کننده نمی‌باشد)



100 mm (۱)

50 mm (۲)

70 mm (۳)

80 mm (۴)

پاسخ: گزینه ۳

• محاسبه مقدار  $s_0$ :

$$x_i = \frac{(400 - 2(40 + 10 + 12.5))}{2} = 137.5\text{ mm} \rightarrow h_x = 137.5 \rightarrow s_0 = 100 + \frac{(350 - 137.5)}{3} = 170$$

مقدار  $s_0$  نباید بیش از  $150\text{ mm}$  باشد:

$$\rightarrow s_0 = 150\text{ mm}$$

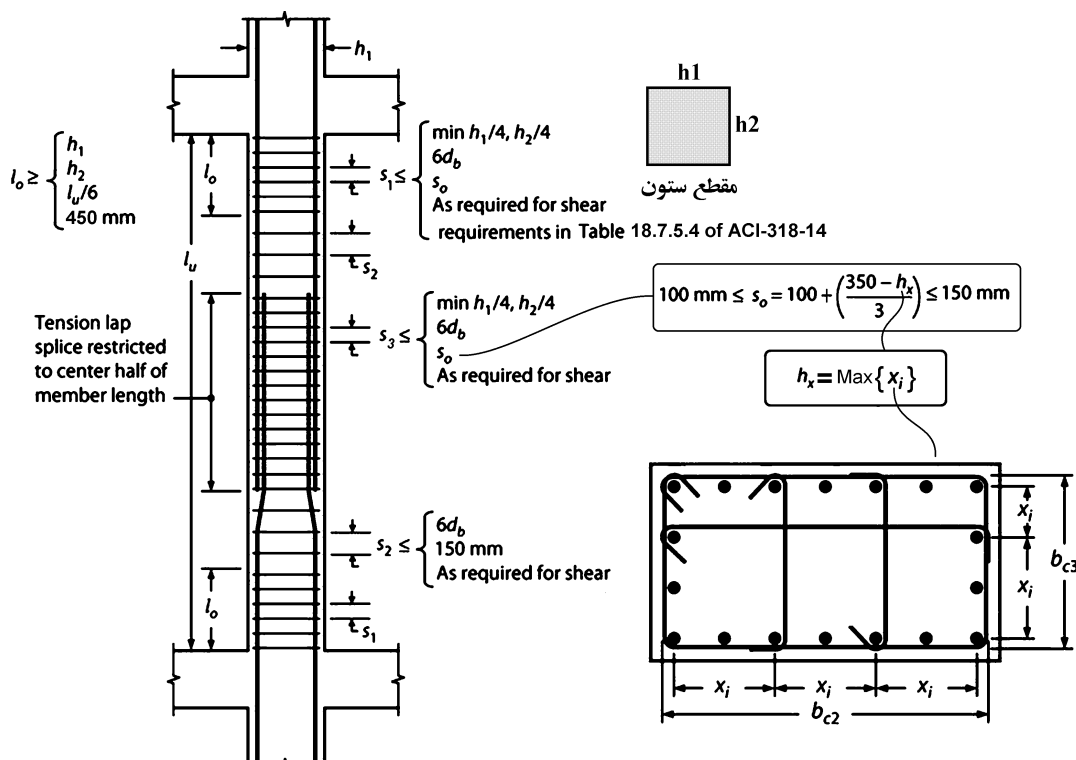
• کنترل و محاسبه حداقل فاصله بر اساس روابط Table 18.7.5.4:

$$\frac{3 \times \pi \times 5^2}{s \times 320} = \text{Max} \left\{ \begin{array}{l} 0.3 \left( \frac{400^2}{320^2} - 1 \right) \left( \frac{25}{400} \right) = 0.0105 \\ 0.09 \times \frac{25}{400} = 0.005625 \end{array} \right\} \rightarrow s < 70\text{ mm}$$

با توجه به شکل زیر فاصله تنگ‌ها در ناحیه بحرانی از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$s_1 \leq \text{Min} \left( \frac{\text{ستون بعد}}{4}, 6 \times d_b, s_0, \text{shear check, Table 18.7.5.4} \right)$$

$$s_1 \leq \text{Min}(100, 6 \times 25, 150, \text{shear check}, 70) = 70\text{ mm}$$



تذکر: ضوابط صفحه قبل مربوط به تنگها می باشد و هدف از آنها ایجاد محصوریت در ستون می باشد. علاوه بر ضوابط صفحه قبل ستون برای برش نیز باید کنترل شود. در تمام طول ستون، باید ضوابط برش نیز کنترل شود:

$$V_u \leq \phi(V_C + V_S)$$

که در آن  $V_C = 0.17\sqrt{f'_c} bd$  و  $V_S = \frac{A_v}{s} d \cdot F_y$  و  $\phi = 0.75$  است. همچنین بسته به میزان برش وارد بر مقطع فواصل زیر نیز باید کنترل شوند:

**18.4.3.5** Outside of length  $\ell_o$ , spacing of transverse reinforcement shall be in accordance with 10.7.6.5.2.

**10.7.6.5.2** Maximum spacing of shear reinforcement shall be in accordance with Table 10.7.6.5.2.

**Table 10.7.6.5.2—Maximum spacing of shear reinforcement**

$V_s$		Maximum $s$ , mm	
		Nonprestressed column	Prestressed column
$\leq 0.33\sqrt{f'_c}b_w d$	Lesser of:	$d/2$	$3h/4$
		600	
$> 0.33\sqrt{f'_c}b_w d$	Lesser of:	$d/4$	$3h/8$
		300	

## محاسبات-۹۱

۱۱- ارتفاع آزاد یک ستون  $40 \times 40 \text{ cm}$  بتنی قاب خمشی با شکل پذیری متوسط، برابر 6 متر و حداقل بار محوری نهایی آن  $N_u = 250 \text{ kN}$  است. حداکثر فاصله تنگ‌ها در نزدیک دو انتهای این ستون بر حسب میلیمتر چقدر می‌تواند باشد؟  
( قطر تنگ‌ها 8 میلیمتر، قطر میلگردهای اصلی ستون 20 میلیمتر و رده بتن C25 و پوشش بتن برابر 40 میلیمتر فرض شود.)

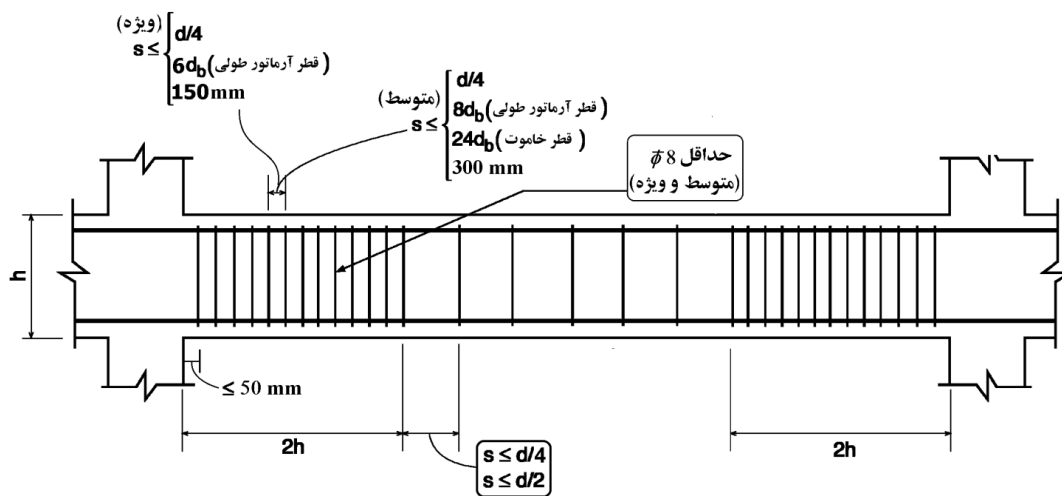
- 160 (۱)  
125 (۲)  
100 (۳)  
85 (۴)

گزینه ۴:

$$(N_u = 250 \text{ kN}) < 0.1f_c A_g = 0.1 \times 25 \times 400 \times 400 = 400000 \text{ N} = 400 \text{ kN}$$

با توجه به اینکه نیروی محوری وارد بر عضو کمتر از  $0.1f_c A_g$  می‌باشد، ناچیز بوده و فواصل آرماتورهای عرضی مربوط به تیرها باید رعایت شود:

$$s < \text{Min} \left\{ \frac{d}{4}, 8d_b, 24d_s, 300 \text{ mm} \right\} = \text{Min} \left\{ \frac{342}{4}, 8 \times 20, 24 \times 8, 300 \text{ mm} \right\} = 85.5 \text{ mm}$$



## محاسبات ۹۵

۳۵- در یک ساختمان بتنی درجا با شکل‌پذیری متوسط، در صورتی‌که نیروی محوری نهایی ستون‌های طبقه بام 12 درصد حاصل‌ضرب مقاومت فشاری مشخصه بتن در سطح مقطع کلی ستون باشد، حداکثر فاصله خاموت‌های بسته در طول ستون در نواحی بحرانی به کدامیک از مقادیر زیر نزدیک‌تر است؟ (فرض کنید برش نهایی عضو نیاز به آرماتور بیشتری را ایجاد نکند. بتن از رده C25 و فولاد از نوع S340 است. میلگردهای طولی  $\Phi 20$ ، خاموت‌ها  $\Phi 10$  و ابعاد ستون  $500 \times 500$  میلی‌متر و ارتفاع مؤثر مقطع 420 میلی‌متر)

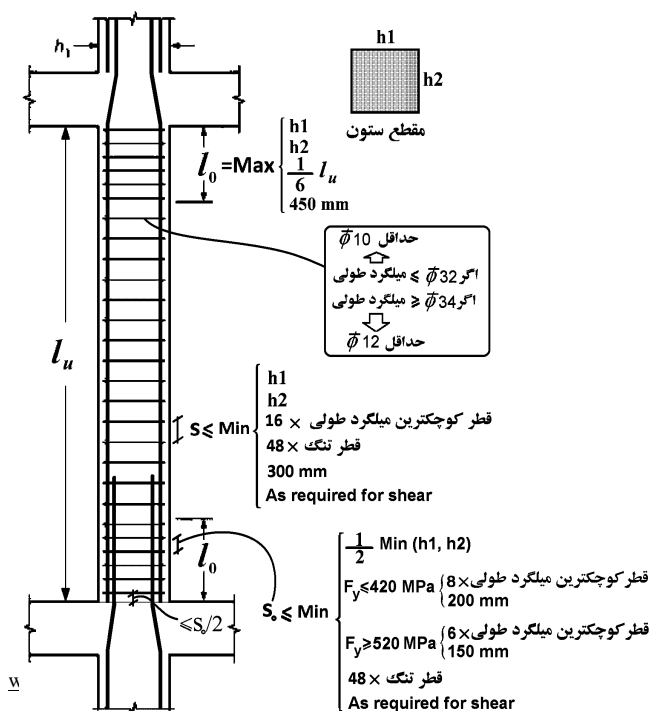
- 200 میلی‌متر (۱)  
80 میلی‌متر (۲)  
105 میلی‌متر (۳)  
160 میلی‌متر (۴)

گزینه ۴

از آنجا که نیروی وارد بر ستون  $0.12f_c A_g$  می‌باشد، این عضو "عضو فشاری" محسوب می‌شود و

حداکثر فواصل تنگ‌ها در ناحیه بحرانی برابر است با :

$$\text{Min}(8 \times 20, 24 \times 10, 0.5 \times 500, 300) = 160 \text{ mm}$$





مثال) یک ستون کوتاه تحت اثر بار محوری  $P_{dead} = 1000kN$  و  $P_{Live} = 400kN$  و  $P_E = 500 kN$  قرار دارد. ابعاد مقطع ستون  $500mm \times 500mm$  می باشد. آرماتورهای طولی  $A_s = 12\phi 25 = 5890mm^2$  می باشد. قطر تنگ ها را  $\phi 10$  فرض نمایید.

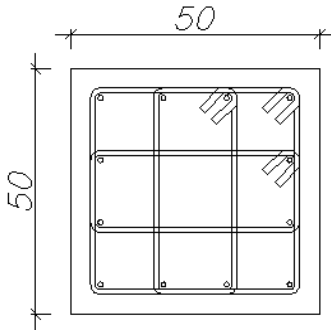
برش ضریب دار وارد بر مقطع ستون نیز برابر  $V_u = 300 KN$  می باشد.

$$f'_c = 25 MPa, F_y = 400MPa, F_{yt} = 300MPa$$

فواصل تنگها را در ناحیه بحرانی محاسبه نمایید (شکل پذیری ویژه)

$$\left. \begin{aligned} P_u &= 1.2P_D + P_L + P_E = 2100 kN \\ 0.3A_g f'_c &= 1875 kN \end{aligned} \right\} P_u > 0.3A_g f'_c$$

با توجه به کنترل فوق تمامی میلگردهای طولی نیاز به مهار جانبی توسط قلاب لرزه ای و یا گوشه تنگ بسته دارند:



$$h_x = \frac{500 - 80 - 20 - 25}{3} = 125 mm < (200 mm) OK.$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{C_1}{4} &= 125 mm \\ 6d_b &= 150 mm \\ S_0 &= 100 + \left( \frac{350 - 125}{3} \right) = 175 mm \rightarrow s_0 = 150 mm \end{aligned} \right\} S_{max} = 125 mm$$

$$K_f = \frac{25}{175} + 0.6 = 0.743 \rightarrow K_f = 1$$

$$K_n = \frac{12}{12 - 2} = 1.2$$

$$\left. \begin{aligned} 0.3 \left( \frac{A_g}{A_{ch}} - 1 \right) \frac{f'_c}{F_{yt}} &= 0.3 \left( \frac{500^2}{(500 - 80)^2} - 1 \right) \frac{25}{300} = 0.01043 \\ 0.09 \frac{f'_c}{F_{yt}} &= 0.0075 \\ 0.2K_f K_n \frac{P_u}{F_{yt} A_{ch}} &= 0.0095 \end{aligned} \right\} 0.0104$$

$$\frac{A_{sh} = 4 \times \pi \times 5^2 = 314.159 mm^2}{sb_c = s(500 - 80)} = \frac{0.748}{s} > 0.0104 \rightarrow s < 71 mm \rightarrow Use s = 70 mm$$

\* علاوه بر محاسبات فوق می بایست برش نیز کنترل گردد. با توجه به اینکه  $V_u = 300 KN$  خواهیم داشت:

$$V_u \leq \phi(V_c + V_s) \rightarrow 300 \times 10^3 \leq 0.75 \times (0.17\sqrt{25} \times 500 \times 437.5 + V_s) \rightarrow V_s = 214062.5 N = 214.06 KN$$

$$0.33\sqrt{25} \times 500 \times 437.5 = 353.64 KN > V_s = 214.06 KN \rightarrow S_{max} = \frac{d}{2} = 218.75 mm \rightarrow OK$$

مقدار  $s = 70 mm$  به لحاظ اجرایی مناسب نیست و بنابراین بهتر است طرح فوق تغییر کند. برای مثال به جای تنگ  $\phi 10$  از تنگ  $\phi 12$  استفاده شود.

مثال:

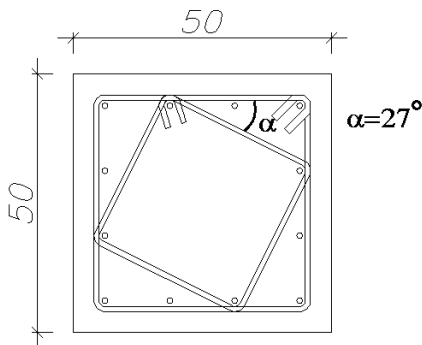
حداکثر بار محوری ضریب دار در یک ستون ویژه برابر  $P_u = 1500 \text{ kN}$  می باشد. ابعاد مقطع ستون  $500 \text{ mm} \times 500 \text{ mm}$  می باشد. آرماتورهای طولی  $A_s = 12\phi 25 = 5890 \text{ mm}^2$  می باشد. قطر خاموت ها را  $\phi 10$  فرض نمایید.

$$f'_c = 25 \text{ MPa}, \quad F_y = 400 \text{ MPa}, \quad F_{yt} = 300 \text{ MPa}$$

فواصل تنگها را در ناحیه بحرانی محاسبه نمایید.

$$\left. \begin{aligned} P_u &= 1500 \text{ kN} \\ 0.3A_g f'_c &= 1875 \text{ kN} \end{aligned} \right\} P_u < 0.3A_g f'_c$$

با توجه به کنترل فوق لازم نیست تمامی میلگردهای طولی توسط قلاب لرزه ای و یا گوشه تنگ بسته مهار شوند و مهار یک در میان آنها کافی است:



$$h_x = \frac{2}{3} (500 - 80 - 25 - 20) = 250 \text{ mm} < (350 \text{ mm}) \text{ OK.}$$

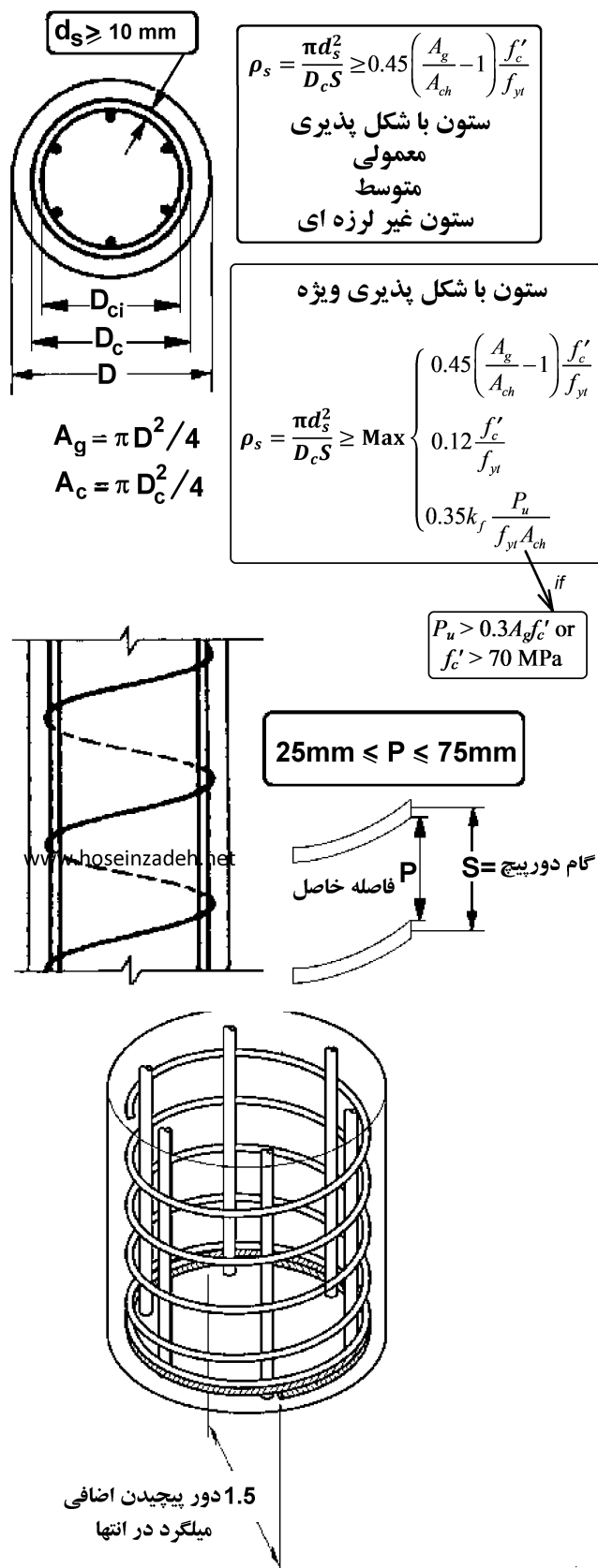
$$\left. \begin{aligned} \frac{C_1}{4} &= 125 \text{ mm} \\ 6d_b &= 150 \text{ mm} \\ S_0 &= 100 + \left( \frac{350 - 250}{3} \right) = 133 \text{ mm} \rightarrow s_0 = 133 \text{ mm} \end{aligned} \right\} S_{max} = 125 \text{ mm}$$

$$\left. \begin{aligned} 0.3 \left( \frac{A_g}{A_{ch}} - 1 \right) \frac{f'_c}{F_{yt}} &= 0.3 \left( \frac{500^2}{(500 - 80)^2} - 1 \right) \frac{25}{300} = 0.0104 \\ 0.09 \frac{25}{F_{yt}} &= 0.0075 \end{aligned} \right\} 0.0104$$

$$\frac{A_{sh} = \pi \times 5^2 (2 + \sin \alpha + \cos \alpha) = 262.6 \text{ mm}^2}{sb_c = s(500 - 80)} = \frac{0.62}{s} > 0.0104 \rightarrow s \leq 59 \text{ mm} \rightarrow \text{Use } s = 50 \text{ mm}$$

بنابراین در مقطع فوق باید فواصل آرماتورهای عرضی  $50 \text{ mm}$  انتخاب شود.

مقدار  $s=50 \text{ mm}$  به لحاظ اجرایی مناسب نیست و بنابراین بهتر است طرح فوق تغییر کند. برای مثال به جای تنگ  $\phi 10$  از تنگ  $\phi 12$  استفاده شود.



## 25.7—Transverse reinforcement

### 25.7.3 Spirals

25.7.3.1 Spirals shall consist of evenly spaced continuous bar or wire with clear spacing conforming to (a) and (b):

- (a) At least the greater of 25 mm and  $(4/3)d_{agg}$
- (b) Not greater than 75 mm

25.7.3.2 For cast-in-place construction, spiral bar or wire diameter shall be at least 9.5 mm.

25.7.3.3 Except for transverse reinforcement in deep foundations, the volumetric spiral reinforcement ratio  $\rho_s$  shall satisfy Eq. (25.7.3.3).

$$\rho_s \geq 0.45 \left( \frac{A_g}{A_{ch}} - 1 \right) \frac{f'_c}{f_{yt}} \quad (25.7.3.3)$$

where the value of  $f_{yt}$  shall not be taken greater than 700 MPa.

25.7.3.4 Spirals shall be anchored by 1-1/2 extra turns of spiral bar or wire at each end.

## 18.7—Columns of special moment frames

### 18.7.5 Transverse reinforcement

18.7.5.4 Amount of transverse reinforcement shall be in accordance with Table 18.7.5.4.

The concrete strength factor  $k_f$  and confinement effectiveness factor  $k_n$  are calculated according to Eq. (18.7.5.4a) and (18.7.5.4b).

$$(a) \quad k_f = \frac{f'_c}{175} + 0.6 \geq 1.0 \quad (18.7.5.4a)$$

$$(b) \quad k_n = \frac{n_1}{n_1 - 2} \quad (18.7.5.4b)$$

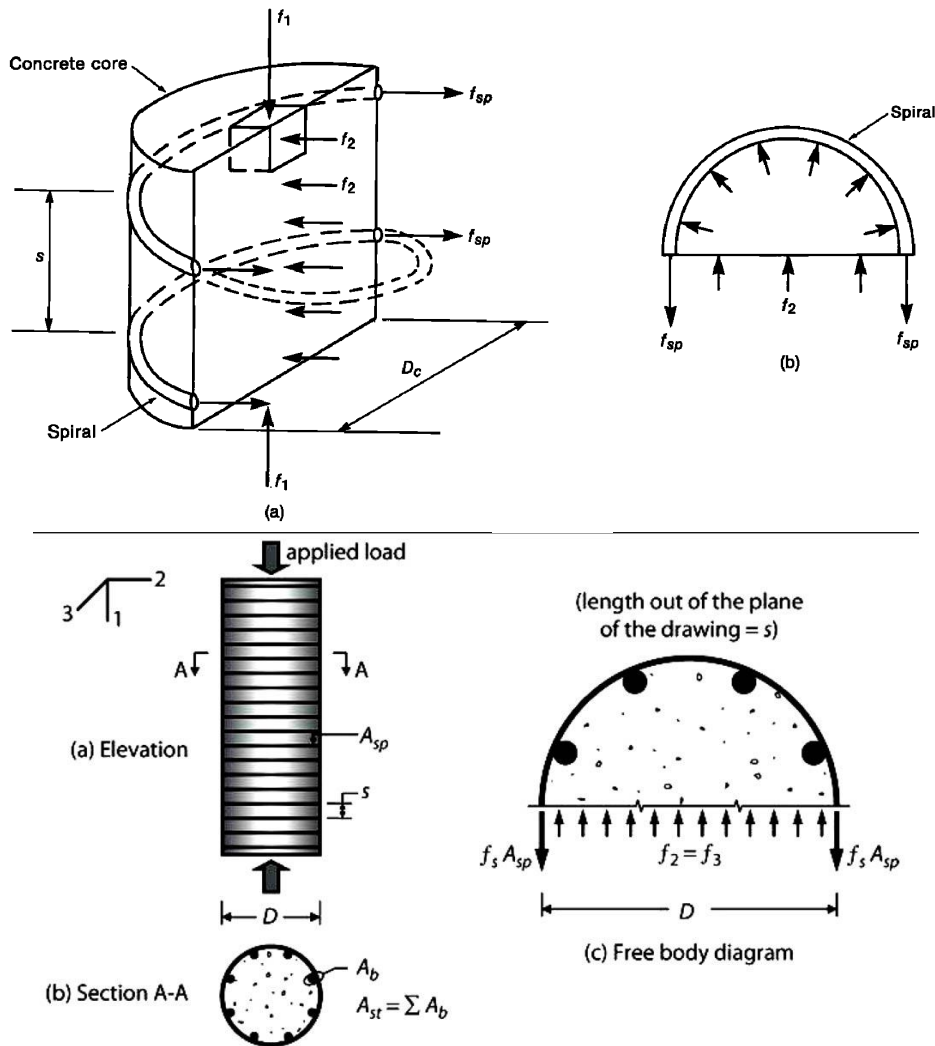
Table 18.7.5.4—Transverse reinforcement for columns of special moment frames

Transverse reinforcement	Conditions	Applicable expressions	
$\rho_s$ for spiral or circular hoop	$P_u \leq 0.3 A_g f'_c$ and $f'_c \leq 70 \text{ MPa}$	Greater of (d) and (e)	$0.45 \left( \frac{A_g}{A_{ch}} - 1 \right) \frac{f'_c}{f_{yt}}$ (d)
	$P_u > 0.3 A_g f'_c$ or $f'_c > 70 \text{ MPa}$	Greatest of (d), (e), and (f)	$0.12 \frac{f'_c}{f_{yt}}$ (e)
			$0.35 k_f \frac{P_u}{f_{yt} A_{ch}}$ (f)

$A_{sh}$  = total cross-sectional area of transverse reinforcement, including crossties, within spacing  $s$  and perpendicular to dimension  $b_c$ ,  $\text{mm}^2$

$\rho_s$  = ratio of volume of spiral reinforcement to total volume of core confined by the spiral, measured out-to-out of spirals

اثبات رابطه  $\rho_s < 0.45 \left( \frac{A_g}{A_c} - 1 \right) \frac{f'_c}{f_y}$



به شکل (c) توجه کنید. در اثر اعمال بار محوری فشاری به ستون، دورپیچ تحت تنش کششی  $f_s$  و بتن هسته تحت تنش فشاری  $f_2$  می باشد.

با توجه به تعادل نیروها می توان حداکثر تنش  $f_2$  وارد بر بتن را زمانی که دورپیچ به تسلیم می رسد ( $f_s = f_{yt}$ ) بدست آورد:

$$f_2 (\text{مساحت بتن}) = 2f_s (\text{مساحت دورپیچ}) \rightarrow f_2 \times DS = 2 \times f_{yt} \times A_{sp} \rightarrow f_2 = \frac{2f_{yt}A_{sp}}{DS}$$

در روابط فوق  $S$  فاصله (گام) دورپیچ می باشد. از طرفی نسبت حجم دورپیچ به حجم هسته برابر است با:

$$\rho_s = \frac{\text{حجم دورپیچ}}{\text{حجم هسته}} = \frac{\pi D_c A_{sp}}{\left(\frac{\pi D_c^2 s}{4}\right)} = \frac{4A_{sp}}{D_c \times s}$$

بنابراین میتوان نوشت:

$$\left. \begin{aligned} f_2 &= \frac{2f_{yt}A_{sp}}{D_c s} \\ \rho_s &= \frac{4A_{sp}}{D_c \times s} \end{aligned} \right\} f_2 = \frac{\rho_s f_{yt}}{2}$$

با ایجاد تنش مقاوم هسته چقدر خواهد بود؟ با توجه به رابطه زیر با افزایش  $f_2$  مقاومت فشاری ستون ( $f'_{cc}$ ) افزایش می یابد:

$$f'_{cc} = f'_c + 4.1f_2$$

اگر بخواهیم مقاومت هسته محصور شده، بیش از مقاومت ستون اولیه (بدون محصورشدگی) باشد، حجم دورپیچ چقدر باید باشد؟

$$A_g f'_c < A_c f'_{cc} \rightarrow A_g f'_c < A_c (f'_c + 4.1f_2) \rightarrow A_g f'_c < A_c \left( f'_c + 4.1 \frac{\rho_s f_y}{2} \right)$$

$$\frac{A_g}{A_c} f'_c - f'_c < 4.1 \frac{\rho_s f_y}{2} \quad \rightarrow \quad 0.48 \left( \frac{A_g}{A_c} - 1 \right) \frac{f'_c}{f_y} < \rho_s$$

رابطه فوق با کمی تقریب در ACI-318-19 به صورت  $0.45 \left( \frac{A_g}{A_c} - 1 \right) \frac{f'_c}{f_y} < \rho_s$  بیان شده است.

### محاسبات ۹۵

۲۵- ستونی دایره‌ای به قطر 500 میلی‌متر با آرماتور  $\Phi 10$  دورپیچ با گام 60 میلی‌متر (محور تا محور) مفروض است. در صورتی که پوشش بتن برابر 50 میلی‌متر باشد، نسبت حجمی آرماتور دورپیچ به حجم کل هسته به کدامیک از مقادیر زیر نزدیک‌تر است؟

- |           |           |
|-----------|-----------|
| 0.018 (۲) | 0.021 (۱) |
| 0.010 (۴) | 0.013 (۳) |

گزینه ۳

$$\rho = \frac{\pi D_c A_{sp}}{\left( \frac{\pi D_c^2 s}{4} \right)} = \frac{4 A_{sp}}{D_c \times s} = \frac{4\pi(5)^2}{(500 - 100)60} = 0.013$$

### محاسبات ۹۳

۷- در یک ستون با مقطع دایره‌ای به قطر 450 mm و پوشش بتن 45 mm حداکثر گام دورپیچ، بدون توجه به نیازهای محاسباتی، به کدامیک از مقادیر زیر نزدیکتر است؟ (قطر دورپیچ را 10 میلی‌متر فرض کنید)

- |            |           |
|------------|-----------|
| 55 mm (۲)  | 45 mm (۱) |
| 100 mm (۴) | 75 mm (۳) |

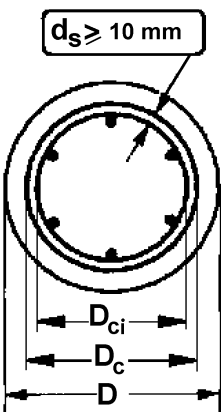
گزینه ۱

با فرض C25 برای بتن و S300 برای دورپیچ، گام دورپیچ باید چنان باشد که رابطه زیر تامین شود:

$$\left( \rho_s = \frac{\pi D_c A_{sp}}{\left( \frac{\pi D_c^2 s}{4} \right)} = \frac{4 A_{sp}}{D_c s} = \frac{4(\pi \times 5^2)}{(450 - 90)s} = \frac{0.872}{s} \right) > \left( 0.45 \left( \frac{A_g}{A_{ch}} - 1 \right) \frac{f'_c}{f_{yt}} = 0.45 \left( \frac{\pi(450)^2}{\pi(450 - 90)^2} - 1 \right) \frac{25}{300} = 0.021 \right)$$

$$s < 41 \text{ mm}$$

همچنین گام دورپیچ باید کمتر از  $85 \text{ mm} = (75 + 10)$  باشد.



$$A_g = \pi D^2 / 4$$

$$A_c = \pi D_c^2 / 4$$

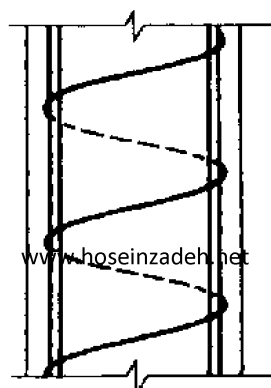
$$\rho_s = \frac{\pi d_s^2}{D_c s} \geq 0.45 \left( \frac{A_g}{A_{ch}} - 1 \right) \frac{f'_c}{f_{yt}}$$

ستون با شکل پذیری معمولی و متوسط + ستون غیر لرزه ای

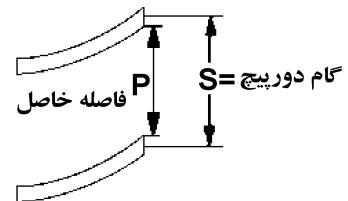
ستون با شکل پذیری ویژه

$$\rho_s = \frac{\pi d_s^2}{D_c s} \geq \text{Max} \left\{ \begin{array}{l} 0.45 \left( \frac{A_g}{A_{ch}} - 1 \right) \frac{f'_c}{f_{yt}} \\ 0.12 \frac{f'_c}{f_{yt}} \\ 0.35 k_f \frac{P_u}{f_{yt} A_{ch}} \end{array} \right.$$

if  $P_u > 0.3 A_g f'_c$  or  $f'_c > 70 \text{ MPa}$



$$25 \text{ mm} \leq P \leq 75 \text{ mm}$$



## محاسبات ۹۳

۳۳- ستونی با مقطع دایره و قطر خارجی 400 میلی‌متر در یک قاب خمشی با شکل‌پذیری متوسط مفروض است. پوشش بتن برابر 50 میلی‌متر، آرماتور طولی  $6\Phi 25$ ، آرماتور دورپیچ از  $\Phi 10$  و رده بتن C25 می‌باشند. حداقل نسبت حجمی آرماتور دورپیچ لازم به حجم کل هسته به کدامیک از مقادیر زیر نزدیکتر است؟ نوع فولاد آرماتور طولی S400 و نوع فولاد دورپیچ S340 می‌باشد.

$$(f_{yd} = \Phi_s f_y, f_{cd} = \Phi_c f_c, \Phi_c = 0.65)$$

0.024 (۴)                      0.022 (۳)                      0.028 (۲)                      0.026 (۱)

$$\rho_s > 0.45 \left( \frac{A_g}{A_{ch}} - 1 \right) \frac{f'_c}{f_{yt}} = 0.45 \left( \frac{\pi \times 200^2}{\pi \times (200 - 50)^2} - 1 \right) \frac{25}{340} = 0.0257$$

## محاسبات ۹۴

۲۲- یک ستون بتنی درجا ریز با مقطع دایره‌ای با قطر  $D = 500 \text{ mm}$  مفروض است. در صورتی‌که پوشش بتن از روی آرماتور دورپیچ برابر 50 mm، نوع بتن C30 و نوع فولاد مصرفی S340 باشد، حداقل نسبت حجمی آرماتور دورپیچ لازم به حجم کل هسته به کدامیک از مقادیر زیر نزدیک‌تر است؟

0.030 (۴)                      0.023 (۳)                      0.015 (۲)                      0.012 (۱)

گزینه ۳

$$\rho = 0.45 \left( \frac{A_g}{A_c} - 1 \right) \frac{f_c}{f_{yt}} = 0.45 \left( \frac{500^2}{400^2} - 1 \right) \frac{30}{340} = 0.0223$$

## محاسبات ۹۷

۴۴- در یک ستون به مقطع دایره و به قطر 350 میلی‌متر، در صورتی‌که از دورپیچ استفاده شده و ضخامت پوشش بتنی روی میلگردهای طولی 25 میلی‌متر فرض شود، حداکثر مجاز گام دورپیچ چقدر است؟

(۱) 100 میلی‌متر                      (۲) 75 میلی‌متر  
(۳) 25 میلی‌متر                      (۴) 50 میلی‌متر

گزینه ۲

گام دورپیچ باید چنان باشد که رابطه زیر تامین شود:

$$\left( \rho_s = \frac{\pi D_c A_{sp}}{\frac{\pi D_c^2 s}{4}} = \frac{4 A_{sp}}{D_c s} \right) > 0.45 \left( \frac{A_g}{A_{ch}} - 1 \right) \frac{f'_c}{f_{yt}}$$

در صورت سوال تنش تسلیم دورپیچ، تنش مقاوم فشاری بتن و نیز قطر دورپیچ داده نشده و کنترل رابطه فوق امکان پذیر نیست. و تنها باید حداکثر گام را منظور کنیم. گام دورپیچ باید کمتر از (قطر میلگرد + 75) باشد.

مثال: یک ستون کوتاه با مقطع دایره تحت اثر بار محوری  $P_{dead} = 1000kN$  و  $P_{Live} = 800kN$  و  $P_E = 500 kN$  قرار دارد.

قطر ستون 600mm می باشد.

آرماتورهای طولی  $A_s = 12\phi 25 = 5890mm^2$  می باشد.

قطر آرماتور دورپیچ را  $\phi 10$  فرض نمایید.

$$f'_c = 25 MPa, F_y = 400MPa, F_{yt} = 300MPa$$

فواصل دورپیچ ها را در دو حالت شکل پذیری متوسط و ویژه محاسبه نمایید.

متوسط:

طبق بند 27.5.3.1 فاصله خالص دورپیچ ها باید بین 25mm تا 75mm منظور شود. با توجه به اینکه قطر دورپیچ 10mm می باشد، محدوده مجاز گام دورپیچ بین 35mm تا 85mm می باشد.

حجم دورپیچ برابر است با:

$$\rho_s = \frac{\pi D_c A_{sp}}{\left(\frac{\pi D_c^2 s}{4}\right)} = \frac{4 A_{sp}}{D_c \times s} = \frac{4(\pi \times 5^2)}{(600 - 80)s} = \frac{0.6038}{s}$$

$$\rho = 0.45 \left(\frac{A_g}{A_{ch}} - 1\right) \frac{f'_c}{f_{yt}} = 0.45 \left(\frac{\pi \times (300)^2}{\pi \times (300 - 40)^2} - 1\right) \frac{25}{300} = 0.0124$$

$$\left. \begin{array}{l} \rho_s > \rho \rightarrow s < 48.69 \text{ mm} \\ \rho = 0.0124 \end{array} \right\}$$

ویژه:

$$P_u = 1.2P_D + P_L + P_E = 2500 \text{ kN} \left. \begin{array}{l} P_u > 0.3A_g f'_c \\ 0.3A_g f'_c = 2120.6 \text{ kN} \end{array} \right\}$$

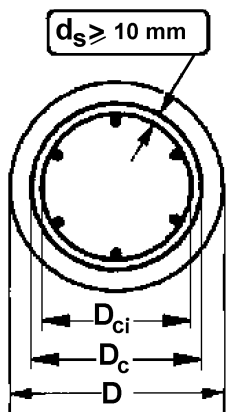
$$K_f = \frac{25}{175} + 0.6 = 0.743 \rightarrow K_f = 1$$

$$\rho_1 = 0.45 \left(\frac{\pi \times (300)^2}{\pi \times (300 - 40)^2} - 1\right) \frac{25}{300} = 0.0124$$

$$\rho_2 = 0.12 \frac{25}{300} = 0.01$$

$$K_f = \frac{25}{175} + 0.6 = 0.743 \rightarrow K_f = 1 \rightarrow \rho_3 = 0.35 \times 1 \times \frac{2500000}{300 \times \pi \times (300 - 40)^2} = 0.0137$$

$$\rho_s \geq \rho \rightarrow \frac{0.6038}{S} \geq 0.0137 \rightarrow S \leq 44.07 \text{ mm}$$



$$A_g = \pi D^2 / 4$$

$$A_c = \pi D_c^2 / 4$$

$$\rho_s = \frac{\pi d_s^2}{D_c S} \geq 0.45 \left(\frac{A_g}{A_{ch}} - 1\right) \frac{f'_c}{f_{yt}}$$

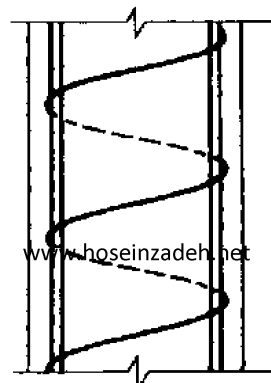
ستون با شکل پذیری معمولی و متوسط + ستون غیر لرزه ای

ستون با شکل پذیری ویژه

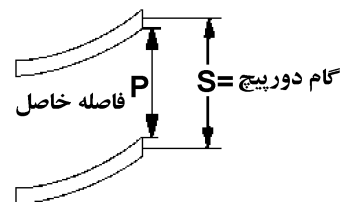
$$\rho_s = \frac{\pi d_s^2}{D_c S} \geq \text{Max} \left\{ \begin{array}{l} 0.45 \left(\frac{A_g}{A_{ch}} - 1\right) \frac{f'_c}{f_{yt}} \\ 0.12 \frac{f'_c}{f_{yt}} \\ 0.35 k_f \frac{P_u}{f_{yt} A_{ch}} \end{array} \right.$$

if

$$P_u > 0.3A_g f'_c \text{ or } f'_c > 70 \text{ MPa}$$



$$25\text{mm} \leq P \leq 75\text{mm}$$



۱۱۷- در یک ستون با مقطع دایره به قطر ۷۰۰ میلی‌متر و پوشش بتنی روی میلگردها به میزان ۵۰ میلی‌متر اثر نوع

فولاد عرضی تنگ ساده یا دورپیچ بر روی شکل‌پذیری چیست و حداکثر گام دورپیچ چه میزان باید باشد؟

(۱) دورپیچ نسبت به تنگ ساده شکل‌پذیری بیشتر ایجاد می‌کند و حداکثر گام دورپیچی ۱۰۰ میلی‌متر

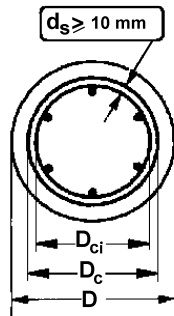
(۲) تنگ ساده نسبت به دورپیچ شکل‌پذیری بیشتر ایجاد می‌کند و حداکثر گام دورپیچی ۱۰۰ میلی‌متر

(۳) دورپیچ نسبت به تنگ ساده شکل‌پذیری بیشتر ایجاد می‌کند و حداکثر گام دورپیچی ۱۵۰ میلی‌متر

(۴) تنگ ساده نسبت به دورپیچ شکل‌پذیری بیشتر ایجاد می‌کند و حداکثر گام دورپیچی ۱۵۰ میلی‌متر

گزینه ؟

دورپیچ شکل‌پذیری بیشتری نسبت به تنگ ساده دارد. حداکثر فاصله دورپیچ با توجه به شکل زیر برابر  $75 + d_b$  می‌باشد.



$$A_g = \pi D^2 / 4$$

$$A_c = \pi D_c^2 / 4$$

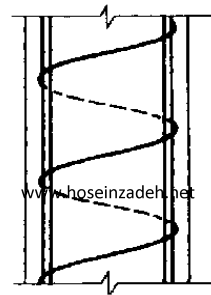
$$\rho_s = \frac{\pi d_s^2}{D_c S} \geq 0.45 \left( \frac{A_g}{A_{ch}} - 1 \right) \frac{f'_c}{f_{yt}}$$

ستون با شکل‌پذیری معمولی و متوسط  
+ ستون غیر لرزه‌ای

ستون با شکل‌پذیری ویژه

$$\rho_s = \frac{\pi d_s^2}{D_c S} \geq \text{Max} \begin{cases} 0.45 \left( \frac{A_g}{A_{ch}} - 1 \right) \frac{f'_c}{f_{yt}} \\ 0.12 \frac{f'_c}{f_{yt}} \\ 0.35 k_f \frac{P_u}{f_{yt} A_{ch}} \end{cases}$$

if  $P_u > 0.3 A_g f'_c$  or  $f'_c > 70 \text{ MPa}$



$$25\text{mm} \leq P \leq 75\text{mm}$$

گام دورپیچ = S  
فاصله حاصل = P

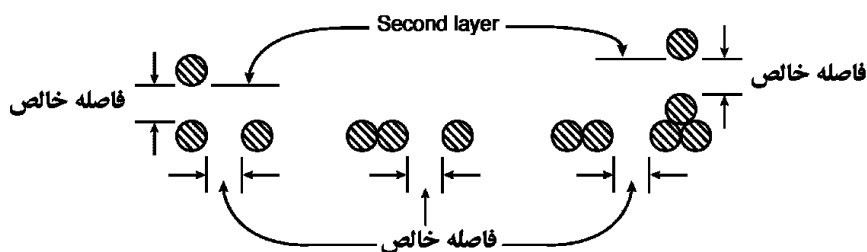


**25.2—Minimum spacing of reinforcement**

**25.2.1** For parallel nonprestressed reinforcement in a horizontal layer, clear spacing shall be at least the greatest of 1 in.,  $d_b$ , and  $(4/3)d_{agg}$ .

**25.2.2** For parallel nonprestressed reinforcement placed in two or more horizontal layers, reinforcement in the upper layers shall be placed directly above reinforcement in the bottom layer with a clear spacing between layers of at least 1 in.

**25.2.3** For longitudinal reinforcement in columns, pedestals, struts, and boundary elements in walls, clear spacing between bars shall be at least the greatest of 1.5 in.,  $1.5d_b$ , and  $(4/3)d_{agg}$ .

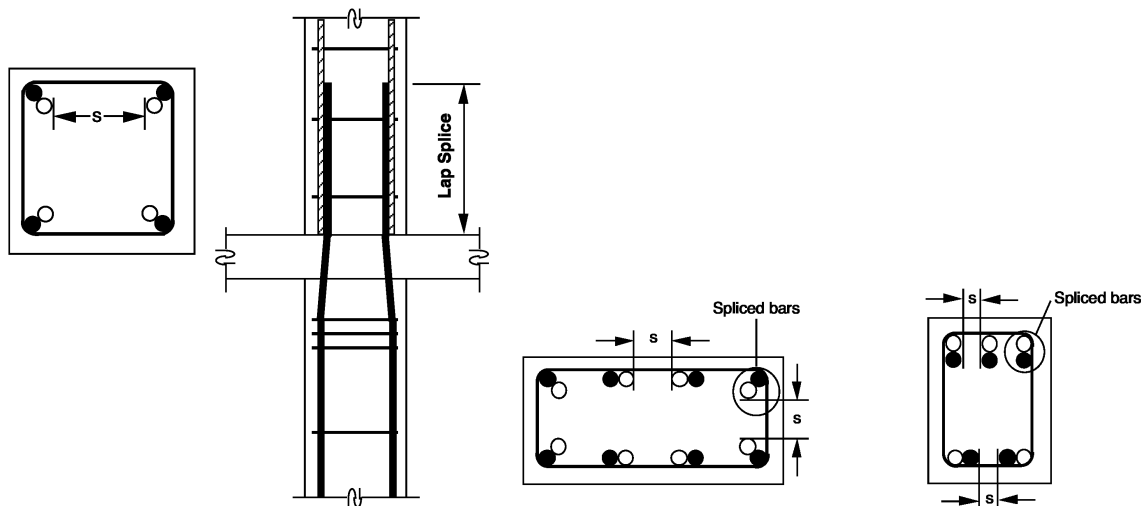


حداقل فاصله خالص	اعضای خمشی	Max ( $d_b$ , 25mm )
	اعضای فشاری	Max ( $1.5 d_b$ , 40 mm )

ضوابط مبحث نهم (ویرایش ۹۲) در رابطه با حداقل و حداکثر فاصله میلگردها:

۹-۱۴-۱۱-۱-۴ در اعضای فشاری با خاموت‌های بسته یا دورپیچ، فاصله آزاد بین هر دو میلگرد طولی نباید از  $1/5$  برابر قطر بزرگترین میلگرد و نه از ۴۰ میلی‌متر، کمتر باشد.  
 ۹-۱۴-۱۱-۱-۶ محدودیت‌های فاصله آزاد بین میلگردها باید در مورد فاصله آزاد وصله‌های پوششی با وصله‌ها یا میلگردهای مجاور نیز رعایت شوند.

نکته مهم: ضوابط فوق در محل وصله نیز باید رعایت شود. به شکل زیر توجه کنید:



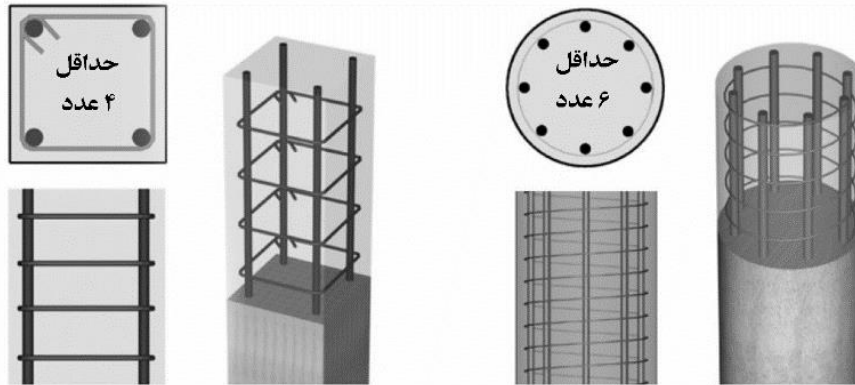
## ۹-۱۴-۹ محدودیت‌های آرماتورها در قطعات فشاری (ستون‌ها)

۹-۱۴-۹-۲ حدافل تعداد میلگردهای طولی در قطعات فشاری به شرح زیر است:

الف- میلگردهای داخل تنگ‌های مدور یا مستطیلی، چهار عدد

ب- میلگردهای داخل تنگ‌های مثلثی، سه عدد

پ- میلگردهای داخل دورپیچ، شش عدد، مطابق بند ۹-۱۴-۹-۳.



(a) Rectangular tied Column

(b) Round spiral Column

## 10.7.3 Longitudinal reinforcement

10.7.3.1 For nonprestressed columns and for prestressed columns with average  $f_{pe} < 225$  psi, the minimum number of longitudinal bars shall be (a), (b), or (c):

- (a) Three within triangular ties
- (b) Four within rectangular or circular ties
- (c) Six enclosed by spirals or for columns of special moment frames enclosed by circular hoops

## ۹-۹- محدودیت حداقل و حداکثر درصد میلگرد طولی در اعضای فشاری

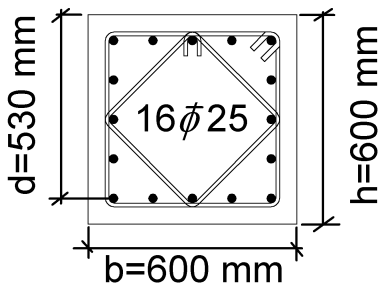
در تمامی ستونها درصد میلگرد طولی حداقل ۱٪ و حداکثر ۸٪ می باشد:

## CHAPTER 10—COLUMNS

## 10.6—Reinforcement limits

## 10.6.1 Minimum and maximum longitudinal reinforcement

10.6.1.1 For nonprestressed columns and for prestressed columns with average  $f_{pe} < 1.6 \text{ MPa}$ , area of longitudinal reinforcement shall be at least  $0.01A_g$  but shall not exceed  $0.08A_g$ .



$$0.01 < \rho = \frac{A_s}{bh} = \frac{16 \times \left(\frac{\pi \times 25^2}{4}\right)}{600 \times 600} = 0.022 < 0.08$$

R10.6.1.1 Limits are provided for both the minimum and maximum longitudinal reinforcement ratios.

Minimum reinforcement—Reinforcement is necessary to provide resistance to bending, which may exist regardless of analytical results, and to reduce the effects of creep and shrinkage of the concrete under sustained compressive stresses. Creep and shrinkage tend to transfer load from the concrete to the reinforcement, and the resultant increase in reinforcement stress becomes greater as the reinforcement ratio decreases. Therefore, a minimum limit is placed on the reinforcement ratio to prevent reinforcement from yielding under sustained service loads (Richart 1933).

Maximum reinforcement—The amount of longitudinal reinforcement is limited to ensure that concrete can be effectively consolidated around the bars and to ensure that columns designed according to the Code are similar to the test specimens by which the Code was calibrated. The 0.08 limit applies at all sections, including splice regions, and can also be considered a practical maximum for longitudinal reinforcement in terms of economy and requirements for placing. Longitudinal reinforcement in columns should usually not exceed 4 percent if the column bars are required to be lap spliced, as the lap splice zone will have twice as much reinforcement if all lap splices occur at the same location.

نکته مهم: در ستونهای قابهای خمشی ویژه حداکثر میلگرد طولی ستون به ۰.۰۶ محدود می شود:

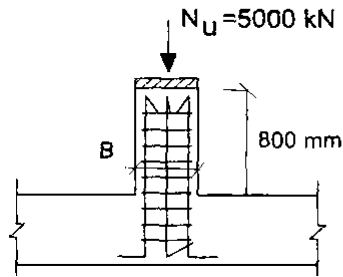
## 18.7—Columns of special moment frames

## 18.7.4 Longitudinal reinforcement

18.7.4.1 Area of longitudinal reinforcement,  $A_{st}$ , shall be at least  $0.01A_g$  and shall not exceed  $0.06A_g$ .

نکته مهم: محدودیت حداکثر میلگرد در محل وصله نیز باید رعایت شود.

۲۲- در صورتیکه نیروی محوری طراحی برای یک پدستال بتنی با شکل پذیری معمولی مطابق شکل زیر برابر  $N_u = 5000 \text{ kN}$  باشد، حداقل بعد مقطع این پدستال مربعی برحسب میلی‌متر به کدامیک از گزینه‌های زیر نزدیک‌تر است؟ (بتن از رده C25 و میلگرد از نوع S340 فرض شود).



$$B = 460 \text{ (۱)}$$

$$B = 690 \text{ (۲)}$$

$$B = 425 \text{ (۳)}$$

$$B = 530 \text{ (۴)}$$

گزینه ۱

حداقل بعد یک عضو فشاری زمانی بدست می‌آید که بیشترین درصد مجاز میلگرد در آن قرار داده شود. با توجه به اصلاحیه مبحث نهم حداکثر درصد میلگرد مجاز برای اعضای فشاری برابر ۸ درصد می‌باشد. بنابراین با فرض اینکه میلگرد طولی پدستال برابر ۸ درصد باشد، داریم:

$$5000 \times 10^3 \leq \varphi \times 0.8 [0.85 f'_c A_g + (F_y - 0.85 f'_c) A_s]$$

$$5000 \times 10^3 \leq 0.65 \times 0.8 [0.85 \times 25 \times B^2 + (340 - 0.85 \times 25) \times (0.08 \times B^2)]$$

$$5000 \times 10^3 \leq 24.31 B^2 \rightarrow 453 \leq B$$

۹-۱۰- محدودیت ابعاد مقطع ستون

۹-۱۰-۱- حداقل بعد ستون و نسبت ابعاد

• شکل پذیری متوسط

• در ACI-318-19 ضابطه صریحی برای "حداقل" بعد ستون با شکل پذیری "متوسط" ارائه نشده است ولی به لحاظ اجرایی توصیه می شود که بعد ستون کمتر از 300 mm منظور نشود.

• در مبحث نهم (ویرایش ۹۹) "حداقل" بعد ستون با شکل پذیری "متوسط" برابر 250 mm تعیین شده است. همچنین برای ستونهای مستطیلی با ابعاد  $b$  و  $h$  باید  $b \geq 0.3h$  باشد:

### ۹-۲۰-۵ قابهای با شکل پذیری متوسط

۹-۲۰-۵-۳ ستونها در قابهای با شکل پذیری متوسط

۹-۲۰-۵-۳-۱ محدودیت‌های هندسی

۹-۲۰-۵-۳-۱-۱ در ستونها محدودیت‌های هندسی (الف) و (ب) این بند باید رعایت شوند:

الف- عرض مقطع نباید کمتر از سه دهم بعد دیگر آن، و نیز نباید کمتر از ۲۵۰ میلی متر باشد.

ب- نسبت عرض مقطع به طول آزاد عضو نباید از  $\frac{1}{۲۵}$  کمتر باشد.

• شکل پذیری ویژه

• در ACI-318-14 و نیز مبحث نهم (ویرایش ۹۹) "حداقل" بعد ستون با شکل پذیری "ویژه" برابر 300 mm منظور تعیین شده است. همچنین برای ستونهای مستطیلی با ابعاد  $b$  و  $h$  باید  $b \geq 0.4h$  باشد و یا به عبارت دیگر  $h \leq 2.5b$  باشد:

### ۹-۲۰-۶ قابهای با شکل پذیری زیاد (ویژه)

۹-۲۰-۶-۳ ستونها در قابهای با شکل پذیری زیاد

۹-۲۰-۶-۳-۱ محدودیت‌های هندسی

۹-۲۰-۶-۳-۱-۱ در ستونها محدودیت‌های هندسی (الف) و (ب) این بند باید رعایت شوند:

الف- کوچکترین بعد مقطع که در امتداد هر خط مستقیم گذرنده از مرکز هندسی

مقطع تعیین میشود، نباید از ۳۰۰ میلی متر کمتر باشد.

ب- نسبت کوچکترین بعد مقطع به بعد عمود بر آن نباید از  $۰/۴$  کمتر باشد.

محاسبات-۹۰

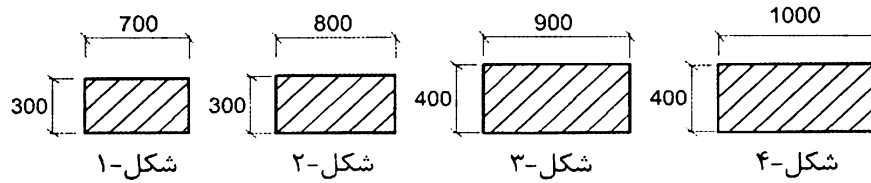
۴۲- در قاب با شکل‌پذیری زیاد برای اعضای تحت اثر توأم فشار و خمش (ستون) با مقطع مستطیل کدامیک از ابعاد زیر نمی‌تواند قابل قبول باشد؟ (ابعاد برحسب میلی‌متر می‌باشند)

۲)  $800 \times 300$ ۱)  $300 \times 300$ ۴)  $2000 \times 800$ ۳)  $350 \times 350$ 

گزینه ۲

در گزینه دوم  $\frac{h}{b} = \frac{800}{300} = 2.66 \not\leq 2.5$

۳۶- برای طراحی یک ستون بتنی به طول آزاد ۴ متر در قاب خمشی ویژه که بار محوری فشاری آن در همه گزینه‌ها بیش از ۳۰ درصد سهم بتن از حداکثر نیروی محوری مقاوم مقطع است، کدام یک از مقاطع زیر را نمی‌توان استفاده نمود؟ (در شکل اندازه‌ها به میلی‌متر است).



شکل ۱- ۲ (۲) شکل ۲-

شکل ۲- ۴ (۴) شکل ۴-

شکل ۱- ۱ (۱) شکل ۱-

شکل ۳- ۳ (۳) شکل ۳-

گزینه ۲ (سطح سوال با توجه به تکراری بودن آن آسان می‌باشد).

مطابق بند زیر عرض مقطع نباید کمتر از ۰.۴ بعد بزرگتر مقطع باشد. در گزینه ۲ عرض مقطع باید حداقل  $0.4 \times 800 = 320 \text{ mm}$  باشد.

۹-۲۰-۶ قابهای با شکل پذیری زیاد (ویژه)

۹-۲۰-۶-۳ ستون‌ها در قاب‌های با شکل پذیری زیاد

۹-۲۰-۶-۳-۱ محدودیت‌های هندسی

۹-۲۰-۶-۳-۱-۱ در ستونها محدودیت‌های هندسی (الف) و (ب) این بند باید رعایت شوند:

الف- کوچکترین بعد مقطع که در امتداد هر خط مستقیم گذرنده از مرکز هندسی

مقطع تعیین میشود، نباید از ۳۰۰ میلی‌متر کمتر باشد.

ب- نسبت کوچکترین بعد مقطع به بعد عمود بر آن نباید از  $0.4$  کمتر باشد.

## ۹-۱۰-۲- حداقل بعد تیر و نسبت ابعاد

## • شکل پذیری متوسط

- در ACI-318-19 ضابطه صریحی برای "حداقل" عرض تیر با شکل پذیری "متوسط" ارائه نشده است ولی به لحاظ اجرایی توصیه می شود که عرض تیر کمتر از 300 mm منظور نشود.
- در مبحث نهم (ویرایش ۹۹) "حداقل" عرض تیر با شکل پذیری "متوسط" برابر 250 mm تعیین شده است. همچنین برای تیرهای با ابعاد  $b$  و  $h$  باید  $b \geq 0.25h$  باشد:

## ۹-۲۰-۵-۲ تیرها در قاب‌های با شکل پذیری متوسط

## ۹-۲۰-۵-۱ محدودیت‌های هندسی

۹-۲۰-۵-۱-۱ در این تیرها محدودیت‌های هندسی (الف) تا (پ) این بند باید رعایت شوند:

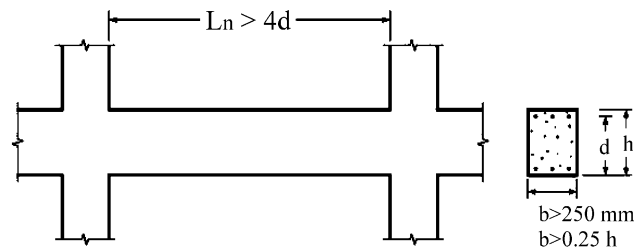
الف- ارتفاع مؤثر مقطع نباید بیش‌تر از یک چهارم طول دهانه آزاد باشد.

ب- عرض مقطع نباید کم‌تر از یک چهارم ارتفاع آن و ۲۵۰ میلی متر باشد.

پ- عرض مقطع نباید بیش‌تر از دو مقدار زیر باشد:

- عرض عضو تکیه‌گاهی در صفحه‌ی عمود بر محور طولی تیر، به اضافه‌ی سه چهارم ارتفاع تیر در هر طرف عضو تکیه‌گاهی؛

- عرض عضو تکیه‌گاهی به اضافه‌ی یک چهارم بعد دیگر مقطع در هر طرف عضو تکیه‌گاهی.  
 ۹-۲۰-۵-۱-۲ برون محوری هر تیر نسبت به ستونی که با آن قاب تشکیل می‌دهد، یعنی فاصله‌ی محورهای هندسی دو عضو از یک دیگر، نباید بیش‌تر از یک چهارم عرض مقطع ستون باشد.



## • شکل پذیری ویژه

- در ACI-318-14 و نیز مبحث نهم (ویرایش ۹۲) "حداقل" عرض تیر با شکل پذیری "ویژه" برابر 250 mm تعیین شده است. همچنین برای تیرهای با ابعاد  $b$  و  $h$  باید  $b \geq 0.3h$  باشد:

## 18.6—Beams of special moment frames

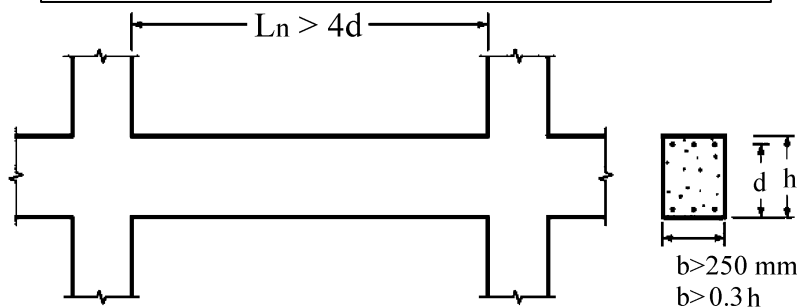
## 18.6.2 Dimensional limits

## 18.6.2.1 Beams shall satisfy (a) through (c):

(a) Clear span  $\ell_n$  shall be at least  $4d$

(b) Width  $b_w$  shall be at least the lesser of  $0.3h$  and 250 mm

(c) Projection of the beam width beyond the width of the supporting column on each side shall not exceed the lesser of  $c_2$  and  $0.75c_1$ .



۲۵- اگر در عضوی از یک قاب ساختمانی بتنی با شکل پذیری متوسط، مقدار نیروی محوری نهایی در حالت‌های مختلف ترکیبات بار، در محدوده  $f_c A_g$  تا  $0.08 f_c A_g$  باشد، حداقل نسبت عرض به بعد دیگر مقطع مورد قبول چقدر می‌باشد؟ لزومی به کنترل محدودیت‌های دیگر نیست و  $\phi_c = 0.65$  فرض شود.

(۱) محدودیتی وجود ندارد.

(۲) 0.3

(۳) 0.25

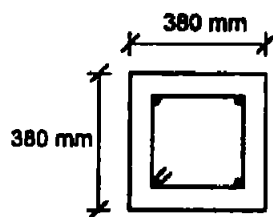
(۴) 0.5

گزینه ۲

معیار تیر یا ستون بودن محدوده نیروی محوری عضو می‌باشد. در ترکیب بارهایی که نیروی محوری کم است، عضو تیر محسوب می‌شود و باید ضوابط تیر را رعایت کند و در ترکیب بارهایی که نیروی محوری بیشتر از  $0.1 f_c A_g$  می‌باشد عضو ستون محسوب شده و باید ضوابط ستونها در مورد آن رعایت شود.

بنابراین با توجه به محدوده نیروهای وارد بر عضو، هم باید ضوابط تیر رعایت شود و هم ضوابط ستون ضابطه نسبت بعد کمتر به بعد بزرگتر در ستونها تعیین کننده تر است و گزینه ۲ صحیح است.

۲۸- در مورد ستون (عضو تحت فشار و خمش) با مقطع  $380 \times 380$  mm با آرماتور طولی  $4\Phi 25$  و تنگ  $\Phi 10 @ 150$  mm c/c و پوشش بتن 40 mm گزینه صحیح را انتخاب کنید؟



(۱) چنانچه قطر تنگ از  $\Phi 10$  به  $\Phi 12$  تغییر یابد آرماتورگذاری قابل قبول تلقی می‌گردد.

(۲) آرماتورگذاری عضو مورد نظر قابل قبول نیست.

(۳) آرماتورگذاری عضو مورد نظر قابل قبول است.

(۴) چنانچه آرماتورهای طولی از  $4\Phi 25$  به  $4\Phi 30$  تغییر یابد آرماتورگذاری قابل قبول می‌گردد.

گزینه ۲

فاصله میلگردهای طولی برابر است با:

$$s = 380 - 2(40 + 10 + 12.5) = 255 \text{ mm}$$

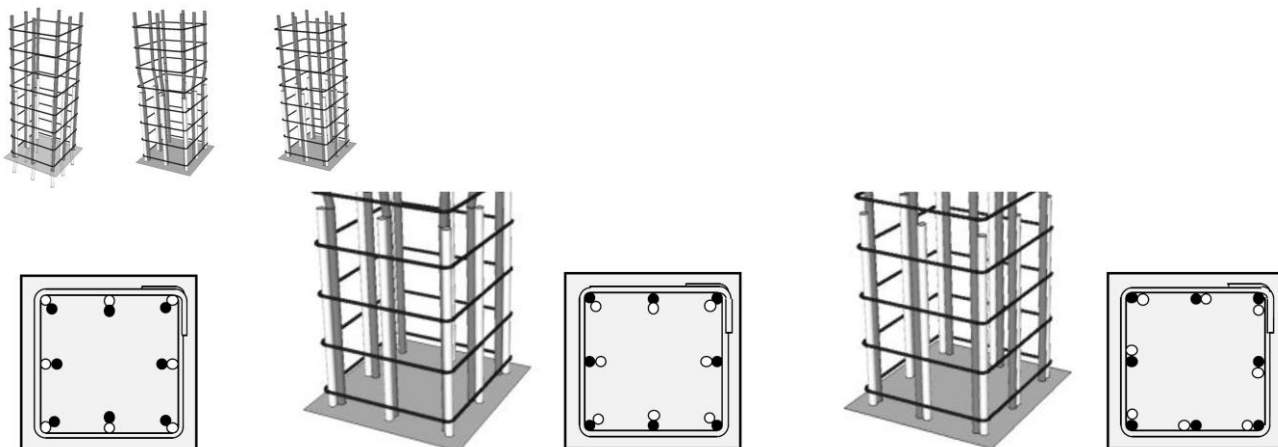
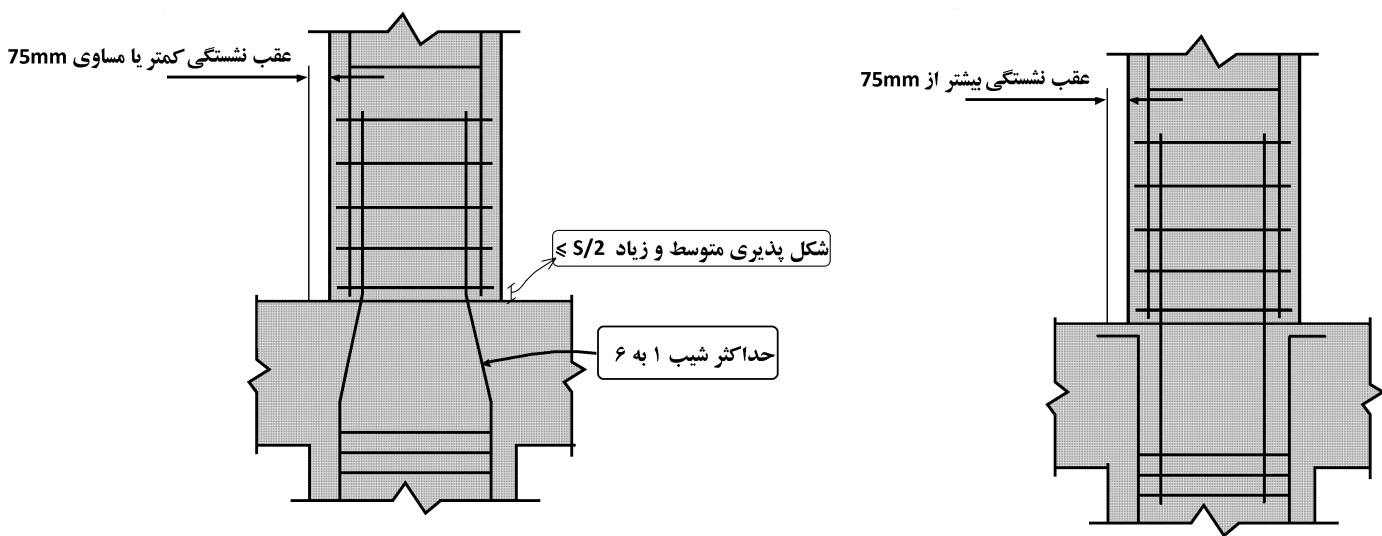
که غیر قابل قبول است. برای این ستون باید از آرایش ۸ تایی به جای آرایش ۴ تایی برای میلگردهای طولی استفاده شود.



۹-۱۲-۶-۳ آرماتور طولی خم شده

۹-۱۲-۶-۳-۱ شیب قسمت مایل یک آرماتور طولی خم شده (میلگرد غیر هم امتداد) نسبت به محور ستون نباید از ۱ به ۶ بیشتر باشد. بخش‌های بالا و پایین قسمت مایل باید موازی با محور ستون باشند.

۹-۱۲-۶-۳-۲ اگر وجه ستون یا دیوار بیش از ۷۵ میلی متر پس رفتگی یا پیش آمدگی داشته باشد، آرماتورهای طولی امتداد یافته نباید به صورت خم شده استفاده شوند. در این حالت در محل پس رفتگی باید آرماتورهای انتظار مجزا و وصله‌ی پوششی به منظور اتصال به آرماتورهای وجوه عقب رفته فراهم شوند. در هر حال باید ضوابط مربوط به مهارها و وصله‌ها در محل تغییر مقطع رعایت شوند.



با توجه به روابط زیر، مقاومت فشاری (فشار خالص) ستونهای بتنی برابر است با:

$$\text{ستون تنگ دار} \rightarrow \varphi P_n = \varphi 0.8 [0.85 f'_c (A_g - A_s) + F_y A_s] = 0.65 \times 0.8 [0.85 f'_c A_g + (F_y - 0.85 f'_c) A_s]$$

$$\text{ستون با دورپیچ} \rightarrow \varphi P_n = \varphi 0.85 [0.85 f'_c (A_g - A_s) + F_y A_s] = 0.75 \times 0.85 [0.85 f'_c A_g + (F_y - 0.85 f'_c) A_s]$$

### 22.4.2 Maximum axial compressive strength

22.4.2.1 Nominal axial compressive strength  $P_n$  shall not exceed  $P_{n,max}$  in accordance with Table 22.4.2.1, where  $P_o$  is calculated by Eq. (22.4.2.2) for nonprestressed members and composite steel and concrete members, and by Eq. (22.4.2.3) for prestressed members.

**Table 22.4.2.1—Maximum axial strength**

Member	Transverse reinforcement	$P_{n,max}$	
Nonprestressed	Ties conforming to 22.4.2.4	$0.80 P_o$	(a)
	Spirals conforming to 22.4.2.5	$0.85 P_o$	(b)

### R22.4.2 Maximum axial compressive strength

R22.4.2.1 To account for accidental eccentricity, the design axial strength of a section in pure compression is limited to 80 to 85 percent of the nominal axial strength. These percentage values approximate the axial strengths at eccentricity-to-depth ratios of 0.10 and 0.05 for tied and spirally reinforced members conforming to 22.4.2.4 and 22.4.2.5, respectively. The same axial load limitation applies to both cast-in-place and precast compression members.

22.4.2.2 For nonprestressed members and composite steel and concrete members,  $P_o$  shall be calculated by:

$$P_o = 0.85 f'_c (A_g - A_{st}) + f_y A_{st} \quad (22.4.2.2)$$

where  $A_{st}$  is the total area of nonprestressed longitudinal reinforcement.

مقاومت کششی (کشش خالص بدون خمش) به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\varphi P_{nt} = \varphi F_y A_s = 0.9 F_y A_s$$

### 22.4.3 Maximum axial tensile strength

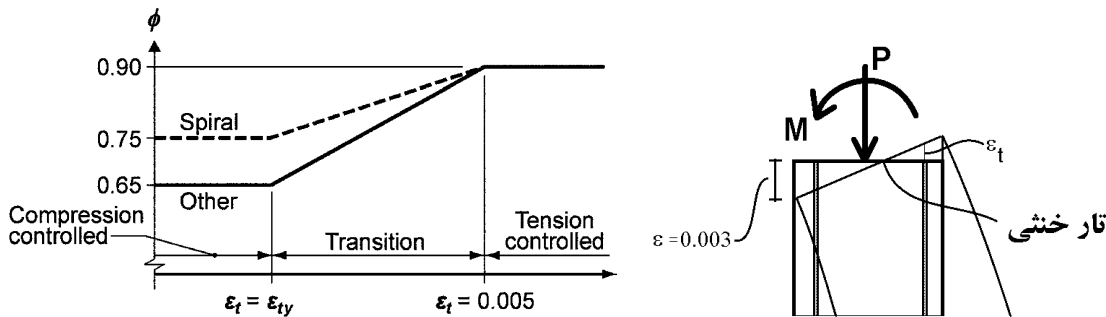
22.4.3.1 Nominal axial tensile strength of a nonprestressed, composite, or prestressed member,  $P_{nt}$ , shall not be taken greater than  $P_{nt,max}$ , calculated by:

$$P_{nt,max} = f_y A_{st} + (f_{se} + \Delta f_p) A_{pt} \quad (22.4.3.1)$$

where  $(f_{se} + \Delta f_p)$  shall not exceed  $f_{py}$ , and  $A_{pt}$  is zero for nonprestressed members.

ضرایب کاهش مقاومت در فشار و کشش:

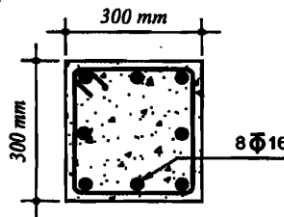
مطابق شکل زیر در صورتی که همراه با نیروی محوری P، لنگر M نیز به مقطع وارد شود، به طوریکه کرنش در آخرین ردیف میلگرد کششی ( $\epsilon_t$ ) بیش از 0.005 باشد، ضریب کاهش مقاومت برابر  $\phi = 0.9$  خواهد بود. در غیر این صورت مطابق نمودار کاهش میابد:



اگر لنگر وارد بر مقطع صفر و یا ناچیز باشد، کل مقطع تحت فشار خواهد بود و آرماتور کششی نخواهیم داشت. در این حالت مقدار  $\phi$  برای ستونهای تنگ دار برابر 0.65 و برای ستون با دورپیچ برابر 0.75 خواهد بود.

محاسبات ۹۴

۳۵- نسبت حداکثر نیروی محوری فشاری مقاوم به حداکثر نیروی محوری کششی مقاوم یک ستون بتنی با مقطع شکل زیر با تنگ‌های موازی به کدامیک از مقادیر زیر نزدیک‌تر است؟ رده بتن C25 و فولاد میلگردها S400 است.



- 2.9 (۱)
- 2.3 (۲)
- 3.4 (۳)
- 2.5 (۴)

$$A_s = 8 \times 3.14 \times 8^2 = 1607.68 \text{ mm}^2$$

مقاومت فشاری:

$$\begin{aligned} \phi P_{nc} &= \phi(0.8P_0) = \phi \times 0.8 \left( 0.85f'_c(A_g - A_s) + f_y A_s \right) \\ &= 0.65 \times 0.8(0.85 \times 25(300^2 - 1608) + 400 \times 1607.68) = 1311 \text{ kN} \end{aligned}$$

مقاومت کششی:

$$\phi P_{nt} = 0.9P_{n,t} = 0.9(f_y A_s) = 0.9(400 \times 1607.68) = 578.8 \text{ kN}$$

$$\frac{\phi P_{nc}}{\phi P_{nt}} = 2.26$$

محاسبات-۹۱

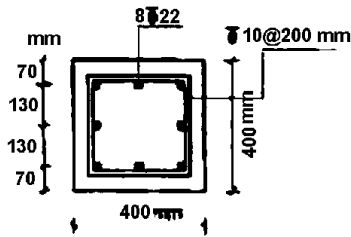
۲۹- حداکثر نیروی محوری مقاوم ستون بتونی کوتاه با مقطع مربع و به ضلع ۴۰۰ mm که با ۸ عدد آرماتور طولی به قطر ۲۵ mm مسلح شده، چند کیلو نیوتن است؟ ( $f_c = ۲۵ \text{ MPa}$     $f_y = ۴۰۰ \text{ MPa}$ )

- ۲۷۶۱ (۴)
- ۲۷۱۶ (۳)
- ۲۶۷۱ (۲)
- ۲۵۴۱ (۱)

$$\begin{aligned} \phi P_{nc} &= \phi(0.8P_0) = \phi \times 0.8 \left( 0.85f'_c(A_g - A_s) + f_y A_s \right) \\ &= 0.65 \times 0.8(0.85 \times 25 \times (160000 - 8 \times 490.6) + 400 \times 8 \times 490.6) = 2541 \text{ kN} \end{aligned}$$

محاسبات ۹۲

۲۹- مقطع روبرو برای یک ستون کوتاه مهارشده بتنی درجا که تحت اثر نیروی محوری ناشی از بار مرده برابر 1200 kN و نیروی محوری فشاری ناشی از بار زنده برابر 800 kN قرار دارد، طرح شده است. کدام عبارت در رابطه با طراحی مقطع ستون صحیح است؟



(فرض کنید بتن از رده C25 و میلگردها از نوع S400 می باشند.)

۱) مقطع ستون به علت کمبود مقاومت فشاری قابل قبول نیست.

۲) مقطع ستون به علت فاصله غیرمجاز آرماتورهای طولی قابل قبول نیست.

۳) مقطع ستون به علت نامناسب بودن فاصله آرماتورهای عرضی قابل قبول نیست.

۴) مقطع ستون قابل قبول است.

گزینه ۱

$$A_s = 8 \times 3.14 \times 11^2 = 3039 \text{ mm}^2$$

$$A_g = 400 \times 400 - 3039 = 156960 \text{ mm}^2$$

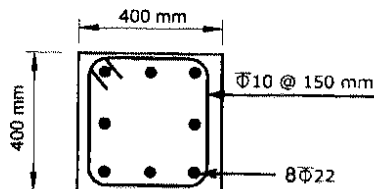
$$\begin{aligned} \phi P_{nc} &= \phi(0.8P_0) = \phi \left( 0.8 \left( 0.85f'_c(A_g - A_s) + f_y A_s \right) \right) \\ &= 0.65(0.8(0.85 \times 25 \times 156960 + 400 \times 3039)) = 2366 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$P_u = 1.2 \times 1200 + 1.6 \times 800 = 2720 \text{ kN}$$

$$2366 \not\geq 2720 \text{ N.G.}$$

محاسبات ۹۵

۲۰- در ستون بتنی درجا ریخته شده غیر لرزه بر شکل زیر، حداکثر نیروی محوری مقاوم مقطع حدوداً چه مقدار است؟ (میلگردهای اصلی از نوع S500 و بتن از نوع C35 می باشند)



2356 kN (۱)

2982 kN (۲)

3312 kN (۳)

3982 kN (۴)

مثال: یک ستون کوتاه تحت اثر بار محوری  $P_{dead} = 1000 \text{ kN}$  و  $P_{Live} = 800 \text{ kN}$  قرار دارد. ابعاد مقطع ستون 400mm × 400mm می باشد.

مساحت میلگردهای طولی لازم برای این ستون را محاسبه نمایید ( $f'_c = 25 \text{ MPa}$ )

$$P_u = 1.2D + 1.6L = 1.2 \times 1000 + 1.6 \times 800 = 2480 \text{ KN}$$

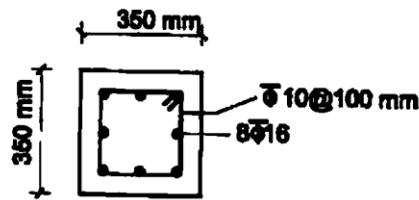
$$P_u \leq \phi P_n \rightarrow 2480 \leq \phi \times 0.8P_0$$

$$2480 \times 1000 \leq \phi \times 0.8 \times [A_g \times 0.85f'_c + A_s(F_y - 0.85f'_c)] \xrightarrow{\phi=0.65} A_s = 3615 \text{ mm}^2$$

ب) مساحت میلگردهای طولی لازم برای ستون فوق با فرض دایره ای بودن مقطع ستون و با فرض استفاده از دورپیچ (با مساحت معادل):

$$2480 \times 1000 \leq \phi \times 0.85 \times [A_g \times 0.85f'_c + A_s(F_y - 0.85f'_c)] \xrightarrow{\phi=0.75} A_s = 1294 \text{ mm}^2$$

۳۵- نسبت مقاومت فشاری به مقاومت کششی ستونی با مقطع شکل زیر به کدامیک از مقادیر زیر نزدیکتر می‌باشد؟  $f_c = 25 \text{ MPa}$  و  $f_y = 400 \text{ MPa}$



- 2.88 (۱)
- 2.38 (۲)
- ۱ (۳)
- 3.6 (۴)

$$A_s = 8 \times 3.14 \times 8^2 = 1607.68 \text{ mm}^2$$

مقاومت فشاری:

$$\begin{aligned} \varphi P_{nc} &= \varphi(0.8P_0) = \varphi \times 0.8 \left( 0.85f'_c(A_g - A_s) + f_y A_s \right) \\ &= 0.65 \times 0.8(0.85 \times 25(350^2 - 1608) + 400 \times 1607.68) = 1670 \text{ kN} \end{aligned}$$

مقاومت کششی:

$$\begin{aligned} \varphi P_{nt} &= 0.9P_{n,t} = 0.9(f_y A_s) = 0.9(400 \times 1607.68) = 578.8 \text{ kN} \\ \frac{\varphi P_{nc}}{\varphi P_{nt}} &= 2.88 \end{aligned}$$

محاسبات ۸۳- پایه ۳

۳۴- در صورتیکه ابعاد یک ستون  $50 \times 50$  سانتیمتری باندازه ۱۰٪ افزایش داده شود، ولی درصد فولاد برابر با یک درصد ثابت بماند، حداکثر ظرفیت بار محوری ستون چند درصد افزایش خواهد یافت؟  
 $f_c = 200 \text{ kg/cm}^2$  و  $f_y = 4000 \text{ kg/cm}^2$

- (۱) حدود ۱۰٪
- (۲) حدود ۱۵٪
- (۳) حدود ۲۰٪
- (۴) حدود ۲۵٪

گزینه ۳

با افزایش ۱۰ درصدی در ابعاد، "مساحت" ستون ۲۱ درصد افزایش می‌یابد ( $1.1 \times 1.1 = 1.21$ ) از طرفی با توجه به اینکه درصد میلگرد ثابت است (۱٪)، با افزایش مساحت مقطع، مساحت میلگردها نیز ۲۱ درصد افزایش خواهند یافت. بنابراین هم مساحت مقطع و هم مساحت میلگردها به میزان ۲۱ درصد افزایش یافته است و ظرفیت محوری نیز ۲۱ درصد افزایش خواهد یافت.

محاسبات ۸۹

۳۷- جهت طراحی یک ساختمان، ابعاد اولیه مقطع یک ستون در تحلیل  $40 \text{ cm} \times 40 \text{ cm}$  منظور گردیده است، در زمان تیپ‌بندی ستونها ابعاد مقطع به  $45 \text{ cm} \times 45 \text{ cm}$  افزایش یافته است. در این صورت:

- (۱) در صورتی که ستون مذکور در طبقه نهایی باشد، نیاز به تحلیل مجدد نخواهد بود، در غیر این صورت باید تحلیل مجدد صورت پذیرد.
- (۲) به دلیل آنکه ابعاد مقطع ستون بزرگتر گردیده است نیازی به تحلیل مجدد نمی‌باشد.
- (۳) در صورتی که با افزایش سختی ستون، سختی تیرها را نیز افزایش دهیم نیاز به تحلیل مجدد نمی‌باشد.
- (۴) از آنجا که سختی مقطع حدوداً ۶۰٪ افزایش می‌یابد به تحلیل مجدد نیاز می‌باشد.

گزینه ۴

تمرین محاسبات ۸۶

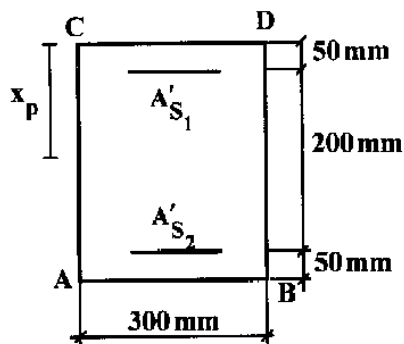
۳۶- ابعاد مقطع یک ستون کوتاه  $50 \times 50$  سانتیمتر است اگر این ابعاد ده درصد افزایش یابد و درصد فولاد آن برابر با یک درصد ثابت بماند، حداکثر ظرفیت بار محوری ستون چند درصد افزایش خواهد یافت؟

- (الف) حدود ۱۵٪
- (ب) حدود ۳۰٪
- (ج) حدود ۲۱٪
- (د) حدود ۱۲٪

گزینه ۳

محاسبات-۹۱

۲۶- در مقطع ستون روبه‌رو، فاصله‌ی مرکز پلاستیک تا وجه CD ( $x_p$ )، کدام است؟



$$f_c = 25 \text{ MPa} \quad A'_{s1} = 2000 \text{ mm}^2$$

$$f_y = 400 \text{ MPa} \quad A'_{s2} = 1000 \text{ mm}^2$$

۱۲۵ (۱)

۱۳۴ (۲)

۱۴۳ (۳)

۱۵۳ (۴)

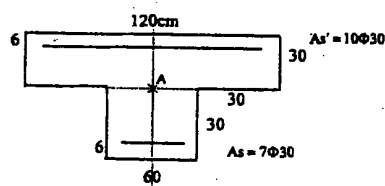
$$m = \frac{F_y}{0.85f'_c} = \frac{400}{0.85 \times 25} = 18.82$$

$$X = \frac{A'_{s1} \times (m - 1) \times 50 + A'_{s2} \times (m - 1) \times 250 + (300 \times 300) \times 150}{A'_{s1} \times (m - 1) + A'_{s2} \times (m - 1) + 300 \times 300} = 137 \text{ mm}$$

محاسبات ۸۴- پایه ۳

۳۶- ستونی با مقطع شکل مقابل در نظر است. به این ستون در حالت حدی نهائی بار محوری  $N_u = 400 \text{ T}$  در امتداد محور گذرنده از

نقطه A وارد می‌شود. بگوئید این بار چه لنگر خمشی در ستون ایجاد می‌کند؟



۲۱٫۲ تن متر (۴)

۲۰٫۰ تن متر (۳)

۱۸٫۸ تن متر (۲)

صفر (۱)

البته باید در صورت سوال مشخصات بتن و فولاد ( $f'_c$ ،  $F_y$ ) ارائه میشود. با فرض  $f'_c = 25 \text{ MPa}$ ،  $F_y = 400 \text{ MPa}$  داریم:

$$m = \frac{F_y}{0.85f'_c} = \frac{400}{0.85 \times 25} = 18.82$$

$$\left. \begin{aligned} A_s &= 4945.5 \text{ mm}^2 \\ A'_s &= 7065 \text{ mm}^2 \end{aligned} \right\}$$

$$X = \frac{A_s \times (m - 1) \times 60 + A'_s \times (m - 1) \times 540 + (300 \times 600) \times 150 + (300 \times 1200) \times 450}{A_s \times (m - 1) + A'_s \times (m - 1) + (300 \times 600) + (300 \times 1200)} = 347 \text{ mm}$$

بنابراین خروج از مرکزیت برابر  $347 - 300 = 47 \text{ mm}$  می‌باشد. بنابراین لنگر برابر  $M = 400 \times 0.047 = 18.8 \text{ t.m}$  می‌باشد.

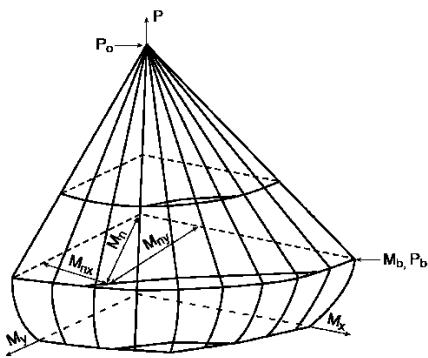
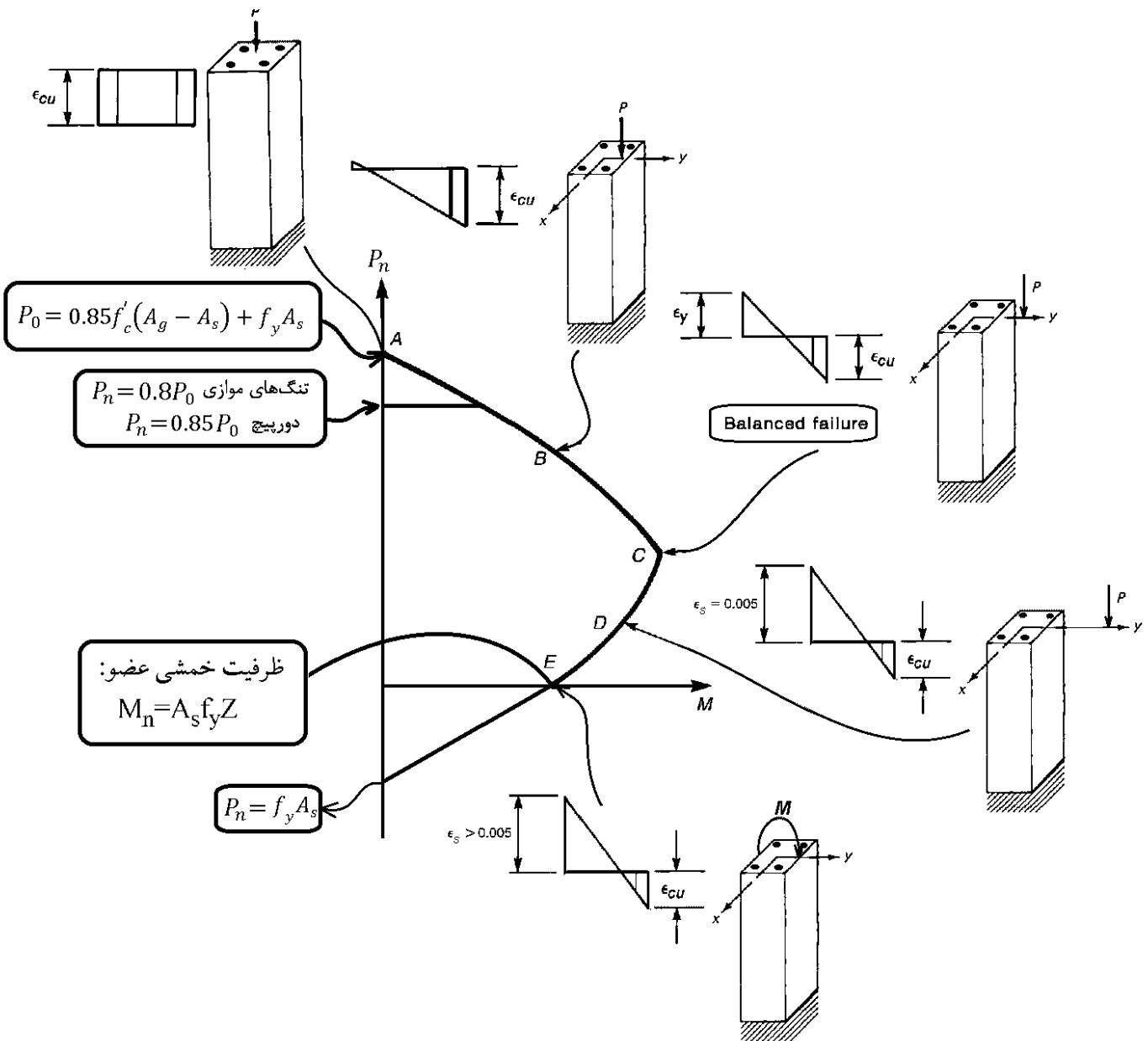


Figure 7-6 Biaxial Interaction Surface

- در ستونها ترکیبی از بار محوری  $P$  و لنگر خمشی  $M$  به مقطع وارد می شود.
- نقطه  $LC1$  در شکل زیر ترکیب باری را نشان می دهد که در آن مقدار  $P$  حداکثر مقدار را در بین تمامی ترکیب بارها دارد.
- نقطه  $LC2$  در شکل زیر ترکیب باری را نشان می دهد که در آن مقدار  $M$  حداکثر مقدار را در بین تمامی ترکیب بارها دارد.
- نقطه  $LC3$  ترکیب باری است که در آن نه  $M$  و نه  $P$  حداکثر نیستند ولی تعیین کننده شکست همین ترکیب بار است. نتیجه: الزاما ترکیب بار بحرانی ستونها مربوط به لنگر حداکثر و یا نیروی محوری حداکثر نمی باشد.

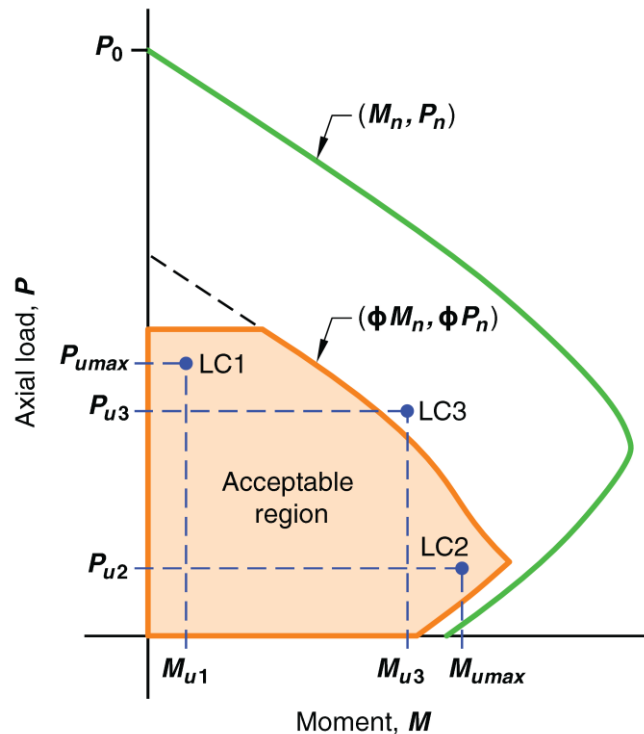
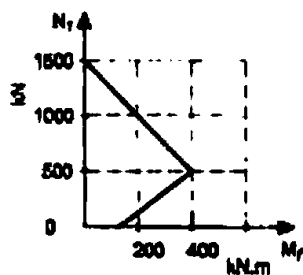


Fig. R10.4.2.1—Critical column load combination.

محاسبات ۹۲

۳۰ - منحنی اندرکنش فشار و خمش برای یک ستون کوتاه بتنی با تنگ بسته مطابق شکل روبرو داده شده است. نیروی محوری مقاوم مقطع به کدامیک از مقادیر زیر نزدیکتر است؟



- (۱) ۸۰۰ کیلونیوتن
- (۲) ۱۰۰۰ کیلونیوتن
- (۳) ۱۲۰۰ کیلونیوتن
- (۴) ۴۰۰ کیلونیوتن

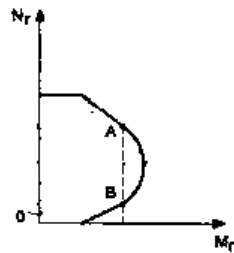
$$\phi P_n = 0.8 \times 1500 = 1200 \text{ kN}$$



- ۱۲۰- در طراحی خمشی ستون مریعی یا آرایش متقارن هشت میلگرد، کاهش ترمه میلگردهای میانی وجوه چه تأثیری در ظرفیت محوری و خمشی ستون دارد؟
- ۱) ظرفیت محوری و خمشی تغییری نمی‌کنند.
  - ۲) ظرفیت محوری تغییری نکرده ولی خمشی کاهش می‌یابد.
  - ۳) ظرفیت محوری کاهش یافته ولی خمشی تغییری نمی‌کند.
  - ۴) ظرفیت محوری و خمشی هر دو کاهش می‌یابند.

گزینه ۴

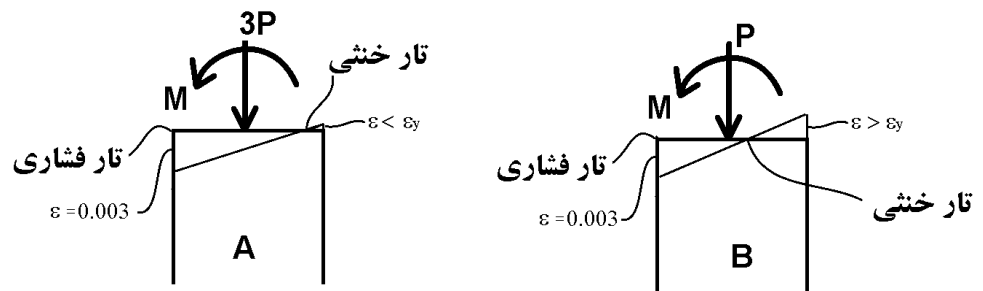
- ۵- دو نقطه A و B در منحنی اندرکنش نیروی محوری فشاری ( $N_r$ ) و لنگر خمشی ( $M_r$ ) ستونی با مقدار لنگر خمشی یکسان مفروض است. در مورد این دو نقطه گزینه صحیح را انتخاب کنید.



- ۱) فاصله محور خمشی مقطع تا دورترین تار فشاری مقطع در حالت A بیشتر از همان فاصله در حالت B می‌باشد.
- ۲) فاصله محور خمشی مقطع تا دورترین تار فشاری مقطع در حالت A کمتر از همان فاصله در حالت B می‌باشد.
- ۳) فاصله محور خمشی مقطع تا دورترین تار فشاری مقطع در دو حالت A و B یکسان است.
- ۴) فاصله محور خمشی مقطع تا دورترین تار فشاری مقطع بستگی به نقاط روی منحنی اندرکنش ندارد.

گزینه ۱

- در نقطه A مقطع در ناحیه کنترل فشار قرار دارد و بنابراین ناحیه کششی کوچکتر می‌باشد.  
در نقطه B مقطع در ناحیه کنترل کشش قرار دارد و بنابراین ناحیه کششی بزرگتر می‌باشد.



۲۴- در طراحی یک ستون بتنی درجا با مقطع دایره‌ای برای یک ترکیب بارگذاری خاص، تمام ضوابط فنی رعایت و نسبت  $S_u$  (نیروی ایجاد شده در مقطع یا نیروی نهایی موجود) به  $S_r$  (نیروی مقاوم مقطع)، با فرض استفاده از میلگردهای مارپیچ، 0.97 محاسبه شده است. اگر با رعایت تمام ضوابط فنی، در این ستون به جای میلگرد مارپیچ از تنگ‌های موازی معادل آن استفاده شود، در مورد نسبت  $S_u$  به  $S_r$  کدام گزینه صحیح خواهد بود؟ (توجه شود که در ترکیب بارگذاری مورد نظر، برش نهایی در ستون در برابر نیروی مقاوم برشی مقطع ناچیز و غیرکنترل‌کننده می‌باشد)

(۱) نسبت  $S_u$  به  $S_r$  ممکن است حداکثر به 1.19 برسد.

(۲) نسبت  $S_u$  به  $S_r$  تغییر نمی‌کند.

(۳) نسبت  $S_u$  به  $S_r$  کاهش می‌یابد.

(۴) نسبت  $S_u$  به  $S_r$  حدود 15 درصد افزایش می‌یابد.

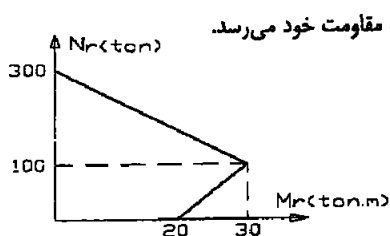
گزینه ۱

در صورتی که نیروی مورد نظر فشار خالص باشد، مقاومت فشاری ستون با تنگ کمتر از مقاومت همان ستون با دورپیچ می‌باشد:

$$\frac{S_u}{S_{r-\text{دورپیچ}}} = 0.97 \quad \rightarrow \quad \frac{S_u}{S_{r-\text{تنگ}}} = \frac{S_u}{\frac{0.8 \times 0.65}{0.85 \times 0.75} S_{r-\text{دورپیچ}}} = \frac{0.97}{0.815} = 1.19$$

ولی اگر نیروی وارد به صورت خمشی باشد، این نسبت تغییر نمی‌کند. بنابراین بسته به نوع نیروی وارد شده ممکن است این نسبت بین 0.97 تا 1.19 تغییر کند.

۳۵- منحنی اندرکنش لنگر خمشی- نیروی محوری یک ستون با مقطع مربع شکل به صورت زیر می‌باشد. اگر نیروهای وارد بر مقطع برابر  $N_u = 200 \text{ ton}$ ،  $M_u = 10 \text{ ton.m}$  باشد کدامیک از عبارات زیر در خصوص مقطع این ستون صحیح است؟



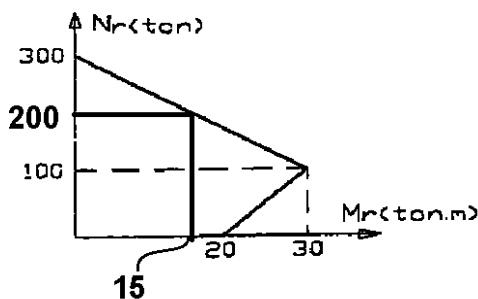
(۱) مقطع گسیخته می‌شود و همزمان تنش کششی در فولاد به حد تسلیم و تنش در بتن به مقاومت خود می‌رسد.

(۲) مقطع گسیخته نمی‌شود.

(۳) مقطع گسیخته می‌شود و تنش در فولاد به حد تسلیم می‌رسد.

(۴) مقطع گسیخته می‌شود ولی تنش کششی در فولاد به حد تسلیم نمی‌رسد.

گزینه ۴. با توجه به اینکه نقطه شکست بالای نقطه بالانس است، فولادهای کششی تسلیم نمی‌شوند.



سراسری ۸۱

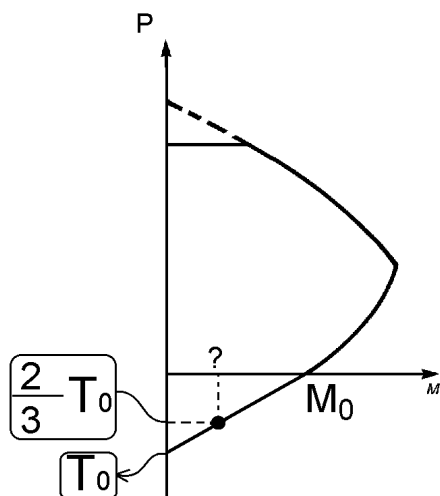
۰۷. در یک عضو بتن آرمه تحت نیروی محوری کششی و لنگر خمشی، چنانچه ظرفیت مقطع تحت نیروی کششی خالص برابر  $T_0$  و ظرفیت مقطع

تحت لنگر خمشی خالص برابر  $M_0$  باشد، ظرفیت خمشی مقطع تحت بار کششی  $\frac{2}{3} T_0$  تقریباً با کدام گزینه برابر خواهد بود؟

- (۱)  $\frac{1}{3} M_0$  (۲)  $M_0$  (۳)  $\frac{2}{3} M_0$  (۴)  $\frac{1}{2} M_0$

گزینه ۱

قسمت تحتانی نمودار اندرکنش که مربوط به اندرکنش کشش و خمش می باشد، تقریباً خطی است. در این صورت لنگر مقاوم مقطع برابر  $\frac{1}{3} M_0$  خواهد بود.



سراسری ۹۸

۱۲۴- ستون بتن آرمه‌ای در کشش خالص دارای ظرفیت باربری  $1000 \text{ kN}$  و در فشار خالص دارای ظرفیت باربری

$3100 \text{ kN}$  است. اگر ظرفیت فشاری و خمشی مقطع در حالت متوازن (بالانس) به ترتیب  $600 \text{ kN}$  و  $160 \text{ kN.m}$

باشد، میزان ظرفیت خمشی خالص این ستون حدوداً چند  $\text{kN.m}$  است؟

(۱) ۱۰۰

(۲) ۱۵۰

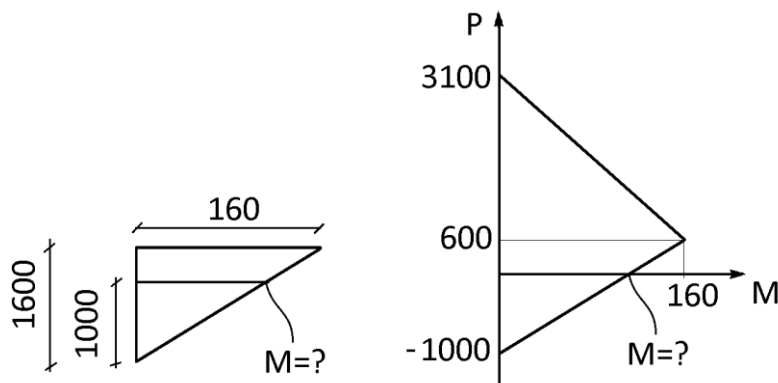
(۳) ۲۰۰

(۴) ۲۵۰

گزینه ۱

به صورت تقریبی میتوان نمودار اندرکنش را به صورت خطی در نظر گرفت. این تقریب در ناحیه کنترل کشش تا حدی قابل قبول هست ولی در ناحیه کنترل فشار چنین تقریبی قابل قبول نمی باشد. در شکل زیر نمودار اندرکنش با فرض خطی بودن نمودار ترسیم شده است.

$$\frac{M}{160} = \frac{1000}{1600} \rightarrow M = 100$$



مثال:

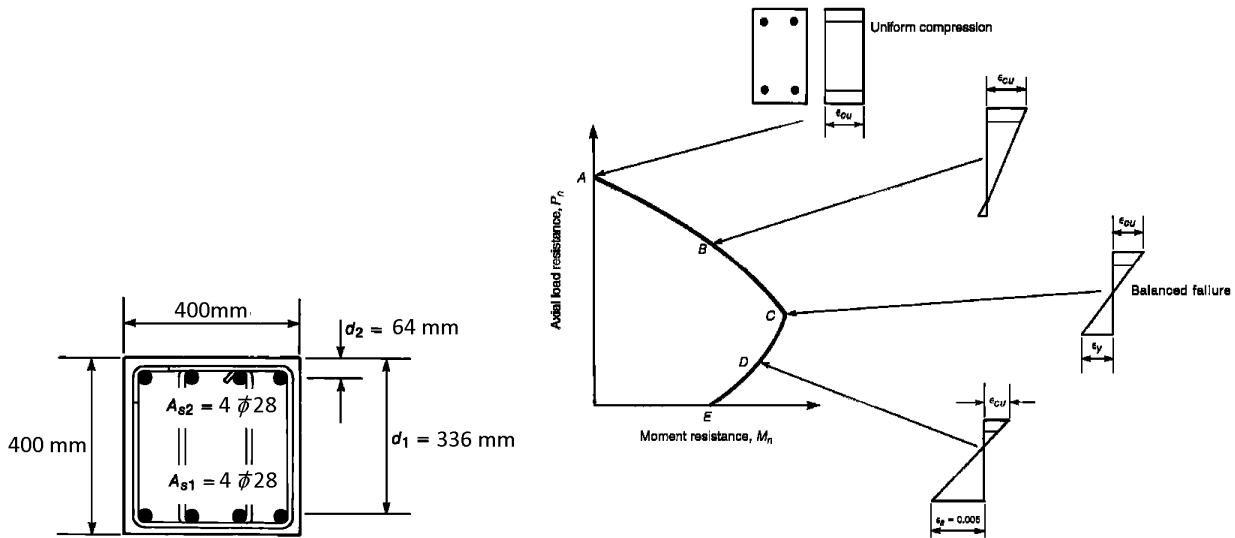
نمودار اندرکنش خمشی و نیروی محوری را برای مقطع زیر رسم نمایید:

$$A_g = 400 \times 400 = 160000 \text{ mm}^2$$

$$A_{s1} = A_{s2} = 4\pi \times 14^2 = 2462 \text{ mm}^2$$

$$f'_c = 25 \text{ MPa}$$

$$F_y = 400 \text{ MPa}$$



۱- محاسبه مقاومت فشاری ستون (نقطه A)

$$P_0 = 0.85 \times 25(160000 - 2 \times 2462) + 400 \times (2462 \times 2) = 5265729 \text{ N} = 5265 \text{ kN}$$

۲- محاسبه مقاومت فشاری و خمشی در نقطه B

$$\epsilon_{s1} = 0$$

$$\epsilon_{s2} = \frac{(336 - 64)}{336} \times 0.003 = 0.0024$$

$$a = 0.85x = 0.85 \times 336 = 285.6 \text{ mm}$$

$$C_c = (285.6 \times 400) \times (0.85 \times 25) = 2427.6 \text{ kN}$$

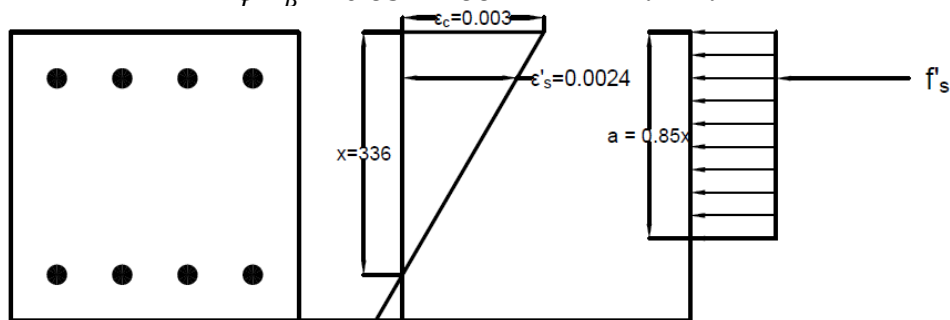
$$C_s = 2462 \times (400 - 0.85 \times 25) = 932864.5 = 933 \text{ kN}$$

$$P_B = C_c + C_s = 2427.6 + 933 = 3360 \text{ kN}$$

$$\phi P_B = 0.65 \times 3360 = 2184 \text{ kN}$$

$$M_B = C_c \times \left(\frac{h}{2} - \frac{a}{2}\right) + C_s \times \left(\frac{h}{2} - 64\right) = 265728295 = 266 \text{ kN.m}$$

$$\phi M_B = 0.65 \times 266 = 172.72 \text{ kN.m}$$



۳- محاسبه مقاومت فشاری و خمشی در نقطه C

$$\varepsilon_{s1} = 0.002$$

$$\varepsilon_{s2} = 0.002048$$

$$x = \frac{3}{5} \times 336 = 201.6 \text{ mm}$$

$$a = 0.85x = 0.85 \times 201.6 = 171.36 \text{ mm}$$

$$C_c = (171.36 \times 400) \times (0.85 \times 25) = 1456.56 \text{ kN}$$

$$C_s = 2462 \times (400 - 0.85 \times 25) = 932864.5 = 932.9 \text{ kN}$$

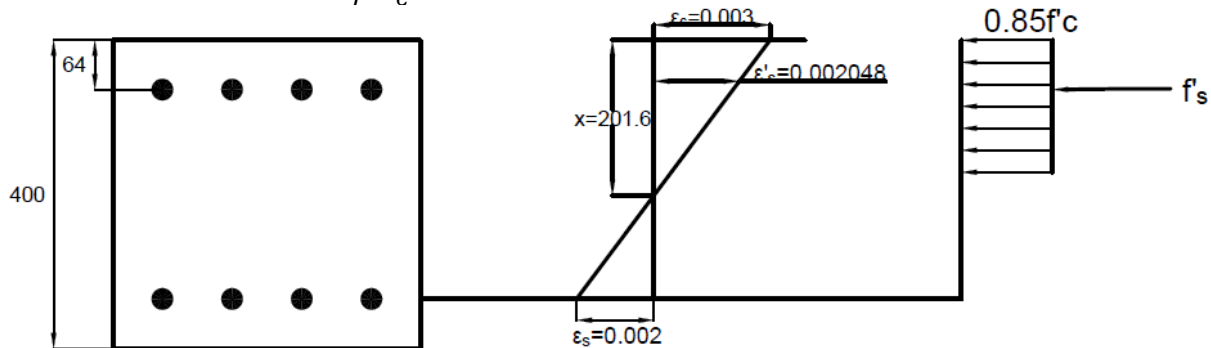
$$T_s = 2462 \times (400) = 985203 = 985.2 \text{ kN}$$

$$P_c = C_c + C_s - T_s = 1456.56 + 932.9 - 985.2 = 1404 \text{ kN}$$

$$\varphi P_c = 0.65 \times 1404 = 912.7 \text{ kN}$$

$$M_c = C_c \times \left(\frac{h}{2} - \frac{a}{2}\right) + C_s \times \left(\frac{h}{2} - 64\right) + T_s \times \left(d - \frac{h}{2}\right) = 427371184 = 427.37 \text{ kN.m}$$

$$\varphi M_c = 0.65 \times 427.37 = 277.79 \text{ kN.m}$$



۴- محاسبه مقاومت فشاری و خمشی در نقطه D

$$\varepsilon_{s1} = 0.005$$

$$\varepsilon_{s2} = 0.001476$$

$$x = \frac{3}{8} \times 336 = 126 \text{ mm}$$

$$a = 0.85x = 0.85 \times 126 = 107.1 \text{ mm}$$

$$C_c = (107.1 \times 400) \times (0.85 \times 25) = 910.35 \text{ kN}$$

$$C_s = 2462 \times (0.001476 \times 2 \times 10^5 - 0.85 \times 25) = 674.83 \text{ kN}$$

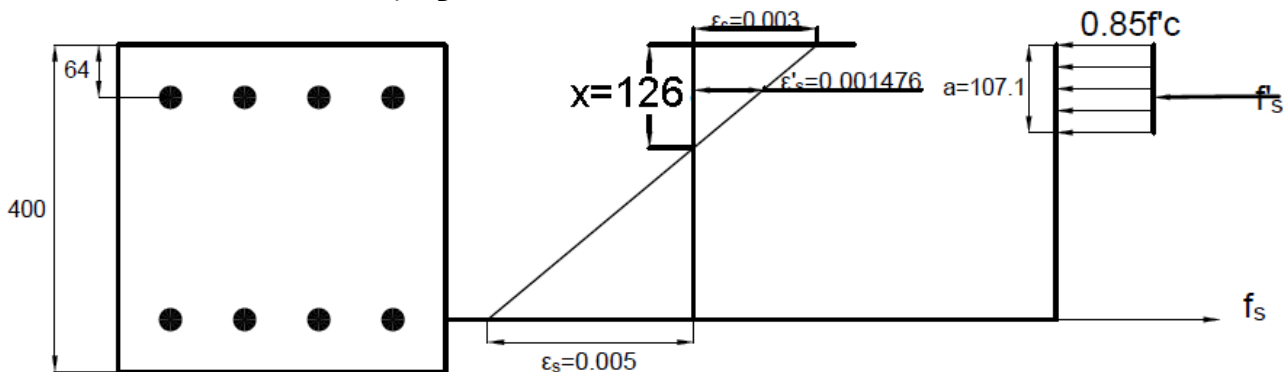
$$T_s = 2462 \times (400) = 985.2 \text{ kN}$$

$$P_D = C_c + C_s - T_s = 910.35 + 674.83 - 985.2 = 599.98 \text{ kN}$$

$$\varphi P_D = 0.9 \times 599.98 = 540 \text{ kN.m}$$

$$M_D = C_c \times \left(\frac{h}{2} - \frac{a}{2}\right) + C_s \times \left(\frac{h}{2} - 64\right) + T_s \times \left(d - \frac{h}{2}\right) = 359.086 \text{ kN.m}$$

$$\varphi M_D = 0.9 \times 359.086 = 323.18 \text{ kN.m}$$



۵- محاسبه مقاومت خمشی در نقطه E

$$C_c = (0.85 \times x \times 400) \times (0.85 \times 25) = 7225 \times x \text{ N}$$

$$C_s = 2462 \times \left( \frac{x - d'}{x} \times 0.003 \times E - 0.85 \times 25 \right)$$

$$= 2462 \times \left( \frac{x - 64}{x} \times 0.003 \times 2 \times 10^5 - 0.85 \times 25 \right) \text{ N}$$

$$T_s = 2462 \times (400) = 985203 \text{ N} = 985.2 \text{ kN}$$

$$P_D = C_c + C_s - T_s = 0 \rightarrow C_c + C_s = T_s$$

$$7225x + 2462 \times \left( \frac{x - 64}{x} \times 0.003 \times 2 \times 10^5 - 0.85 \times 25 \right) = 985203 \rightarrow x = 87.9333 \text{ mm}$$

$$C_c = 7225x = 635.32 \text{ kN}$$

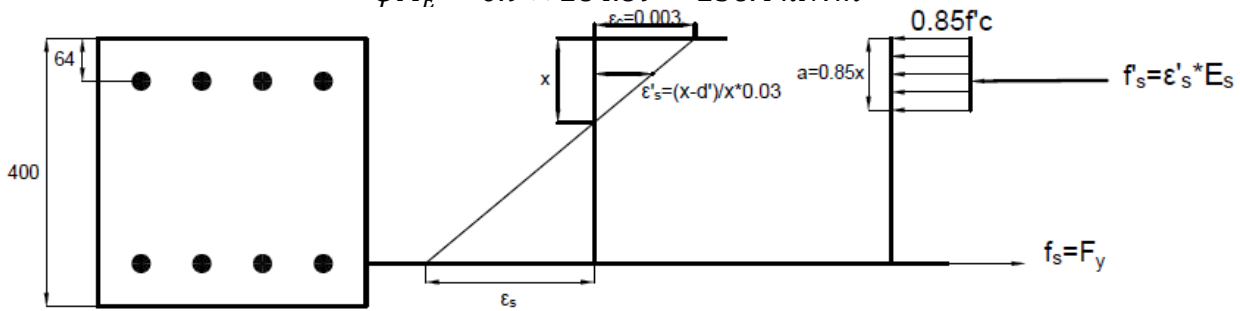
$$C_s = 2462 \times \left( \frac{x - 64}{x} \times 0.003 \times 2 \times 10^5 - 0.85 \times 25 \right) = 349.88 \text{ kN}$$

$$a = 0.85x = 74.74 \text{ mm}$$

$$M_E = C_c \times \left( \frac{h}{2} - \frac{a}{2} \right) + C_s \times \left( \frac{h}{2} - 64 \right) + T_s \times \left( d - \frac{h}{2} \right) = 284.89 \text{ kN.m}$$

$$M_E = C_c \times \left( d - \frac{a}{2} \right) + C_s \times (d - 64) = 284.89 \text{ kN.m}$$

$$\phi M_E = 0.9 \times 284.89 = 256.4 \text{ kN.m}$$



۶- منحنی اندرکنش مثال قبل پس از اعمال ضرایب کاهش مقاومت در شکل زیر رسم شده است.

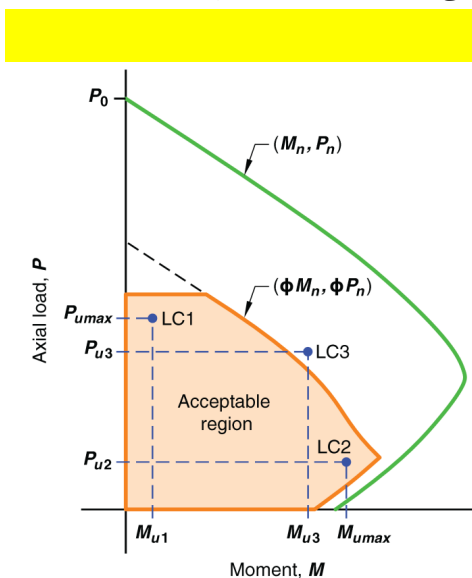
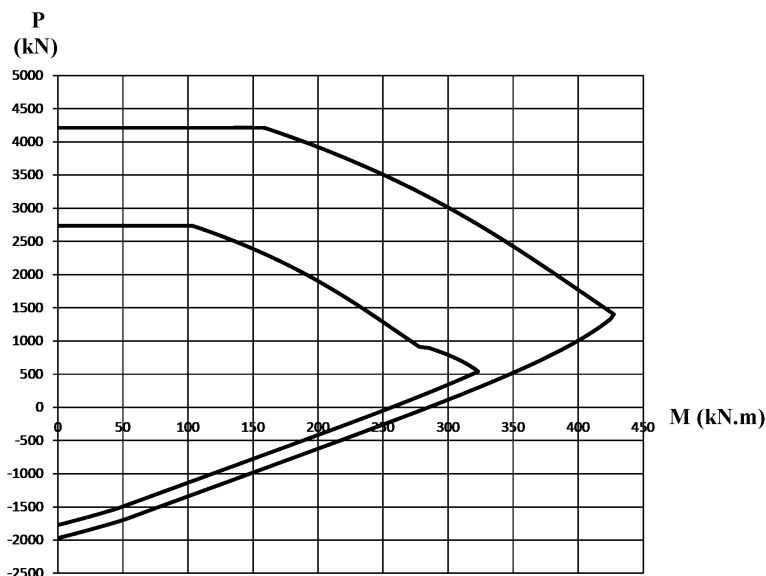


Fig. R10.4.2.1—Critical column load combination.

21.2.2 Strength reduction factor for moment, axial force, or combined moment and axial force shall be in accordance with Table 21.2.2.

21.2.2.1 For deformed reinforcement,  $\epsilon_{fy}$  shall be  $f_y/E_s$ . For Grade 420 deformed reinforcement, it shall be permitted to take  $\epsilon_{fy}$  equal to 0.002.

Table 21.2.2—Strength reduction factor  $\phi$  for moment, axial force, or combined moment and axial force

Net tensile strain $\epsilon_t$	Classification	$\phi$			
		Type of transverse reinforcement			
		Spirals conforming to 25.7.3		Other	
$\epsilon_t \leq \epsilon_{fy}$	Compression-controlled	0.75	(a)	0.65	(b)
$\epsilon_{fy} < \epsilon_t < 0.005$	Transition <sup>[1]</sup>	$0.75 + 0.15 \frac{(\epsilon_t - \epsilon_{fy})}{(0.005 - \epsilon_{fy})}$	(c)	$0.65 + 0.25 \frac{(\epsilon_t - \epsilon_{fy})}{(0.005 - \epsilon_{fy})}$	(d)
$\epsilon_t \geq 0.005$	Tension-controlled	0.90	(e)	0.90	(f)

[1] For sections classified as transition, it shall be permitted to use  $\phi$  corresponding to compression-controlled sections.

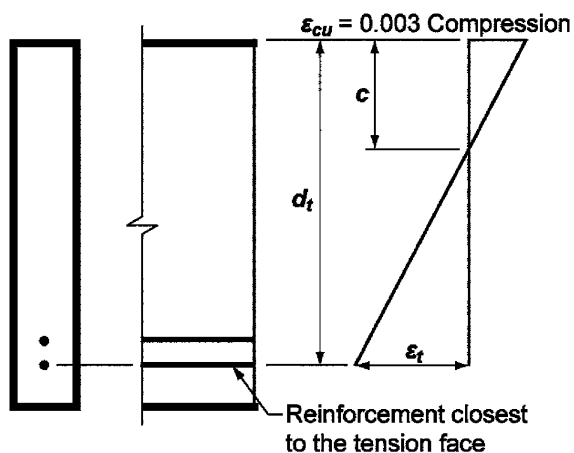


Fig. R21.2.2a—Strain distribution and net tensile strain in a nonprestressed member.

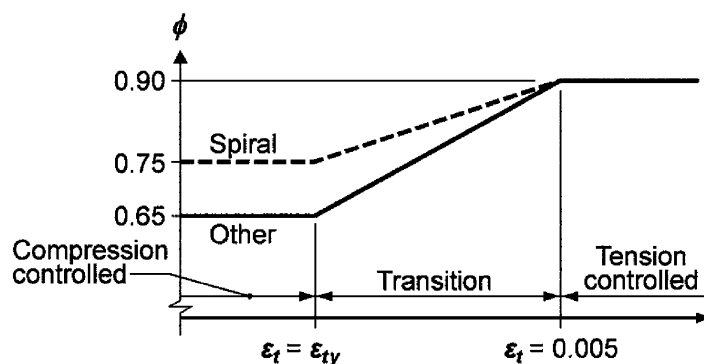
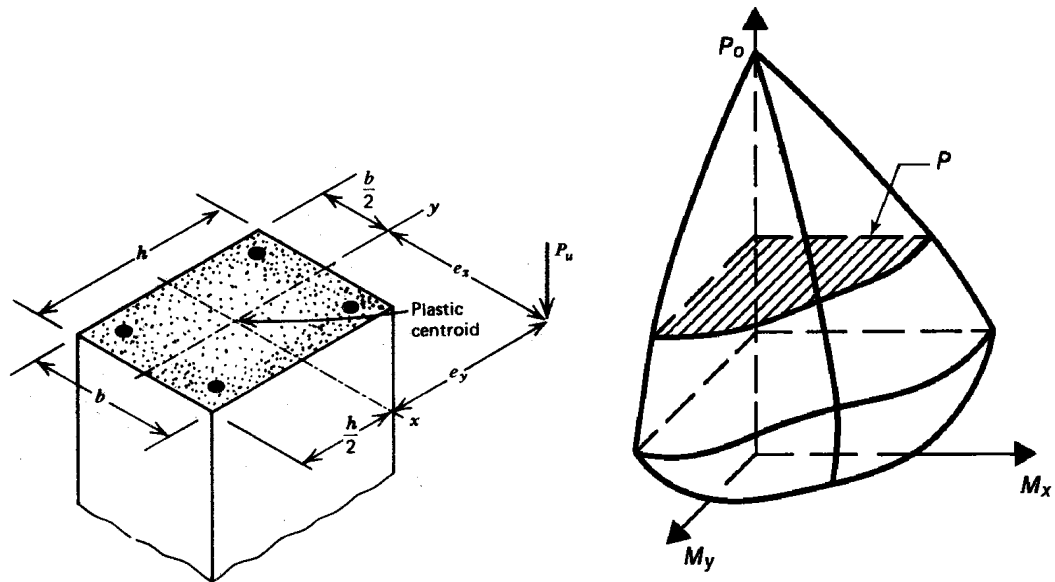
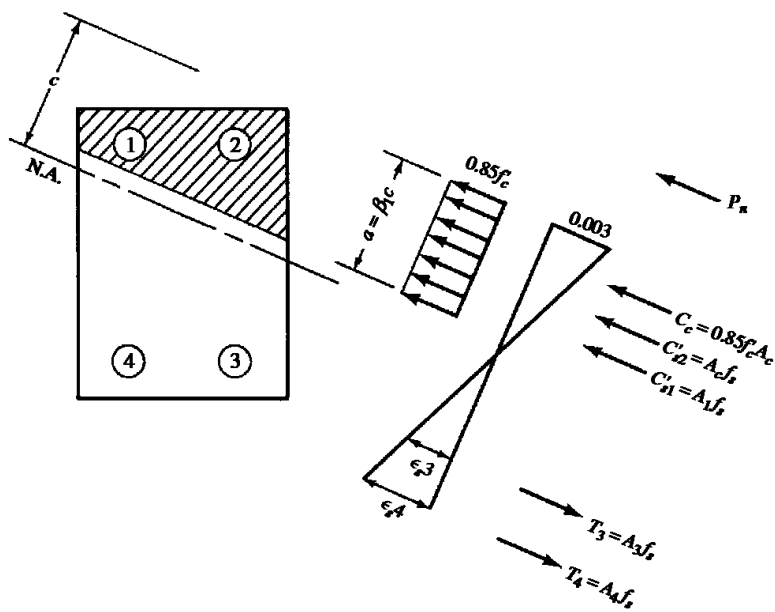


Fig. R21.2.2b—Variation of  $\phi$  with net tensile strain in extreme tension reinforcement,  $\epsilon_t$ .

۱۲- خمش دو محوره همراه با نیروی محوری

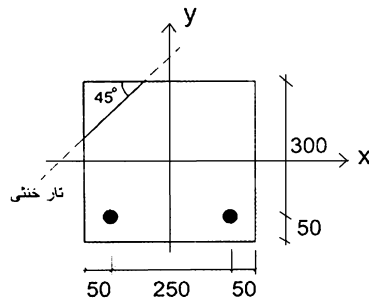


۱۲-۱- روش سازگاری کرنش





۳۴- اگر تیر بتن مسلح شکل زیر با بتن درجا از بتن رده C40 و فولاد رده S400 تحت اثر خمش دو محوره قرار بگیرد به طوری که محور خنثی به موازات قطر مقطع باشد، مقدار مؤلفه‌های لنگر خمشی مقاوم، حول محور x و حول محور y به ترتیب بر حسب kN.m به کدام یک از مقادیر زیر نزدیک تر خواهد بود؟ (قطر آرماتورها برابر 20 میلی‌متر بوده و اندازه‌ها در شکل به میلی‌متر است).



(۱) 17 و 44

(۲) 34 و 34

(۳) 15 و 49

(۴) 41 و 35

پاسخ در گزینه موجود نیست (سطح سوال به علت جدید بودن آن سخت)

روش تقریبی: با توجه به درصد پایین میلگرد استفاده شده، بارزوی خمش را می‌توان تقریباً برابر 0.9d در نظر گرفت.

$$\begin{aligned} \varphi M_{nx} &= \varphi A_s F_y Z \\ &= 0.9(615)(400)(0.9 \times 300) \\ &= 59.78 \text{ kN.m} \end{aligned} \quad \begin{aligned} \varphi M_y &= \varphi A_s F_y Z \\ &= 30.52 \text{ kN.m} \end{aligned}$$

روش دقیق:

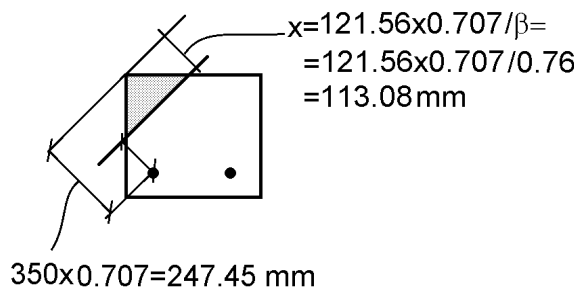
جهت محاسبه لنگر مقاوم مقطع باید مقدار a در شکل بدست آید. ابتدا فرض می‌شود میلگرد ها به تسلیم برسند در این صورت مقدار a باید چنان باشد که مقدار فشار برابر 214 kN بدست آید:

$$\left\{ \begin{aligned} C &= \frac{a^2}{2} \times 0.85 f_c = \frac{a^2}{2} \times 0.85 \times 40 = 17a^2 \\ T1 + T2 &= A_s F_y = 2 \times 314 \times 400 = 251200 \text{ N} \end{aligned} \right\} C = T1 + T2 \rightarrow a = 121.558 \text{ mm}$$

$$\begin{aligned} T2 \times \left(300 - \frac{a}{3}\right) &= (251.5 \text{ kN}) \times \left(300 - \frac{121.56}{3}\right) = 65.26 \text{ kN.m} \\ (T1) \times \left(300 - \frac{a}{3}\right) + (T2) \times \left(50 - \frac{a}{3}\right) &= \\ &= 33.78 \text{ kN.m} \end{aligned}$$

کنترل تسلیم شدن میلگردها:

$$\epsilon_{s1} = \frac{247.45 - 113.08}{113.08} \times 0.003 = 0.0035 > 0.002 \quad OK$$



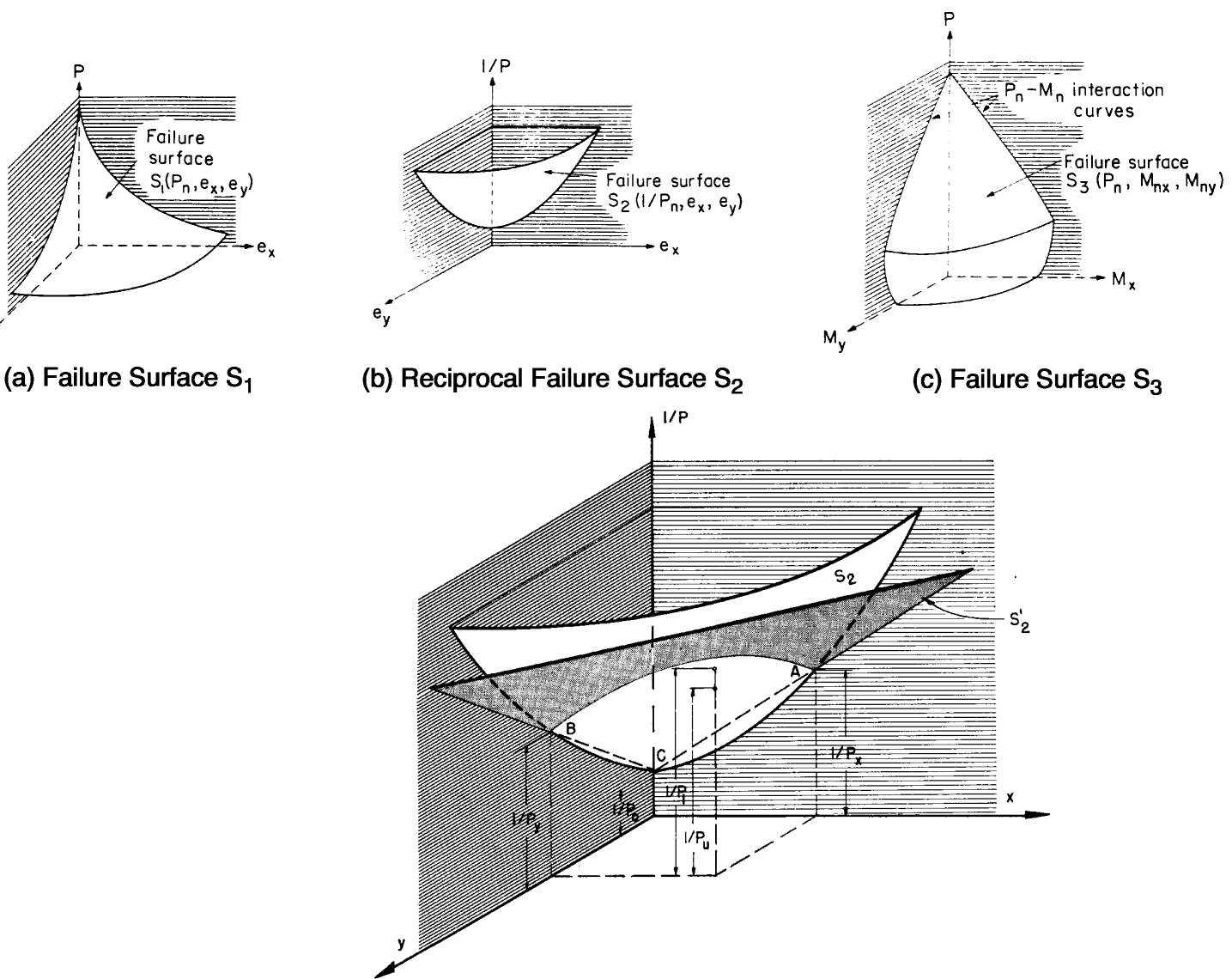


Figure 7-10 Reciprocal Load Method

$$\frac{1}{P_n} + \frac{1}{P_o} \approx \frac{1}{P_{ox}} + \frac{1}{P_{oy}}$$

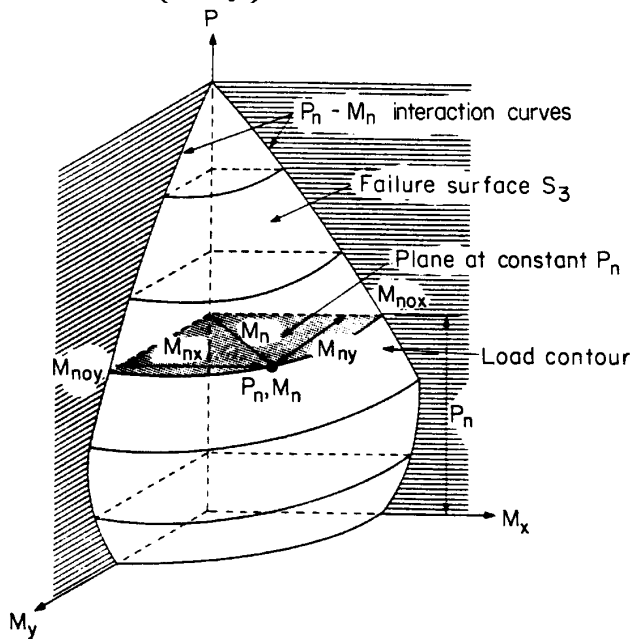
$P_o$ : ظرفیت محوری خالص فشاری ستون

$P_n$ : ظرفیت محوری ستون تحت اثر لنگرهای همزمان  $M_x$  و  $M_y$

This equation is simple in form and the variables are easily determined. Axial load strengths  $P_o$ ,  $P_{ox}$ , and  $P_{oy}$  are determined using any of the methods presented above for uniaxial bending with axial load. Experimental results have shown the above equation to be reasonably accurate when flexure does not govern design. The equation should only be used when:

$$P_n \geq 0.1f'_c A_g \tag{8}$$

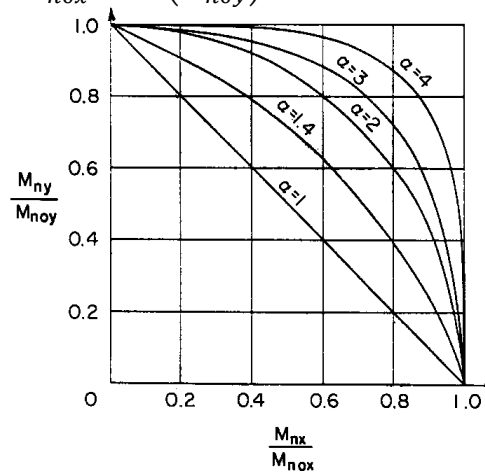
$$\left(\frac{M_{nx}}{M_{nox}}\right)^\alpha + \left(\frac{M_{ny}}{M_{noy}}\right)^\beta = 1.0$$

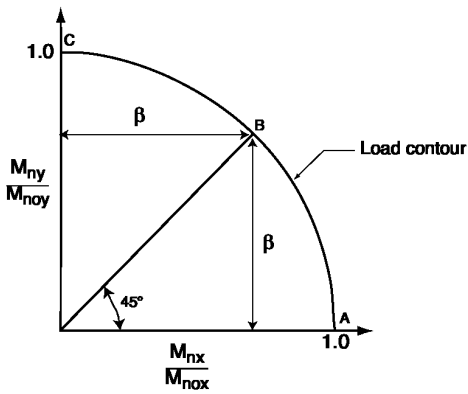


طبق توصیه برسلر می توان از رابطه زیر استفاده کرد (  $\alpha = \beta$  ):

Bresler indicated that, typically,  $\alpha$  varied from 1.15 to 1.55, with a value of 1.5 being reasonably accurate for most square and rectangular sections having uniformly distributed reinforcement:

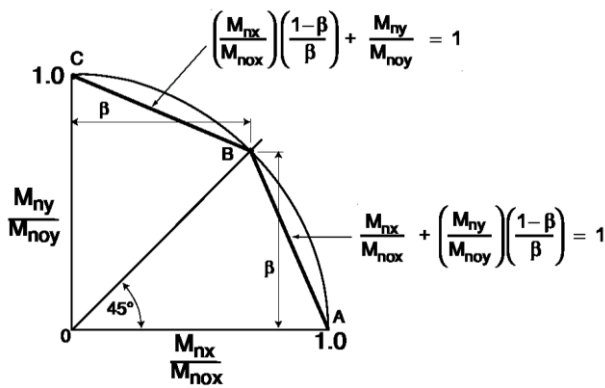
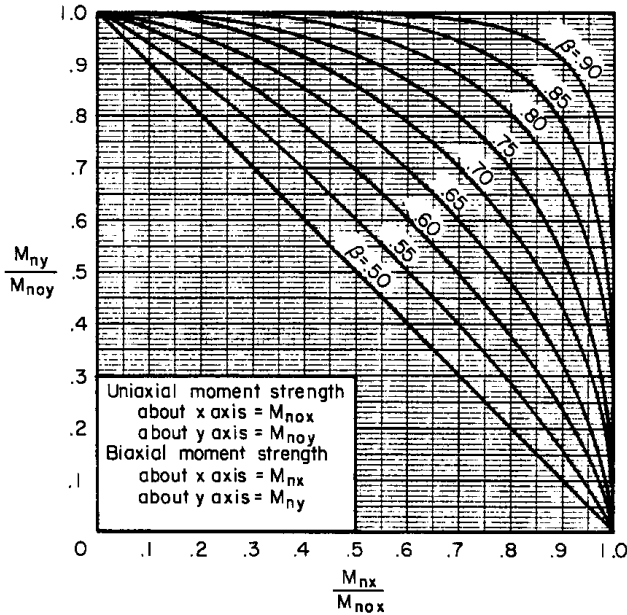
$$\left(\frac{M_{nx}}{M_{nox}}\right)^\alpha + \left(\frac{M_{ny}}{M_{noy}}\right)^\alpha = 1$$





$$(\beta)^\alpha + (\beta)^\alpha = 1 \rightarrow (\beta)^\alpha = 0.5 \rightarrow \alpha \ln(\beta) = \ln 0.5$$

$$\alpha =$$



$$\frac{M_{nx}}{M_{nox}} \left( \frac{1-\beta}{\beta} \right) + \frac{M_{ny}}{M_{noy}} = 1 \text{ for } \frac{M_{ny}}{M_{nox}} > \frac{M_{noy}}{M_{nox}}$$

$$M_{nx} \left( \frac{M_{noy}}{M_{nox}} \right) \left( \frac{1-\beta}{\beta} \right) + M_{ny} = M_{noy}$$

$$M_{nx} \frac{b}{h} \left( \frac{1-\beta}{\beta} \right) + M_{ny} \approx M_{noy}$$

For lightly loaded columns,  $\beta$  will generally vary from 0.55 to about 0.70. Hence, a value of 0.65 for  $\beta$  is generally a good initial choice in a biaxial bending analysis.

(مثال) مقطع مناسب برای یک ستون تحت اثر بارهای داده شده تعیین نمایید.

$$P_u = 5400 \text{ kN} \quad M_{ux} = 411.48 \text{ kN.m} \quad M_{uy} = 171.45 \text{ kN.m}$$

حل با روش منحنی هم بار:

با توجه به بار محوری، ابعاد مقطع تخمین زده می شود:

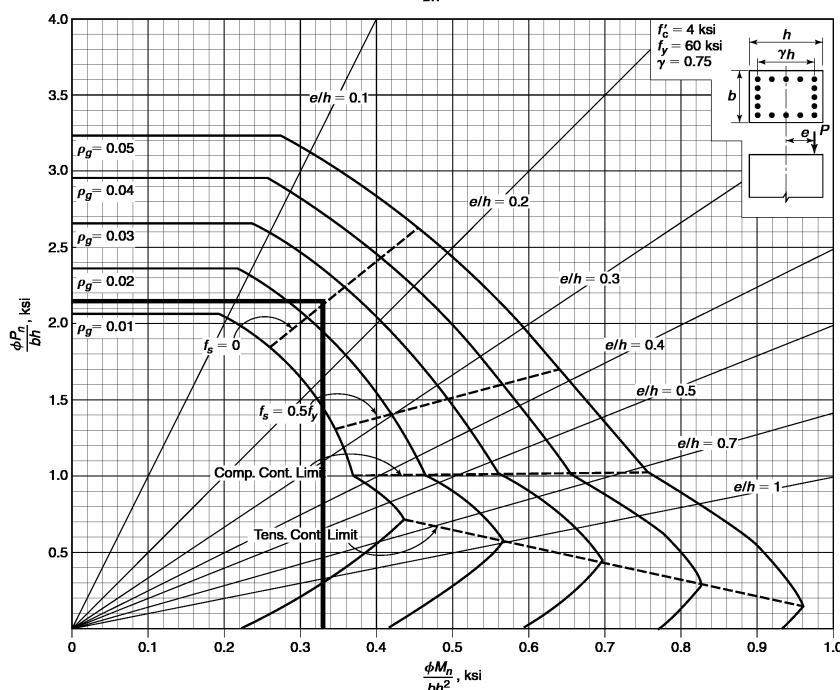
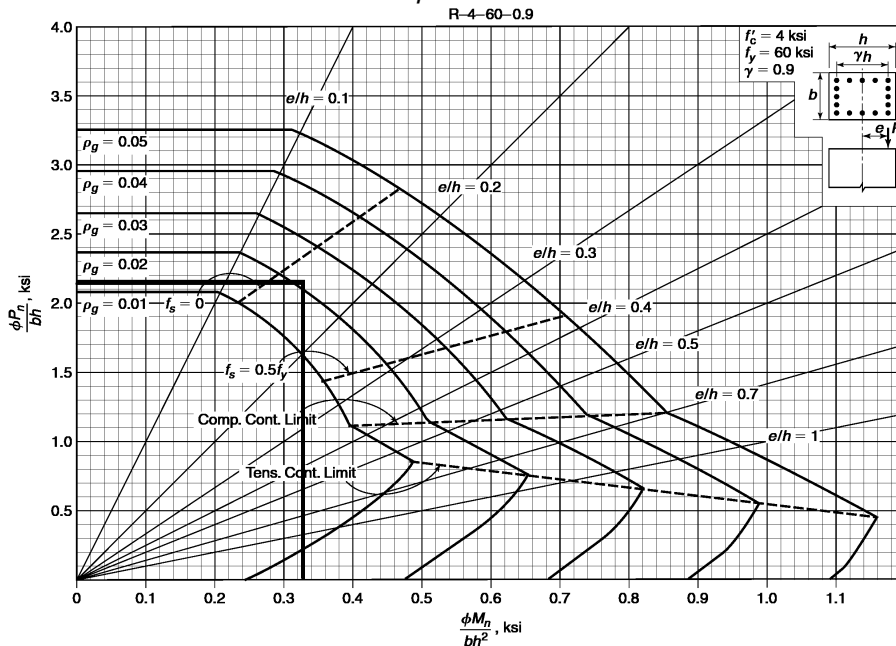
$$A_c > \frac{5400000}{0.45(28 + .01 \times 400)} = 372670 \text{ mm}^2 \rightarrow \text{USE } 600 \times 600 \text{ mm}$$

$$\gamma = \frac{600 - 2 \times 64}{600} = 0.787$$

$$P_u = 5400 \text{ kN} \quad , \quad M_{oux} = 411.48 + \frac{1 - 0.65}{0.65} \times 171.45 = 503.8 \text{ kN.m}$$

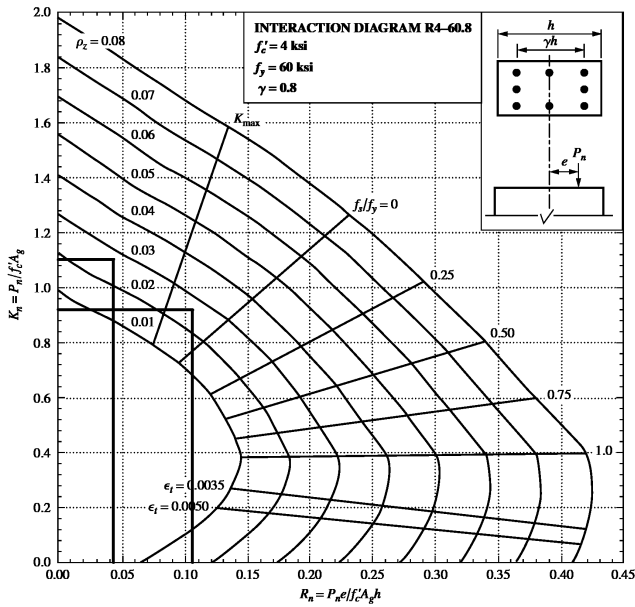
$$\frac{P_u}{bh} = \frac{5400000}{600 \times 600} = 15 \text{ MPa} = 2.14 \text{ ksi} \quad , \quad \frac{M_{oux}}{bh^2} = \frac{503.8 \times 10^6}{600^3} = 2.33 \text{ MPa} = 0.33 \text{ ksi}$$

Use 16  $\phi 28 \rightarrow 2.73\%$



کنترل مقطع انتخاب شده در مثال قبل با روش بار معکوس:

$$P_0 = 0.85f'_c(600^2) + (F_y - 0.85f'_c)9852 = 12471.37 \text{ KN}$$



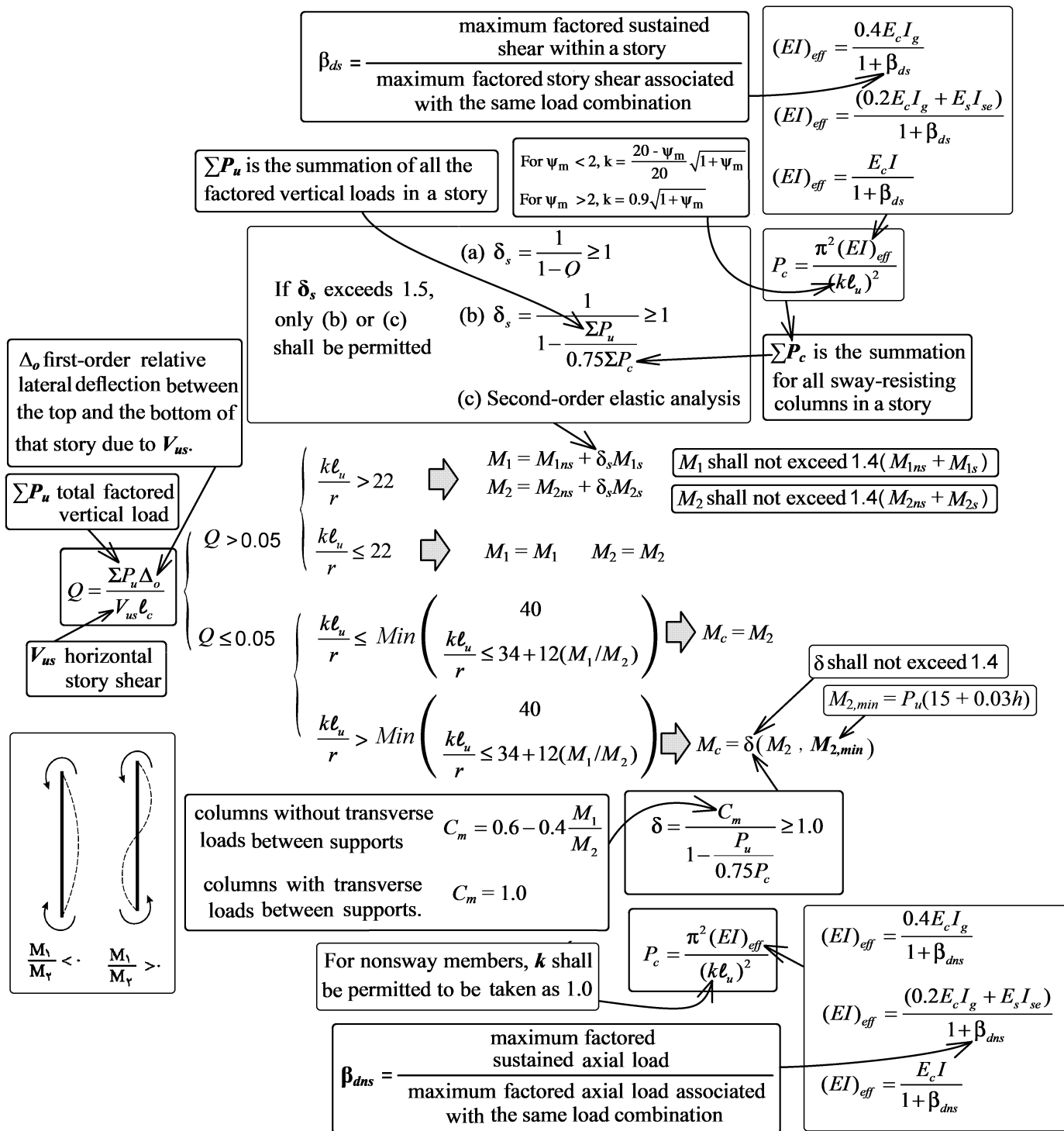
$$\bar{z} = \frac{411.48 \times 10^6}{0.65 \times 28 \times 600^3} = 0.105 \quad \rightarrow \quad \frac{P_{nx}}{f'_c b h} = 0.92$$

$$P_{ox} = 0.92 \times 28 \times 600^2 = 9273600 \text{ N} = 9273.6 \text{ kN}$$

$$\frac{P_{ny}}{b h^2} = \frac{171.45 \times 10^6}{0.65 \times 28 \times 600^3} = 0.0436 \quad \rightarrow \quad \frac{P_{ny}}{f'_c b h} = 1.1$$

$$P_{noy} = 1.1 \times 28 \times 600^2 = 11088000 \text{ N} = 11088 \text{ kN}$$

$$\frac{1}{12471} + \frac{1}{P_n} = \frac{1}{9274} + \frac{1}{11088} \quad \rightarrow \quad P_n = 8486 \text{ kN} \quad \rightarrow \quad \phi P_n = 5516.1 \text{ kN}$$



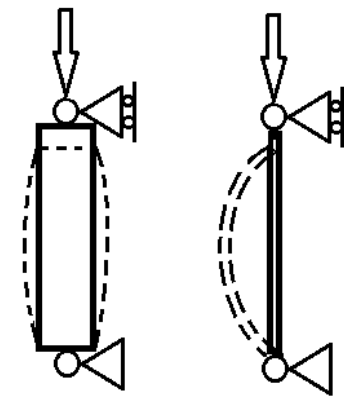
پارامترهای تاثیر گذار در مقاومت ستونهای لاغر

- لاغری ستون  $(\frac{kl_u}{r})$
- ستون  $EI_{eff}$
- شکل دیاگرام لنگر در ستونهای مهار شده ( $C_m$ )
- خزش ( $\beta$  ضریب)
- طبقه ای که ستون در آن قرار گرفته است مهار شده است یا مهار نشده

$$P = A_c(0.85f'_c) + A_sF_y$$

$$P = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$$

کدامیک از این دو رابطه تعیین کننده مقاومت ستون است؟



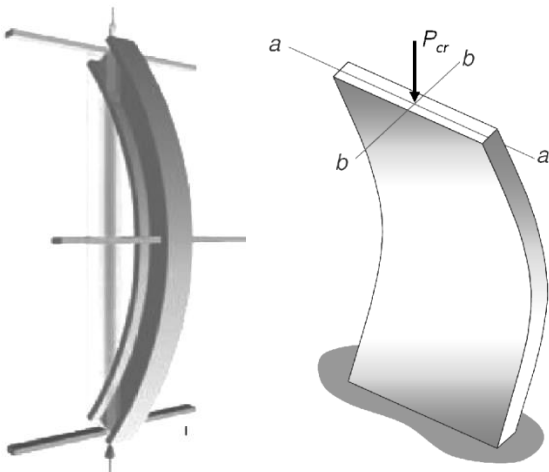
ستون چاق

ستون لاغر

مقاومت فشاری ستون چاق (کوتاه) از رابطه  $A_c(0.85f'_c) + A_sF_y$  بدست می آید. یعنی تا جایی نیرو تحمل می کند که "له" شود.

مقاومت فشاری ستون لاغر از رابطه  $P = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$  بدست می آید. یعنی تا جایی نیرو تحمل می کند که کمانش کند.

در ستونهای زیر محور کمانش کدام است؟



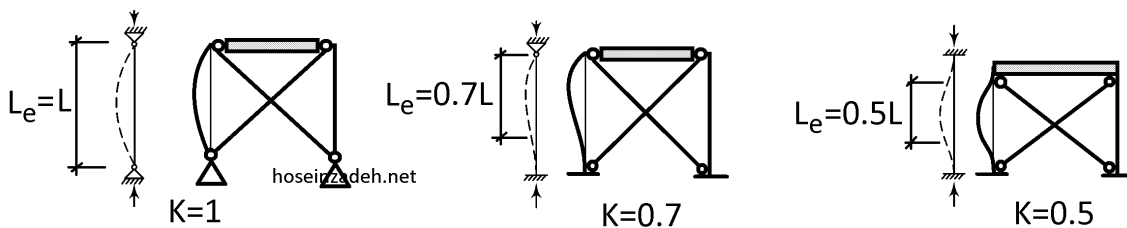


۱-۱۳- ضریب K

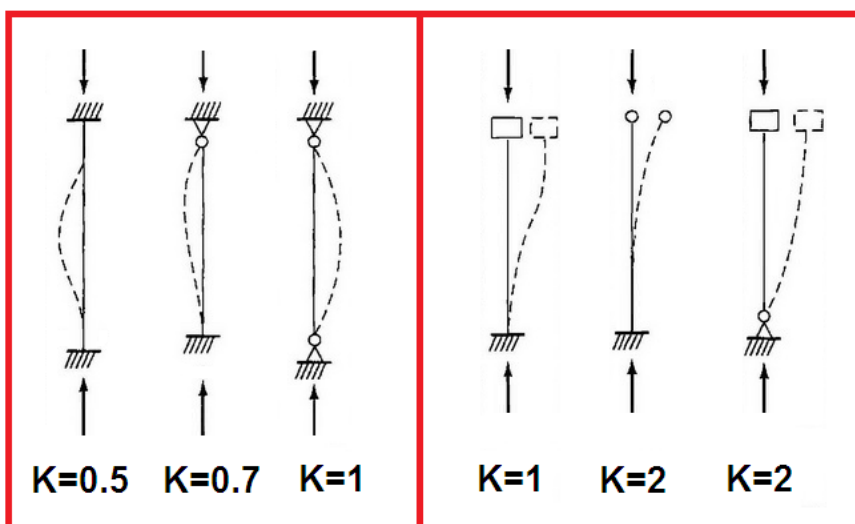
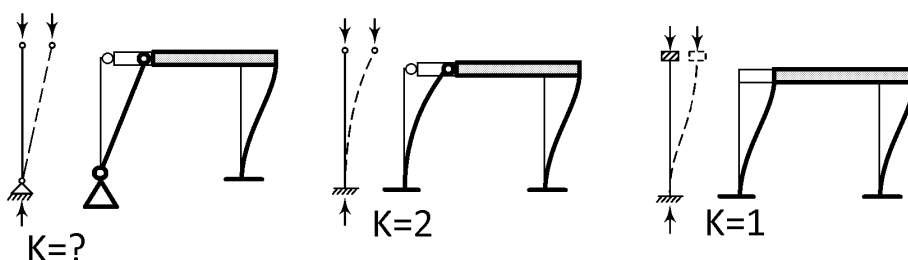
در سه سازه زیر، ستونها مهار شده هستند (به جهت وجود مهاربند).

در هر سه سازه تیر صلب فرض شده است.

بسته به شرایط تکیه گاهی ستون (گیردار یا مفصلی بودن)، شکل کمانش و ضریب طول موثر متفاوت شده است.



در سه سازه زیر، ستونها مهار نشده هستند.

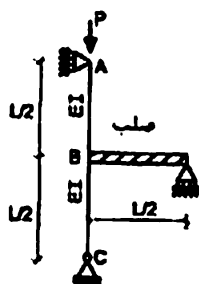


مهار انتقالی دارد.

مهار انتقالی ندارد.

محاسبات آذر ۹۲

۵۳- در سازه نشان داده شده در شکل، ضریب طول موثر ستون AB به کدامیک از مقادیر زیر نزدیکتر است؟



است؟

۴ (۱)

۱ (۲)

۲ (۳)

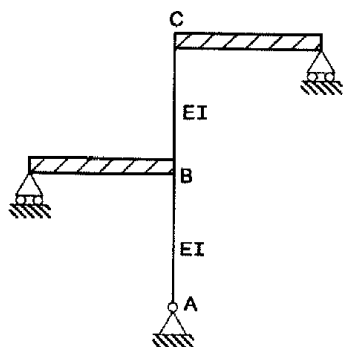
۰.۵ (۴)

گزینه ۳

ستون AB یک ستون یک سر گیردار- یک سر مفصل می باشد و بدون مهار جانبی می باشد و ضریب طول موثر  $K=2$  می باشد.

$$L_e = K \left( \frac{L}{2} \right) = 2 \left( \frac{L}{2} \right) = L$$

۲۶- در سازه شکل زیر، ضریب طول موثر ستونهای AB و BC چقدر است؟ (تیرها صلب فرض شوند).



$$K_{AB} = 2, K_{BC} = 2 \quad (۱)$$

$$K_{AB} = 2, K_{BC} = 1 \quad (۲)$$

$$K_{AB} = 1, K_{BC} = 2 \quad (۳)$$

$$K_{AB} = 1, K_{BC} = 1 \quad (۴)$$

گزینه ۲

هر دو ستون مهار نشده محسوب می شوند.

ضریب طول موثر ستون "یکسر مفصل- یکسر گیردار" مهار نشده برابر ۲ می باشد. بنابراین  $K_{AB} = 2$

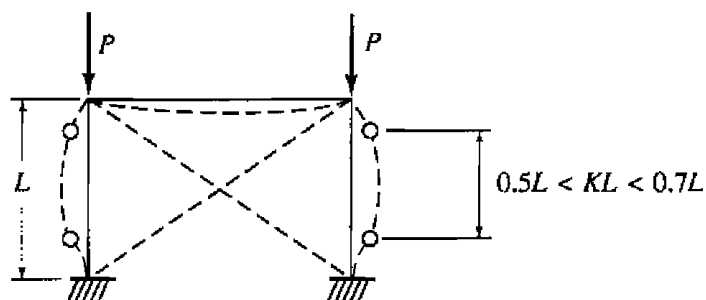
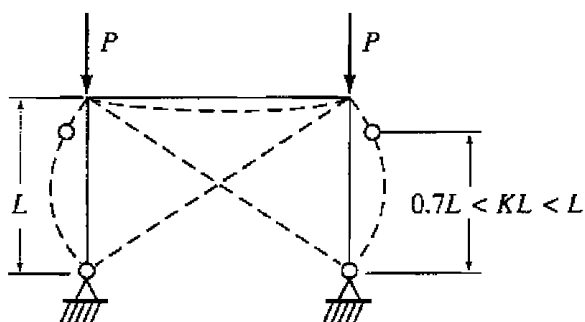
ضریب طول موثر ستون "دوسرگیردار" مهار نشده برابر ۱ می باشد. بنابراین  $K_{BC} = 1$

در ستونهای متصل به سازه ضریب K چگونه تعیین می شود؟

در شکل زیر (سمت راست) اگر تیر صلب باشد و مانع دوران ستون شود،  $K=0.7$  خواهد بود.

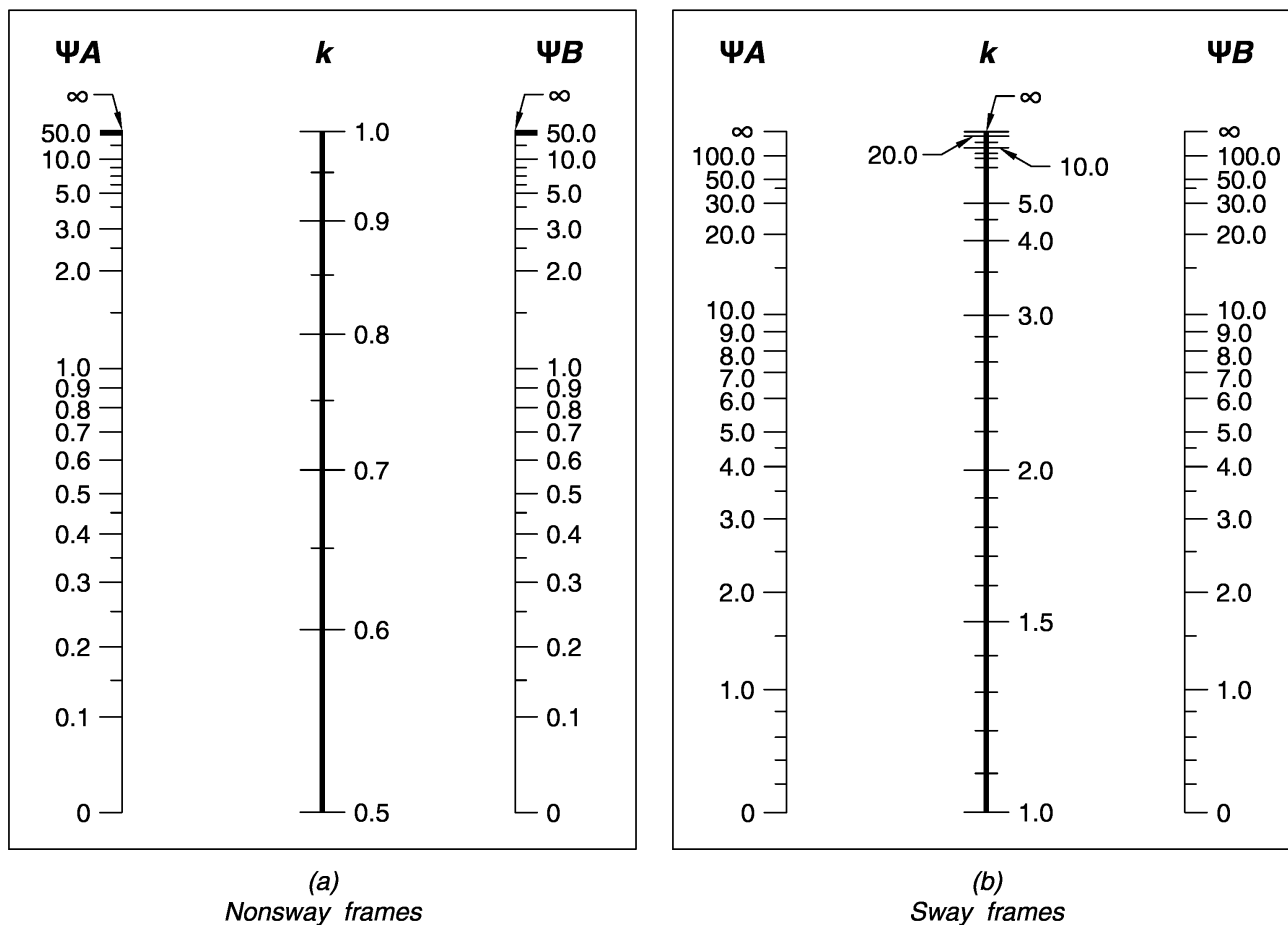
در شکل زیر (سمت راست) اگر سختی خمشی تیر به صفر میل کند و نتواند مانع دوران ستون شود،  $K=0.5$  خواهد بود.

بنابراین در شکل زیر (سمت راست) ضریب طول موثر ستون بسته به سختی تیر متصل به آن بین 0.5 و 0.7 متغیر خواهد بود.



با استفاده از روابط و نمودارهای زیر می توان مقدار ضریب K ستون را بر اساس نسبت سختی ستون و تیر متصل به آن محاسبه نمود.

شکل های زیر برگرفته از ACI318-19 می باشند.



$\Psi$  = ratio of  $\sum(EI/\ell_c)$  of all columns to  $\sum(EI/\ell)$  of beams in a plane at one end of a column

$\ell$  = span length of of beam measured center to center of joints

*Nonsway frames*

$$k = \min [ 0.7 + 0.1 \psi_m, 0.85 + 0.05 \psi_{\min} ] \leq 1.0$$

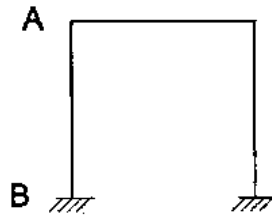
روابط پیشنهادی زیر برگرفته از PCA می باشند:

*Sway frames*

$$\text{For } \psi_m < 2, k = \frac{20 - \psi_m}{20} \sqrt{1 + \psi_m}$$

$$\text{For } \psi_m < 2, k = 0.9 \sqrt{1 + \psi_m}$$

۳- ضریب طول مؤثر ستون AB در قاب مهار نشده بتنی با تکیه‌گاه‌های گیردار مطابق شکل، در صورتیکه  $\psi = 1.0$  باشد، به کدامیک از اعداد زیر نزدیکتر است؟



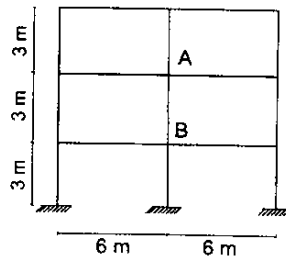
- (۱) 1.20  
(۲) 1.35  
(۳) 1.50  
(۴) 1.70

گزینه ۲

$\psi_m$  متوسط  $\psi$  در بالا و پایین ستون AB می‌باشد. با توجه به اینکه تکیه‌گاه‌ها گیردار هستند،  $\psi_B = 1$  می‌باشد. مقدار  $\psi_A$  را نیز خود مسئله داده است. بنابراین  $\psi_m = \frac{\psi_A + \psi_B}{2} = 1$  پس از محاسبه  $\psi_m$  مقدار K بدست می‌آید:

$$k = \frac{20 - \psi_m}{20} \sqrt{1 + \psi_m} = \frac{20 - 1}{20} \sqrt{1 + 1} = 1.34$$

۲۴- در یک قاب بتن آرمه، در صورتیکه ابعاد مقطع تمام ستون‌ها  $400 \times 400$  میلی‌متر و تمام تیرها  $400 \times 600$  میلی‌متر ( $h = 600 \text{ mm}$ ,  $b = 400 \text{ mm}$ ) باشد، ضریب طول مؤثر ستون AB در صفحه قاب به کدامیک از مقادیر زیر نزدیکتر است؟ (قاب مهار نشده فرض شود و استفاده از نتایج تحلیل دقیق مدنظر نیست).

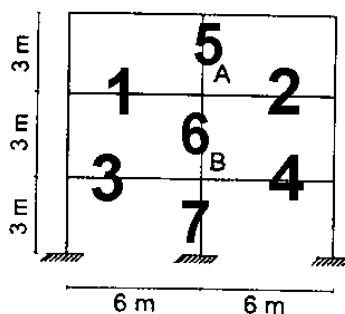


- (۱) 1.40  
(۲) 1.10  
(۳) 1.20  
(۴) 1.30

گزینه ۱

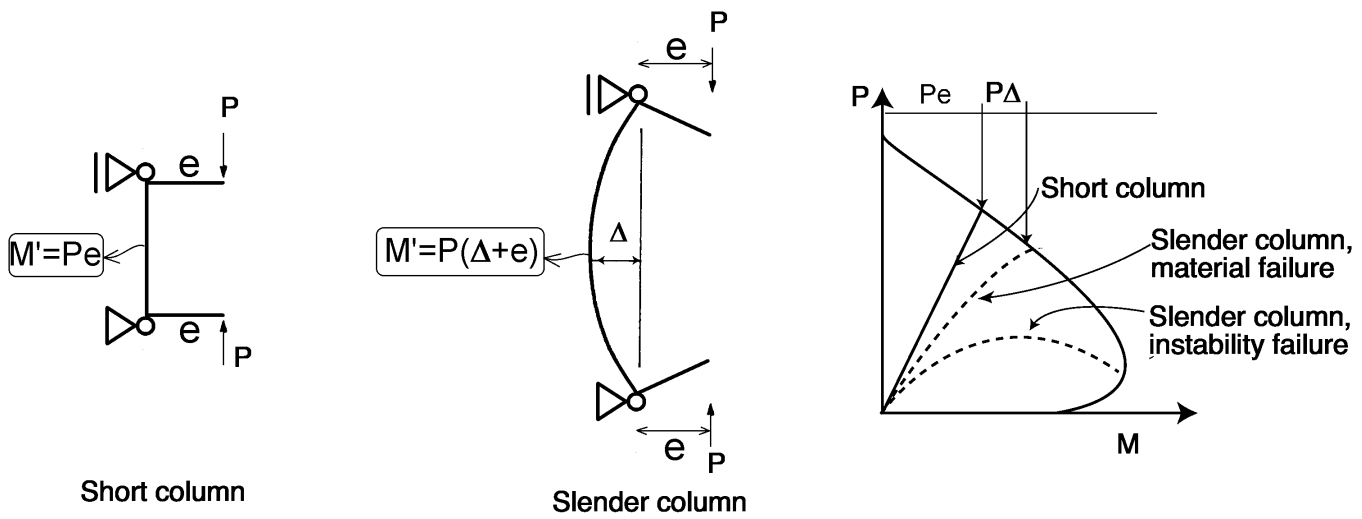
$$\psi_A = \psi_B = \frac{0.7 \left( \left( \frac{EI}{L} \right)_5 + \left( \frac{EI}{L} \right)_6 \right)}{0.35 \left( \left( \frac{EI}{L} \right)_1 + \left( \frac{EI}{L} \right)_2 \right)} = \frac{0.7 \times \left( \frac{400^4}{3} + \frac{400^4}{3} \right)}{0.35 \times \left( \frac{400 \times 600^3}{6} + \frac{400 \times 600^3}{6} \right)} = 4 \times \left( \frac{4}{6} \right)^3 = \frac{32}{27} = 1.19$$

$$\psi_m = \frac{\psi_A + \psi_B}{2} = 1.19 \quad \rightarrow \quad k = \frac{20 - \psi_m}{20} \sqrt{1 + \psi_m} = 1.4$$

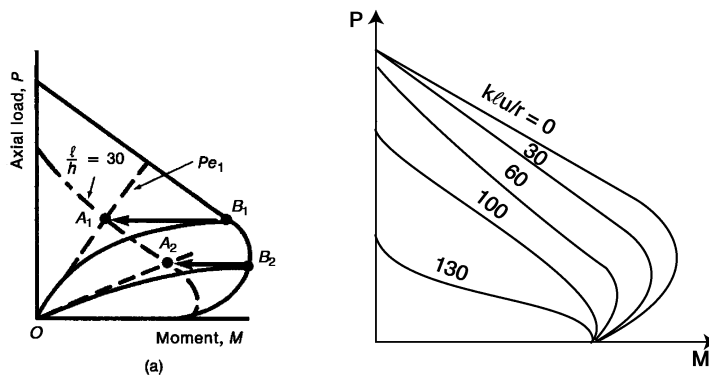


۲-۱۳- تاثیر لاغری بر لنگر داخلی ستون

به ستون لاغر توجه کنید. در دو انتهای ستون لنگر  $M=Pe$  وارد شده است. ولی به علت لاغری بالا و تغییر شکل ستون، لنگر در وسط ستون برابر  $M=P\Delta+Pe$  می باشد. در حالیکه در ستونهای کوتاه (ستون سمت چپ) افزایش لنگر نداریم. این افزایش لنگر در ستونهای لاغر در شکل سمت راست در دیاگرام اندرکنش نشان داده شده است.



جهت منظور کردن اثرات لاغری می توان مطابق شکل پایین (سمت چپ) بر اساس لاغری ستون، دیاگرام اندرکنش را محدود کرد.



نظارت ۱۳۸۳

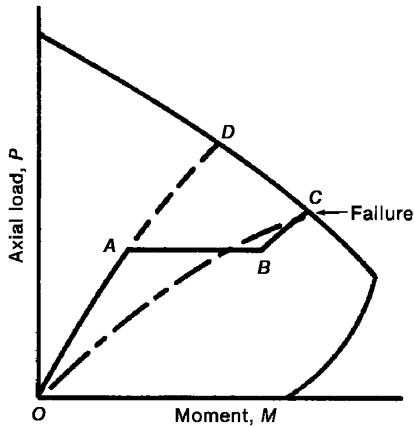
۵۵-

موقعیت ستونی در دیاگرام اندرکنش آن قبل از تأثیر اثر  $P\Delta$  با نقطه A مشخص می شود. بگویید بعد از تأثیر اثر  $P\Delta$  کدام یک از نقاط زیر می تواند نمایشگر موقعیت آن باشد؟  
 (۱) نقطه A تغییر پیدا نمی کند.  
 (۲) نقطه A به نقطه B تغییر مکان می دهد.  
 (۳) نقطه A به نقطه C تغییر مکان می دهد.  
 (۴) نقطه A به نقطه D تغییر مکان می دهد.

گزینه ۳

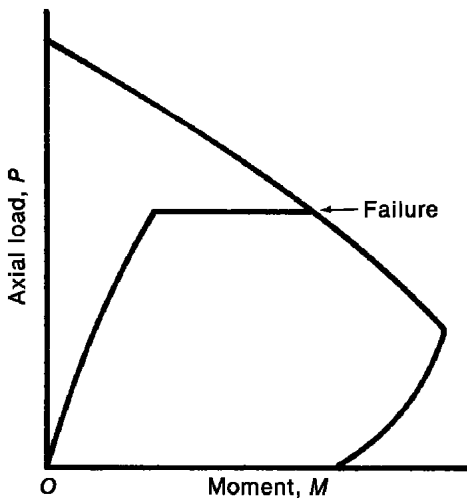
## ۳-۱۳- تاثیر سرعت بارگذاری و خزش

در شکل زیر در مسیر OA، ابتدا بارگذاری بهره برداری در زمان کوتاهی (rapid) انجام شده است. در مسیر AB مقدار بار وارد بر ستون ثابت است ولی به علت پدیده خزش با گذر زمان تغییر شکل های ناشی از خزش ایجاد می شود و این تغییرشکلها منجر به افزایش لنگر می شوند. در مسیر BC مجدداً بارگذاری در زمان کوتاه و به صورت سریع انجام شده است. در شکل زیر در مسیر OAD کل بارگذاری بدون وقفه و به صورت سریع انجام شده است. مشاهده می شود که خزش موجب کاهش مقاومت فشاری ستون شده است.



(a) "Rapid-sustained-rapid" loading history.

در شکل زیر ابتدا بارگذاری سریع انجام شده است و سپس بار ثابت مانده است. با گذر زمان و بدون افزایش در مقدار بار خرابی ایجاد شده است. این خرابی به دلیل پدیده خزش می باشد. این خرابی کمانش خزشی نامیده می شود.



(b) Creep buckling.

آیین نامه ACI جهت منظور کردن اثرات خزش در خرابی اعضای فشاری، در محاسبات صلبیت خمشی ستون (EI) را طبق رابطه زیر کاهش می دهد:

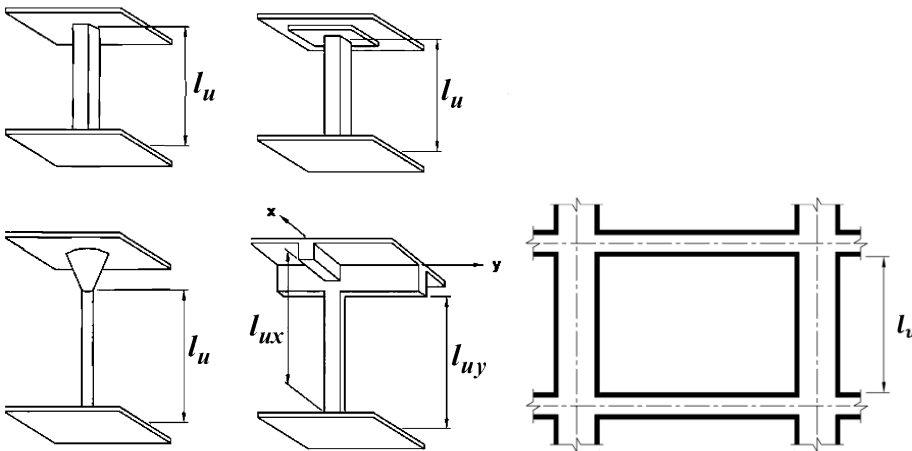
$$\frac{EI}{(1 + \beta)}$$

مراحل گام به گام محاسبه بار کمانشی ستونها

$$P_c = \frac{\pi^2 E I_{eff}}{(k l_u)^2}$$

۱- تعیین طول خالص ستون  $l_u$

در محاسبه بار بحرانی کمانشی ستون از طول خالص ستون مطابق شکل استفاده می شود.



۲- تعیین  $\beta_{dns}$

$\beta_{dns}$  shall be the ratio of maximum factored sustained axial load to maximum factored axial load associated with the same load combination

$\beta_{ds}$  = the ratio of maximum factored sustained shear within a story to the maximum factored shear in that story associated with the same load combination

اگر ستون مهار شده محسوب شود، ضریب  $\beta_{dns}$  محاسبه و استفاده خواهد شد.  
اگر ستون مهار نشده باشد، ضریب  $\beta_{ds}$  محاسبه و استفاده خواهد شد.

$$P_c = \frac{\pi^2 E I_{eff}}{(kl_u)^2} \quad \text{تعیین } EI_{eff} \text{ ستون جهت استفاده در رابطه}$$

جهت محاسبه بار بحرانی از صلبیت خمشی موثر ( $EI_{eff}$ ) استفاده خواهد شد. مقدار  $EI_{eff}$  را می توان با یکی از سه رابطه زیر محاسبه کرد.

**6.6.4.4.4** For noncomposite columns,  $(EI)_{eff}$  shall be calculated in accordance with (a), (b), or (c):

$$(a) (EI)_{eff} = \frac{0.4E_c I_g}{1 + \beta_{dns}} \quad (6.6.4.4.4a)$$

$$(b) (EI)_{eff} = \frac{(0.2E_c I_g + E_s I_{se})}{1 + \beta_{dns}} \quad (6.6.4.4.4b)$$

$$(c) (EI)_{eff} = \frac{E_c I}{1 + \beta_{dns}} \quad (6.6.4.4.4c)$$

where  $\beta_{dns}$  shall be the ratio of maximum factored sustained axial load to maximum factored axial load associated with the same load combination and  $I$  in Eq. (6.6.4.4.4c) is calculated according to Table 6.6.3.1.1(b) for columns and walls

**Table 6.6.3.1.1(b)—Alternative moments of inertia for elastic analysis at factored load**

Member	Alternative value of $I$ for elastic analysis		
	Minimum	$I$	Maximum
Columns and walls	$0.35I_g$	$\left(0.80 + 25 \frac{A_{\pi}}{A_g}\right) \left(1 - \frac{M_u}{P_u h} - 0.5 \frac{P_u}{P_c}\right)$	$0.875I_g$
Beams, flat plates, and flat slabs	$0.25I_g$	$(0.10 + 25\rho) \left(1.2 - 0.2 \frac{b_w}{d}\right) I_g$	$0.5I_g$

Notes: For continuous flexural members,  $I$  shall be permitted to be taken as the average of values obtained for the critical positive and negative moment sections.  $P_u$  and  $M_u$  shall be calculated from the load combination under consideration, or the combination of  $P_u$  and  $M_u$  that produces the least value of  $I$ .

- نکته مهم: در محاسبات فوق در صورتی که ستون مهار شده باشد (Nonsway) در محاسبه  $EI_{eff}$  از ضریب  $\beta_{dns}$  استفاده می شود. ولی اگر سازه مهار نشده باشد (Sway) در این صورت از ضریب  $\beta_{ds}$  استفاده خواهد شد.

### محاسبات ۹۵

۳۸- در یک قاب بتن آرمه با مهارجانبی دو ستون لاغر با مشخصات مصالح، مقطع و ارتفاع یکسان را در نظر بگیرید. هر دو ستون دارای بار محوری دائمی نهایی برابر 800 kN می باشند. ستون اول دارای بار محوری نهایی کل 1600 kN و ستون دوم دارای بار محوری کل نهایی 1200 kN است. ضریب طول مؤثر برای هر دو ستون واحد فرض می شود. اگر بار بحرانی ستون اول 4500 kN باشد، براساس رابطه دقیق تر، بار بحرانی ستون دوم حدوداً چند کیلونیوتن است؟

3750 (۱)      4050 (۲)      5000 (۳)      5850 (۴)

گزینه ۲

$$\left. \begin{aligned} P_{cI} &= \frac{\pi^2 (EI_e)_I}{(kl_u)^2} \\ P_{cII} &= \frac{\pi^2 (EI_e)_{II}}{(kl_u)^2} \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{یکسان } k, l_u} \frac{P_{cI}}{P_{cII}} = \frac{(EI_e)_I}{(EI_e)_{II}} = \frac{\left(\frac{0.2E_c I_g + E_s I_{se}}{1 + \beta_{dns}}\right)_I}{\left(\frac{0.2E_c I_g + E_s I_{se}}{1 + \beta_{dns}}\right)_{II}}$$

$$\xrightarrow{\text{یکسان } E_c I_g, E_s I_{se}} \frac{P_{cI}}{P_{cII}} = \frac{(1 + \beta_{dns})_{II}}{(1 + \beta_{dns})_I} = \frac{\left(1 + \frac{800}{1200}\right)_{II}}{\left(1 + \frac{800}{1600}\right)_I} = 1.111 \rightarrow \frac{4500}{P_{cII}} = 1.1111 \rightarrow P_{cII} = 4050 \text{ kN}$$



۴- تعیین  $\Psi$  در دو گره انتهایی ستونها جهت محاسبه K

جهت محاسبه  $\Psi$  لازم نسبت سختی ستون به تیر محاسبه شود. در این محاسبه می توان EI تیرها و ستونها را مطابق بند زیر منظور کرد.

### 6.6.3.1 Factored load analysis

6.6.3.1.1 Moment of inertia and cross-sectional area of members shall be calculated in accordance with Tables 6.6.3.1.1(a) or 6.6.3.1.1(b), unless a more rigorous analysis is used. If sustained lateral loads are present,  $I$  for columns and walls shall be divided by  $(1 + \beta_{ds})$ , where  $\beta_{ds}$  is the ratio of maximum factored sustained shear within a story to the maximum factored shear in that story associated with the same load combination.

**Table 6.6.3.1.1(a)—Moment of inertia and cross-sectional area permitted for elastic analysis at factored load level**

Member and condition		Moment of Inertia	Cross-sectional area
Columns		$0.70I_g$	$1.0A_g$
Walls	Uncracked	$0.70I_g$	
	Cracked	$0.35I_g$	
Beams		$0.35I_g$	
Flat plates and flat slabs		$0.25I_g$	

**Table 6.6.3.1.1(b)—Alternative moments of inertia for elastic analysis at factored load**

Member	Alternative value of $I$ for elastic analysis		
	Minimum	$I$	Maximum
Columns and walls	$0.35I_g$	$\left(0.80 + 25 \frac{A_{st}}{A_g}\right) \left(1 - \frac{M_u}{P_u h} - 0.5 \frac{P_u}{P_o}\right)$	$0.875I_g$
Beams, flat plates, and flat slabs	$0.25I_g$	$(0.10 + 25\rho) \left(1.2 - 0.2 \frac{b_w}{d}\right) I_g$	$0.5I_g$

Notes: For continuous flexural members,  $I$  shall be permitted to be taken as the average of values obtained for the critical positive and negative moment sections.  $P_u$  and  $M_u$  shall be calculated from the load combination under consideration, or the combination of  $P_u$  and  $M_u$  that produces the least value of  $I$ .

۵- تعیین ضریب K

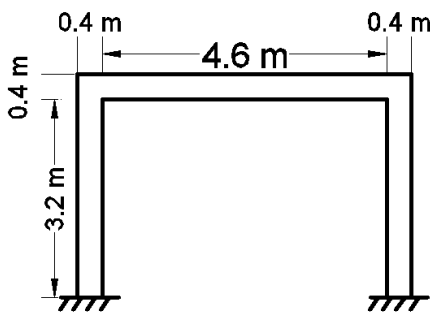
مقدار ضریب طول موثر K بر اساس نسبت سختی اعضا در دو گره انتهایی ( $\Psi$ ) عضو فشاری محاسبه می شود.

۶- محاسبه بار کمانشی ستون

$$P_c = \frac{\pi^2 E I_{eff}}{(k l_u)^2}$$

مثال: بار کمانشی ستون زیر را تحت اثر ترکیب بارهای  $1.2D+1.6L$  و  $1.2D+L+E$  بدست آورید. فرض کنید بارهای دائمی تنها شامل بار مرده می باشد.

سازه دارای دیوار برشی بوده و قاب ها با مهار جانبی (nonsway) محسوب می شوند.

ابعاد ستون:  $400 \times 400 \text{ mm}$ ابعاد تیر:  $500 \times 400 \text{ mm}$ 

$$P_D = 800 \text{ kN}$$

$$P_L = 400 \text{ kN}$$

$$P_E = \pm 300 \text{ kN}$$

الف) تحت اثر ترکیب بار  $1.2D+1.6L$ :

$$l_u = 3200 \text{ mm} \quad ۱-$$

$$\beta_{dns} = \frac{1.2 \times 800}{1.2 \times 800 + 1.6 \times 400} = 0.6 < 1 \quad ۲-$$

$$E I_{eff} = \frac{0.4 E_c I_g}{1 + \beta_{dns}} = \frac{0.4 \times (4700 \sqrt{25}) \times \left(\frac{400^4}{12}\right)}{1 + 0.6} = 1.25333 \times 10^{13} \text{ mm}^4 \quad ۳-$$

$$\psi_{top} = \frac{\left(\frac{EI}{L}\right)_{column}}{\left(\frac{EI}{L}\right)_{beam}} = \frac{0.7(I)_{column}}{0.35(I)_{beam}} \times \frac{(L)_{beam}}{(L)_{column}} = \frac{0.7 \times 400}{0.35 \times 500} \times \frac{5000}{3400} = 2.35 \quad \left. \begin{array}{l} \psi_m = 1.675 \\ \psi_{bot} = 1 \end{array} \right\} \quad ۴-$$

$$K = \min(0.7 + 0.1 \times 1.675, 0.85 + 0.05 \times 1, 1) = 0.8675 \quad ۵-$$

$$P_c = \frac{\pi^2 E I_{eff}}{(k l_u)^2} = P_c = \frac{\pi^2 \times 1.25333 \times 10^{13}}{(0.8675 \times 3200)^2} = 16051893 \text{ N} = 16052 \text{ kN} \quad ۶-$$

ب) تحت اثر ترکیب بار  $1.2D+L+E$ :

$$l_u = 3200 \text{ mm}$$

$$\beta_{dns} = \frac{1.2 \times 800}{1.2 \times 800 + 400 + 300} = 0.578 < 1$$

$$E I = \frac{0.4 \times 4700 \sqrt{25} \times \frac{400^4}{12}}{1 + 0.578} = 1.2708 \times 10^{13}$$

$$P_c = \frac{\pi^2 E I}{(k l_u)^2} = P_c = \frac{\pi^2 \times 1.2708 \times 10^{13}}{(0.8675 \times 3200)^2} = 16275638 \text{ N} = 16276 \text{ kN}$$

۱۲۱- در یک قاب بتن مسلح مهارشده جانبی، ضریب لاغری یکی از ستون‌ها برابر ۵۰ می‌باشد، چنانچه بار زنده محوری فشاری ستون نصف گردد کدام گزینه صحیح است؟  
 (۱) بار بحرانی ستون کاهش می‌یابد.  
 (۲) بار بحرانی ستون افزایش می‌یابد.  
 (۳) بار بحرانی ستون تغییر نمی‌کند.  
 (۴) بستگی به تعداد ستون‌های طبقه دارد.

گزینه ۱

بار بحرانی ستون به  $EI_{eff}$  مقطع ستون بستگی دارد:

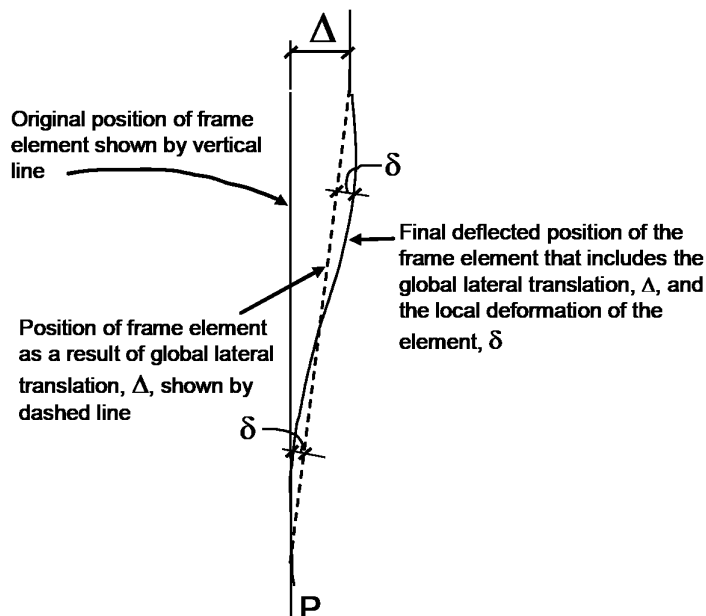
$$P_c = \frac{\pi^2 EI_{eff}}{(kl_u)^2}$$

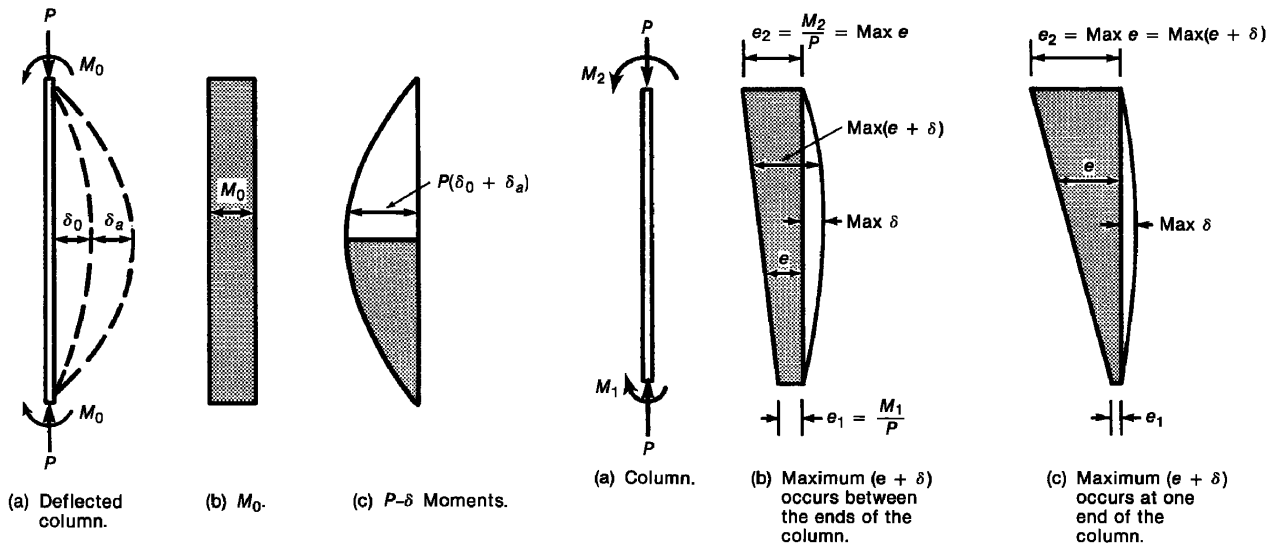
مقدار صلبیت موثر مقطع نیز طبق رابطه زیر تابع  $\beta_{dns}$  می‌باشد:

$$EI_{eff} = \left( \frac{0.4E_c I_g}{1 + \beta_{dns}} \right)$$

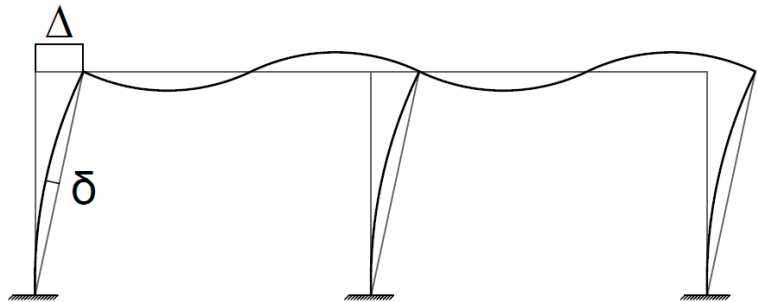
$\beta_{dns}$  ضریبی است که اثرات خزش را منظور میکند و برابر نسبت بار محوری دائمی ضریب دار به بار محوری کل ضریب دار می‌باشد:

$$\beta_{dns} = \frac{\text{بار محوری دائمی}}{\text{بار محوری کل}}$$

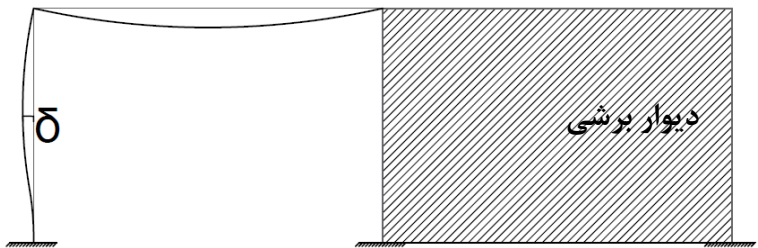
با کاهش بار زنده، ضریب  $\beta_{dns}$  افزایش می‌یابد (عمده بار دائمی خواهد بود). در نتیجه بار بحرانی کاهش می‌یابد.۱۳-۴- تفاوت  $P\Delta$  و  $P\delta$ 



«سازه بدون مهار جانبی (Sway)»



«سازه با مهار جانبی (Nonsway)»



۵-۱۳- شرط صرف نظر کردن از اثرات لاغری ستون

6.2.5 Slenderness effects shall be permitted to be neglected if (a) or (b) is satisfied:

(a) For columns not braced against sidesway

$$\frac{k\ell_u}{r} \leq 22 \quad (6.2.5a)$$

$$\frac{M_1}{M_2} < . \quad \frac{M_1}{M_2} > .$$

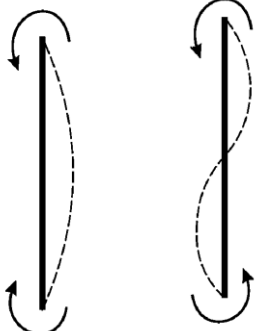
(b) For columns braced against sidesway

$$\frac{k\ell_u}{r} \leq 34 + 12(M_1/M_2) \quad (6.2.5b)$$

and

$$\frac{k\ell_u}{r} \leq 40 \quad (6.2.5c)$$

where  $M_1/M_2$  is negative if the column is bent in single curvature, and positive for double curvature.



۶۰- برای یک ستون مهار شده بتن مسلح با مقطع  $400 \times 400$  میلی‌متر و ضریب طول مؤثر واحد، با طول آزاد سه متر، حداکثر نسبت لنگر خمشی نهایی کوچکتر به لنگر خمشی نهایی بزرگتر دو انتهای ستون  $\frac{M_1}{M_2}$  به کدامیک از گزینه‌های زیر نزدیکتر باشد تا بتوان از اثر لاغری صرف‌نظر کرد؟ (انحنای در یک جهت فرض شود)

۱ (۱) ۰.۷ (۲) ۰.۶ (۳) ۰.۵ (۴)

گزینه ۲

با توجه به اینکه ستون مهار شده است، برای صرف نظر کردن از لاغری، رابطه زیر باید برقرار شود:

$$\left( \frac{kl_u}{r} = \frac{1 \times 3000}{0.3 \times 400} = 25 \right) \leq \left( 34 + 12 \left( -\frac{M_1}{M_2} \right) \right) \rightarrow \frac{M_1}{M_2} \leq 0.75$$

۱۰- در یک قاب خمشی، چنانچه ابعاد ستون‌ها  $50 \times 50$  cm و ابعاد تیرها  $40 \times 60$  cm ( $b=40$  cm ,  $h=60$  cm) و فاصله محور تا محور تیرهای طبقات  $300$  cm و ضریب طول مؤثر ستون

$k=1.2$  باشد، در مورد طراحی آرماتورهای ستون گزینه صحیح را انتخاب نمایید؟

۱) صرف‌نظر کردن از اثر لاغری این ستون بستگی به لنگرهای خمشی دو انتهای ستون دارد.

۲) صرف‌نظر کردن از اثر لاغری این ستون بستگی به مقدار آرماتورهای طولی ستون دارد.

۳) می‌توان از اثر لاغری ستون صرف‌نظر نمود.

۴) نمی‌توان از اثر لاغری ستون صرف‌نظر نمود.

گزینه ۳:

در ستونهای مهار نشده ضریب طول مؤثر ستون بزرگتر از یک بدست می‌آید و بنابراین با توجه به اینکه در صورت مسئله عنوان شده است  $k=1.2$  می‌باشد، ستون مهار نشده می‌باشد. لاغری ستون از رابطه  $\frac{kl_u}{r}$  بدست می‌آید که در آن طول خالص ستون  $l_u$  و شعاع ژیراسیون مقطع ستون می‌باشد و برای مقطع مستطیلی تقریباً برابر است با  $r=0.3b=0.3 \times 500 = 150$  mm بنابراین لاغری این ستون برابر است با:

$$\frac{kl_u}{r} = \frac{1.2 \times (3000 - 600)}{150} = 19.2 \leq 22$$

لاغری این ستون پایین است و می‌توان از اثرات لاغری صرف نظر کرد

۲۹- یک عضو بتنی فشاری مهار شده ( $K=1.0$ ) با ابعاد مقطع  $400 \times 400$  mm تحت اثر لنگرهای خمشی

$M_1=M_2$  مطابق شکل قرار دارد. برای آنکه بتوان از اثر لاغری در این عضو صرف‌نظر نمود، حداکثر طول

آزاد آن باید به کدامیک از اعداد زیر نزدیکتر باشد؟ (شعاع ژیراسیون برابر  $0.3$  بعد مقطع در نظر گرفته

شود و  $\phi_c = 0.65$ )



۱) ۶.۰ m

۲) ۲.۶۵ m

۳) ۴.۸ m

۴) ۵.۵ m

گزینه ۳

$$\left( \frac{Kl_u}{r} = \frac{1 \times l_u}{0.3 \times 400} \right) \leq \text{Min} \left[ 40, 34 + 12 \left( \frac{M_1}{M_2} \right) \right]$$

$$l_u \leq 120 \text{Min} [40, 34 + 12(+1)] = 4800 \text{ mm}$$

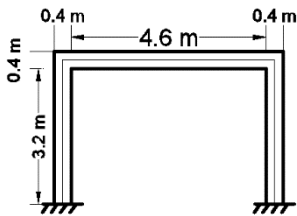
۲۵- در یک قطعه فشاری بتن مسلح مهارشده در صورتی که  $K = 1.0$  و طول آزاد عضو 5.0 متر و ابعاد مقطع  $400 \times 400$  mm باشد و لنگرهای خمشی مؤثر در دو انتهای عضو 60 و 80 کیلونیوتن-متر و این لنگرها موجب انحنای ستون در دو جهت شوند، گزینه صحیح را انتخاب کنید. شعاع ژیراسیون مقطع برابر 0.3 بُعد کلی مقطع در نظر گرفته شود.

- (۱) چون انحنای ستون در دو جهت است، می‌توان از اثر لاغری صرف‌نظر نمود.  
 (۲) چون مقدار  $K$  برابر واحد است، می‌توان از اثر لاغری صرف‌نظر نمود.  
 (۳) نمی‌توان از اثر لاغری صرف‌نظر نمود.  
 (۴) چون لنگرهای خمشی دو انتهای ستون هم علامت هستند، می‌توان از اثر لاغری صرف‌نظر نمود.

گزینه ۳

$$\left( K \frac{l_u}{r} = 1 \frac{5000 \text{ mm}}{0.3 \times 400} = 41.66 \right) > \text{Min} \left( 34 + 12 \frac{M_1}{M_2}, 40 \right)$$

مثال: در ستون زیر بررسی نمایید که آیا نیازی به منظور کردن اثرات لاغری هست یا نه؟  
 سازه دارای دیوار برشی بوده و قاب‌ها با مهار جانبی محسوب می‌شوند (Nonsway).

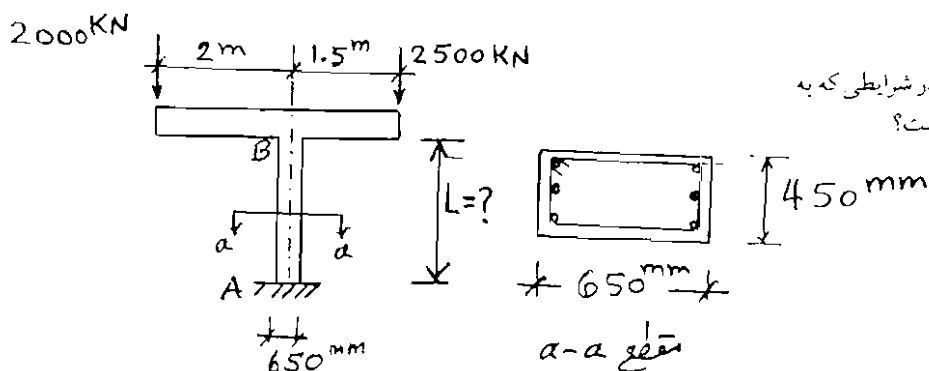
ابعاد ستون:  $400 \times 400$  mmابعاد تیر:  $500 \times 400$  mm

$$\begin{aligned} \rightarrow \text{-top} &= 400 \text{ kN} & M_{D-\text{bot}} &= 200 \text{ kN} \\ \rightarrow \text{-top} &= 200 \text{ kN} & M_{L-\text{bot}} &= 100 \text{ kN} \\ \rightarrow \text{-top} &= \pm 80 \text{ kN} & M_{E-\text{bot}} &= \pm 80 \text{ kN} \end{aligned}$$

حل:

	M1	M2	M1/M2
1.4D	280	560	0.5
1.2D+1.6L	400	800	0.5
1.2D+L+E	420	760	0.552632
1.2D+L-E	260	600	0.433333

$$\left[ \frac{Kl_u}{r} = \frac{0.8675 \times 3200}{0.3 \times 400} = 23.13 \right] < [34 - 12 \times 0.5526 = 27.37]$$



۱۰۶. حداکثر طول ممکن برای ستون کنسولی در شرایطی که به صورت ستون کوتاه عمل کند چند متر است؟

$$L = 1/0.7 \quad (1)$$

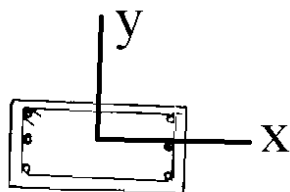
$$L = 2/1.5 \quad (2)$$

$$L = 3/2.1 \quad (3)$$

$$L = 4/3.0 \quad (4)$$

گزینه ۲

با توجه به اینکه ستون طره می باشد، مهار نشده محسوب میشود و ضریب طول موثر آن برابر  $K=2$  خواهد بود. متاسفانه مشخصات مهار جانبی در جهت عمود بر صفحه ارائه نشده است. بنابراین امکان محاسبه لاغری در دو جهت وجود ندارد:



$$\frac{kL}{r} = \text{Max} \left( \left( \frac{kL}{r} \right)_x, \left( \frac{kL}{r} \right)_y \right) = \text{Max} \begin{cases} \left( \frac{kL}{r} \right)_x = \frac{K_x L}{r_x} = \frac{? \times L}{0.3 \times 450} \\ \left( \frac{kL}{r} \right)_y = \frac{K_y L}{r_y} = \frac{2 \times L}{0.3 \times 650} \end{cases}$$

با توجه به اینکه مشخصات مهار در جهت عمود بر صفحه مشخص نشده عملاً امکان محاسبه  $\left( \frac{kL}{r} \right)_x$  وجود ندارد. بنابراین لاغری را برابر  $\left( \frac{kL}{r} \right)_y = \frac{K_y L}{r_y} = \frac{2 \times L}{0.3 \times 650}$  در نظر می گیریم. برای این ستون کوتاه محسوب شود و بتوان از اثرات لاغری صرف نظر کرد، باید  $\left( \frac{kL}{r} \right) \leq 22$  باشد:

$$\left( \frac{kL}{r} \right) \leq 22 \rightarrow \frac{2 \times L}{0.3 \times 650} < 22 \rightarrow L < 2145 \text{ mm} = 2.145 \text{ m}$$

۱۳-۶- قاب با حرکت جانبی و بدون حرکت جانبی

روابط تشدید لنگر برای قابهای خمشی "مهار شده" و "مهار نشده" متفاوت میباشد.

قبل از محاسبه ضرایب تشدید لنگر باید تعیین شود که قاب خمشی مورد نظر مهار شده هست یا نه. طبق بند زیر در صورتی که اندیس پایداری کوچکتر و یا مساوی 0.05 باشد، قاب مهار شده محسوب میشود. در صورتی که این ضریب بیش از 0.05 بدست آید، قاب مهار نشده محسوب می شود.

#### 6.6.4.4 Stability properties

6.6.4.4.1 The stability index for a story,  $Q$ , shall be calculated by:

$$Q = \frac{\sum P_u \Delta_o}{V_{us} \ell_c} \quad (6.6.4.4.1)$$

where  $\sum P_u$  and  $V_{us}$  are the total factored vertical load and horizontal story shear, respectively, in the story being evaluated, and  $\Delta_o$  is the first-order relative lateral deflection between the top and the bottom of that story due to  $V_{us}$ .

6.6.4.3 It shall be permitted to analyze columns and stories in structures as nonsway frames if (a) or (b) is satisfied:

- (a) The increase in column end moments due to second-order effects does not exceed 5 percent of the first-order end moments
- (b)  $Q$  in accordance with 6.6.4.4.1 does not exceed 0.05



**6.6.4.5 Moment magnification method: Nonsway frames**

**6.6.4.5.1** The factored moment used for design of columns and walls,  $M_c$ , shall be the first-order factored moment  $M_2$  amplified for the effects of member curvature.

$$M_c = \delta M_2 \quad (6.6.4.5.1)$$

**6.6.4.5.2** Magnification factor  $\delta$  shall be calculated by:

$$\delta = \frac{C_m}{1 - \frac{P_u}{0.75P_c}} \geq 1.0 \quad (6.6.4.5.2)$$

$$P_c = \frac{\pi^2 (EI)_{eff}}{(k\ell_u)^2}$$

**6.6.4.5.3**  $C_m$  shall be in accordance with (a) or (b):

(a) For columns without transverse loads applied between supports

$$C_m = 0.6 - 0.4 \frac{M_1}{M_2} \quad (6.6.4.5.3a)$$

**6.6.4.4.3** The effective length factor  $k$  shall be calculated using  $E_c$  in accordance with 19.2.2 and  $I$  in accordance with 6.6.3.1.1. For nonsway members,  $k$  shall be permitted to be taken as 1.0, and for sway members,  $k$  shall be at least 1.0.

where  $M_1/M_2$  is negative if the column is bent in single curvature, and positive if bent in double curvature.  $M_1$  corresponds to the end moment with the lesser absolute value.

(b) For columns with transverse loads applied between supports.

$$C_m = 1.0 \quad (6.6.4.5.3b)$$

**6.6.4.5.4**  $M_2$  in Eq. (6.6.4.5.1) shall be at least  $M_{2,min}$  calculated according to Eq. (6.6.4.5.4) about each axis separately.

$$M_{2,min} = P_u(15 + 0.03h) \quad (6.6.4.5.4)$$

If  $M_{2,min}$  exceeds  $M_2$ ,  $C_m$  shall be taken equal to 1.0 or calculated based on the ratio of the calculated end moments  $M_1/M_2$ , using Eq. (6.6.4.5.3a).

- مطابق بند فوق در صورتی که لنگر اولیه ستون کمتر از لنگر حداقل ( $M_{min}$ ) باشد، به جای لنگر اولیه ستون، باید لنگر حداقل آیین نامه تشدید شود.

۴۲- تحلیل الاستیک مرتبه اول یک قاب دوبعدی بتن آرمه مهارشده در تمام طبقات، نشان می‌دهد که در یک ستون با مقطع مربع به طول ضلع 600 mm، بار محوری نهایی برابر  $N_u=3850$  kN و لنگر نهایی در یک انتها برابر  $M_u=64$  kN.m و در انتهای دیگر برابر  $M_u=46$  kN.m می‌باشد. اگر ضریب تشدید متعلق به انحناء قطعه برابر  $\delta_b=1.42$  محاسبه شده باشد، بزرگ‌ترین لنگر خمشی نهایی تشدیدشده در دو انتهای ستون به کدام یک از گزینه‌های زیر نزدیک‌تر است؟

(۱) 65 kN.m

(۲) 90 kN.m

(۳) 155 kN.m

(۴) 180 kN.m

گزینه ۴ (سطح با توجه به تکراری بودن متوسط)

لنگرهای حاصل از تحلیل سازه کم هستند و بنابراین باید قبل از تشدید کنترل شود که آیا  $\min$  حاکم است یا نه:

$$M_{2,min} = 3850 \times (15 + 0.03 \times 600) = 127050 \text{ kN.mm} = 127 \text{ kN.m}$$

لنگرهای حاصل از تحلیل کمتر از حداقل می‌باشند و بنابراین لنگر حداقل باید منظور شود. لنگر تشدید یافته برابر است با:

$$M_c = \delta M_2 = 1.42 \times 127 = 180 \text{ kN.m}$$

### 6.6.4.6 Moment magnification method: Sway frames

6.6.4.6.1 Moments  $M_1$  and  $M_2$  at the ends of an individual column shall be calculated by (a) and (b).

$$(a) M_1 = M_{1ns} + \delta_s M_{1s} \quad (6.6.4.6.1a)$$

$$(b) M_2 = M_{2ns} + \delta_s M_{2s} \quad (6.6.4.6.1b)$$

6.6.4.6.2 The moment magnifier  $\delta_s$  shall be calculated by (a), (b), or (c). If  $\delta_s$  exceeds 1.5, only (b) or (c) shall be permitted:

$$(a) \delta_s = \frac{1}{1-Q} \geq 1 \quad (6.6.4.6.2a)$$

$$(b) \delta_s = \frac{1}{1 - \frac{\sum P_u}{0.75 \sum P_c}} \geq 1 \quad (6.6.4.6.2b)$$

(c) Second-order elastic analysis

where  $\sum P_u$  is the summation of all the factored vertical loads in a story and  $\sum P_c$  is the summation for all sway-resisting columns in a story.  $P_c$  is calculated using Eq. (6.6.4.4.2) with  $k$  determined for sway members from 6.6.4.4.3 and  $(EI)_{\text{eff}}$  from 6.6.4.4.4 or 6.6.4.4.5 as appropriate with  $\beta_{ds}$  substituted for  $\beta_{dns}$ .

سراسری ۹۵

۱۱۹- از میان دو نوع اثر لاغری، در طراحی ستون‌های لاغر، که شامل ناپایداری عضوی (نوع ۱)، و جابه‌جایی جانبی

(نوع ۲) است، کدام نوع همواره در جهت افزایش لنگر ماکزیمم عمل می‌کند؟

(۱) نوع ۱

(۲) نوع ۲

(۳) بستگی به نسبت لنگر دو انتها دارد.

(۴) بستگی به میزان بار محوری عضو دارد.

گزینه ۲

۳۶- برای تشدید لنگر در ستونهای یک قاب بتن آرمه با حرکت جانبی، کدامیک از روشهای زیر صحیح هستند؟

- (۱) با یک آنالیز الاستیک مرتبه اول، لنگر هر ستون را به دست آورده و با محاسبه ضریب تشدید لنگر ستون و ضرب آن در لنگر بدست آمده از آنالیز، لنگر تشدید یافته را بدست می آوریم.
- (۲) با یک آنالیز الاستیک مرتبه دوم (آنالیز  $P - \Delta$ )، لنگر هر ستون را بدست آورده و به عنوان لنگر تشدید یافته تلقی می نماییم.
- (۳) با یک آنالیز غیرخطی کامل، لنگر هر ستون را به دست آورده و به عنوان لنگر تشدید یافته تلقی می نماییم.
- (۴) هر سه مورد فوق

گزینه ۴

**6.2.3 Methods of analysis permitted by this chapter shall be (a) through (e):**

- (a) The simplified method for analysis of continuous beams and one-way slabs for gravity loads in 6.5
- (b) First-order in 6.6
- (c) Elastic second-order in 6.7
- (d) Inelastic second-order in 6.8
- (e) Finite element in 6.9

۴۲- تحلیل الاستیک مرتبه اول یک قاب دویعدی بتن آرمه مهارشده در تمام طبقات، نشان می‌دهد که در یک ستون با مقطع مربع به طول ضلع 600 mm، بار محوری نهایی برابر  $N_u=3850$  kN و لنگر نهایی در یک انتها برابر  $M_u=64$  kN.m و در انتهای دیگر برابر  $M_u=46$  kN.m می‌باشد. اگر ضریب تشدید متعلق به انحناء قطعه برابر  $\delta_b=1.42$  محاسبه شده باشد، بزرگ‌ترین لنگر خمشی نهایی تشدیدشده در دو انتهای ستون به کدام یک از گزینه‌های زیر نزدیک‌تر است؟

(۱) 65 kN.m

(۲) 90 kN.m

(۳) 155 kN.m

(۴) 180 kN.m

گزینه ۴ (سطح با توجه به تکراری بودن متوسط)

لنگرهای حاصل از تحلیل سازه کم هستند و بنابراین باید قبل از تشدید کنترل شود که آیا  $\min$  حاکم است یا نه:

$$M_{min} = 3850 \times (15 + 0.03 \times 600) = 127050 \text{ kN.mm} = 127 \text{ kN.m}$$

لنگرهای حاصل از تحلیل کمتر از حداقل می‌باشند و بنابراین حداقل باید منظور شود. لنگر تشدید یافته برابر است با:

$$M_c = \delta_b M_2 = 1.42 \times 127 = 180 \text{ kN.m}$$

#### ۹-۱۶-۹ حداقل برون‌محوری بار

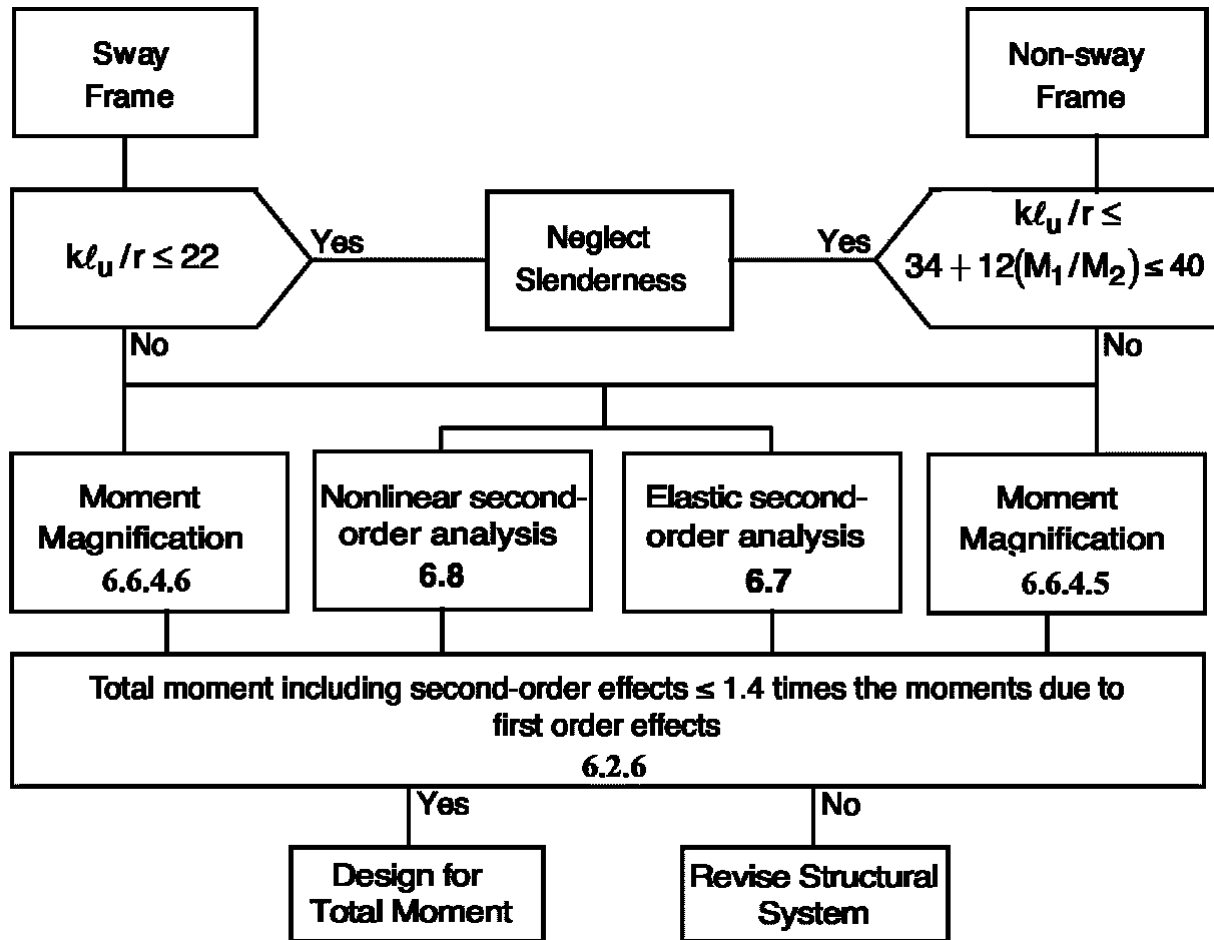
۹-۱۶-۹-۱ در قطعات فشاری مهار شده چنانچه بار محوری و لنگر خمشی حاصل از تحلیل الاستیکی مرتبه اول چنان باشد که برون محوری بار در آنها کمتر از مقدار بدست آمده از رابطه (۹-۱۶-۱۸) باشد:

$$e_{min} = 15 + 0.03h \quad (9-16-18)$$

باید  $e_{min}$  را به عنوان برون‌محوری بار در محاسبات لنگر خمشی عضو و اثر لاغری منظور کرد. این برون‌محوری باید برای خمش حول هر دو محور اصلی مقطع، بطور جداگانه، به کار گرفته شود. در این صورت لنگر خمشی  $M_{rmin}$  از رابطه (۹-۱۶-۱۹) به دست می‌آید.

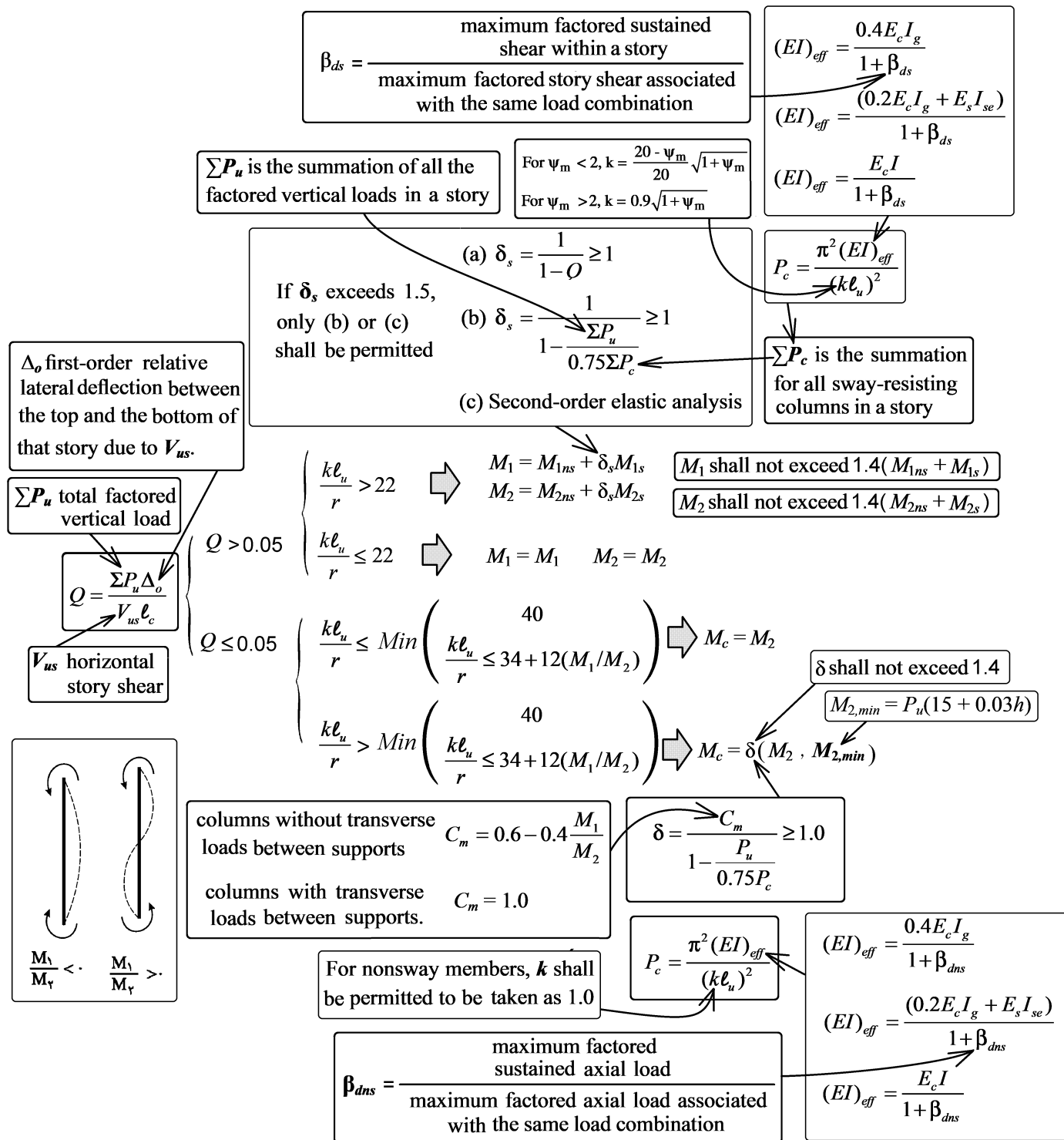
$$M_{rmin} = N_u (15 + 0.03h) \quad (9-16-19)$$

در این حالت می‌توان  $C_m$  را برابر با یک در نظر گرفته و یا بر اساس لنگر خمشی  $M_1$  و  $M_2$  در دو انتهای عضو محاسبه نمود.



تبصره: مطابق آیین نامه، لنگر پس از تشدید نباید بیش از 1.4 برابر لنگر اولیه شود. در غیر اینصورت باید در هندسه سازه تجدید نظر گردد:

**6.2.6** Unless slenderness effects are neglected as permitted by 6.2.5, the design of columns, restraining beams, and other supporting members shall be based on the factored forces and moments considering second-order effects in accordance with 6.6.4, 6.7, or 6.8.  $M_u$  including second-order effects shall not exceed  $1.4M_u$  due to first-order effects.



۱۳-۱۰- مثال -ستون لاغر مهار شده

میلگردهای طولی ستون C3 را بر اساس بارهای وارد شده طراحی نمایید.

$$f'_c = 28 \text{ MPa}; F_y = 420 \text{ MPa}$$

فرض کنید تغییر مکان جانبی نسبی طبقه همکف تحت اثر زلزله برابر 5 mm می باشد.

ابعاد مقطع تمامی تیرها در طبقه همکف: ارتفاع تیر=600 mm ، عرض تیر=500 mm

ابعاد مقطع ستونها در طبقه همکف و نیز طبقه اول: 600x600 mm

طول ستون در طبقه همکف (آکس تا آکس طبقه) =  $l_c = 7700 \text{ mm}$ 

$$l_u = 7700 - \frac{600}{2} = 7400 \text{ mm} = \text{طول خالص ستون همکف}$$

بار محوری و لنگر خمشی ضریب دار برای ستون C3 در جدول زیر آمده است. علامت لنگرها در جهت ساعت گرد مثبت در نظر گرفته شده است.

این نتایج بر اساس آنالیز مرتبه اول و در نظر گرفتن 0.7I برای ستونها و 0.35I برای تیرها بدست آمده است.

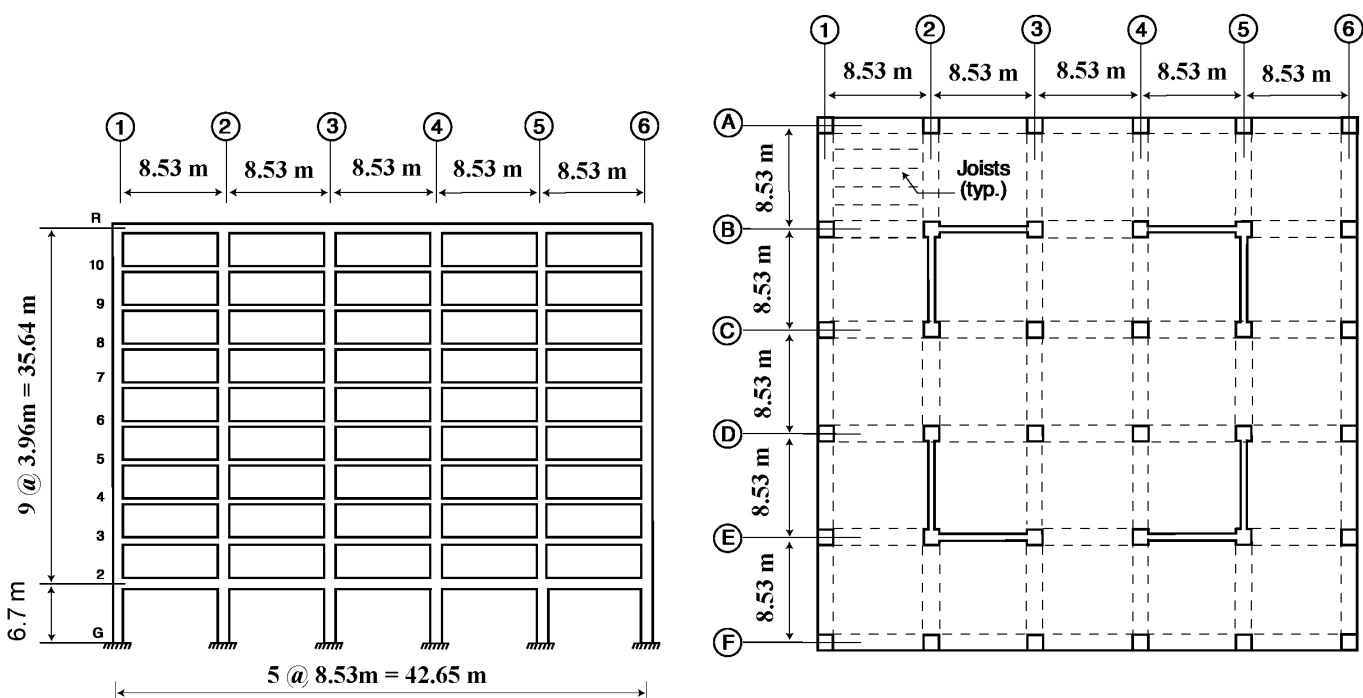
		Axial load (kN)	M-top (kN.m)	M-bot (kN.m)
	D	4710.5	1.37	0.96
	L	1061.50	44.44	22.36
	E	21.60	5.49	16.90
1.00	1.4D	6594.70	1.92	1.34
2.00	1.2D+1.6L	7351.00	72.75	36.92
3.00	1.2D+5*L+E	6204.95	29.35	29.23
4.00	1.2D+0.5*L-E	6161.75	18.38	-4.57

مجموع بار محوری و برشی ستونها در طبقه همکف برابر است با

$$\sum P_D = 168169 \text{ kN}$$

$$\sum P_L = 16240 \text{ kN}$$

$$\sum V_{Ex} = 19100 \text{ kN}$$





حل:

در این سوال نیروهای وارد بر ستون بر اساس نتایج تحلیل مرتبه اول ارائه شده است. بنابراین ابتدا باید جهت منظور کردن اثرات لاغری لنگرهای ارائه شده، در صورت لزوم تشدید شوند. بدین منظور ابتدا باید تعیین شود که ستون مورد نظر مهار شده هست یا مهار نشده.

۱- بررسی ستون از لحاظ حرکت جانبی

با توجه به بند زیر اگر اندیس پایداری ( $Q$ ) کمتر از 0.05 باشد، طبقه مهار شده (Nonsway) محسوب می شود.

#### 6.6.4.4 Stability properties

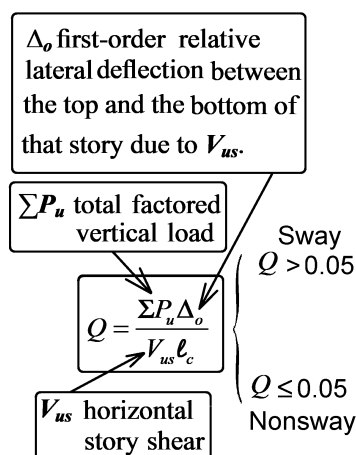
6.6.4.4.1 The stability index for a story,  $Q$ , shall be calculated by:

$$Q = \frac{\sum P_u \Delta_o}{V_{us} l_c} \quad (6.6.4.4.1)$$

where  $\sum P_u$  and  $V_{us}$  are the total factored vertical load and horizontal story shear, respectively, in the story being evaluated, and  $\Delta_o$  is the first-order relative lateral deflection between the top and the bottom of that story due to  $V_{us}$ .

6.6.4.3 It shall be permitted to analyze columns and stories in structures as nonsway frames if (a) or (b) is satisfied:

- (a) The increase in column end moments due to second-order effects does not exceed 5 percent of the first-order end moments  
 (b)  $Q$  in accordance with 6.6.4.4.1 does not exceed 0.05



با توجه به اطلاعات مسئله در صفحه قبل، اندیس پایداری طبقه همکف در جدول زیر محاسبه شده است.

$$\left. \begin{aligned} \sum P_u &= 1.2 \sum P_D + 0.5 \sum P_L = 1.2 \times 168169 + 0.5 \times 16240 = 209922.8 \text{ kN} \\ V_{us} &= 19100 \text{ kN} \text{ طبق صورت مسئله} \\ \Delta_0 &= 5 \text{ mm} \text{ طبق صورت مسئله} \\ l_c &= 6700 \text{ mm} \text{ طبق صورت مسئله} \end{aligned} \right\}$$

$$\rightarrow Q = \frac{P_u \Delta_0}{V_{us} l_c} = 0.0082 < 0.05 \quad \rightarrow \text{مهار شده (Nonsway)}$$

سازه مهار شده (Nonsway) می باشد و بنابراین لزوم اعمال اثر P-delta از روابط 6.2.5.b و 6.2.5.c باید بررسی شود:

$$\begin{aligned} \text{Sway } Q > 0.05 & \begin{cases} \frac{kl_u}{r} > 22 \Rightarrow M_1 = M_{1ns} + \delta_s M_{1s} \\ M_2 = M_{2ns} + \delta_s M_{2s} \\ \frac{kl_u}{r} \leq 22 \Rightarrow M_1 = M_1 \quad M_2 = M_2 \end{cases} \\ \text{Nonsway } Q \leq 0.05 & \begin{cases} \frac{kl_u}{r} \leq \text{Min} \left( \frac{kl_u}{r} \leq 34 + 12(M_1/M_2) \right) \Rightarrow M_c = M_2 \\ \frac{kl_u}{r} > \text{Min} \left( \frac{kl_u}{r} \leq 34 + 12(M_1/M_2) \right) \Rightarrow M_c = \delta(M_2 \cdot M_{2,min}) \end{cases} \end{aligned}$$

6.2.5 Slenderness effects shall be permitted to be neglected if (a) or (b) is satisfied:

(a) For columns not braced against sidesway

$$\frac{kl_u}{r} \leq 22 \quad (6.2.5a)$$

(b) For columns braced against sidesway

$$\Rightarrow \frac{kl_u}{r} \leq 34 + 12(M_1/M_2) \quad (6.2.5b)$$

and

$$\Rightarrow \frac{kl_u}{r} \leq 40 \quad (6.2.5c)$$

where  $M_1/M_2$  is negative if the column is bent in single curvature, and positive for double curvature.

جهت کنترل روابط فوق ابتدا لاغری ستون C3 محاسبه می شود:

$$r = \sqrt{\frac{I}{A}} \cong 0.3 (\text{بعد ستون}) = 0.3 \times 600 = 180 \text{ mm} \quad \left\{ \begin{array}{l} K l_u = 35.56 \\ K = 1 \\ l_u = 6400 \text{ mm} \text{ طول آزاد ستون} \end{array} \right.$$

\*در سازه های مهار شده میتوان مقدار K را برابر یک منظور کرد

کنترل لاغری برای ترکیب بارهای مختلف در جدول زیر انجام شده است.

	M-top (kN.m)	M-bot (kN.m)	Curvature	M1	M2	$\text{Min} \left\{ \frac{34 + 12(M_1/M_2)}{40} \right\}$	$\frac{K l_u}{r}$	Slender?
1.4D	1.92	1.34	double	1.34	1.92	$\text{Min}(42.4, 40)=40$	35.56	NO
1.2D+1.6L	72.75	36.92	double	36.92	72.75	$\text{Min}(40.09, 40)=40$	35.56	NO
1.2D+5*L+E	29.35	29.23	double	29.23	29.35	$\text{Min}(45.95, 40)=40$	35.56	NO
1.2D+0.5*L-E	18.38	-4.57	single	-4.57	18.38	$\text{Min}(31.02, 40)=32.02$	35.56	YES

در ترکیب بار چهارم، لاغری ستون بیش از حد تعیین شده می باشد و بنابراین منظور کردن اثر لاغری در ترکیب بار چهارم الزامی است:

$$\frac{K l_u}{r} = 35.56 > 32.02 \quad \rightarrow \text{Slender}$$

۳- محاسبه لنگر تشدید یافته در ترکیب بار 4

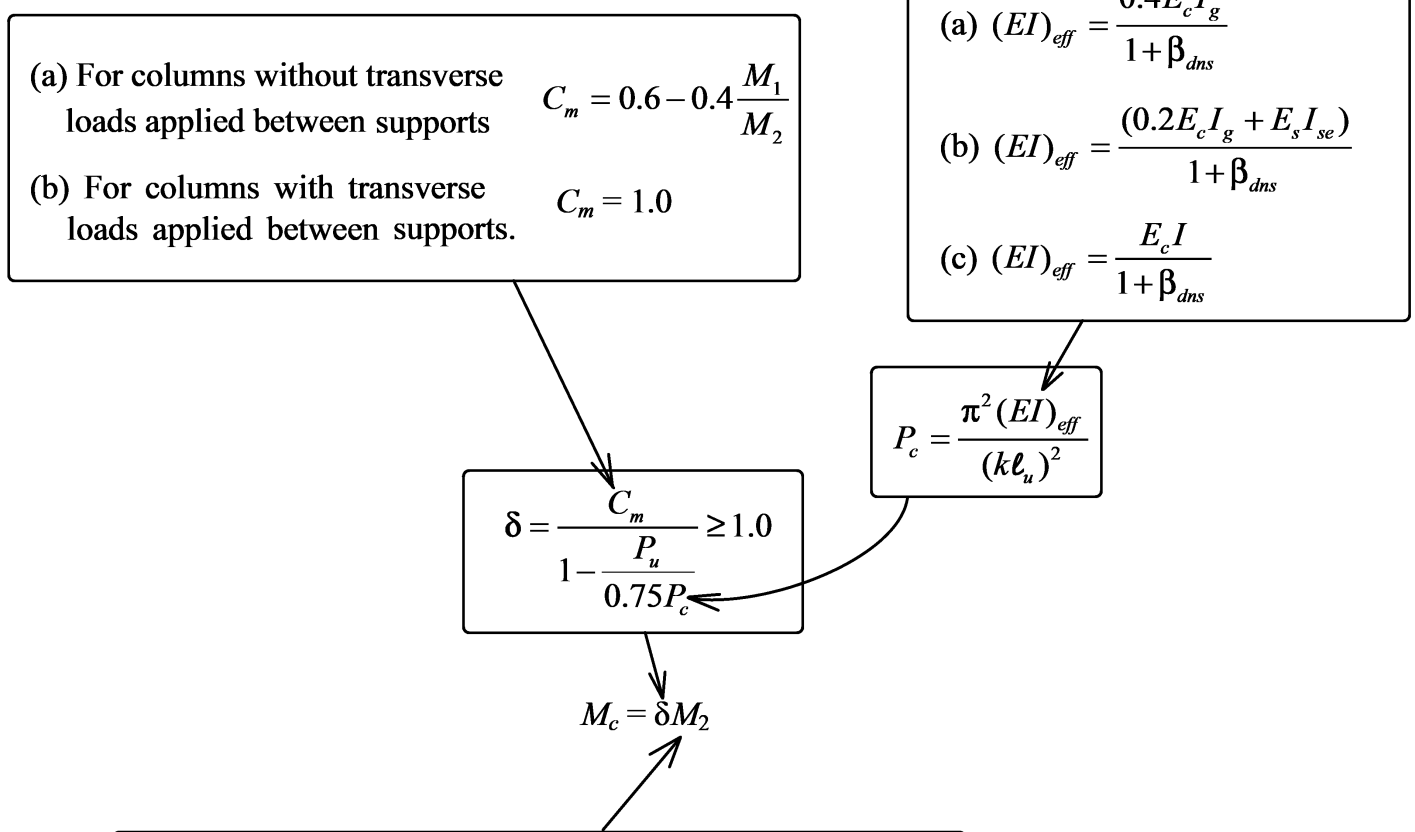
تحت اثر ترکیب بار 1.2D+0.5L-E:

$$\left. \begin{aligned} I_g &= \frac{H^4}{12} = \frac{600^4}{12} = 1.08 \times 10^{10} \text{ mm}^4 \\ \beta_{dns} &= \frac{1.2D}{1.2D + 0.5L - E} = 0.917 \\ E &= 4700\sqrt{f'_c} = 24870 \text{ MPa} \end{aligned} \right\} EI_{eff} = \frac{0.4EI_g}{1 + \beta_{dns}} = 5.6034 \times 10^{13}$$

بار بحرانی ستون برابر خواهد بود با:

$$\left. \begin{aligned} P_c &= \frac{\pi^2 EI_{eff}}{(kL_u)^2} = 13502000 \text{ N} = 13502 \text{ kN} \\ C_M &= 0.6 + 0.4 \times \frac{4.57}{18.38} = 0.6994 \\ P_u &= 6161.75 \text{ kN} \end{aligned} \right\} \delta_{ns} = \frac{C_M}{1 - \frac{P_u}{0.75P_c}} = 1.786$$

- نکته مهم: در محاسبات فوق در صورتی که ستون مهار شده باشد (Nonsway) در محاسبه  $EI_{eff}$  از ضریب  $\beta_{dns}$  استفاده می شود. ولی اگر طبقه مهار نشده باشد (Sway) در این صورت از ضریب  $\beta_{ds}$  استفاده خواهد شد.



**6.6.4.5.4**  $M_2$  in Eq. (6.6.4.5.1) shall be at least  $M_{2,min}$  calculated according to Eq. (6.6.4.5.4) about each axis separately.

$$M_{2,min} = P_u(15 + 0.03h) \quad (6.6.4.5.4)$$

If  $M_{2,min}$  exceeds  $M_2$ ,  $C_m$  shall be taken equal to 1.0 or calculated based on the ratio of the calculated end moments  $M_1/M_2$ , using Eq. (6.6.4.5.3a).

۴- محاسبه لنگر های طراحی

		Axial load (kN)	M-top (kN.m)	M-bot (kN.m)	M-min	$\delta_{ns}$	Mu (kN.m)
1	1.4D	6594.70	1.92	1.34	-	-	1.92
2	1.2D+1.6L	7351.00	72.75	36.92	-	-	72.75
3	1.2D+.5*L+E	6204.95	29.35	29.23	-	-	29.35
4	1.2D+0.5*L-E	6161.75	18.38	-4.57	203.34	1.78	362.3

در ترکیب بارهای ۱ الی ۳ تشدید لنگر لازم نیست. در ترکیب بار ۴ با توجه بندهای قبل باید لنگر محاسبه شده (لنگر مرتبه اول) باید تشدید شود. منتهی قبل از تشدید باید بررسی شود که لنگر اولیه کمتر از لنگر حداقل نباشد:

$$M_{top} = 18.38$$

$$M_{bot} = -4.57$$

$$M_{min} = P_u(15 + 0.03h) = 6161.75(15 + 0.03 \times 600) = 203.34 \text{ kN.m}$$

$$\left. \begin{matrix} M_{top} = 18.38 \\ M_{bot} = -4.57 \end{matrix} \right\} M_c = \delta M_2$$

$$= 1.78 \times 203.34 = 362.3 \text{ kN.m}$$

- (a) For columns without transverse loads applied between supports  $C_m = 0.6 - 0.4 \frac{M_1}{M_2}$
- (b) For columns with transverse loads applied between supports.  $C_m = 1.0$

$$(a) (EI)_{eff} = \frac{0.4E_c I_g}{1 + \beta_{dns}}$$

$$(b) (EI)_{eff} = \frac{(0.2E_c I_g + E_s I_{se})}{1 + \beta_{dns}}$$

$$(c) (EI)_{eff} = \frac{E_c I}{1 + \beta_{dns}}$$

$$P_c = \frac{\pi^2 (EI)_{eff}}{(k\ell_u)^2}$$

$$\delta = \frac{C_m}{1 - \frac{P_u}{0.75P_c}} \geq 1.0$$

$$M_c = \delta M_2$$

**6.6.4.5.4**  $M_2$  in Eq. (6.6.4.5.1) shall be at least  $M_{2,min}$  calculated according to Eq. (6.6.4.5.4) about each axis separately.

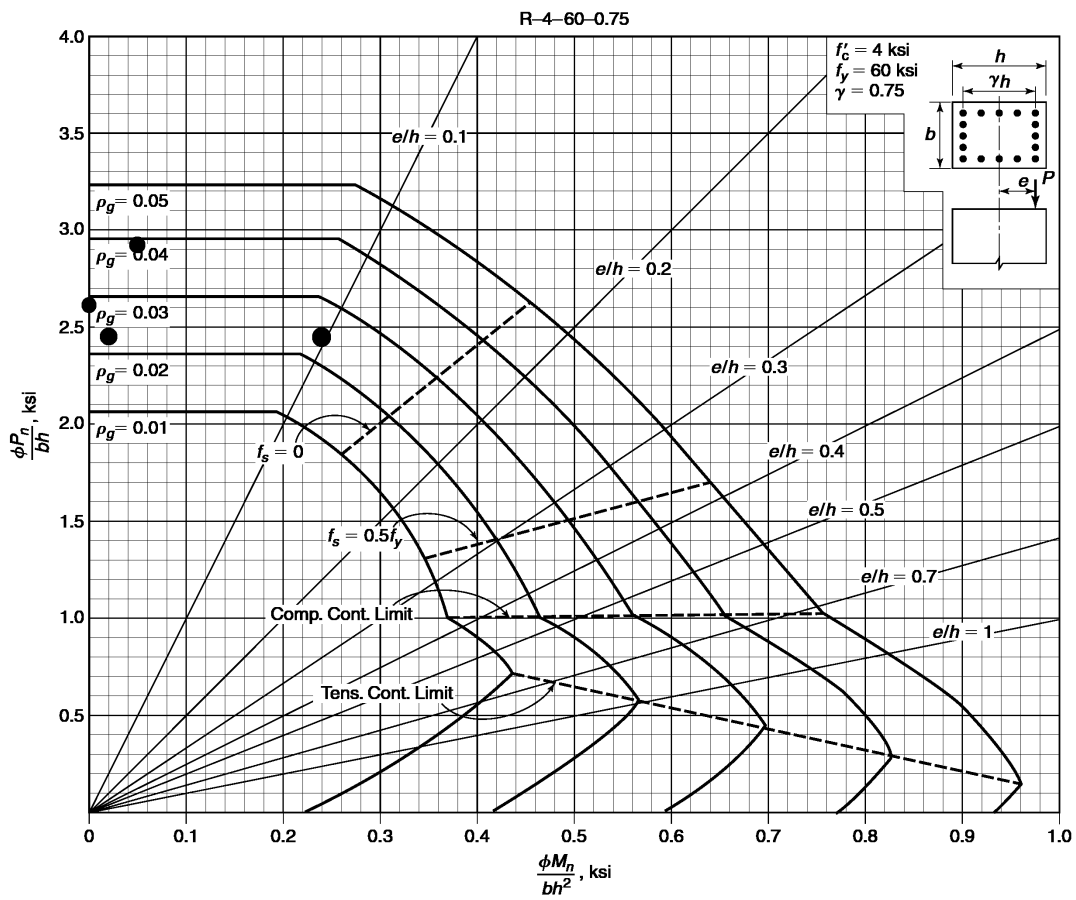
$$M_{2,min} = P_u(15 + 0.03h) \quad (6.6.4.5.4)$$

If  $M_{2,min}$  exceeds  $M_2$ ,  $C_m$  shall be taken equal to 1.0 or calculated based on the ratio of the calculated end moments  $M_1/M_2$ , using Eq. (6.6.4.5.3a).

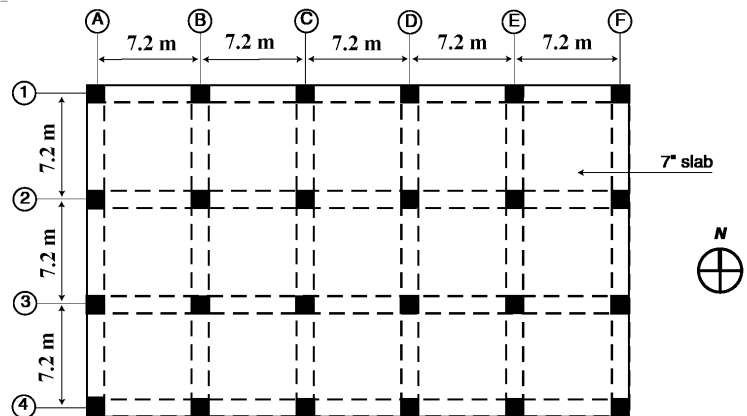
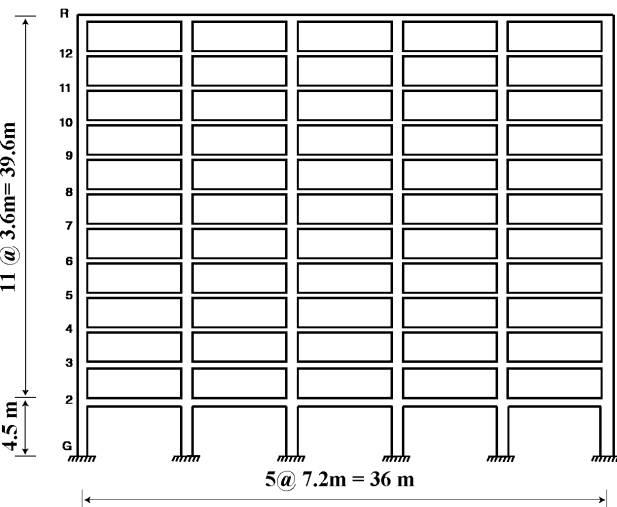
Pu (kN)	Mu (kN.m)	Pu/bh (Mpa)	Pu/bh (ksi)	Mu/bh <sup>2</sup> (Mpa)	Mu/bh <sup>2</sup> (ksi)
6594.70	1.92	18.32	2.62	0.01	0.00
7351.00	72.75	20.42	2.92	0.34	0.05
6204.95	29.35	17.24	2.46	0.14	0.02
6161.75	362.30	17.12	2.45	1.68	0.24

با فرض اینکه از میلگرد  $\phi 25$  استفاده شود، داریم:

$$\gamma = \frac{600 - 2 \times 62.5}{600} = 0.7917$$



در سازه زیر ستون C1 را تحت اثر بارهای داده شده کنترل نمایید و مقدار آرماتور لازم برای آن را محاسبه نمایید. ( $f_c=28$  MPa)



ابعاد تیرها و ستونها در طبقه همکف:

ابعاد تیر: ارتفاع تیر = 600 mm ، عرض تیر = 500 mm

ابعاد ستون:  $600 \times 600$  mm

طول ستون همکف (آکس تا آکس طبقه) =  $l = 4500 - 300 = 4200$  mm

طول ستون طبقه اول (آکس تا آکس طبقه) =  $l = 3600$  mm

طول خالص ستون همکف =  $l_u = 4500 - 600 = 3900$  mm

بار محوری و لنگر خمشی ضریب دار برای ستون C1 در جدول زیر مشخص شده است. علامت لنگر ها در جهت ساعت گرد مثبت در نظر گرفته شده است.

		Axial load (kN)	M-top (kN.m)	M-bot (kN.m)
	D	2799	1.37	0.96
	L	1328.00	44.44	22.36
	EY	-217.35	3.00	189.00
1	1.4D	3918.60	1.92	1.34
2	1.2D+1.6L	5483.60	72.75	36.92
3	1.2D+0.5L+EY	3805.45	26.87	201.33
4	1.2D+0.5L-EY	4240.15	20.87	-176.67
5	0.9D+EY	2301.75	4.23	189.86
6	0.9D-EY	2736.45	-1.77	-188.14

مجموع بار محوری و برشی ستونها در طبقه همکف (۱۸ ستون):

$$\sum P_D = 80527.5 \text{ kN}$$

$$\sum P_L = 38959 \text{ kN}$$

$$\sum P_{EY} = 0 \text{ چرا؟}$$

$$\sum V_{EY} = 7169 \text{ kN}$$

• تغییر مکان جانبی نسبی طبقه همکف تحت اثر زلزله EY برابر  $21$  mm می باشد.

حل:

۱- بررسی ستون از لحاظ حرکت جانبی

با توجه به بند زیر اگر اندیس پایداری (Q) کمتر از 0.05 باشد، طبقه مهار شده (Nonsway) محسوب می شود و در غیر این صورت مهار نشده (Sway) محسوب می شود.

#### 6.6.4.4 Stability properties

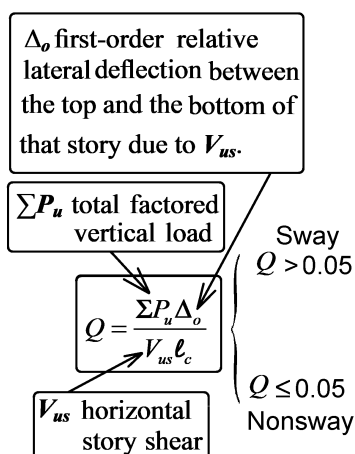
6.6.4.4.1 The stability index for a story,  $Q$ , shall be calculated by:

$$Q = \frac{\sum P_u \Delta_o}{V_{us} l_c} \quad (6.6.4.4.1)$$

where  $\sum P_u$  and  $V_{us}$  are the total factored vertical load and horizontal story shear, respectively, in the story being evaluated, and  $\Delta_o$  is the first-order relative lateral deflection between the top and the bottom of that story due to  $V_{us}$ .

6.6.4.3 It shall be permitted to analyze columns and stories in structures as nonsway frames if (a) or (b) is satisfied:

- (a) The increase in column end moments due to second-order effects does not exceed 5 percent of the first-order end moments  
 (b)  $Q$  in accordance with 6.6.4.4.1 does not exceed 0.05

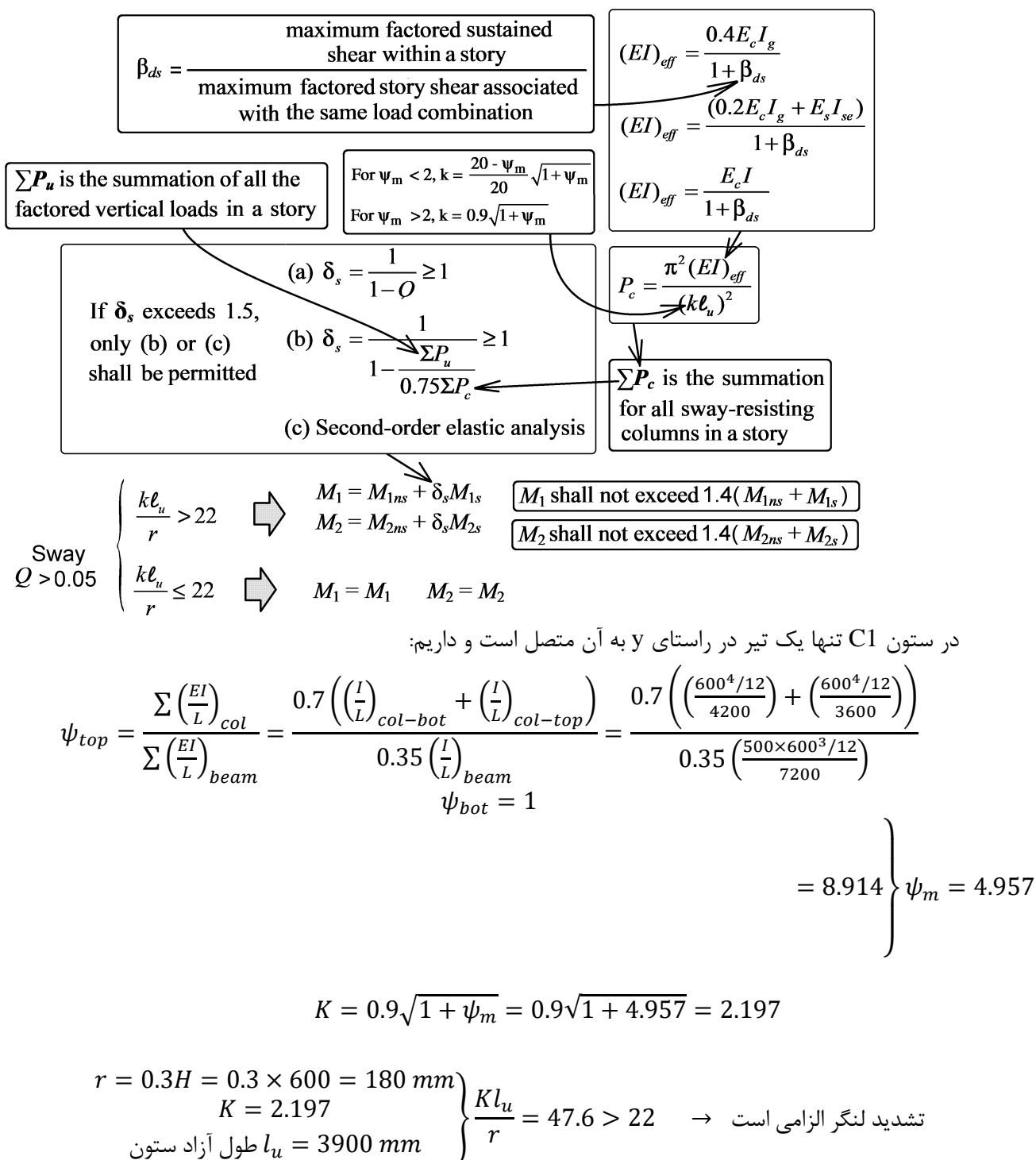


با توجه به اطلاعات مسئله در صفحه قبل، اندیس پایداری طبقه همکف در جدول زیر محاسبه شده است.

		Pu-story (kN)	$\Delta_o$ (mm)	Vu-story (kN)	$l_c$ (mm)	$Q = \frac{P_u \Delta_o}{V_{us} l_c}$
1	1.4D	112738.50	-	-	4200	-
2	1.2D+1.6L	158967.40	-	-	4200	-
3	1.2D+0.5L+EY	116112.50	21.00	7169.00	4200	0.0810
4	1.2D+0.5L-EY	116112.50	21.00	7169.00	4200	0.0810
5	0.9D+EY	72474.75	21.00	7169.00	4200	0.0505
6	0.9D-EY	72474.75	21.00	7169.00	4200	0.0505

با توجه به اینکه اندیس پایداری ( $Q=0.081$ ) بیش از 0.05 بدست آمده است، طبقه همکف مهار نشده (Sway) محسوب می شود.

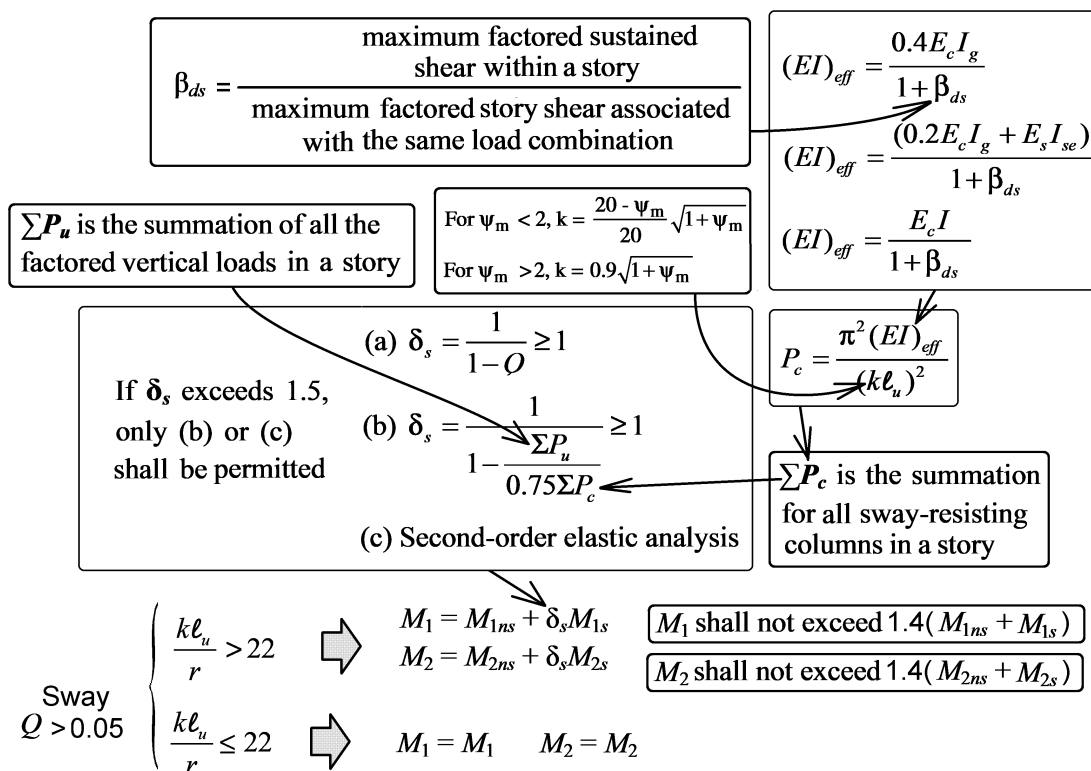




۳- محاسبه لنگر تشدید یافته بر اساس اندیس پایداری (Q)

با توجه به رابطه  $\delta_s = \frac{1}{1-Q}$ ، ضریب تشدید لنگر را می توان بر اساس اندیس پایداری محاسبه نمود. مقدار Q برای ترکیب بارهای مختلف تغییر می کند. بنابراین برای هر ترکیب بار مقدار ضریب تشدید لنگر متفاوت خواهد بود. در جدول زیر لنگرهای تشدید یافته محاسبه شده است.

	M-top (kN.m)	M-bot (kN.m)	M1	M2	M1ns (kN.m)	M2ns (kN.m)	M1s (kN.m)	M2s (kN.m)	Q	$\delta_s$	Mu
D	1.37	0.96									
L	44.44	22.36									
EY	3.00	189.00									
1.4D	1.92	1.34	1.34	1.92	1.34	1.92	-	-	-		1.92
1.2D+1.6L	72.75	36.92	36.92	72.75	36.92	72.75	-	-	-		72.75
1.2D+0.5L+E	26.87	201.33	26.87	201.33	23.87	12.33	3.00	189.00	0.0810	1.09	217.99
1.2D+0.5L-E	20.87	-176.67	20.87	-176.67	23.87	12.33	-3.00	-189.00	0.0810	1.09	-193.32
0.9D+EY	4.23	189.86	4.23	189.86	1.23	0.86	3.00	189.00	0.0505	1.05	199.93
0.9D-EY	-1.77	-188.14	-1.77	-188.14	1.23	0.86	-3.00	-189.00	0.0505	1.05	-198.20



۴- محاسبه مقدار  $\sum P_c$  در طبقه همکف

جهت محاسبه بار بحرانی ستونهای طبقه همکف باید لاغری کلیه آنها محاسبه شود. با توجه به اینکه ستونها مشابه هستند داریم:

در ستونهای قرار گرفته در آکس های ۱ و ۴ که تنها یک تیر در راستای y به آنها متصل است، داریم:

$$\psi_{top} = \frac{\sum \left(\frac{EI}{L}\right)_{col}}{\sum \left(\frac{EI}{L}\right)_{beam}} = \frac{0.7 \left( \left(\frac{I}{L}\right)_{col-bot} + \left(\frac{I}{L}\right)_{col-top} \right)}{0.35 \left(\frac{I}{L}\right)_{beam}} = \frac{0.7 \left( \left(\frac{600^4/12}{4200}\right) + \left(\frac{600^4/12}{3600}\right) \right)}{0.35 \left(\frac{500 \times 600^3/12}{7200}\right)}$$

$$\psi_{bot} = 1$$

$$= 8.914 \left. \vphantom{\psi_{top}} \right\} \psi_m = 4.957$$

$$\left. \begin{aligned} I_g &= \frac{600^4}{12} = 1.08 \times 10^{10} \text{ mm}^4 \\ \beta_{ds} &= \frac{\text{بار جانبی دائمی}}{\text{بار جانبی کل}} = 0 \\ E &= 4700 \sqrt{f'_c} = 24870 \text{ MPa} \\ K &= 0.9 \sqrt{1 + \psi_m} = 0.9 \sqrt{1 + 4.957} = 2.197 \\ l_u &= 3900 \text{ mm} \end{aligned} \right\} EI_{eff} = \frac{0.4EI_g}{1 + \beta_{ds}} = 1.0744 \times 10^{14}$$

$$\rightarrow P_c = \frac{\pi^2 EI_{eff}}{(kl_u)^2} = 14429 \text{ kN}$$

در ستونهای قرار گرفته در آکس های ۲ و ۳ که دو تیر در راستای y به آنها متصل است، داریم:

$$\psi_{top} = \frac{\sum \left(\frac{EI}{L}\right)_{col}}{\sum \left(\frac{EI}{L}\right)_{beam}} = \frac{0.7 \left( \left(\frac{I}{L}\right)_{col-bot} + \left(\frac{I}{L}\right)_{col-top} \right)}{0.35 \left(\frac{I}{L}\right)_{beam} + 0.35 \left(\frac{I}{L}\right)_{beam}} = \frac{0.7 \left( \left(\frac{600^4/12}{4200}\right) + \left(\frac{600^4/12}{3600}\right) \right)}{2 \times 0.35 \left(\frac{500 \times 600^3/12}{7200}\right)}$$

$$\psi_{bot} = 1$$

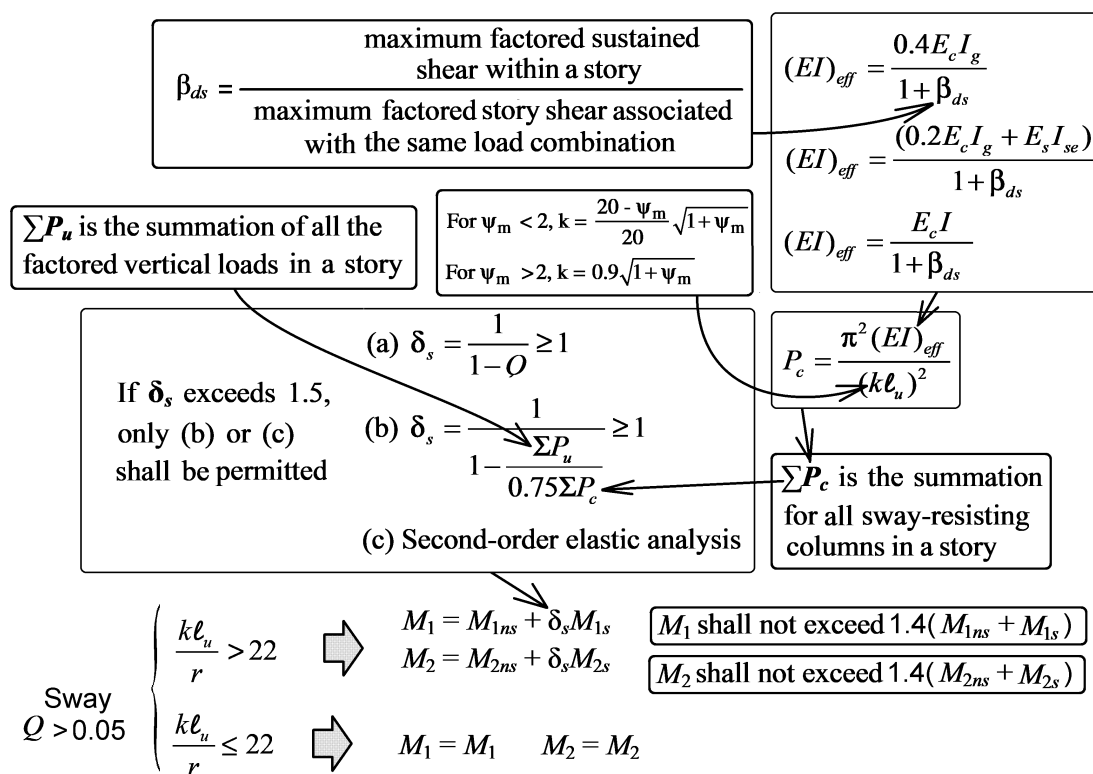
$$= 4.457 \left. \vphantom{\psi_{top}} \right\} \psi_m = 2.73$$

$$\left. \begin{aligned} I_g &= \frac{600^4}{12} = 1.08 \times 10^{10} \text{ mm}^4 \\ \beta_{ds} &= \frac{\text{بار جانبی دائمی}}{\text{بار جانبی کل}} = 0 \\ E &= 4700 \sqrt{f'_c} = 24870 \text{ MPa} \\ K &= 0.9 \sqrt{1 + \psi_m} = 0.9 \sqrt{1 + 2.73} = 1.7378 \\ l_u &= 3900 \text{ mm} \end{aligned} \right\} EI_{eff} = \frac{0.4EI_g}{1 + \beta_{ds}} = 1.0744 \times 10^{14}$$

$$\rightarrow P_c = \frac{\pi^2 EI_{eff}}{(kl_u)^2} = 23084 \text{ kN}$$

$$\sum P_c = 12 \times 14429 + 12 \times 23084 = 450156 \text{ kN}$$

	M1ns (kN.m)	M2ns (kN.m)	M1s (kN.m)	M2s (kN.m)	Pu-story (kN)	Pc-story	$\delta_s$	Mu
1.4D	1.34	1.92	0.00	0.00	112738.50	4.5038E+05	1.5	1.92
1.2D+1.6L	36.92	72.75	0.00	0.00	158967.40	4.5038E+05	1.89	72.75
1.2D+0.5L+EY	23.87	12.33	3.00	189.00	116112.50	4.5038E+05	1.52	300.33
1.2D+0.5L-EY	23.87	12.33	-3.00	-189.00	116112.50	4.5038E+05	1.52	-275.67
0.9D+EY	1.23	0.86	3.00	189.00	72474.75	4.5038E+05	1.27	241.49
0.9D-EY	1.23	0.86	-3.00	-189.00	72474.75	4.5038E+05	1.27	-239.77



۱۲۱- در صورتی که در طراحی ستون بتنی لاغر بارزنده محوری فشاری ستون نصف شود، نسبت به حالت بارزنده کامل،

کدام گزینه صحیح است؟ طبقات سازه از نظر جانبی مهار شده می‌باشند و ضریب طول مؤثر واحد فرضی شود.

(۱) با توجه به عدم تغییر مد کمانشی، بار بحرانی تغییر نمی‌کند.

(۲) با توجه به عدم تغییر مد کمانشی، ضریب تشدید تغییر نمی‌کند.

(۳) بار بحرانی ستون کاهش می‌یابد.

(۴) بار بحرانی ستون افزایش می‌یابد.

گزینه ۳

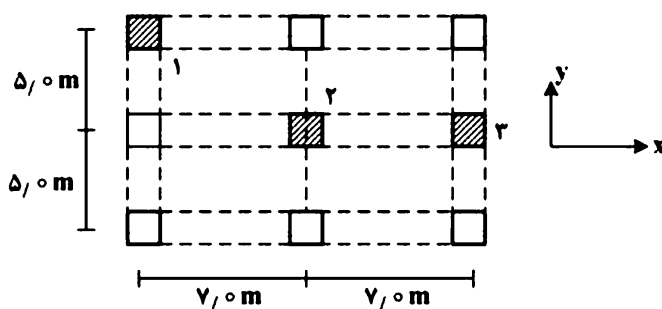
$$P_c = \frac{\pi^2 EI_{eff}}{(kl_u)^2}$$

$$EI_{eff} = \frac{0.4E_c I_g}{1 + \beta_{dns}}$$

با کاهش سهم بار زنده، درصد بار دائمی افزایش می‌یابد و در نتیجه ضریب  $\beta_{dns}$  افزایش یافته و  $EI_{eff}$  کاهش می‌یابد.

۱۱۶- در پلان شکل زیر که مربوط به یک طبقه مهار نشده است، ضریب تشدید لنگر ( $\delta_s$ ) برای کدام ستون بزرگتر

است؟ (نیروی افقی در راستای محور x وارد می‌شود و ابعاد و آرماگذاری تمام تیرها و ستون‌ها یکسان است)



(۱) ستون ۱

(۲) ستون ۲

(۳) ستون ۳

(۴) در هر سه ستون برابر است.

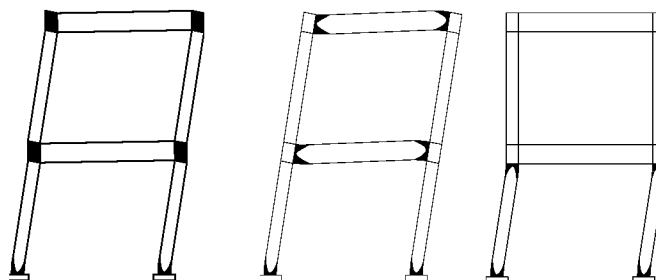
گزینه ۴

۱۴- تیر ضعیف - ستون قوی

در قابهای خمشی ویژه قابها باید به گونه ای طراحی شوند که تیرها ضعیف تر از ستون باشند، تا شروع خرابی از مقطع ستونها نباشد.

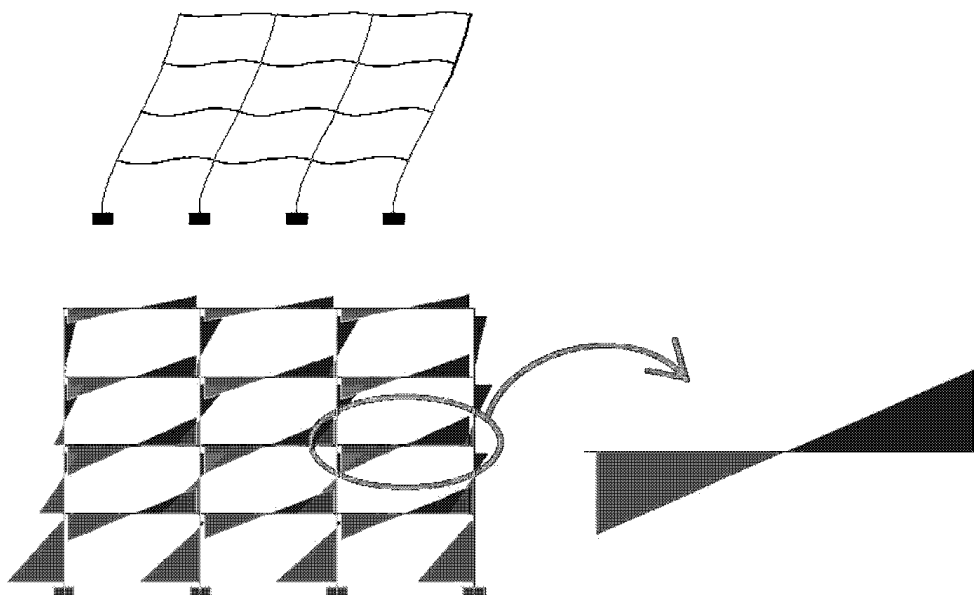
خرابی قابهای خمشی :

- خرابی در دو انتهای ستونها
- خرابی در دو انتهای تیرها
- خرابی در گره اتصال

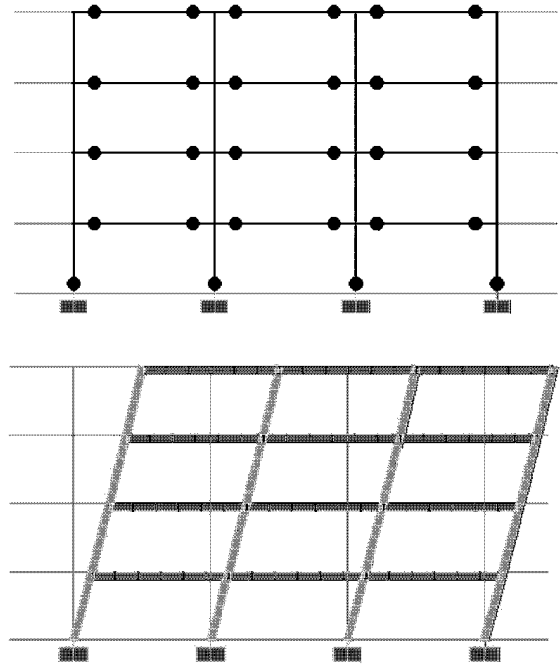
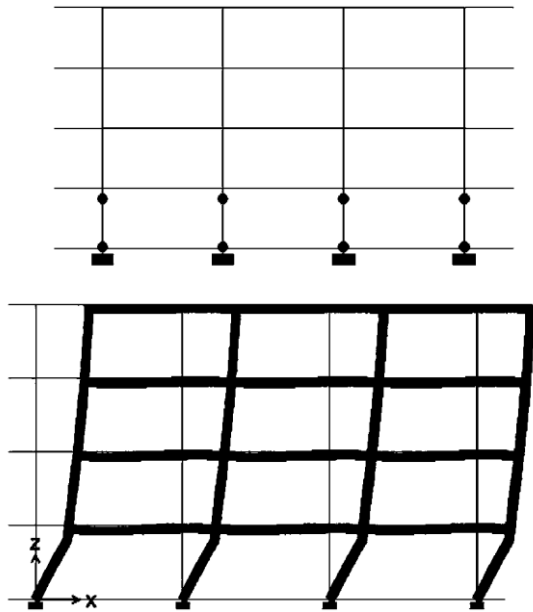


چرا در زلزله خرابی در دو انتهای اعضا رخ می دهد؟

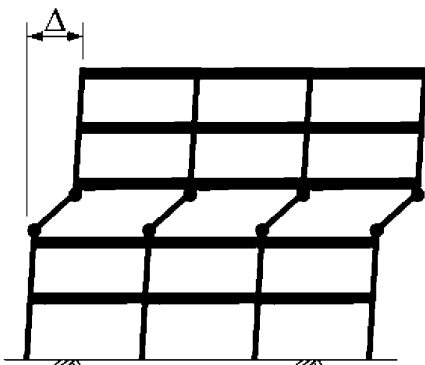
به شکلهای زیر توجه کنید. هنگام زلزله حداکثر لنگر در دو انتهای ستونها و تیرها ایجاد می شود و به همین جهت خرابی از دو انتها شروع می شود.



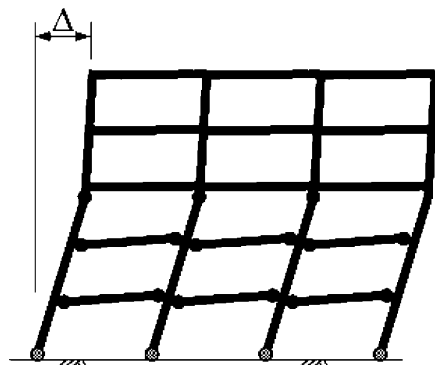
در کدامیک از قابهای زیر تیر ستونها ضعیف تر از تیر می باشند؟  
 رفتار کدام سازه بهتر است و به چه دلیل؟



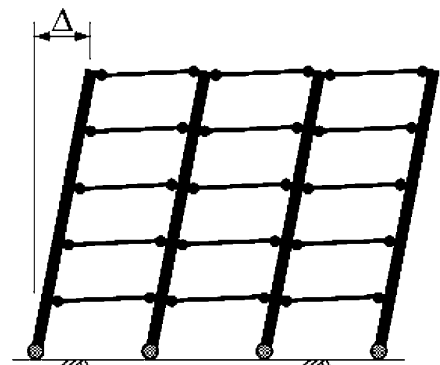
- در شکل سمت چپ ستونها ضعیف تر از تیر می باشند.
- در شکل سمت راست تیرها ضعیف تر از ستون می باشند.



(a) Story mechanism



(b) Intermediate mechanism



(c) Beam mechanism

مطابق بند زیر در ستونهای قابهای باشکل پذیری زیاد (ویژه) مجموع مقاومت خمشی ستونها در گره اتصال باید بیش از 1.2 برابر مقاومت خمشی تیرها در همان گره باشد. رعایت این ضابطه برای ستونهای قابهای خمشی با شکل پذیری متوسط لازم نیست.

## 18.7—Columns of special moment frames

### 18.7.3 Minimum flexural strength of columns

**18.7.3.1** Columns shall satisfy 18.7.3.2 or 18.7.3.3, except at connections where the column is discontinuous above the connection and the column factored axial compressive force

**18.7.3.2** The flexural strengths of the columns shall satisfy

$$\sum M_{nc} \geq (6/5) \sum M_{nb} \quad (18.7.3.2)$$

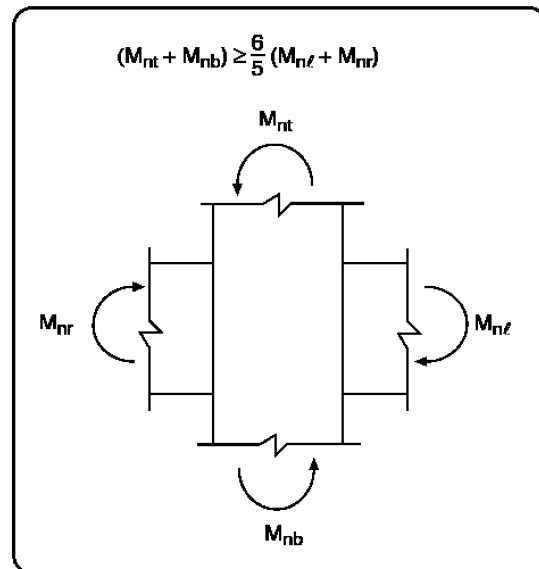
where

$\sum M_{nc}$  is sum of nominal flexural strengths of columns framing into the joint, evaluated at the faces of the joint. Column flexural strength shall be calculated for the factored axial force, consistent with the direction of the lateral forces considered, resulting in the lowest flexural strength.

$\sum M_{nb}$  is sum of nominal flexural strengths of the beams framing into the joint, evaluated at the faces of the joint. In T-beam construction, where the slab is in tension under moments at the face of the joint, slab reinforcement within an effective slab width defined in accordance with 6.3.2 shall be assumed to contribute to  $M_{nb}$  if the slab reinforcement is developed at the critical section for flexure.

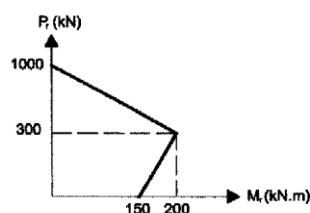
Flexural strengths shall be summed such that the column moments oppose the beam moments. Equation (18.7.3.2) shall be satisfied for beam moments acting in both directions in the vertical plane of the frame considered.

**18.7.3.3** If 18.7.3.2 is not satisfied at a joint, the lateral strength and stiffness of the columns framing into that joint shall be ignored when calculating strength and stiffness of the structure. These columns shall conform to 18.14.



### محاسبات - ۹۱

۲۳- در قاب یک دهانه و یک طبقه با شکل پذیری زیاد در صورتی که لنگر خمشی مقاوم تیر در بر ستون (مثبت و منفی) برابر  $135 \text{ kN.m}$  و دیاگرام اندرکنش نیروی محوری - لنگر خمشی برای ستون مطابق شکل و نیروی محوری موثر به ستون  $P_E = \pm 24 \text{ kN}$ ,  $P_L = 72 \text{ kN}$ ,  $P_D = 233 \text{ kN}$  و ترکیب بارگذاری مورد نظر  $1.2D + L + E$  باشد، نسبت  $\frac{M_c}{M_g}$  در اتصال تیر به ستون در نامساعدترین حالت بار محوری در ترکیب بارگذاری مذکور به کدام یک از اعداد زیر نزدیکتر است؟



- ۱) 1.30
- ۲) 1.20
- ۳) 1.40
- ۴) 1.10

گزینه ۱:

$M_c$  مقاومت خمشی ستون و  $M_g$  (*Girder*) مقاومت خمشی تیر می باشد. در حقیقت هدف بررسی ضابطه تیر ضعیف - ستون قوی می باشد. مقدار  $M_c$  را که خود مساله داده است ( $135 \text{ kN.m}$ )، ما تنها باید مقاومت خمشی ستون ( $M_c$ ) را محاسبه کنیم. مقاومت خمشی ستونهای بتنی متغیر بوده و عدد ثابتی نیست و بستگی به مقدار نیروی محوری موثر بر آن دارد. تحت اثر ترکیب بار فوق نیروی محوری ستون برابر است با:

$$P = 1.2 \times 233 + 72 \pm 24 = \begin{cases} 376 \text{ kN} \\ 328 \text{ kN} \end{cases}$$

با توجه به دیاگرام اندرکنشی داده شده، مقاومت خمشی ستون تحت اثر بار  $376 \text{ kN}$  کمتر (بحرانی) بوده و برابر است با:

$$M_c = 200 - \left( \frac{376 - 300}{1000 - 300} \right) \times 200 = 178.29 \text{ kN.m}$$

بنابراین ستون قوی تر از تیر می باشد. دقت شود که قاب یک دهانه و یک طبقه می باشد و در گره مورد نظر تنها یک تیر و یک ستون داریم. برای گرههایی که دو ستون و دو تیر متصل است، مجموع مقاومت خمشی تیرها و ستونها را باید منظور کنیم.



- مطابق بندهای زیر از ACI318-2019 در گره اتصال (چشمه اتصال) آرماتورهای عرضی ستون باید دارای شرایط زیر باشد:
- آرماتورهای طولی ستونها همانطور که در ناحیه بحرانی دو انتهای ستون به صورت یک در میان مهار می شوند، در گره اتصال نیز باید به صورت یک در میان مهار شوند.
  - فواصل آرماتورهای عرضی در چشمه اتصال مشابه ضوابط مربوط به ناحیه بحرانی دو انتهای ستون تعیین می شود. بنابراین اگر نیروی برش تعیین کننده فواصل در ناحیه بحرانی نباشد، آرماتورهای عرضی در چشمه اتصال و ناحیه بحرانی مشابه خواهد بود. برای مثال اگر در دو انتهای ستون از  $\phi 10@100$  استفاده شده است، در چشمه اتصال نیز باید از همان الگو استفاده شود.
  - میلگردهای تیر در صورتی که توسط قلاب مهار شده باشند، مطابق شکل زیر باید انتهای ستون ادامه یابند.

## 18.4 Intermediate moment frames

### 18.4.4 Joints

18.4.4.1 Beam-column joints shall satisfy the detailing requirements of 15.3.1.2, 15.3.1.3 and 18.4.4.2 through 18.4.4.5.

15.3.1.2 Joint transverse reinforcement shall consist of ties, spirals, or hoops satisfying the requirements of 25.7.2 for ties, 25.7.3 for spirals, and 25.7.4 for hoops.

15.3.1.3 At least two layers of horizontal transverse reinforcement shall be provided within the depth of the shallowest beam framing into the joint.

18.4.4.4 Spacing of joint transverse reinforcement  $s$  shall not exceed the lesser of 18.4.3.3(a) through (c) within the height of the deepest beam framing into the joint.

18.4.4.3 Longitudinal reinforcement terminated in a joint shall extend to the far face of the joint core and shall be developed in tension in accordance with 18.8.5 and in compression in accordance with 25.4.9.

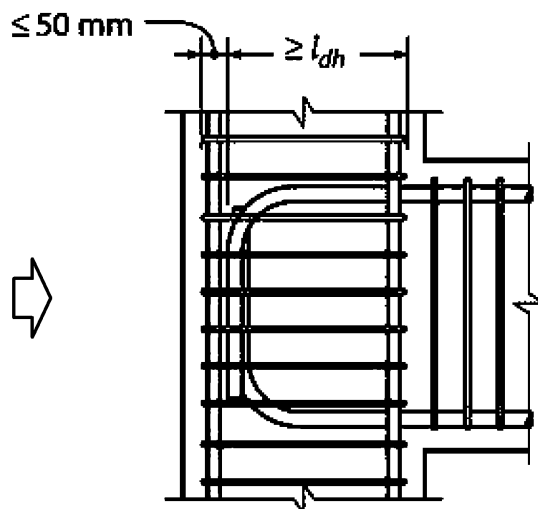
### 25.7.2 Ties

25.7.2.3 Rectilinear ties shall be arranged to satisfy (a) and (b):

- Every corner and alternate longitudinal bar shall have lateral support provided by the corner of a tie with an included angle of not more than 135 degrees
- No unsupported bar shall be farther than 150 mm clear on each side along the tie from a laterally supported bar

18.4.3.3 At both ends of the column, hoops shall be provided at spacing  $s_o$  over a length  $l_o$  measured from the joint face. Spacing  $s_o$  shall not exceed the least of (a) through (c):

- For Grade 60, the smaller of  $8d_b$  of the smallest longitudinal bar enclosed and 8 in.
- For Grade 80, the smaller of  $6d_b$  of the smallest longitudinal bar enclosed and 6 in.
- One-half of the smallest cross-sectional dimension of the column



(b) Hooked reinforcement

در متن های زیر که برگرفته از پیش نویس مبحث نهم (ویرایش ۹۷) می باشد، ضوابط کنترل چشمه اتصال ارائه شده است.

## ۱۶-۹ ناحیه اتصال تیر به ستون و دال به ستون

۱-۳-۱۶-۹ میلگرد عرضی ناحیه اتصال تیر به ستون

- ۲-۱-۳-۱۶-۹ در میلگردهای عرضی ناحیه اتصال تیر به ستون باید از تنگها، دورپیچ ها یا دورگیرها مطابق ۹-۲۱-۶ استفاده نمود.
- ۳-۱-۳-۱۶-۹ حداقل دو لایه میلگرد عرضی افقی باید در ارتفاعی معادل کم عمق ترین تیر فراهم نمود.
- ۴-۱-۳-۱۶-۹ فاصله میلگردهای عرضی (S) نباید از ۲۰۰ میلی متر در ارتفاعی معادل عمیق ترین تیر بیشتر شود.

### ۴-۱۶-۹ الزامات مقاومتی ناحیه اتصال تیر به ستون

۱-۴-۱۶-۹ مقاومت برشی مورد نیاز

۱-۱-۴-۱۶-۹ نیروی برشی ناحیه اتصال  $V_u$  باید در صفحه میانی ارتفاع ناحیه اتصال با استفاده از نیروهای کششی و فشاری ناشی از خمش تیر و برش ستون منطبق با یکی از حالات زیر محاسبه شوند؛

الف) حداکثر لنگری که بین تیر و ستون انتقال می یابد و از طریق تحلیل با بارهای ضریبدار برای تیرهای پیوسته در راستای مورد بررسی تعیین می شود.

ب) مقاومت های اسمی تیرها.

۲-۴-۱۶-۹ مقاومت برشی طراحی

۱-۲-۴-۱۶-۹ مقاومت برشی طراحی ناحیه اتصال تیر به ستون باید معادله زیر را برآورده نماید؛

$$\phi V_n \geq V_u$$

۲-۲-۴-۱۶-۹ ضریب  $\phi$  مطابق ۴-۷-۹ برای برش می باشد.  $\phi = 0.75$

۳-۲-۴-۱۶-۹  $V_n$  ناحیه اتصال مطابق جدول زیر محاسبه می شود؛

جدول ۱-۱۶-۹ مقاومت برشی اسمی ناحیه اتصال ( $V_n$ )

۶-۲-۱۶-۹ امتداد یک ستون در حالتی شرایط پیوستگی در ناحیه اتصال (در جهت مورد بررسی)

ایجاد می نماید که شرایط زیر برآورده گردند؛

الف) طول امتداد ستون در بالای ناحیه اتصال حداقل به میزان یک عمق ستون ( $h$ ) باشد.

ب) میلگردهای طولی و عرضی ستون از پایین ناحیه اتصال در طول امتداد ادامه یابند.

۷-۲-۱۶-۹ امتداد یک تیر در حالتی شرایط پیوستگی در ناحیه اتصال (در جهت مورد بررسی)

ایجاد می نماید که شرایط زیر برآورده گردند؛

الف) طول امتداد تیر بعد از ناحیه اتصال حداقل به میزان یک عمق تیر ( $h$ ) باشد.

ب) میلگردهای طولی و عرضی تیر در طرف دیگر ناحیه اتصال در طول امتداد ادامه یابند.

۸-۲-۱۶-۹ یک ناحیه اتصال (در جهت مورد بررسی) در حالتی شرایط محصورشدگی

دارد که در تیرهای عرضی آن شرایط زیر برآورده گردند؛

الف) عرض همه تیرهای عرضی حداقل سه چهارم عرض ستون در وجه اتصال باشد.

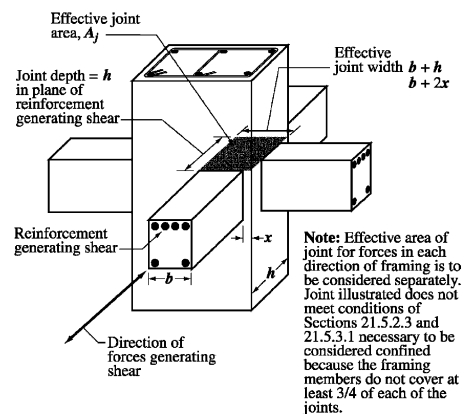
ب) تیرهای عرضی حداقل به طول یک عمق تیر بعد از ناحیه اتصال ادامه داشته باشند.

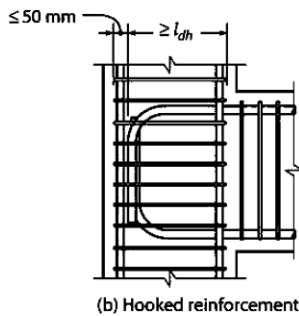
پ) تیرهای عرضی حداقل دارای دو میلگرد پیوسته در بالا و پایین مطابق ۹-۱۱-۵ باشند

و حداقل دارای خاموتهایی با قطر ۱۰ میلی متر یا بیشتر

مطابق ۹-۱۱-۵ و ۹-۱۱-۶ باشند.

ستون	تیر در راستای $V_u$	محصور یا تیرهای عرضی مطابق ۸-۲-۱۶-۹	$V_n (N)$
پیوسته یا مطابق ۶-۲-۱۶-۹	پیوسته یا مطابق ۷-۲-۱۶-۹	محصور	$2\lambda\sqrt{f_c'} A_j$
		محصور نشده	$1.66\lambda\sqrt{f_c'} A_j$
سایر موارد	پیوسته یا مطابق ۷-۲-۱۶-۹	محصور	$1.66\lambda\sqrt{f_c'} A_j$
		محصور نشده	$1.25\lambda\sqrt{f_c'} A_j$
	سایر موارد	محصور	$1.66\lambda\sqrt{f_c'} A_j$
		محصور نشده	$1.25\lambda\sqrt{f_c'} A_j$
	سایر موارد	محصور نشده	$\lambda\sqrt{f_c'} A_j$





(b) Hooked reinforcement

۹-۲۰-۶ قاب‌های با شکل‌پذیری زیاد (ویژه)

۹-۲۰-۵ اتصالات تیر به ستون در قاب‌های ویژه

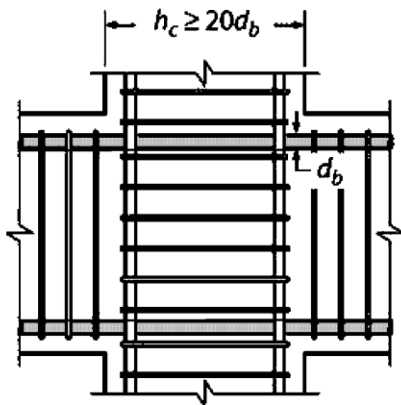
۹-۲۰-۶-۲-۵ آرماتورهای طولی تیرها که در ناحیه اتصال تیر به ستون ختم می‌شوند باید تا وجه مقابل هسته محصورشده این ناحیه ادامه یابند و در صورت ایجاد نیروی کششی در آنها مطابق بند ۹-۲۰-۶-۵-۵ در صورت ایجاد نیروی فشاری در آنها مطابق بند ۹-۲۱-۳-۸ مهار شوند.

۹-۲۰-۶-۲-۵ در مواردی که آرماتورهای طولی تیر از ناحیه اتصال تیر به ستون عبور میکنند، بعد گره  $h$  به موازات آرماتورهای طولی تیر باید بیشترین مقدار بدست آمده از (الف) تا (پ) باشد.

الف- برای میلگردهای با مقاومت تسلیم ۴۲۰ مگاپاسکال و کمتر برابر با  $\frac{20}{\lambda} d_b$  که  $d_b$  قطر بزرگترین میلگرد است.

ب- برای میلگردهای با مقاومت تسلیم ۵۲۰ مگاپاسکال برابر با  $26d_b$  قطر بزرگترین میلگرد.

پ- نصف ارتفاع هر تیری که در امتداد مورد نظر به اتصال تیر به ستون وصل بوده و با عملکرد خود به صورت بخشی از سیستم مقاوم در برابر زلزله، در اتصال ایجاد برش می‌کند.



۹-۲۰-۶-۴ مقاومت برشی ناحیه اتصال تیر به ستون

۹-۲۰-۶-۴-۱ نیروی برشی در اتصال تیر به ستون باید در صفحه افقی وسط ارتفاع این اتصال و بر اساس نیروهای محاسبه شده در برگه با توجه به نیروهای فشاری و کششی در تیرها که مطابق بند ۹-۲۰-۶-۴-۱ بدست آمده و نیروی برشی در ستون‌ها بر اساس مقاومت خمشی محتمل تیرها  $M_{pr}$  محاسبه می‌گردد.

۹-۲۰-۶-۴-۲  $\phi$  باید بر اساس بند ۹-۴-۷-۵ (پ) محاسبه شود.  $\phi = 0.85$

۹-۲۰-۶-۴-۳  $V_n$  در اتصال تیر به ستون باید مطابق جدول ۹-۲۰-۲ باشد.

جدول ۹-۲۰-۲ مقاومت اسمی برشی اتصال تیر به ستون

ستون	تیر در امتدادی که $V_u$ حساب شده است	با تیرهای عرضی مطابق بند ۹-۲-۱۶-۸ محصور است	$V_n$ (MN)	
پیوسته یا مطابق بند ۹-۲-۱۶-۶	پیوسته یا مطابق بند	محصور شده	$1.66\lambda\sqrt{f_c'}A_j$	
	سایر موارد	محصور نشده	$1.25\lambda\sqrt{f_c'}A_j$	
		محصور شده	$1.25\lambda\sqrt{f_c'}A_j$	
سایر موارد	پیوسته یا مطابق بند	محصور نشده	$1.00\lambda\sqrt{f_c'}A_j$	
		محصور شده	$1.25\lambda\sqrt{f_c'}A_j$	
	سایر موارد	محصور نشده	$1.00\lambda\sqrt{f_c'}A_j$	
		محصور شده	محصور شده	$1.00\lambda\sqrt{f_c'}A_j$
			محصور نشده	$0.66\lambda\sqrt{f_c'}A_j$

۹-۲۰-۶-۴-۱-۲ نیروهای آرماتورهای طولی تیرها در بر ناحیه اتصال باید با فرض تنش کششی  $1.25f_y$  محاسبه شوند.

۹-۲-۱۶-۶-۲ امتداد یک ستون در حالتی شرایط پیوستگی در ناحیه اتصال

(در جهت مورد بررسی) ایجاد می‌نماید که شرایط زیر برآورده گردند:  
الف) طول امتداد ستون در بالای ناحیه اتصال حداقل به میزان یک عمق ستون ( $h$ ) باشد.  
ب) میلگردهای طولی و عرضی ستون از پایین ناحیه اتصال در طول امتداد ادامه یابند.

۹-۲-۱۶-۶-۳ امتداد یک تیر در حالتی شرایط پیوستگی در ناحیه اتصال

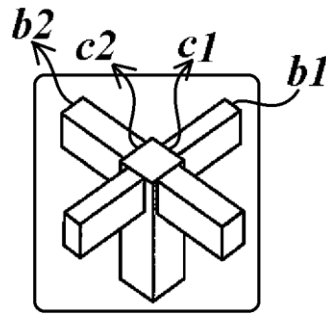
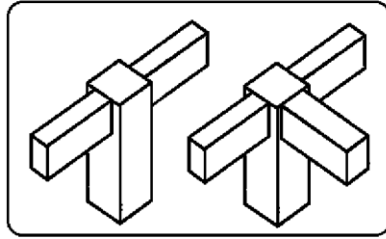
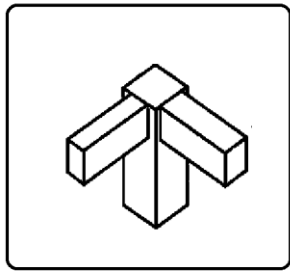
(در جهت مورد بررسی) ایجاد می‌نماید که شرایط زیر برآورده گردند:  
الف) طول امتداد تیر بعد از ناحیه اتصال حداقل به میزان یک عمق تیر ( $h$ ) باشد.  
ب) میلگردهای طولی و عرضی تیر در طرف دیگر ناحیه اتصال در طول امتداد ادامه یابند.

۹-۲-۱۶-۶-۴ یک ناحیه اتصال (در جهت مورد بررسی) در حالتی شرایط محصورشدگی

دارد که در تیرهای عرضی آن شرایط زیر برآورده گردند:

الف) عرض همه تیرهای عرضی حداقل سه چهارم عرض ستون در وجه اتصال باشد.  
ب) تیرهای عرضی حداقل به طول یک عمق تیر بعد از ناحیه اتصال ادامه داشته باشند.  
پ) تیرهای عرضی حداقل دارای دو میلگرد پیوسته در بالا و پایین مطابق ۹-۱۱-۵ باشند و حداقل دارای خاموتهایی با قطر ۱۰ میلی‌متر یا بیشتر مطابق ۹-۱۱-۲ و ۹-۱۱-۳ باشند.

در شکل‌های زیر تشخیص دهید که گره اتصال کدام یک از موارد صفحه قبل می باشد.



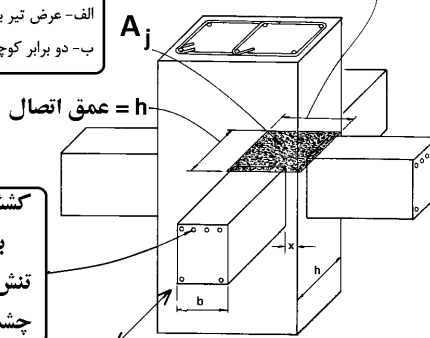
$$b1 \geq \frac{3}{4} c1$$

$$b2 \geq \frac{3}{4} c2$$

### 21.2.4.3 For beam-column joints and diagonally reinforced coupling beams, $\phi$ for shear shall be 0.85.

عمق این مقطع برابر با عمق کلی مقطع ستون است. در مواردی که تیر اصلی به تکیه‌گاهی به پهنای بیشتر اتصال می‌یابد عرض مؤثر اتصال کوچکترین دو مقدار (الف) و (ب) اختیار شود:  
الف- عرض تیر به اضافه عمق کل مقطع اتصال.  
ب- دو برابر کوچکترین فاصله محور تیر از بر ستون در جهت عمود بر محور تیر.

$$\text{عرض مؤثر اتصال} = \text{Min}(b + h, b + 2x)$$



کشش در این میلگردها موجب ایجاد برش در چشمه اتصال می شود تنش این میلگردها در محاسبات برش چشمه اتصال برابر  $1.25 f_y$  منظور شود

جهت نیروی زلزله که موجب ایجاد برش در چشمه اتصال شده است

محاسبات ۹۴

۴۷- نیروی برشی نهایی مؤثر به اتصال تیر به ستون یک ساختمان بتنی با شکل پذیری زیاد، 2300 کیلونیوتن است. چنانچه مقطع ستون، مربعی به طول اضلاع  $500 \times 500$  میلی‌متر بوده و از هر چهار طرف به تیرهای با پهنای 400 میلی‌متر متصل شده باشد، حداقل رده بتن موردنیاز (برای تمام اعضای سازه از یک رده بتن استفاده می‌شود) چقدر است؟ محور هر چهار تیر را منطبق بر محورهای اصلی ستون فرض کنید. همچنین فرض کنید که دیر این اتصال، آرماتورگذاری عرضی ویژه قرار داده می‌شود.

C35 (۴)

C25 (۳)

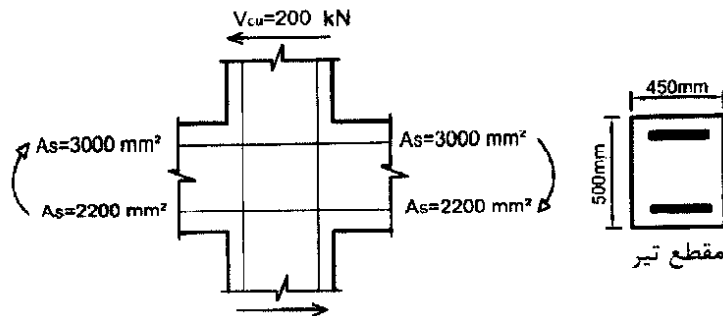
C30 (۲)

C40 (۱)

گزینه ۱

$$(2300 \times 10^3) < (\phi V_n = \phi \times 1.66 \sqrt{f'_c} A_j = 0.85 \times 1.66 \times \sqrt{f'_c} \times 500^2) \rightarrow f'_c > 42.5 \text{ MPa}$$

۴۶- در شکل زیر یک اتصال تیر به ستون بتنی نشان داده شده است. چنانچه این اتصال مربوط به یک ساختمان با شکل پذیری زیاد باشد، نیروی برشی نهایی مؤثر به اتصال به کدامیک از مقادیر زیر نزدیک تر است؟ نوع میلگرد S400، رده بتن C25، ابعاد مقطع ستون 500×500 میلی متر است. فرض می شود امکان تشکیل مفصل پلاستیک در تیرهای هر دو سمت ستون وجود دارد. مقدار نیروی برشی نهایی ستون در شکل زیر مشخص شده است.



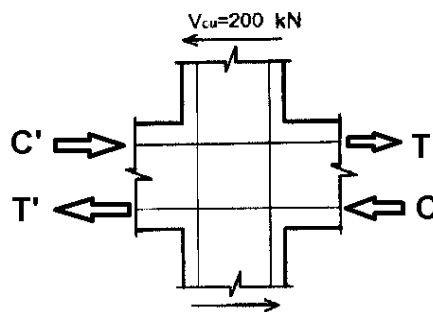
2700 kN (۱)

2600 kN (۲)

2400 kN (۳)

2300 kN (۴)

گزینه ۳

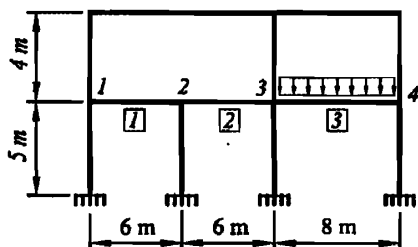


$$C = T = A_s(1.25f_y) = 3000 \times 1.25 \times 400 = 1500 \text{ kN}$$

$$C' = T' = A_s(1.25f_y) = 2200 \times 1.25 \times 400 = 1100 \text{ kN}$$

$$V_p = T + C' - V_{cu} = 1500 + 1100 - 200 = 2400 \text{ kN}$$

۳۱- شکل زیر یکی از قاب‌های ساختمانی بتنی با سیستم قاب خمشی بتن آرمه ویژه را نشان می دهد. ابعاد مقطع تمام تیرها و ستون‌ها 500×500 mm است. به تیر سه دهانه‌ی طبقه اول، در دهانه‌های 1 و 2 باری غیر از وزن تیر وارد نمی شود، اما در دهانه 3 علاوه بر وزن تیر، بارهای مرده و زنده سطوح مجاور نیز اعمال می شود. اگر در هر دو تکیه‌گاه هر سه دهانه این تیر، مساحت میلگردهای بالا 4000mm<sup>2</sup> و میلگردهای پایین 3200mm<sup>2</sup> بوده و به طور محافظه کارانه از نیروی برشی ستون‌ها صرف نظر شود، نیروی برشی نهایی مؤثر در بحرانی ترین اتصال (گره‌های 1 تا 4) برحسب کیلونیوتن به کدامیک از مقادیر زیر نزدیک تر است؟ فرض شود که میلگردها از رده S400 و بتن از رده C25 می باشد.



2900 (۱)

3200 (۲)

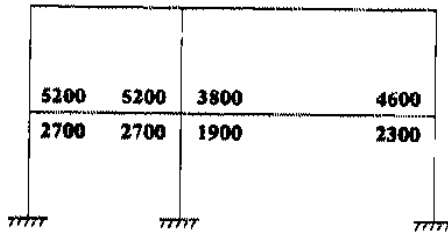
3600 (۳)

4000 (۴)

گزینه ۳

$$\left. \begin{aligned} T &= 1.25F_y A_s = 1.25 \times 400 \times 4000 = 2000 \text{ kN} \\ C' &= T' = 1.25F_y A_s = 1.25 \times 400 \times 3200 = 1600 \text{ kN} \end{aligned} \right\} T + C' = 3600 \text{ kN}$$

۲۲- شکل زیر یک قاب بتن آرمه با شکل پذیری زیاد را نشان می‌دهد. اعداد بالا و پایین تیر طبقه اول به ترتیب سطح مقطع میلگردهای بالا و پایین تیر در محل تکیه‌گاه را بر حسب میلی‌متر مربع نشان می‌دهد. به لحاظ لرزه‌ای، نیروی برشی نهایی مؤثر به اتصال ستون میانی، چند برابر بیشترین نیروی برشی نهایی مؤثر به اتصال ستون‌های کناری است؟ (از برش در ستون‌ها صرف‌نظر و ابعاد مقطع تیر و عمق مؤثر آن در هر دو دهانه یکسان فرض شود). نزدیکترین گزینه به جواب را انتخاب کنید.



2 (۱)

1 (۲)

1.873 (۳)

1.365 (۴)

گزینه ۴

نیروی برشی مؤثر به ستون میانی:

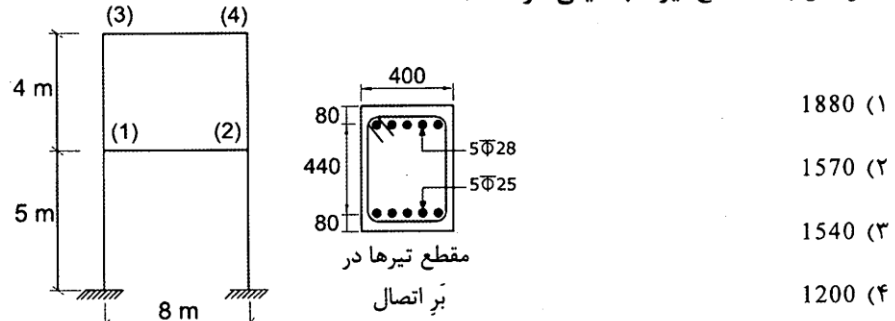
$$V_p = \text{Max} \left( \frac{1.25F_y(5200 + 1900)}{1.25F_y(3800 + 2700)} \right) = 1.25F_y(5200 + 1900) = 1.25F_y(7100)$$

نیروی برشی مؤثر به ستون کناری:

$$V_p = \text{Max} \left( \frac{1.25F_y(5200)}{1.25F_y(4600)} \right) = 1.25F_y(5200)$$

$$\frac{1.25F_y(7100)}{1.25F_y(5200)} = 1.365$$

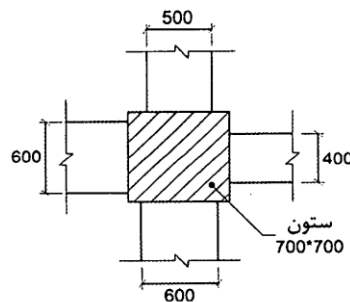
۳۱- شکل زیر یک قاب ساختمانی بتنی با سیستم قاب خمشی بتن آرمه ویژه را نشان می‌دهد. ابعاد مقطع تیرها  $400 \times 600 \text{ mm}$  و ابعاد مقطع ستون‌ها  $600 \times 600 \text{ mm}$  است. اگر مقدار نیروی برشی ستون‌های طبقه دوم (ناشی از تشکیل مفصل پلاستیک در تیرها) برابر  $340 \text{ کیلو نیوتن}$  باشد، آنگاه نیروی برشی نهایی مؤثر در بحرانی‌ترین اتصال طبقه اول (گره‌های 1 و 2) برحسب کیلو نیوتن به کدام یک از مقادیر زیر نزدیک‌تر است؟ (میلگردها از رده S400 و بتن از رده C30 بوده و ابعاد مقطع تیرها به میلی‌متر است).



گزینه ۴

$$V_{\text{اتصال}} = 1.25 F_y A_s - V_{\text{col}} = 1.25 \times 400 \times \left( 5 \times 3.14 \times \frac{28^2}{4} \right) - 340000 = 1199 \text{ kN}$$

۳۲- شکل زیر اتصال چهار تیر بتنی با مقاطع به ابعاد  $400 \times 400 \text{ mm}$ ،  $500 \times 500 \text{ mm}$ ،  $600 \times 600 \text{ mm}$  به یک ستون با مقطع  $700 \times 700 \text{ mm}$  را نشان می‌دهد. در خصوص این اتصال کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟



(ابعاد در شکل به میلی‌متر است)

- (۱) اتصال از سه سمت محصور شده محسوب نمی‌شود.
- (۲) اتصال از دو سمت مقابل محصور شده محسوب می‌شود.
- (۳) اتصال از چهار سمت محصور شده محسوب می‌شود.
- (۴) اتصال در صورتی از چهار سمت محصور شده تلقی می‌شود که مقاومت فشاری بتن تیر بیش از مقاومت فشاری بتن ستون باشد.

گزینه ۱

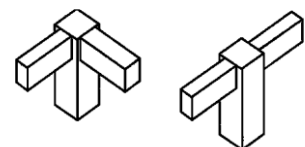
حداقل بعد تیر، برای اینکه به عنوان تیر محصور کننده منظور شود، برابر  $\frac{3}{4}$  بعد ستون می‌باشد:

$$\frac{3}{4} \times 700 = 525 \text{ mm}$$

بنابراین تنها تیرهای با عرض  $600 \text{ mm}$  به عنوان تیر محصور کننده خواهند بود.

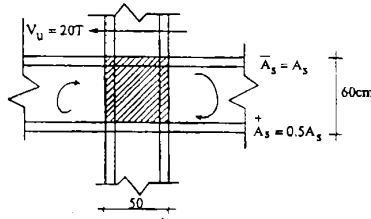
بنابراین اتصال از دو سمت "مجاور" محصور شده محسوب می‌شود.

محصور شده از محصور شده از  
دو سمت مقابل دو سمت مجاور



۴۰- اتصال تیر به ستون مقابل متعلق به یک قاب بتن آرمه است که برای شکل‌پذیری زیاد طراحی می‌شود. تعیین کنید حداکثر مقدار  $A_s$  را برای آنکه چشمه اتصال بتواند به لحاظ برش جوابگو باشد. اتصال از چهار سمت محصور است. ابعاد مقطع ستون  $50 \times 50$  سانتی‌متر و ابعاد مقطع تیرها  $50 \times 60$  سانتی‌متر است. برش در ستون فوقانی  $20$  تن است.

$$f_c = 200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad f_y = 4000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$



$$A_s = 24 \text{ cm}^2 \quad (1)$$

$$A_s = 28 \quad (2)$$

$$A_s = 20 \quad (3)$$

$$A_s = 25 \quad (4)$$

گزینه ۱

$$\left. \begin{aligned} (V_u = 1.25F_y(A_s^- + A_s^+) - V_{col} = 1.25 \times 400 \times (1.5A_s) - 200000 \text{ N}) \\ (\phi V_n = \phi \times 1.7\lambda\sqrt{f'_c}A_j = 0.85 \times 1.66 \times \sqrt{20} \times 500^2) \end{aligned} \right\} V_u < \phi V_n \rightarrow A_s = 2370 \text{ mm}^2$$

۴۱- برای مقطع تیر بتن آرمه به عرض 500 میلی‌متر و ارتفاع موثر 600 میلی‌متر و با 4 میلگرد کششی به قطر 25 میلی‌متر و  $f_y = 400 \text{ MPa}$  و با فرض توزیع تنش یکنواخت عمود بر مقطع در قسمت فشاری بتن برابر  $24 \text{ MPa}$ ، نسبت  $M_{pr}$  (لنگر خمشی مقاوم محتمل) به  $M_n$  (لنگر خمشی مقاوم اسمی) به کدام مقدار نزدیک‌تر است؟ (در محاسبات از اثر آرماتور فشاری صرف‌نظر شود).

$$1.15 \quad (4)$$

$$1.23 \quad (3)$$

$$1.27 \quad (2)$$

$$1.35 \quad (1)$$

گزینه ۳

روش تقریبی:

با توجه به اینکه در هنگام محاسبه  $M_{pr}$  تنها مقدار  $F_y$  برابر با  $1.25F_y$  فرض می‌شود و با توجه به رابطه تقریبی  $A_s F_y Z$  میتوان گفت که با افزایش  $F_y$  مقدار  $Z$  نیز اندکی کاهش می‌یابد و بنابراین مقاومت  $M_{pr}$  اندکی کمتر از  $1.25$  برابر مقاومت  $M_n$  خواهد بود.

روش دقیق:

هنگام محاسبه مقاومت خمشی "اسمی"، مقدار  $a = \beta x$  به صورت زیر خواهد بود:

$$a = \beta x = \frac{A_s(F_y)}{(b)(f'_c)} = \frac{4 \times 491(400)}{(500)(24)} = 65.46$$

$$\rightarrow M_n = A_s F_y Z = A_s F_y \left( d - \frac{a}{2} \right) = 4 \times 491 \times 400 \left( 600 - \frac{65.46}{2} \right) = 445.6 \text{ kN.m}$$

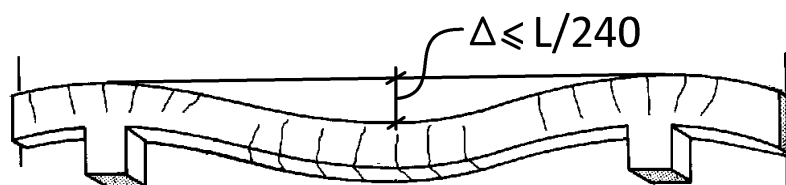
محاسبه مقاومت خمشی "محتمل"، مقدار  $\beta x$  و در نتیجه مقاومت خمشی از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$a = \beta x = \frac{A_s(1.25F_y)}{(b)(\alpha f'_c)} = \frac{4 \times 491(1.25 \times 400)}{(500)(24)} = 81.8 \text{ mm}$$

$$\rightarrow M_{pr} = A_s(1.25F_y)Z = A_s 1.25F_y \left( d - \frac{49.1}{2} \right) = 549 \text{ kN.m}$$

$$\frac{M_{pr}}{M_n} = \frac{549}{445} = 1.23$$





تیرها تحت اثر بارهای وارده تغییر شکل می‌دهند.

- تغییر شکل بیش از حد میتواند موجب ترک خوردن تیغه ها و دیوارهایی باشد که تیر آنها را تحمل میکند.
- تغییر شکل بیش از حد میتواند موجب آسیب به اجزای در و پنجره و ایجاد مشکل در باز و بسته شدن آنها شود.
- تغییر شکل نباید به حدی باشد که با چشم قابل تشخیص باشد. در غیر این صورت موجب کاهش زیبایی سازه و ایجاد نگرانی در ساکنین می شود.
- از آنجا که کنترل خیز یک بحث بهره برداری میباشد (خطر جانی ندارد)، تحت بارهای بدون ضریب کنترل میشود.

برای کنترل خیز دو روش وجود دارد:

### ۱-۱۶- روش اول: کنترل غیر مستقیم خیز

در این روش به جای محاسبه مستقیم خیز، نسبت طول به ارتفاع تیر به یک عدد تجربی محدود میشود. این روش محاسبه خاصی نیاز ندارد و بسیار ساده میباشد.

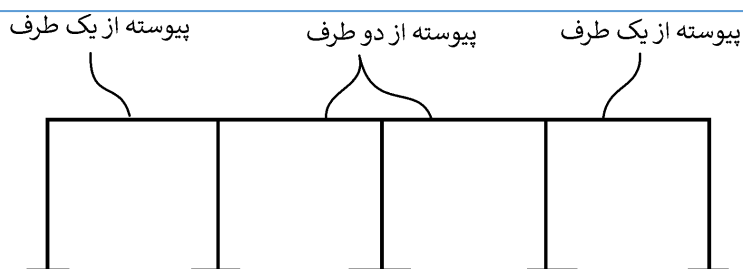
#### ۹-۱۱-۲-۶ حداقل ارتفاع تیر

۹-۱۱-۲-۶ در ساختمان‌های متعارف و تحت بارگذاری‌های معمول، در تیرهایی که ارتفاع آن‌ها از مقادیر مندرج در جدول ۹-۱۱-۱ بیشتر است، محاسبه‌ی خیز (افتادگی) الزامی نمی‌باشد؛ به شرط آن که این تیرها به قطعات غیر سازه‌ای مانند تیغه‌ها متصل نباشند و یا آن‌ها را نگه داری نکنند، و خیز زیاد در آن‌ها خسارتی ایجاد نکند.

#### جدول ۹-۱۱-۱ حداقل ارتفاع تیر

عضو	تکیه‌گاه‌های ساده	تکیه‌گاه‌های پیوسته از یک طرف	تکیه‌گاه‌های پیوسته از دو طرف	کنسول
تیرها یا تیرچه‌ها	$\frac{l}{16}$	$\frac{l}{18.5}$	$\frac{l}{21}$	$\frac{l}{8}$

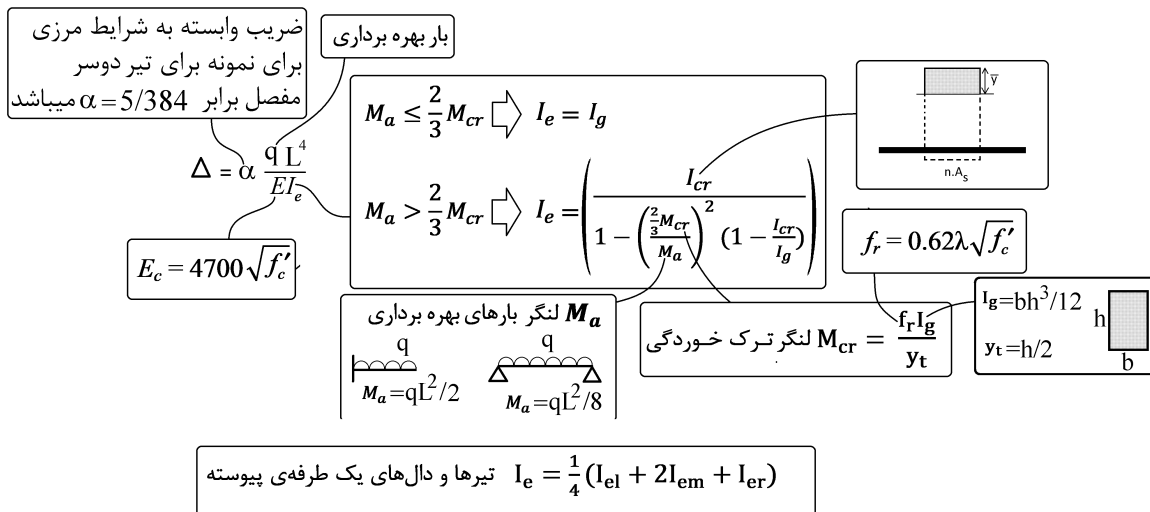
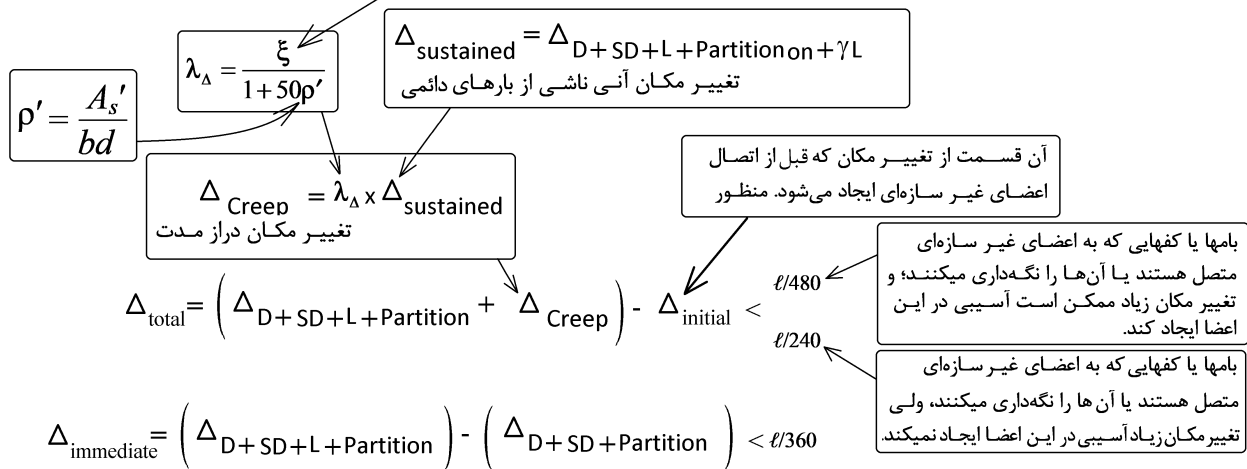
تبصره:  $l$  در جدول طول آزاد دهانه‌ی تیر است. مقادیر جدول برای بتن معمولی و آرماتورهای با مقاومت تسلیم ۴۲۰ مگاپاسکال می‌باشند. برای سایر موارد، حداقل ارتفاع باید بر اساس ضوابط ۹-۱۱-۲-۶ و ۹-۱۱-۲-۶-۳ تغییر یابد. ۹-۱۱-۲-۶-۲ برای سایر انواع فولادها، مقادیر جدول ۹-۱۱-۱ باید در ضریب  $(0.4 + f_y / 700)$  ضرب شوند.



- اگر سازه تک دهانه باشد، باید از محدودیت مربوط به تکیه‌گاه‌های ساده استفاده شود.
- اگر طول تیر بلند باشد، متعارف محسوب نشده و اجازه نداریم از جدول فوق استفاده کنیم (محاسبه دقیق لازم است).
- اگر تیر مورد نظر تیغه تحمل میکند اجازه نداریم از جدول فوق استفاده کنیم (محاسبه دقیق خیز لازم است).

- ممان اینرسی موثر تیر ( $I_e$ )  
یکی از عوامل مهم در خیز تیر، ممان اینرسی موثر تیر هست. برای مثال خیز تیر دو سر ساده تحت بار گسترده از رابطه زیر بدست میاید:
- $$\Delta = \frac{5qL^4}{384E_c I_e}$$
- مساحت میلگردهای کششی ( $A_s$ )  
با افزایش مساحت میلگردهای کششی مقطع، ممان اینرسی مقطع ترک خورده ( $I_{cr}$ ) افزایش یافته و در نتیجه ممان اینرسی موثر نیز افزایش میابد.
  - ارتفاع مقطع ( $h$ )  
افزایش ارتفاع موجب افزایش قابل توجه ممان اینرسی موثر میشود.
  - طول تیر ( $L$ )  
با افزایش طول تیر، تغییرشکل تیر نیز افزایش میابد.
  - بار وارد بر تیر ( $q$ )  
افزایش بار وارد بر تیر علاوه بر اینکه مستقیماً موجب افزایش تغییرشکل آن میشود، موجب کاهش ممان اینرسی موثر مقطع میشود. با افزایش بار قسمتهای بیشتری از تیر ترک خورده محسوب شده و ممان اینرسی موثر کاهش میابد.
  - مدول الاستیسیته بتن ( $E_c$ )  
مدول الاستیسیته بتن تابع مقاومت فشاری آن است. با افزایش مقاومت فشاری بتن، مدول الاستیسیته نیز افزایش یافته و در نتیجه خیز کاهش میابد.
  - خزش  
تغییرشکلهای بلند مدت ناشی از خزش نیز باید در محاسبات منظور شود. وجود میلگرد فشاری خزش را کاهش میدهد. بنابراین میتوان گفت با افزایش میلگرد فشاری خیز تیر کاهش میابد.

ضریب $\xi$	زمان
۱/۰	۳ ماه
۱/۲	۶ ماه
۱/۴	۱۲ ماه
۲/۰	۶۰ ماه و بیشتر



در محاسبه دقیق مراحل زیر باید انجام شود:

۱- محاسبه لنگر ترک خوردگی عضو

در محاسبه لنگر ترک خوردگی مقطع از اثر میلگردها صرف نظر می شود. نحوه محاسبه لنگر ترک خوردگی قبلا در بند ۳-

۸- همین جزوه تشریح شده است.

$$M_{cr} = \frac{f_r I_g}{y_t} = \frac{(0.62 \lambda \sqrt{f'_c}) I_g}{y_t}$$

$\lambda$ : ضریب بتن سبک می باشد و برای بتن عادی برابر  $\lambda = 1$  می باشد.

$I_g$ : ممان اینرسی مقطع ترک نخورده (کل مقطع با فرض عدم وجود میلگرد)

$y_t$ : فاصله دورترین تار کششی مقطع از تار خنثی مقطع ترک نخورده

۲- محاسبه ممان اینرسی موثر عضو

## 24.2—Deflections due to service-level gravity loads

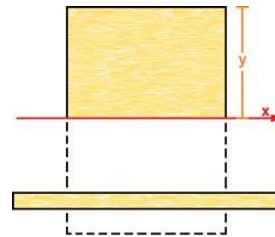
### 24.2.3 Calculation of immediate deflections

24.2.3.5 For nonprestressed members, unless obtained by a more comprehensive analysis, effective moment of inertia,  $I_e$ , shall be calculated in accordance with Table 24.2.3.5 using:

$$M_{cr} = \frac{f_r I_g}{y_t} \quad (24.2.3.5)$$

Table 24.2.3.5—Effective moment of inertia,  $I_e$

Service moment	Effective moment of inertia, $I_e$ in <sup>4</sup>	
$M_a \leq (2/3)M_{cr}$	$I_g$	(a)
$M_a > (2/3)M_{cr}$	$\frac{I_{cr}}{1 - \left( \frac{(2/3)M_{cr}}{M_a} \right)^2 \left( 1 - \frac{I_{cr}}{I_g} \right)}$	(b)



24.2.3.6 For continuous one-way slabs and beams,  $I_e$  shall be permitted to be taken as the average of values obtained from Table 24.2.3.5 for the critical positive and negative moment sections.

۳- محاسبه خیز کوتاه مدت (بدون منظور نمودن اثر خزش)

### 24.2.3 Calculation of immediate deflections

24.2.3.1 Immediate deflections shall be calculated using methods or formulas for elastic deflections, considering effects of cracking and reinforcement on member stiffness.

مقادیر خیز بر اساس روابط تحلیل سازه و بارهای وارد بر سازه تعیین می شود. برای مثال برای تیرهای دو سرمفصل

مقدار خیز تحت بار مرده از رابطه زیر بدست می آید:

$$\Delta_D = \frac{5}{384} \frac{q_D L^4}{EI_e}$$

۴- محاسبه خیز بلند مدت

طبق بند زیر تغییر شکل ناشی از خزش را می توان از رابطه زیر بدست آورد:

$$\Delta_{Creep} = \lambda_{\Delta} \times \Delta_{\text{بار دائمی}}$$

$\lambda_{\Delta}$  ضریب خزش می باشد. اگر در جهت اطمینان از کمک میلگرد فشاری صرف نظر شود ( $\rho' = 0$ ) مقدار این ضریب برای بلند مدت (بالای ۵ سال) برابر  $\lambda_{\Delta} = 2$  خواهد شد. در این حالت تغییر شکل ناشی از خزش برابر خواهد بود با:

$$\Delta_{Creep} = 2 \times \Delta_{\text{بار دائمی}}$$

مقدار بار دائمی بر اساس قضاوت مهندسی برابر بار مرده همراه با درصدی از بار زنده در نظر گرفته می شود:

$$\Delta_{\text{بار دائمی}} = \Delta_{Dead+Super Dead+Partition} + \gamma \times Live$$

مقدار  $\gamma$  بر اساس قضاوت مهندسی تعیین می شود. برای مثال برای کاربری مسکونی می توان حدودا 20 درصد بار زنده را دائمی فرض کرد ( $\gamma = 0.2$ ).

#### 24.2.4 Calculation of time-dependent deflections

##### 24.2.4.1 Nonprestressed members

24.2.4.1.1 Unless obtained from a more comprehensive analysis, additional time-dependent deflection resulting from creep and shrinkage of flexural members shall be calculated as the product of the immediate deflection caused by sustained load and the factor  $\lambda_{\Delta}$

$$\lambda_{\Delta} = \frac{\xi}{1 + 50\rho'} \quad (24.2.4.1.1)$$

24.2.4.1.2 In Eq. (24.2.4.1.1),  $\rho'$  shall be calculated at midspan for simple and continuous spans, and at the support for cantilevers.

24.2.4.1.3 In Eq. (24.2.4.1.1), values of the time-dependent factor for sustained loads,  $\xi$ , shall be in accordance with Table 24.2.4.1.3.

**Table 24.2.4.1.3—Time-dependent factor for sustained loads**

Sustained load duration, months	Time-dependent factor $\xi$
3	1.0
6	1.2
12	1.4
60 or more	2.0

۵- مقایسه خیز محاسبه شده با خیز مجاز آیین نامه

مطابق بند زیر در صورتی که سقف متصل به اجزای غیر سازه ای (آسیب پذیر) نباشد، حداکثر تغییر شکل کل مجاز عضو  $\frac{l}{240}$  می باشد. در صورتی که طراح تشخیص دهد عضو به اجزای غیر سازه ای متصل می باشد که این اعضا در برابر تغییر شکل آسیب پذیر هستند، تغییر شکل مجاز برابر  $\frac{l}{480}$  خواهد بود.

**۹-۱۹-۲-۴ محدودیت تغییر مکان در تیرها و دال‌ها**

۹-۱۹-۲-۴-۱ تغییر مکان‌های ایجاد شده در تیرها و دال‌ها نباید از مقادیر مشخص شده در جدول ۹-۱۹-۳ تجاوز کنند.

**جدول ۹-۱۹-۳ حداکثر تغییر مکان مجاز**

ملاحظات	حد تغییر مکان	تغییر مکان مورد نظر	انواع عضو
-	$\frac{l}{180}$	تغییر مکان آبی ناشی از بارهای زنده	۱- بامهای تخت که به اعضای غیر سازه‌ای متصل نیستند یا آن‌ها را نگهداری نمی‌کنند؛ و بنا بر این تغییر مکان زیاد آسیبی در این اعضا ایجاد نمی‌کند.
	$\frac{l}{360}$		۲- مانند بالا در مورد کفها
تبصره ۱	$\frac{l}{480}$	آن قسمت از تغییر مکان که بعد از اتصال اعضای غیر سازه‌ای ایجاد می‌شود. منظور مجموع اضافه تغییر - مکان دراز مدت ناشی از بارهای دائمی و	۳- بامها یا کفهایی که به اعضای غیر سازه‌ای متصل هستند یا آن‌ها را نگهداری میکنند؛ و تغییر مکان زیاد ممکن است آسیبی در این اعضا ایجاد کند.
تبصره ۲	$\frac{l}{240}$	تغییر مکان آبی ناشی از بارهای زنده است (تبصره ۳).	۴- بامها یا کفهایی که به اعضای غیر سازه‌ای متصل هستند یا آن‌ها را نگهداری میکنند، ولی تغییر مکان زیاد آسیبی در این اعضا ایجاد نمی‌کند.

تبصره ۱- در صورتی که بتوان با اتخاذ تدابیری ویژه از ایجاد آسیب به اعضای غیر سازه‌ای جلوگیری کرد، حد مربوط به این محدودیت را می توان افزایش داد.

تبصره ۲- حد تعیین شده نباید از حد روا داری قطعات غیر سازه‌ای تجاوز کند.

تبصره ۳- اضافه تغییر مکان دراز مدت شامل آن قسمت از تغییر مکان که قبل از اتصال به اعضای غیرسازه‌ای ایجاد شده است، نمی‌شود؛ و در حقیقت تفاضل تغییر مکان، قبل و بعد از اتصال این اعضا می‌باشد.

**۹-۱۹-۲-۴-۲ در ساختمان‌های متعارف مسکونی، اداری و تجاری رعایت محدودیت‌های**

**شماره‌های ۲ و ۴ از جدول ۹-۱۹-۳ کافی تلقی میشود.**

۲۹- مقطع تیر بتن مسلح با تکیه‌گاه‌های ساده به طول دهانه ۸ متر دارای ممان اینرسی ترک نخورده برابر  $I_g = 120 \times 10^8 \text{ mm}^4$  و ممان اینرسی مقطع ترک‌خورده برابر  $I_{cr} = 50 \times 10^8 \text{ mm}^4$  می‌باشد. تیر تحت بار مرده گسترده یکنواخت  $20 \text{ kN/m}$  (شامل وزن تیر) دارای جابجایی قائم آنی در وسط تیر برابر  $8 \text{ mm}$  می‌باشد اگر بار مرده گسترده یکنواخت به دو برابر افزایش یابد، جابجایی آنی (ارتجاعی) تیر به کدامیک از گزینه‌های زیر نزدیک‌تر است؟ (لنگر خمشی نظیر ترک‌خوردگی مقطع تیر برابر  $M_{cr} = 80 \text{ kN.m}$  فرض شود).

(۱) ۱۶.۰ میلی‌متر

(۲) ۲۰.۰ میلی‌متر

(۳) ۱۸.۵ میلی‌متر

(۴) ۱۷.۵ میلی‌متر

پاسخ با آیین نامه جدید  $16.8 \text{ mm}$  می‌باشد.

با افزایش بار وارد شده، لنگر وارد بر تیر ( $M_a$ ) نیز افزایش یافته و در نتیجه ممان اینرسی موثر مقطع کاهش می‌یابد: محاسبه ممان اینرسی موثر تحت بار گسترده  $20 \text{ kN/m}$ :

$$\left. \begin{aligned} M_a &= \frac{qL^2}{8} = \frac{20 \times 8^2}{8} = 160 \text{ kN.m} \\ M_{cr} &= 80 \text{ kN.m} \\ I_g &= 120 \times 10^8 \\ I_{cr} &= 50 \times 10^8 \end{aligned} \right\} I_e = \frac{50 \times 10^8}{1 - \left(\frac{(2/3) \times 80}{160}\right)^2 \left(1 - \frac{50 \times 10^8}{120 \times 10^8}\right)} = 53.46 \times 10^8$$

محاسبه ممان اینرسی موثر تحت بار گسترده  $40 \text{ kN/m}$ :

$$\left. \begin{aligned} M_a &= \frac{qL^2}{8} = \frac{40 \times 8^2}{8} = 320 \text{ kN.m} \\ M_{cr} &= 80 \text{ kN.m} \\ I_g &= 120 \times 10^8 \\ I_{cr} &= 50 \times 10^8 \end{aligned} \right\} I_e = \frac{50 \times 10^8}{1 - \left(\frac{(2/3) \times 80}{320}\right)^2 \left(1 - \frac{50 \times 10^8}{120 \times 10^8}\right)} = 50.8 \times 10^8$$

بنابراین پس از افزایش بار ممان اینرسی مقطع کاهش می‌یابد و در نتیجه مقدار خیز در حالت دوم بیش از دو برابر خواهد بود:

$$\Delta_{\text{حالت دوم}} = \Delta_{\text{حالت اول}} \times \frac{53.46}{50.8} \times 2 = \Delta_{\text{حالت اول}} \times 2.1 = 8 \times 2.31 = 16.8 \text{ mm}$$

۱۹- در صورتیکه نسبت سطح مقطع آرماتور فشاری به سطح مقطع مؤثر در تمام طول یک تیر طره بتن‌آرمه برابر  $0.006$  و تغییرشکل آنی ناشی از بار دائمی در انتهای آزاد تیر برابر  $5$  میلی‌متر باشد، اضافه افتادگی درازمدت بعد از ده سال در انتهای آزاد آن تیر بر حسب میلی‌متر حدوداً چه مقدار خواهد شد؟ فرض کنید از روشهای تحلیلی دقیق‌تر استفاده نشود.

(۴) ۱۵.۵

(۳) ۶.۰

(۲) ۷.۷

(۱) ۹.۵

گزینه ۲

$$\Delta_{\text{خزش}} = \lambda \times 5 = \frac{2}{1 + 50 \times 0.006} \times 5 = 7.69 \text{ mm}$$



۱۹- برای تیر بتنی درجا با تکیه‌گاه ساده تحت بار گسترده یکنواخت، تغییرشکل اضافی ایجاد شده در طول زمان (اضافه افتادگی درازمدت) برابر 30 mm برآورد شده است. بتن از رده C30 و نسبت سطح مقطع آرماتور فشاری به سطح مقطع مؤثر برابر 0.0025 است. اگر به جای بتن C30 از بتن C25 استفاده شود، برای آنکه اضافه افتادگی مزبور بیشتر از 30 mm نشود، حداقل مقدار نسبت سطح مقطع آرماتور فشاری به سطح مقطع مؤثر حدوداً به چه میزانی باید در نظر گرفته شود؟ (جرم مخصوص بتن‌ها یکسان فرض شده و از اثر تغییرات نوع بتن و فولاد فشاری در ممان اینرسی مؤثر مقطع صرف‌نظر شود)

- (۱) 0.0035  
(۲) 0.0040  
(۳) 0.0055  
(۴) 0.0070

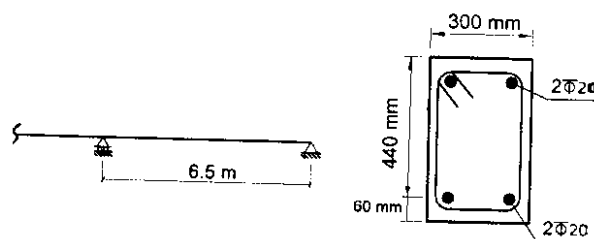
$$\left. \begin{aligned} (\Delta_{\text{خزش}})_I &= \Delta_{\text{آنی ناشی از بار دائمی}} \times \lambda = \frac{5q_{\text{بار دائمی}} L^4}{384EI_e} \times \lambda \\ (\Delta_{\text{خزش}})_{II} &= \Delta_{\text{آنی ناشی از بار دائمی}} \times \lambda = \frac{5q_{\text{بار دائمی}} L^4}{384EI_e} \times \lambda \end{aligned} \right\} \begin{aligned} (\Delta_{\text{خزش}})_{II} &= (\Delta_{\text{خزش}})_I \rightarrow \left(\frac{\lambda}{E}\right)_I = \left(\frac{\lambda}{E}\right)_{II} \end{aligned}$$

با تغییر مقاومت فشاری بتن، مدول الاستیسیته نیز تغییر می‌کند:

$$\frac{E_I}{E_{II}} = \frac{(4700\sqrt{30})}{(4700\sqrt{25})} = 1.095 \quad \rightarrow \quad \lambda_{II} = \frac{E_{II}}{E_I} \lambda_I$$

$$\frac{\xi}{1 + 50\rho'} = \frac{1}{1.095} \times \frac{\xi}{1 + 50 \times 0.0025} \quad \rightarrow \quad \rho' = 0.0046$$

۱۶- در تیر یک ساختمان اداری مطابق شکل زیر، تغییرمکان آنی وسط دهانه برای بارهای مرده برابر  $\Delta_D = 9.2 \text{ mm}$  و برای بارهای زنده برابر  $\Delta_L = 6.9 \text{ mm}$  براساس تحلیل با سختی مؤثر محاسبه شده است. در صورتیکه بار مرده به‌عنوان بار دائمی سازه باشد، تغییرشکل کل نهایی وسط دهانه تیر برحسب میلی‌متر در طول عمر مفید سازه ناشی از بارهای مرده و زنده به کدامیک از موارد زیر نزدیک‌تر است؟ (بتن از رده C25 و میلگرد از نوع S400 فرض شود).



35 (۱)

22 (۲)

25 (۳)

31 (۴)

گزینه ۴

به تغییرشکل فوق باید تغییرشکل ناشی از خزش اضافه شود.

اضافه افتادگی دراز مدت (تغییر شکل ناشی از خزش) برابر است با:

$$\Delta_{\text{اضافه افتادگی دراز مدت}} = \lambda \times \Delta_{\text{آنی ناشی از بار دائمی}} = \left(\frac{\xi}{1 + 50\rho'}\right) \times \Delta_{\text{آنی ناشی از بار دائمی}} = \left(\frac{2}{1 + 50 \left(\frac{2 \times 314}{300 \times 440}\right)}\right) \times 9.2 = 14.86 \text{ mm}$$

تغییر شکل کل نهایی تیر برابر خواهد بود با:

$$\Delta_{\text{زنده}} + \Delta_{\text{مرده}} + \Delta_{\text{اضافه افتادگی دراز مدت}} = 6.9 + 9.2 + 14.86 = 30.96 \text{ mm}$$

۴۴- یک تیر بتن آرمه دو سر ساده به طول دهانه مؤثر 6 m به عرض مقطع 400 mm و ارتفاع مقطع 500 mm، تحت اثر بار گسترده یکنواخت مرده به شدت 30 kN/m، به مقدار 8.5 mm در وسط دهانه تغییرشکل آبی داده است. تغییرشکل آبی در وسط دهانه ناشی از بار زنده گسترده یکنواخت به شدت 30 kN/m در این تیر به کدام یک از گزینه‌های زیر نزدیک‌تر است؟ (بتن از نوع معمولی و از رده C25 بوده و وزن مخصوص آن برابر  $\gamma_c = 25 \text{ kN/m}^3$  فرض شود).

6.4 mm (۱)

8.5 mm (۲)

9.2 mm (۳)

11.3 mm (۴)

گزینه ۳ (سطح سوال سخت)

$$\left. \begin{aligned} M_D &= \frac{qL^2}{8} = \frac{30 \times 6000^2}{8} = 135 \text{ kN.m} \\ M_{cr} &= \frac{f_r I_g}{y_t} = \frac{0.6\sqrt{25} \times \frac{400 \times 500^3}{12}}{250} = 50 \text{ kN.m} \end{aligned} \right\} I_{e-Dead} = \frac{I_{cr}}{1 - \left( \frac{\left(\frac{2}{3}\right) \times M_{cr}}{M_a} \right)^2 \left( 1 - \frac{I_{cr}}{I_g} \right)}$$

$$\frac{I_{cr}}{1 - 0.060966 \left( 1 - \frac{I_{cr}}{I_g} \right)} = \frac{I_{cr}}{1 - 0.060966 \left( 1 - \frac{I_{cr}}{I_g} \right)} = \frac{I_{cr}}{0.939034 + 0.060966 \left( \frac{I_{cr}}{I_g} \right)}$$

با توجه به اینکه  $\frac{I_{cr}}{I_g}$  عددی کمتر از یک میباشد، داریم:

$$\frac{I_{cr}}{0.939034 + 0.060966 \left( \frac{I_{cr}}{I_g} \right)} \cong \frac{I_{cr}}{0.939034} = 1.065 I_{cr}$$

با توجه به اینکه تحت بار مرده تیر تقریباً به طور کامل ترک خورده ( $I_{cr}$  تعیین کننده  $I_e$  می باشد) و ممان اینرسی موثر مقطع تیر نزدیک به  $I_{cr}$  شده است، پس از افزوده شدن بار زنده تغییر ناچیزی در مقدار  $I_e$  خواهیم داشت (در بدترین حالت  $I_e = I_{cr}$  می شود). بنابراین با توجه به اینکه مقدار بار زنده با بار مرده برابر است، پس از افزوده شدن بار زنده میزان افزایش خیز مشابه بار مرده خواهد بود (اندکی بیش از مقدار بار مرده) و بنابراین گزینه ۳ صحیح است.

محاسبه دقیق:

برای محاسبه دقیق باید مقدار  $I_{cr}$  بدست آید:

$$\left. \begin{aligned} E &= 4700\sqrt{25} = 23500 \text{ MPa} \\ I_g &= \frac{400 \times 500^3}{12} = 4.1667 \times 10^9 \\ M_{cr} &= \frac{f_r I_g}{y_t} = \frac{0.62\sqrt{25} \times \frac{400 \times 500^3}{12}}{250} = 51.667 \text{ kN.m} \\ M_D &= \frac{qL^2}{8} = \frac{30 \times 6000^2}{8} = 135 \text{ kN.m} \end{aligned} \right\} \Delta_D = \frac{5}{384} \times \frac{(30)6000^4}{23500 \left( \frac{I_{cr}}{1 - 0.060966 \left( 1 - \frac{I_{cr}}{4.1667 \times 10^9} \right)} \right)} = 8.5$$

$$\rightarrow I_{cr} = 2.4715 \times 10^9$$

$$\left. \begin{aligned} E &= 4700\sqrt{25} = 23500 \text{ MPa} \\ I_g &= \frac{400 \times 500^3}{12} = 4.1667 \times 10^9 \\ M_{cr} &= \frac{f_r I_g}{y_t} = \frac{0.62\sqrt{25} \times \frac{400 \times 500^3}{12}}{250} = 51.667 \text{ kN.m} \\ M_{D+L} &= \frac{(q_D + q_L)L^2}{8} = \frac{60 \times 6000^2}{8} = 270 \text{ kN.m} \end{aligned} \right\} I_e = \frac{I_{cr}}{1 - \left( \frac{\left(\frac{2}{3}\right) \times M_{cr}}{M_a} \right)^2 \left( 1 - \frac{I_{cr}}{I_g} \right)} = 2.488 \times 10^9$$

$$\Delta_D = \frac{5}{384} \times \frac{(60)6000^4}{23500 \times 2.488 \times 10^9} = 17.32 \text{ mm}$$

خیز ناشی از بار زنده از اختلاف خیز کل و خیز بار مرده بدست می‌آید:

$$\rightarrow \Delta_L = 17.32 - 8.5 = 8.82 \text{ mm}$$

## سراسری ۹۵

۱۲۰- برای تیر بتن مسلح با تکیه‌گاه‌های ساده تحت بار دائمی گسترده، افزایش چه عاملی تأثیر بیشتری در کاهش نسبت تغییر شکل زمانی به تغییر شکل آنی در وسط تیر دارد؟

- (۱) مقاومت کششی بتن
- (۲) مقدار آرماتور کششی
- (۳) مقاومت فشاری بتن
- (۴) مقدار آرماتور فشاری

گزینه ۴

## محاسبات ۹۳

۵۲- در یک تیر بتن مسلح، چنانچه تغییرشکل آنی ناشی از بار دائمی، در وسط دهانه ۱۰ میلی‌متر باشد، تغییر شکل کل تیر ناشی از بارهای دائمی پس از ۶ سال در همان نقطه، حداکثر چه مقدار می‌تواند باشد؟ (در محاسبات از روش‌های تحلیلی دقیق‌تر استفاده نمی‌شود و از مقدار آرماتور فشاری صرف‌نظر گردد.)

- (۱) ۱۵ میلی‌متر
- (۲) ۲۰ میلی‌متر
- (۳) ۱۰ میلی‌متر
- (۴) ۳۰ میلی‌متر

گزینه ۴

$$\Delta = \Delta_{\text{آنی ناشی از بار دائمی}} + \Delta_{\text{خزش}} = 10 + \frac{\xi}{1 + 50\rho'} 10 = 10 + 2 \times 10 = 30 \text{ mm}$$

## محاسبات ۹۰

۳۱- اگر تغییر شکل آنی ناشی از بار دائم در یک تیر بتن مسلح ۱۲.۵ میلی‌متر باشد، در بدترین شرایط، در دراز مدت تغییر شکل آن چقدر پیش‌بینی می‌شود؟

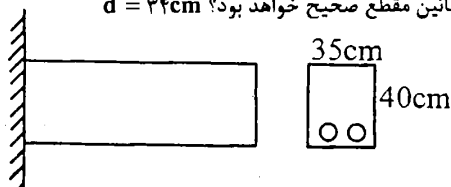
- (۱) ۲۵ میلی‌متر
- (۲) ۳۷.۵ میلی‌متر
- (۳) ۵۰ میلی‌متر
- (۴) ۲۲.۵ میلی‌متر

گزینه ۲

$$\Delta_{\text{آنی ناشی از بار دائمی}} + \Delta_{\text{آنی ناشی از بار دائمی}} = 2\Delta_{\text{آنی ناشی از بار دائمی}} + \Delta_{\text{خزش}} = \frac{\xi}{1 + 50\rho'} \Delta_{\text{آنی ناشی از بار دائمی}} + \Delta_{\text{خزش}} = 3\Delta_{\text{آنی ناشی از بار دائمی}} = 37.5 \text{ mm}$$

## محاسبات -۸۴- پایه ۲

۴۰- افتادگی آنی ناشی از بار مرده تیر کنسولی شکل مقابل ۰.۵ سانتی‌متر می‌باشد. در صورتی‌که بخواهیم اضافه افتادگی ۵ ساله تیر حداکثر ۰.۸ سانتی‌متر باشد، کدام مورد بعنوان میلگردهای حداقل لازم در پائین مقطع صحیح خواهد بود؟  $d = ۳۴ \text{ cm}$



- (۱)  $2\phi 16$
- (۲)  $2\phi 18$
- (۳)  $2\phi 20$
- (۴)  $2\phi 22$

گزینه ۳

$$\Delta_{\text{خزش}} = \frac{\xi}{1 + 50\rho'} \Delta_{\text{آنی ناشی از بار دائمی}} \rightarrow 8 \text{ mm} = \frac{2}{1 + 50\rho'} \times 5 \text{ mm} \rightarrow \rho' = 0.005 \rightarrow \frac{A_s}{350 \times 340} = 0.005 \rightarrow A_s = 595 \text{ mm}^2 \rightarrow 2\phi 20$$

۱۱۹- یک تیر بتنی با دهانه ساده و میلگرد کششی تنها، برای بارهای گسترده  $w_D = 15 \frac{kN}{m}$  و  $w_L = 30 \frac{kN}{m}$  طراحی شده است. در صورتی که خیز حداکثر آنی تحت بارهای دائم برابر  $2/1$  میلیمتر باشد، و ۲۰ درصد بار زنده به طور دائم بر تیر وارد شود، خیز حداکثر تحت بارهای دائم پس از گذشت ۱۰ سال چند میلی‌متر است؟

۴/۲ (۱)

۴/۸ (۲)

۵/۳ (۳)

۶/۳ (۴)

گزینه ۴

$$\Delta_{\text{بار دائمی}} = \Delta_{\text{خزش}} + \Delta_{\text{آنی ناشی از بار دائمی}} = 2 \times \Delta_{\text{آنی ناشی از بار دائمی}} + \Delta_{\text{آنی ناشی از بار دائمی}} = 3 \times \Delta_{\text{آنی ناشی از بار دائمی}} = 3 \times 2.1 = 6.3 \text{ mm}$$

## محاسبات ۹۷

۵۲- ممان اینرسی موثر مقطع یک تیر بتن‌ارمه با تکیه‌گاه‌های ساده، به ازای بارهای مرده گسترده یکنواخت، ۲۰ درصد بیش از ممان اینرسی مقطع ترک‌خورده آن با در نظر گرفتن اثر آرماتور بوده و تغییرشکل آنی در وسط دهانه ۸ mm است. تغییرشکل آنی ناشی از اعمال بار زنده گسترده یکنواخت، که از نظر عددی مقدار شدت آن نصف بار مرده است، به کدام یک از گزینه‌های زیر نزدیک‌تر است؟

۶ mm (۲)

۴ mm (۱)

۱۲ mm (۴)

۷ mm (۳)

گزینه ۲

پس از اضافه شدن بار زنده، ممان موثر مقطع کاهش یافته و در نتیجه تغییر شکلها افزایش می‌یابند. ممان اینرسی موثر قبل از اعمال بار زنده (تحت Dead):

$$I_{e-(D)} = \frac{I_{cr}}{1 - \left(\frac{\left(\frac{2}{3}\right)M_{cr}}{M_D}\right)^2 \left(1 - \frac{I_{cr}}{I_g}\right)} = 1.2 I_{cr}$$

$$\rightarrow 1 - \left(\frac{\left(\frac{2}{3}\right)M_{cr}}{M_D}\right)^2 \left(1 - \frac{I_{cr}}{I_g}\right) = 0.83333$$

$$\rightarrow \left(\frac{\left(\frac{2}{3}\right)M_{cr}}{M_D}\right)^2 \left(1 - \frac{I_{cr}}{I_g}\right) = 0.1666$$

ممان اینرسی موثر پس از اعمال بار زنده (تحت Dead+Live):

$$I_{e-(D+L)} = \frac{I_{cr}}{1 - \left(\frac{\left(\frac{2}{3}\right)M_{cr}}{1.5M_D}\right)^2 \left(1 - \frac{I_{cr}}{I_g}\right)} = \frac{I_{cr}}{1 - \frac{1}{2.25} \times \left(\frac{\left(\frac{2}{3}\right)M_{cr}}{M_D}\right)^2 \left(1 - \frac{I_{cr}}{I_g}\right)} = \frac{I_{cr}}{1 - \frac{1}{2.25} \times 0.16666} = 1.08 I_{cr}$$

در حقیقت تیر شل تر شده است! قبل از بار زنده  $I_e = 1.2 I_{cr}$  بود ولی با اضافه شدن بار زنده ممان اینرسی موثر کاهش یافته است و  $I_e = 1.08 I_{cr}$  است. بنابراین تمامی تغییرشکل‌های قبلی  $1.11 = \frac{1.2}{1.08}$  برابر خواهد شد. از طرفی بار زنده نصف بار مرده است و بنابراین عملاً کل بار ۱.۵ برابر شده است:

$$\Delta_{D+L} = 1.5 \times 1.11 \times 8 \text{ mm} = 13.32 \text{ mm}$$

بنابراین پس از اعمال بار زنده میزان افزایش در مقدار خیز برابر است با:

$$13.32 - 8 = 5.32 \text{ mm}$$

۳۳- یک تیر بتنی دو سر ساده تحت بار گسترده یکنواخت مرده  $50 \text{ kN/m}$  قرار دارد. تحت این بارگذاری، ممان اینرسی موثر مقطع ( $I_e$ )، 5 درصد بیش از ممان اینرسی مقطع ترک خورده ( $I_{cr}$ ) بوده و تغییر شکل آنی در وسط دهانه  $14.5 \text{ mm}$  است. اگر علاوه بر بار مرده مذکور، بار گسترده یکنواخت زنده برابر  $25 \text{ kN/m}$  نیز به تیر اعمال شود، آنگاه تغییر شکل آنی در وسط دهانه ناشی از بار زنده، به کدام یک از گزینه‌های زیر نزدیک‌تر خواهد بود؟

13 mm (۲)

23 mm (۱)

8 mm (۴)

10 mm (۳)

گزینه ۴

روش تقریبی:

تحت بار مرده  $I_e = 1.05I_{cr}$  می باشد پس از اعمال بار زنده مقدار  $I_e$  قدری کاهش خواهد یافت. بنابراین:

$$I_{cr} < I_e < 1.05I_{cr}$$

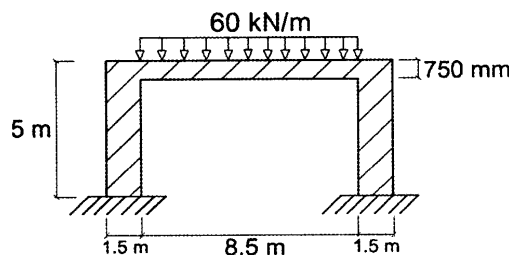
بنابراین تغییر قابل توجهی در میزان ممان اینرسی مقطع نداریم.

در نتیجه مقدار تغییرمکان آنی ناشی از بار زنده تقریباً برابر است با:

$$q_D = 50 \rightarrow \Delta_D = 14.5 \text{ mm}$$

$$q_L = 25 \rightarrow \Delta_L \approx 7.25 \text{ mm}$$

۵۴- مطابق شکل زیر، در یک قاب خمشی بتن مسلح، تیر با مقطع  $500 \times 750 \text{ mm}$  و پایه‌های طرفین با مقطع  $1500 \times 3000 \text{ mm}$  بوده و تیر تحت تاثیر یک بار مرده دائمی  $60 \text{ kN/m}$  (شامل وزن تیر) قرار می‌گیرد. تغییرشکل قائم کل وسط دهانه ۷ سال پس از اجرا ناشی از بار دائمی یادشده بر حسب میلی‌متر به کدامیک از گزینه‌های زیر نزدیک‌تر است؟  $E_c = 22 \times 10^3 \text{ MPa}$ . ممان اینرسی موثر مقطع تیر ( $I_e$ ) برابر نصف ممان اینرسی مقطع ترک‌نخورده بدون لحاظ اثر آرماتور ( $I_g$ ) فرض شود؛ همچنین در وسط دهانه مقدار آرماتور فشاری ناچیز فرض شود و از تغییرشکل قائم پایه‌ها، صرف‌نظر گردد. طول موثر دهانه تیر در محاسبات  $8.5 \text{ m}$  در نظر گرفته شود و رده بتن C25 می‌باشد.



25 (۱)

20 (۲)

9 (۳)

13 (۴)

گزینه ۴

با توجه به سختی بالای ستونها (پایه‌های نگه دارنده) و با توجه به اینکه در روی سوال تاکید شده از تغییرشکل پایه‌ها صرف نظر شود، دوران انتهایی تیر صفر فرض می‌شود (مانند تیر دوسرگیردار). و تغییر شکل آن به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\Delta_{\text{آنی بار دائمی}} = \frac{q_D L^4}{384 E I_e} = \frac{60 \frac{\text{N}}{\text{m}} \times 8500^4}{384 \times 22 \times 10^3 \times \left( \frac{1}{2} \frac{1500 \times 750^3}{12} \right)} = 4.218 \text{ mm}$$

$$\Delta_{\text{کل}} = \Delta_{\text{آنی بار دائمی}} + \Delta_{\text{خزش}} = \Delta_{\text{آنی بار دائمی}} + \left( \frac{\xi}{1 + 50 \rho'} \right) \Delta_{\text{آنی بار دائمی}} = 4.218 + \left( \frac{2}{1 + 50 \times 0} \right) \times 4.218 = 12.65 \text{ mm}$$

۴۲- در یک تیر بتن آرمه با تکیه‌گاه‌های ساده تغییرشکل آنی ناشی از بار دائمی برابر 5 mm برآورد شده است. تغییرشکل کل تیر ناشی از بار دائمی (شامل اضافه افتادگی درازمدت) براساس روش تقریبی پس از یکسال به کدام مقدار نزدیک‌تر است؟ (نسبت سطح مقطع آرماتور فشاری به سطح موثر در مقطع وسط دهانه برابر 0.005 می‌باشد).

10.6 mm (۲)

8.6 mm (۱)

13.0 mm (۴)

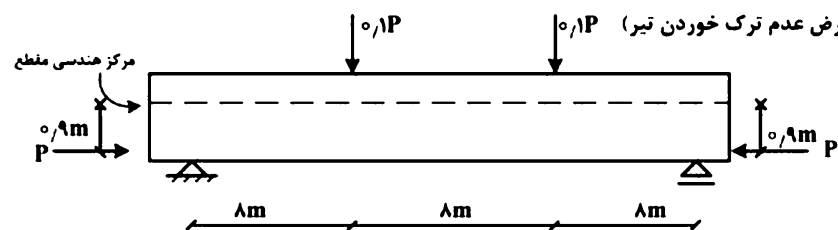
12.0 mm (۳)

گزینه ۲

$$\Delta = \Delta_{\text{آنی}} + \Delta_{\text{خزش}} = 5 + \left( \frac{\xi}{1 + 50\rho'} \right) 5 = 5 + \left( \frac{1.4}{1 + 50 \times 0.005} \right) 5 = 10.6 \text{ mm}$$

۱۲۰- در تیر بتن آرمه نشان داده شده در شکل. کدام عبارت در ارتباط با تغییر شکل‌های کوتاه و بلندمدت صحیح

است؟ (با فرض عدم ترک خوردن تیر)



(۱) تغییر شکل‌های کوتاه و بلندمدت به سمت پایین است (↓).

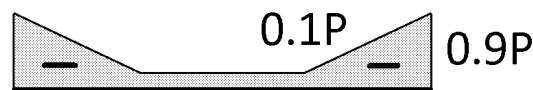
(۲) تغییر شکل‌های کوتاه و بلندمدت به سمت بالا است (↑).

(۳) تغییر شکل‌های کوتاه‌مدت به سمت پایین (↓) و بلندمدت به سمت بالا است (↑).

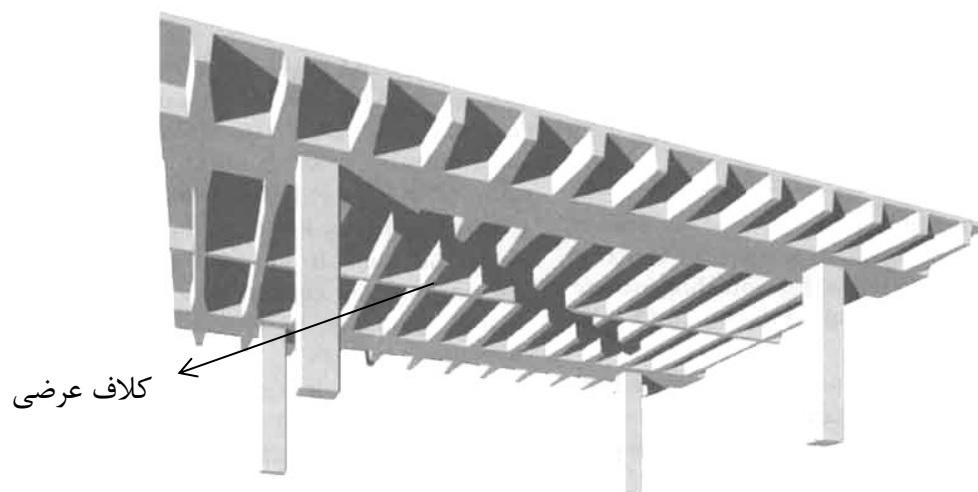
(۴) تغییر شکل‌های کوتاه‌مدت به سمت پایین (↓) و در بلندمدت تیر بدون تغییر شکل می‌باشد (-).

گزینه ۲

دیگرام لنگر وارد بر تیر مطابق شکل زیر است:

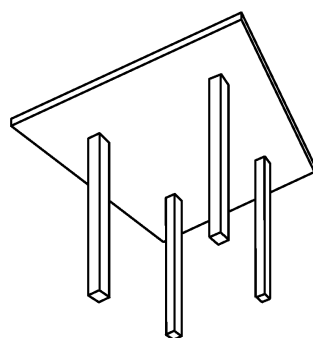


در تمامی نقاط تیر لنگر منفی داریم و بنابراین خیز به سمت بالا خواهیم داشت. خیز بلند مدت نیز تابعی از خیز آنی می‌باشد.

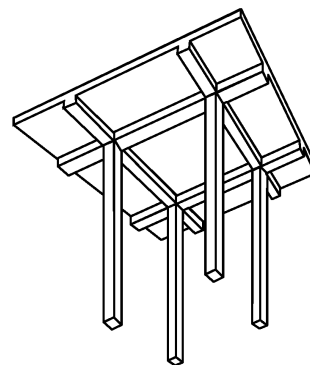


### دال پشت بند دار (ribbed slab)

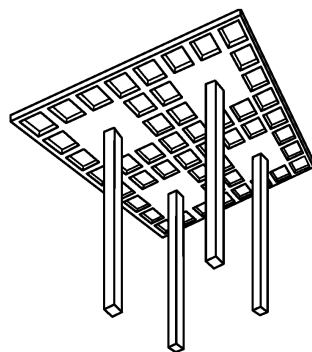
به جای استفاده از تیرچه در سقف (شکل بالا) می توان مطابق شکلهای پایین از دال بتنی استفاده کرد:



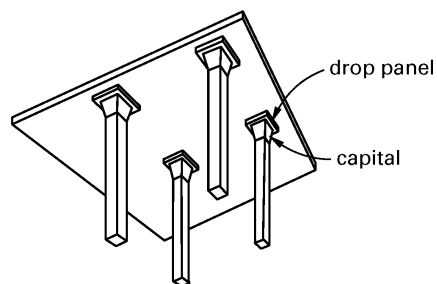
دال تخت flat plate



دال تخت+تیر two-way slab with beams



دال مشبک waffle slab



دال تخت+پهنه و سرستون flat slab

در دال تخت + تیر، بار سقف از طریق دال به تیرها منتقل می شود و سپس از طریق تیر به ستون منتقل می شود.  
در دال تخت بار مستقیماً از طریق دال به ستون منتقل می شود.

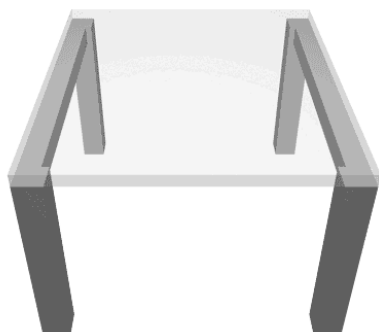
در شکل زیر شبکه آرماتورهای یک دال نمایان است.



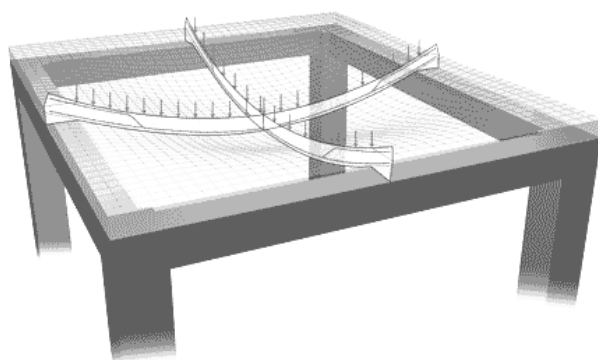
### ۱-۱۷- دال یک طرفه و دو طرفه

اگر دالی به جای اینکه در هر چهار طرف تکیه گاه داشته باشد (به تیر تکیه کند) تنها در دو طرف (یک راستا) تکیه گاه داشته باشد.

و یا اگر چهار تکیه گاه داشته ولی نسبت طول به عرض آن بیش از ۲ باشد، به آن دال یکطرفه گویند.

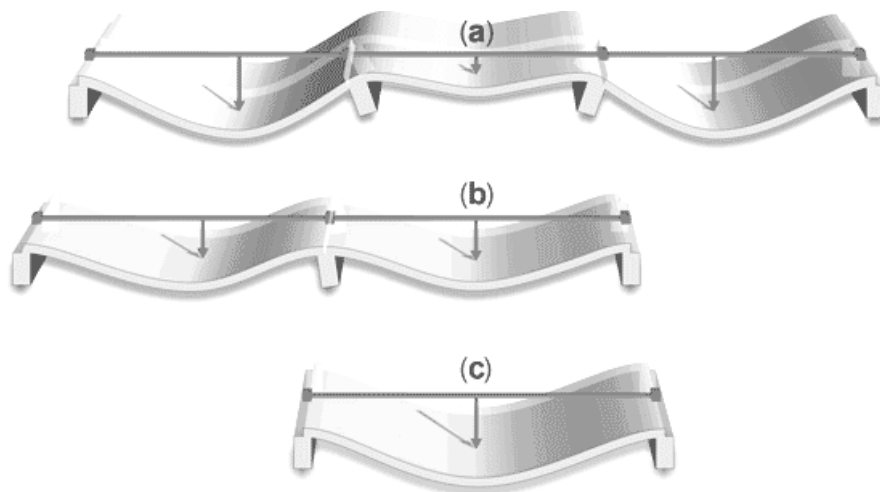


دال دو طرفه: در هر چهار لبه تیر (تکیه گاه)



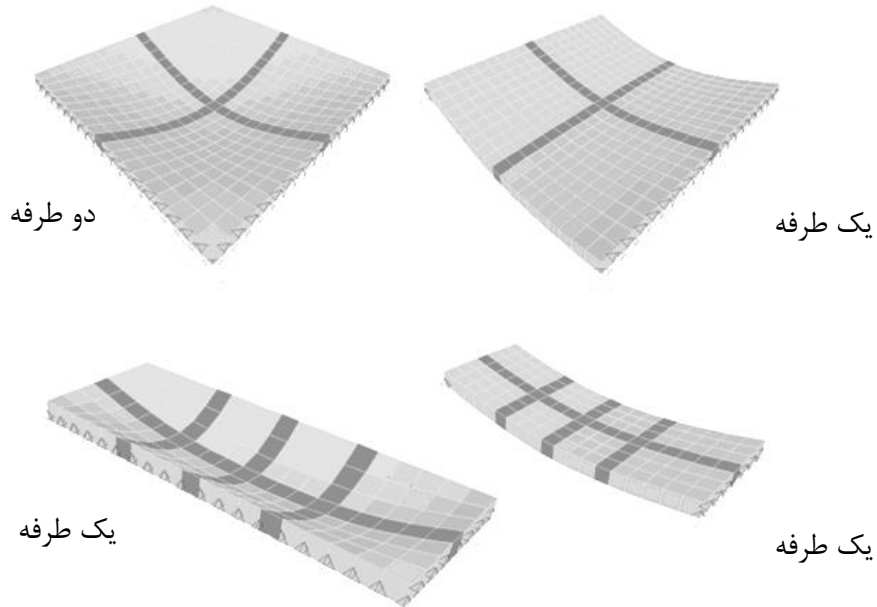
دال یک طرفه: تنها در دو لبه تیر (تکیه گاه) داریم  
داریم

شکلهای زیر نمونه هایی از دال یک طرفه می باشد

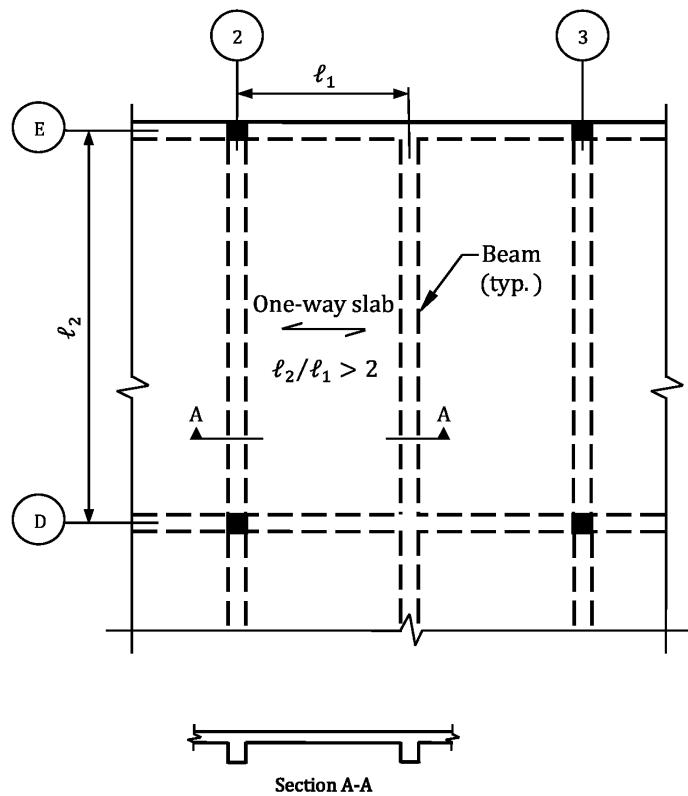




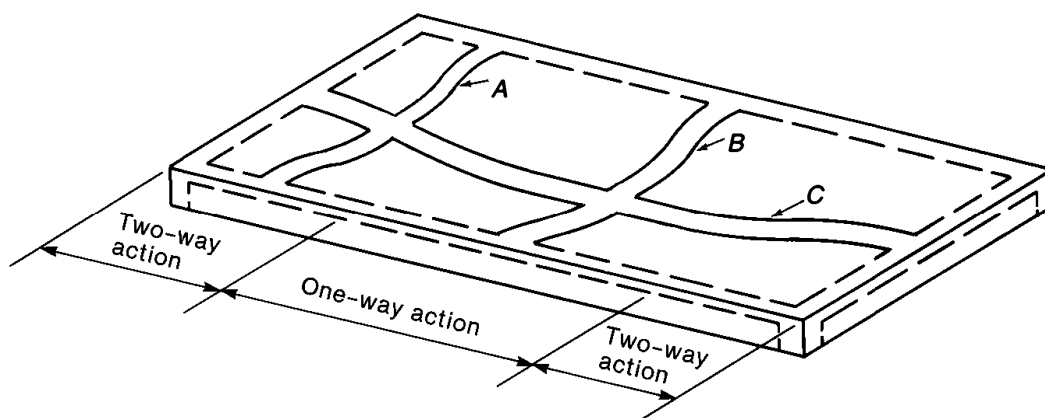
کدام یک از دالهای زیر یک طرفه می باشند؟



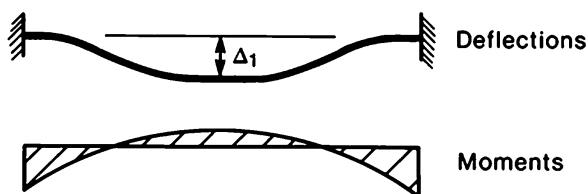
در مواردی که مانند شکل ابعاد دال قرار گرفته مابین تیرها مستطیلی باشد و بعد بزرگتر دهانه ( $l_2$  در شکل زیر) بیش از دو برابر بعد کوچکتر ( $l_1$  در شکل زیر) باشد، قسمت عمده بار در راستای دهانه کوتاهتر منتقل میشود و میتوان دال را یک طرفه فرض کرد. در این حالت میلگرد خمشی اصلی دال در راستای بعد کوتاهتر قرار میگیرند.



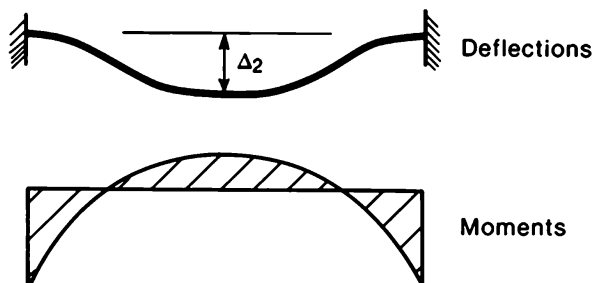
در شکل زیر دال در ۴ لبه دارای تکیه گاه است. به علت مستطیلی بودن پانل آن، قسمت میانی دال به صورت یک طرفه (one-way) عمل می کند و در دو انتهای دال خمش دو طرفه (two-way) داریم. در نوار C در قسمت میانی دال لنگر نداریم و تنها در دو انتهای آن لنگر داریم.



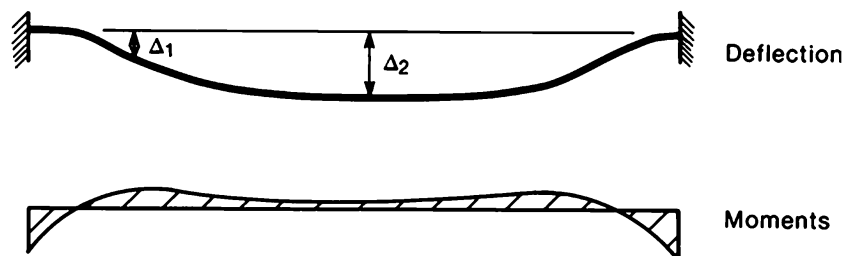
(a) Deflected slab strips.



(b) Strip A.



(c) Strip B.



(d) Strip C.

-۳۶

برای یک دال بتنی مستطیلی ادامه‌دار از چهار طرف، به ابعاد  $۶,۳۰$  متر در  $۲,۸۰$  متر و ضخامت  $۲۲,۵$  سانتی‌متر، که در هر چهار لبه دارای تیر و در هر چهار گوشه دارای ستون است، کدام گزینه صحیح است؟

(۱) باربری در هر حالتی در هر دو جهت صورت می‌گیرد.

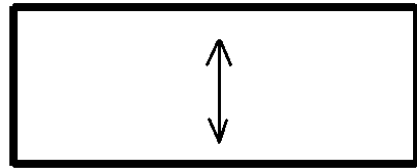
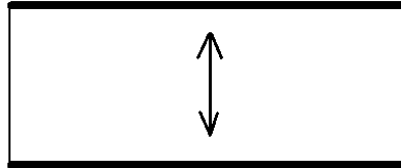
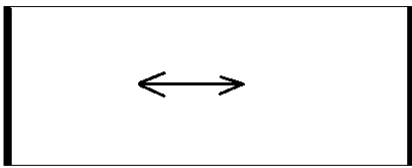
(۲) باربری در هر حالتی فقط در جهت عرض دال ( $۲,۸۰$  متری) صورت می‌گیرد.

(۳) باربری در هر حالتی فقط در جهت طولی دال ( $۶,۳۰$  متری) صورت می‌گیرد.

(۴) باربری در هر یک از دو جهت بستگی به سختی تیرهای زیر سری دارد.

گزینه ۴

اگر در هر چهار طرف دال تیر با سختی بالا داشته باشیم (شکل سمت راست) بار در راستای عرضی منتقل می‌شود اگر تنها در راستای عرضی تیر با سختی بالا داشته باشیم (شکل سمت چپ) بار در راستای طولی منتقل می‌شود.

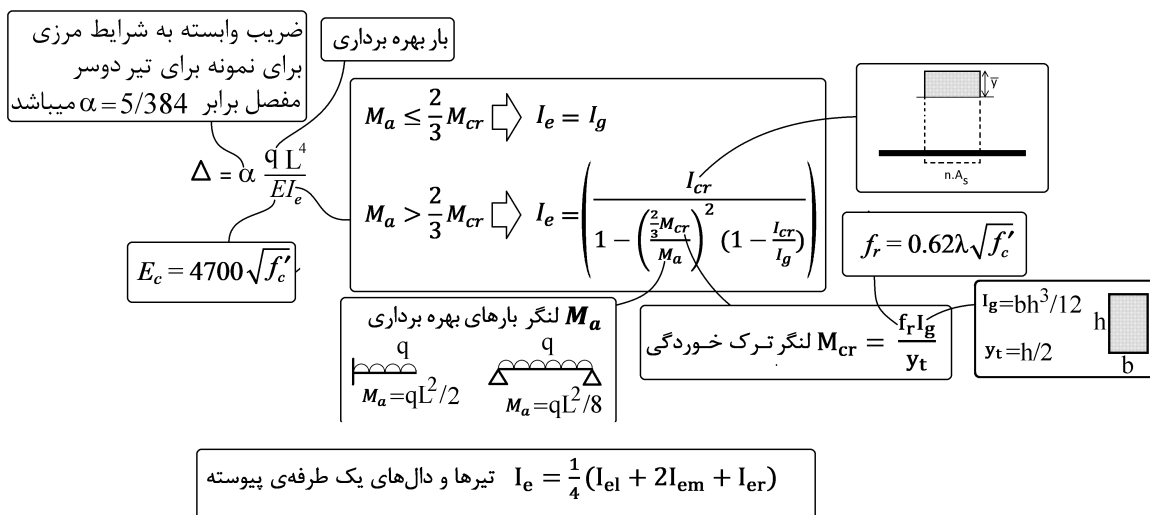
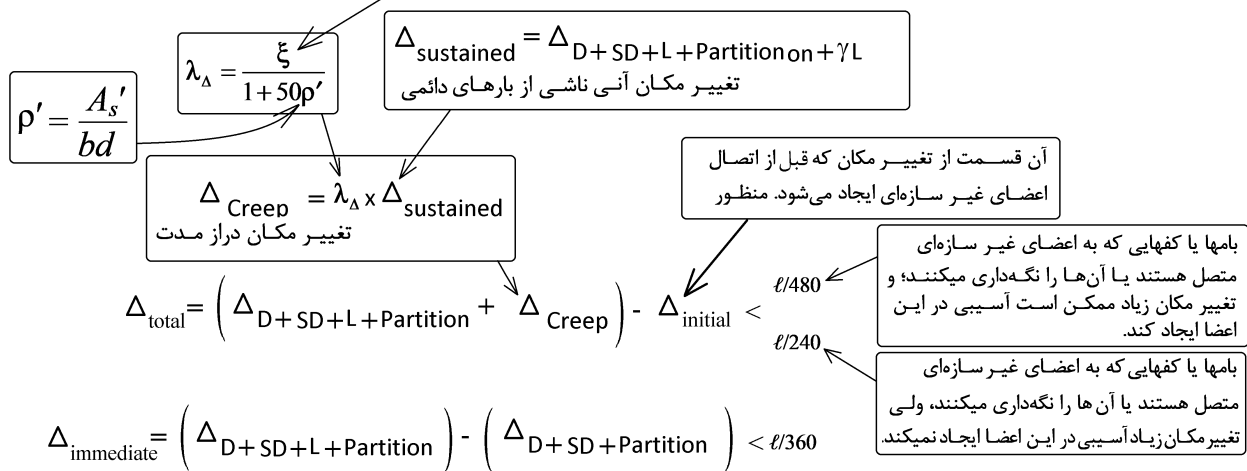


## ۱۷-۲- کنترل خیز در دالها

کنترل خیز را به دو روش می‌توان انجام داد.

- روش اول (روش تقریبی): یک ضخامت حداقل ( $h$ ) بر اساس طول دهانه دال ( $l$ ) برای آن تعیین می‌شود. به طوریکه هرچه طول دهانه بلندتر باشد، باید ضخامت دال بیشتری را برای آن در نظر بگیریم. در شکل زیر جدول حداقل خیز برای دالهای یک طرفه نشان داده شده است.
- روش دوم (روش دقیق): با استفاده از روابط تحلیل سازه خیز دال محاسبه می‌شود. خیز محاسبه شده باید کمتر از مقدار مجاز باشد.

ضریب ξ	زمان
۱/۰	۳ ماه
۱/۲	۶ ماه
۱/۴	۱۲ ماه
۲/۰	۶۰ ماه و بیشتر



بار دائمی (sustained load) شامل کل بار مرده، تیغه بندی و بخشی از بارهای زنده ( $\gamma \Delta_L$ ) میباشد. مقدار  $\gamma$  بر اساس نوع کاربری و بر اساس قضاوت مهندسی باید تعیین شود. برای مثال برای مسکونی می توان  $\gamma$  را برابر با 0.20 الی 0.25 در نظر گرفت.

طبق آیین نامه می توان در محاسبه  $\Delta$  تنها بخشی از تغییر شکل را که پس از اتصال اجزای غیر سازه ای ایجاد می شود منظور کرد. بنابراین پس از محاسبه تغییر مکان کل عضو، می توان مقدار  $\Delta_{\text{initial}}$  را از آن کم کرد. مقدار  $\Delta_{\text{initial}}$  را می توان برابر با تغییر شکل اولیه بار مرده (بدون خزش) در نظر گرفت. و یا بسته به نحوه اجرای سازه و زمان اتصال اجزای غیر سازه ای، برابر با بار مرده اولیه همراه با خزش سه ماهه ناشی از بار مرده در نظر گرفت. در این رابطه باید بر اساس قضاوت مهندسی عمل کرد. توصیه می شود در جهت اطمینان مقدار  $\Delta_{\text{initial}}$  برابر صفر منظور شود.

### ۱۷-۲-۱- روش تقریبی کنترل خیز در تیرها و دالهای یک طرفه

در روش تقریبی به جای کنترل و محاسبه مستقیم خیز اعضا، ضخامت اعضا کنترل می شود. بدین منظور جدول حداقل ضخامت اعضا برای تیرها و دالها ارائه شده است. برای مثال در جدول مربوط به کنترل عمق مقطع تیرها، برای تیرهای دو سرمفصل، عمق مقطع تیر (h) باید حداقل برابر 1/16 طول دهانه آن باشد ( $h > \frac{l}{16}$ ).

## CHAPTER 9—BEAMS

## 9.3—Design limits

## 9.3.1 Minimum beam depth

9.3.1.1 For nonprestressed beams not supporting or attached to partitions or other construction likely to be damaged by large deflections, overall beam depth  $h$  shall satisfy the limits in Table 9.3.1.1, unless the calculated deflection limits of 9.3.2 are satisfied.

**Table 9.3.1.1—Minimum depth of nonprestressed beams**

Support condition	Minimum $h^{(1)}$
Simply supported	$\ell/16$
One end continuous	$\ell/18.5$
Both ends continuous	$\ell/21$
Cantilever	$\ell/8$

<sup>(1)</sup>Expressions applicable for normalweight concrete and  $f_y = 420$  MPa. For other cases, minimum  $h$  shall be modified in accordance with 9.3.1.1.1 through 9.3.1.1.3, as appropriate.

9.3.1.1.1 For  $f_y$  other than 420 MPa, the expressions in Table 9.3.1.1 shall be multiplied by  $(0.4 + f_y/700)$ .

## CHAPTER 7—ONE-WAY SLABS

## 7.3—Design limits

## 7.3.1 Minimum slab thickness

7.3.1.1 For solid nonprestressed slabs not supporting or attached to partitions or other construction likely to be damaged by large deflections, overall slab thickness  $h$  shall not be less than the limits in Table 7.3.1.1, unless the calculated deflection limits of 7.3.2 are satisfied.

**Table 7.3.1.1—Minimum thickness of solid nonprestressed one-way slabs**

Support condition	Minimum $h^{(1)}$
Simply supported	$\ell/20$
One end continuous	$\ell/24$
Both ends continuous	$\ell/28$
Cantilever	$\ell/10$

<sup>(1)</sup>Expression applicable for normalweight concrete and  $f_y = 420$  MPa. For other cases, minimum  $h$  shall be modified in accordance with 7.3.1.1.1 through 7.3.1.1.3, as appropriate.

7.3.1.1.1 For  $f_y$  other than 420 MPa, the expressions in Table 7.3.1.1 shall be multiplied by  $(0.4 + f_y/700)$ .

جدول زیر نمونه مشابه جداول فوق در مبحث نهم می باشد.

## ۹-۹ دال های یک طرفه

۳-۹-۹ ضوابط کلی طراحی

۱-۳-۹-۹ حداقل ضخامت دال

۱-۳-۹-۹ برای دال های توپر که به جدا کننده ها (تیغه ها) یا دیگر اجزای ساختمانی که احتمال دارد در اثر خیز زیاد آسیب ببینند، متصل نیستند، ضخامت کل دال،  $h$ ، نباید از مقادیر جدول ۱-۹-۹ که برای بتن معمولی و فولاد با تنش تسلیم  $f_y = 420$  MPa تنظیم شده است، کمتر باشد؛ مگر آن که محاسبه ی خیز آن ها بر اساس بند ۲-۳-۹-۹ انجام شود. برای  $f_y \neq 420$  MPa، مقادیر جدول ۱-۹-۹ باید در  $(0.4 + f_y/700)$  ضرب شود.

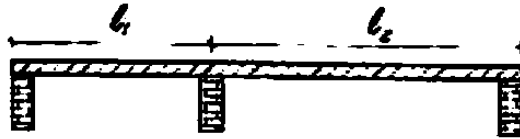
جدول ۱-۹-۹ حداقل ضخامت دال های یک طرفه ی یک پارچه

شرایط تکیه گاهی	حداقل ضخامت، $h$
تکیه گاه ساده	$\ell/20$
یک انتهای ممتد	$\ell/24$
دو انتهای ممتد	$\ell/28$
طره (کنسولی)	$\ell/10$

۲-۳-۹-۹ محدودیت های خیز دال

۱-۲-۳-۹-۹ در دال هایی که محدودیت های حداقل ضخامت مندرج در بند ۱-۳-۹-۹ برآورده نشود، باید خیز آنی و خیز دراز مدت مطابق با ضوابط مربوط به حالت حدی بهره برداری (بند ۲-۱۹-۹) محاسبه گردد و از حدود مندرج در بند ۴-۲-۱۹-۹ بیش تر نشود.

۲۷- بام یک ساختمان معمولی، تشکیل شده است از یک دال یک طرفه دو دهانه، که روی سه دیوار با طول بلند اجرا خواهد شد. اگر نخواهیم وارد محاسبات تغییر شکل دال بشویم، در طراحی برای بدست آوردن کمترین ضخامت دال، از کدام گزینه باید شروع کنیم؟ (طول مؤثر دهانه‌های دال را به ترتیب 3 و 5 متر فرض نمائید. بارهای وارد به بام کاملاً متعارف می‌باشند).



(۱) ضخامت ۱۹۰ میلیمتر و میلگرد رده S340

(۲) ضخامت ۱۷۰ میلیمتر و میلگرد رده S400

(۳) ضخامت ۱۵۰ میلیمتر و میلگرد رده S340

(۴) ضخامت ۲۵۰ میلیمتر و میلگرد رده S400

گزینه ۱.

شکل فوق مربوط به یک دال یک طرفه می باشد. هر کدام از دهانه ها تنها از یک طرف ممتد هستند.

$$\frac{l}{24} = \frac{500}{24} = 20.83 \text{ cm} = 208\text{mm} \quad S400$$

$$\frac{l}{24} \left( 0.4 + \frac{340}{700} \right) = 18.45 \text{ cm} = 185\text{mm} \quad S340$$

## ۱۷-۲-۲- روش تقریبی کنترل خیز (دالهای دو طرفه)

متن زیر مربوط به مبحث نهم می باشد.

## ۹-۱۰- دالهای دو طرفه

۹-۱۰-۶ ضوابط کلی طراحی دالها

۹-۱۰-۶-۱ حداقل ضخامت دال

۹-۱۰-۶-۱-۱ برای دالهای دو طرفه و بدون تیرهای داخلی که در تمامی لبه‌ها دارای تکیه‌گاه هستند، و حداکثر نسبت دهانه‌ی بزرگ به دهانه‌ی کوچک آن‌ها برابر با ۲ می‌باشد؛ برای بارهای متعارف حداقل ضخامت دال باید مطابق موارد زیر کنترل شود؛ مگر این که دال محدودیت‌های مربوط به خیز را مطابق بند ۹-۱۰-۶-۲ تامین کرده باشد:

الف- ضخامت دال از مقادیر جدول ۹-۱۰-۱ کم‌تر نباشد.

ب- برای دال بدون کتیبه (پهنه) برابر با ۱۲۵ میلی متر اختیار شود.

پ- برای دال دارای کتیبه (پهنه) با رعایت شرایط بند ۹-۱۰-۶-۱، برابر با ۱۰۰ میلی متر اختیار شود.

جدول ۹-۱۰-۱ حداقل ضخامت دالهای دو طرفه بدون تیرهای داخلی<sup>[۱]</sup>

با کتیبه <sup>[۳]</sup>		بدون کتیبه <sup>[۳]</sup>		$f_y$ (MPa) [۲]
چشمه‌های داخلی	چشمه‌های بیرونی	چشمه‌های داخلی	چشمه‌های بیرونی	
-	بدون تیر لبه <sup>[۴]</sup> یا تیر لبه <sup>[۴]</sup>	-	بدون تیر لبه <sup>[۴]</sup> یا تیر لبه <sup>[۴]</sup>	
$l_n/40$	$l_n/40$	$l_n/36$	$l_n/33$	۲۸۰
$l_n/36$	$l_n/36$	$l_n/33$	$l_n/30$	۴۲۰
$l_n/33$	$l_n/33$	$l_n/30$	$l_n/27$	۵۵۰

[۱]  $l_n$  دهانه‌ی آزاد در جهت بلند می‌باشد که از بر تا بر تکیه‌گاه‌ها اندازه‌گیری می‌شود (mm).

[۲] برای  $f_y$  بین مقادیر ارائه شده در جدول، ضخامت حداقل باید با درون یابی محاسبه شود.

[۳] کتیبه‌ها در بند ۹-۱۰-۶-۶ ارائه شده‌اند.

[۴] دال‌های با تیرهایی بین ستون‌ها در طول لبه‌های بیرونی. اگر  $\alpha_1$  کم‌تر از ۰/۸ باشد، چشمه‌های بیرونی باید بدون تیر لبه در نظر گرفته شوند. مقدار  $\alpha_1$  برای تیر لبه باید مطابق با بند ۹-۱۰-۹-۱ باشد.

۹-۱۰-۶-۲ ضخامت کلی دال،  $h$ ، برای دال‌های با تیرهایی در تمامی کناره‌ها بین تکیه‌گاه‌ها باید حدود جدول ۹-۱۰-۲ را تامین نماید؛ مگر این که محدودیت‌های خیز محاسبه شده در بند ۹-۱۰-۶-۲ برآورده شود.

جدول ۹-۱۰-۲ حداقل ضخامت دالهای دو طرفه با تیرهای بین تکیه‌گاه‌ها در همه‌ی لبه‌ها

	حداقل مقدار $h$ (mm)	$\alpha_{fm}$ <sup>[۱]</sup>
(الف)	بند ۹-۱۰-۶-۱	$\alpha_{fm} \leq 0.2$
(ب) و (ب) <sup>(۳)</sup>	$\frac{l_n \left( 0.8 + \frac{f_y}{1400} \right)}{36 + 5 \beta (\alpha_{fm} - 0.2)}$	$0.2 < \alpha_{fm} \leq 2$
(پ)	۱۲۵	
(ت) و (ت) <sup>(۳)</sup>	$\frac{l_n \left( 0.8 + \frac{f_y}{1400} \right)}{36 + 9 \beta}$	$\alpha_{fm} > 2$
(ث)	۹۰	

[۱]  $\alpha_{fm}$  مقدار میانگین  $\alpha_f$  برای همه تیرهای لبه‌ی چشمه است.

$\alpha_f$  نسبت سختی خمشی مقطع تیر به سختی خمشی عرضی از دال محاط به خطوط

[۲]  $l_n$  دهانه‌ی آزاد در جهت بلند و بر حسب میلی متر می‌باشد که از بر تا بر تیرها اندازه‌گیری می‌شود.

[۳]  $\beta$  نسبت دهانه‌های آزاد در جهت بلند به کوتاه دال می‌باشد.

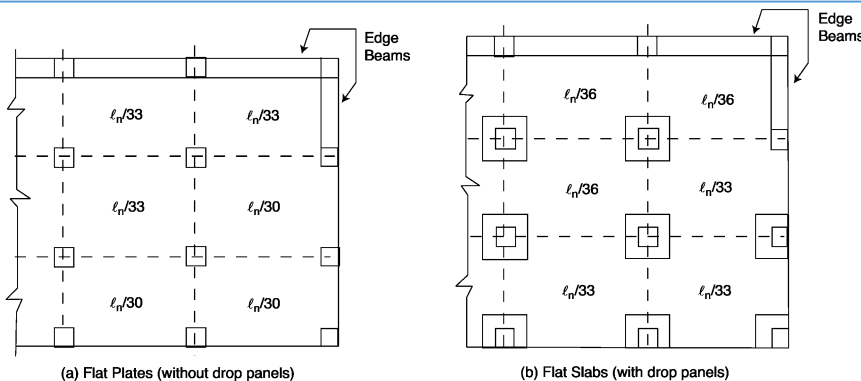


Figure 10-4 Minimum Thickness of Slabs without Interior Beams (Grade 60 Reinforcement)

در کنترل خیز دالها سختی تیرهای محیطی دال در کنترل خیز موثر هستند. با افزایش سختی تیرها، خیز دال کاهش میابد. جهت منظور کردن اثر سختی تیرها آیین نامه پارامتر  $\alpha = \frac{\text{سختی خمشی تیر}}{\text{سختی خمشی دال}} = \frac{EI_{beam}}{EI_{slab}}$  را در نظر گرفته است. در محاسبه ممان اینرسی تیر باید توجه داشت که به علت وجود دال متصل به تیر، مقطع تیر به صورت T شکل عمل خواهد کرد و بنابراین در محاسبه  $I_{beam}$  بخشی از دال مطابق شکل زیر جزئی از تیر T شکل منظور خواهد شد.

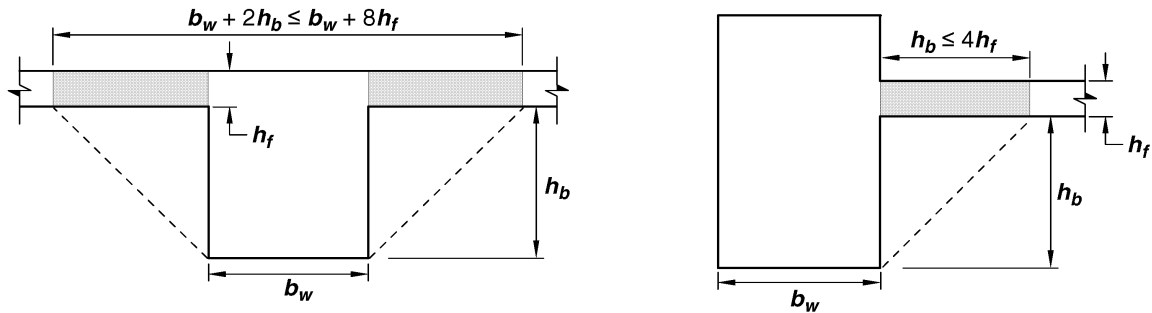
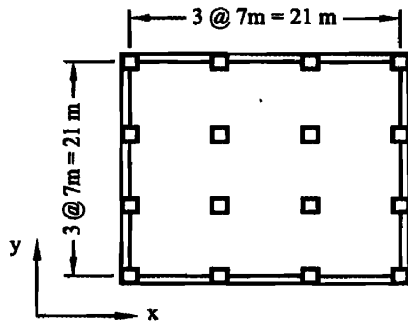


Fig. R8.4.1.8—Examples of the portion of slab to be included with the beam under 8.4.1.8.

محاسبات ۹۴

۲۶- در یک ساختمان با دال دوطرفه بدون تیر میانی و بدون کتیبه با پلان مطابق شکل، در صورتی که ابعاد مقطع ستون ها  $400 \times 400$  میلی متر و ضخامت دال برابر ۲۰۰ میلی متر و تیرهای لبه با ابعاد مقطع  $b = 400$  mm و  $h = 400$  mm باشند، نسبت سختی  $\alpha$  تیر کناری به کدامیک از مقادیر زیر نزدیک تر است؟



۱.۰ (۱)

۱.۲ (۲)

۱.۴ (۳)

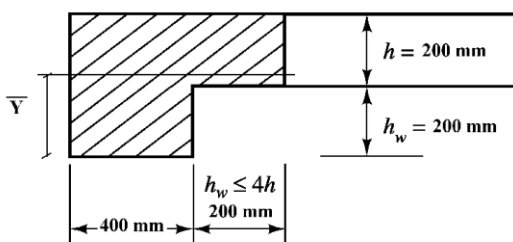
۱.۶ (۴)

گزینه ۱

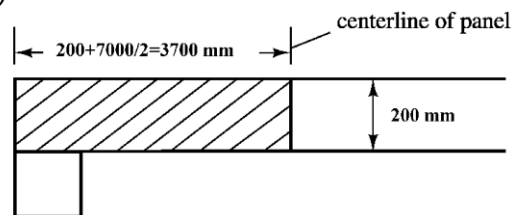
$$Y_{beam} = \frac{400 \times 400 \times 200 + 200 \times 200 \times 300}{400^2 + 200^2} = 220 \text{ mm}$$

$$I_{beam} = \frac{400^4}{12} + 400^2 \times (220 - 200)^2 + \frac{200^4}{12} + 200^2 \times (300 - 220)^2 = 2586666667 \text{ mm}^4$$

$$\alpha = \frac{2586666667}{\left(\frac{(3700) \times 200^3}{12}\right)} = 1.048$$

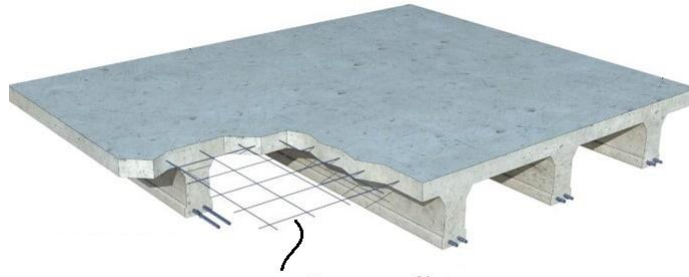


(a) Edge beam dimensions



(b) Slab dimensions





آرماتور افت و حرارت

با توجه به بندهای زیر، آرماتور حداقل در دالها برابر با آرماتور افت و حرارت می باشد. بنابراین:

$$\text{تیرها: } \frac{A_s}{bd} > \text{Max} \left( \frac{1.4}{F_y}, \frac{0.25\sqrt{f'_c}}{F_y} \right)$$

$$\text{ستونها: } \frac{A_s}{bh} > 0.01$$

$$\text{دالها و پی: } \frac{A_s}{bh} > 0.0018$$

- توجه شود که آرماتور حداقل در دالها باید در وجه کششی تامین شود و در صورتی که جهت لنگر در دال تغییر می کند، باید هم در وجه فوقانی و هم وجه تحتانی 0.0018 قرار داده شود. در این حالت مجموع آرماتور قرار داده شده برابر 0.0036 خواهد بود. ولی در صورتی که لنگر به دال وارد نمی شود (در دالهای یک طرفه در یک طرف لنگر نداریم)، تنها میلگرد افت و حرارت باید قرار داده شود. در این حالت کل میلگردهای قرار داده شده در مقطع 0.0018 خواهد بود.

## CHAPTER 7—ONE-WAY SLABS

### 7.6—Reinforcement limits

7.6.1 **Minimum flexural reinforcement** in nonprestressed slabs

7.6.1.1 A minimum area of flexural reinforcement,  $A_{s,min}$ , of  $0.0018A_g$  shall be provided.

### R7.6—Reinforcement limits

R7.6.1 **Minimum flexural reinforcement in nonprestressed slabs**

R7.6.1.1 The required area of deformed or welded wire reinforcement used as minimum flexural reinforcement is the same as provided for shrinkage and temperature in 24.4.3.2. However, whereas shrinkage and temperature reinforcement is permitted to be distributed between the two faces of the slab as deemed appropriate for specific conditions, minimum flexural reinforcement should be placed as close as practicable to the face of the concrete in tension due to applied loads.

## CHAPTER 8—TWO-WAY SLABS

### 8.6—Reinforcement limits

8.6.1 **Minimum flexural reinforcement** in nonprestressed slabs

8.6.1.1 A minimum area of flexural reinforcement,  $A_{s,min}$  of  $0.0018A_g$ , or as defined in 8.6.1.2, shall be provided near the tension face of the slab in the direction of the span under consideration.

### R8.6—Reinforcement limits

R8.6.1 **Minimum flexural reinforcement in nonprestressed slabs**

R8.6.1.1 The required area of deformed or welded wire reinforcement used as minimum flexural reinforcement is the same as that required for shrinkage and temperature in 24.4.3.2. However, whereas shrinkage and temperature reinforcement is permitted to be distributed between the two faces of the slab as deemed appropriate for specific conditions, minimum flexural reinforcement should be placed as close as practicable to the face of the concrete in tension due to applied loads.

**CHAPTER 24—SERVICEABILITY****24.4—Shrinkage and temperature reinforcement**

**24.4.1** Reinforcement to resist shrinkage and temperature stresses shall be provided in one-way slabs in the direction perpendicular to the flexural reinforcement in accordance with 24.4.3 or 24.4.4.

**24.4.3 Nonprestressed reinforcement**

**24.4.3.2** The ratio of deformed shrinkage and temperature reinforcement area to gross concrete area shall be greater than or equal to 0.0018.

**24.4.3.3** The spacing of deformed shrinkage and temperature reinforcement shall not exceed the lesser of **5*h*** and 18 in.

۱- نسبت سطح مقطع میلگرد حرارت و جمع‌شدگی لازم به کل سطح مقطع بتن، برای شالوده‌ای به ضخامت 1.5 متر و میلگرد رده S340، حداقل چقدر باید باشد؟ رده بتن C20 بوده و بتن شالوده به صورت درجا اجرا می‌شود.

- (۱) 0.0017  
(۲) 0.0015  
(۳) 0.0020  
(۴) 0.0026

گزینه ۳

$$\left(\frac{A_s}{bh}\right)_{min} = 0.0018$$

۴۳- مقدار کل آرماتورهای حرارت و جمع‌شدگی در یک مترمربع پلان از یک پی گسترده به ضخامت دو متر برحسب کیلوگرم حدوداً چقدر می‌باشد؟ (میلگرد از نوع S340 فرض شود).

- (۱) 44  
(۲) 31  
(۳) 63  
(۴) 22

گزینه ۳

مساحت آرماتور در هر راستا برابر است با:

$$\left(\frac{A_s}{bh}\right)_{min} = 0.0018 \rightarrow \left(\frac{A_s}{1000 \times 2000}\right)_{min} = 0.0018 \rightarrow A_s = 3600 \text{ mm}^2 = 3.6 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

حجم میلگرد در یک راستا (طول میلگردها ۱ متر است):

$$V = 3.6 \times 10^{-3} \times 1 = 3.6 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

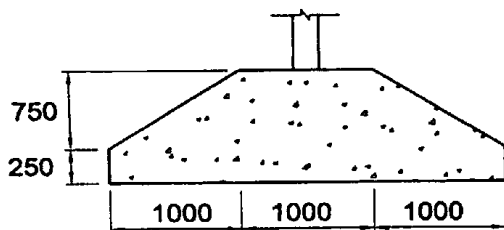
با توجه به اینکه آرماتور افت و حرارت باید در دو جهت متعامد قرار داده شود، کل حجم آرماتور طولی در یک مترمربع از پی برابر خواهد بود با:

$$V = 2(3.6 \times 10^{-3} \text{ m}^3) = 7.2 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

وزن مخصوص فولاد  $7850 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$  می‌باشد و بنابراین وزن میلگرد برابر خواهد بود با:

$$W = 7.2 \times 10^{-3} \text{ m}^3 \times 7850 = 56.5 \text{ kg}$$

۳۹- پی نواری بتنی درجا در زیر یک دیوار دارای مقطع نشان داده شده، می‌باشد. مقدار حداقل سطح مقطع آرماتور حرارت و جمع‌شدگی در این پی به کدامیک از مقادیر زیر نزدیک‌تر است؟ (بتن از رده C25 و فولاد از نوع S400 می‌باشد.)



(۱)  $25 \times 10^2 \text{ mm}^2$

(۲)  $28 \times 10^2 \text{ mm}^2$

(۳)  $43 \times 10^2 \text{ mm}^2$

(۴)  $46 \times 10^2 \text{ mm}^2$

گزینه ۳

مساحت مقطع پی برابر است با:

$$A_g = (250 \times 3000) + \left(\frac{3000 + 1000}{2}\right) \times 750 = 2250000 \text{ mm}^2$$

حداقل میلگرد افت و حرارت در مقطع:

$$\left(\frac{A_s}{A_g}\right)_{min} = 0.0018 \rightarrow A_{s-min} = 0.0018 A_g = 4050 \text{ mm}^2$$

در دالها سعی میشود از آرماتور برشی استفاده نشود. برای این منظور باید مقدار برش وارد بر دال به گونه ای باشد که بتن به تنهایی و بدون کمک آرماتور برشی بتواند برش را تحمل کند:

$$\text{دالها: } V_u < \phi V_c \rightarrow \text{نیاز به آرماتور برشی نیست}$$

$$\text{ستونها و تیرها: } V_u < 0.5\phi V_c \rightarrow \text{نیاز به آرماتور برشی نیست}$$

## CHAPTER 7—ONE-WAY SLABS

### 7.6—Reinforcement limits

#### 7.6.3 Minimum shear reinforcement

**7.6.3.1** A minimum area of shear reinforcement,  $A_{v,min}$ , shall be provided in all regions where  $V_u > \phi V_c$ . For precast prestressed hollow-core slabs with untopped  $h > 12.5$  in.,  $A_{v,min}$  shall be provided in all regions where  $V_u > 0.5\phi V_{cw}$ .

## CHAPTER 10—COLUMNS

### 10.6—Reinforcement limits

#### 10.6.2 Minimum shear reinforcement

**10.6.2.1** A minimum area of shear reinforcement,  $A_{v,min}$ , shall be provided in all regions where  $V_u > 0.5\phi V_c$ .

## CHAPTER 9—BEAMS

### 9.6—Reinforcement limits

#### 9.6.3 Minimum shear reinforcement

**9.6.3.1** A minimum area of shear reinforcement,  $A_{v,min}$ , shall be provided in all regions where  $V_u > 0.5\phi V_c$  except for the cases in Table 9.6.3.1. For these cases, at least  $A_{v,min}$  shall be provided where  $V_u > \phi V_c$ .

**Table 9.6.3.1—Cases where  $A_{v,min}$  is not required if  $0.5\phi V_c < V_u \leq \phi V_c$**

Beam type	Conditions
Shallow depth	$h \leq 250$ mm
Integral with slab	$h \leq$ greater of $2.5t_f$ or $0.5b_w$ and $h \leq 600$ mm
Constructed with steel fiber-reinforced normalweight concrete conforming to 26.4.1.5.1(a), 26.4.2.2(d), and 26.12.5.1(a) and with $f'_c \leq 42$ MPa	$h \leq 600$ mm and $V_u \leq \phi 2\sqrt{f'_c}b_w d$
One-way joist system	In accordance with 9.8

## ۱۸- تحلیل دالهای یک طرفه به روش ضرایب لنگر و برش

۹-۶-۹ روش‌های ساده شدهی تحلیل الاستیک

۹-۶-۹-۱ تیرها و دال‌های یک طرفه‌ی ممتد

۹-۶-۹-۱-۱ در تیرها و دال‌های یک طرفه‌ی ممتد، در صورتی که شرایط (الف) تا (ث) زیر موجود باشند، لنگرهای خمشی و تلاش‌های برشی را می‌توان در مقاطع مختلف با استفاده از جدول شماره‌ی ۹-۶-۳ تعیین نمود.

الف - تیر یا دال دارای حداقل دو دهانه باشد.

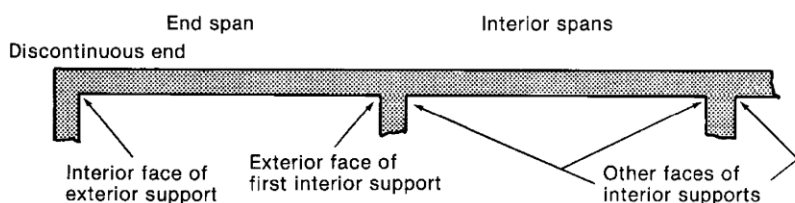
ب - هر یک از اعضا در طول خود دارای مقطع ثابت باشند.

پ - طول دهانه‌ی بزرگ‌تر از دو دهانه‌ی مجاور، از ۲۰ درصد طول دهانه‌ی کوچک‌تر تجاوز ننماید.

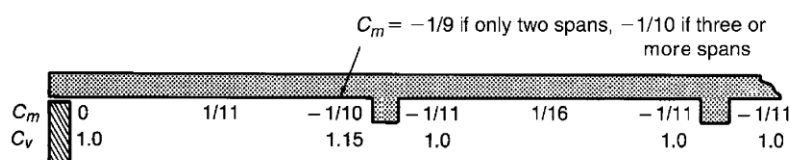
ت - بارها در سراسر طول تیر یا دال، تقریباً به صورت یکنواخت توزیع شده باشند.

ث - شدت بار زنده از سه برابر شدت بار مرده بیش‌تر نباشد.

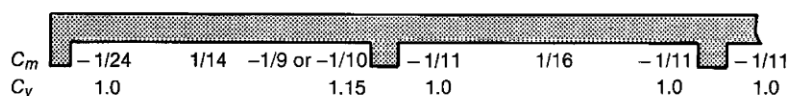
جدول ۹-۶-۳ مقادیر تقریبی لنگرها و برش‌ها در تیرها و دال‌های یک طرفه‌ی ممتد



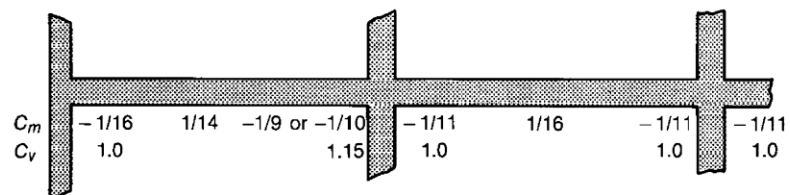
(a) Terminology.



(b) Moment and shear coefficients—Discontinuous end unrestrained.



(c) Moment and shear coefficients—Discontinuous end integral with support where support is a spandrel girder.

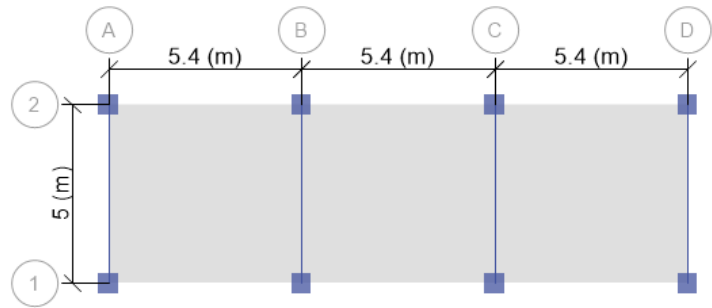
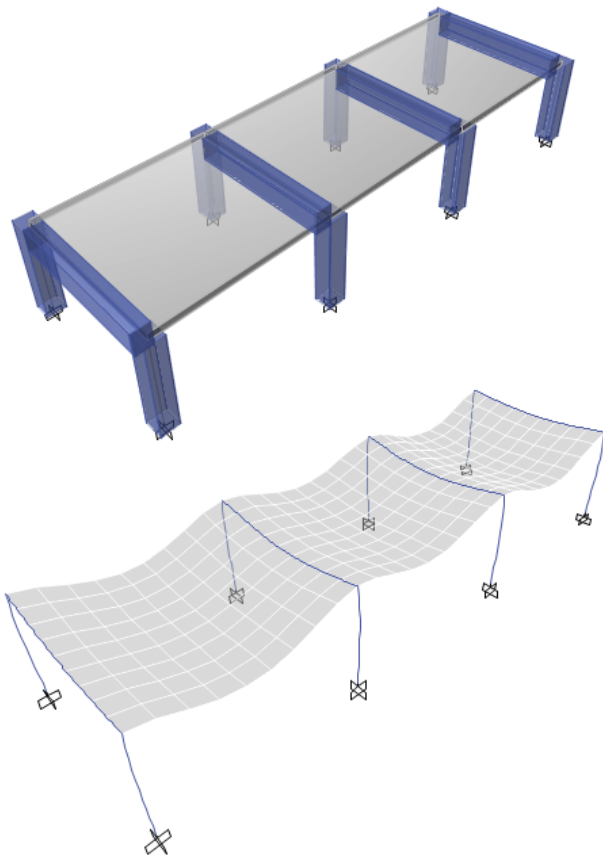


(d) Moment and shear coefficients—Discontinuous end integral with support where support is a column.

	<b>۱- لنگر مثبت</b> الف- دهانه‌های انتهایی $w_u \frac{l_n^2}{11}$ با انتهای غیر ممتد، به صورت ساده (غیر گیردار) $w_u \frac{l_n^2}{14}$ با انتهای غیر ممتد، به صورت یک‌پارچه با تکیه‌گاه ب- دهانه‌های داخل $w_u \frac{l_n^2}{16}$
	<b>۲- لنگر منفی</b> الف - لنگر منفی در وجه خارجی اولین تکیه‌گاهی داخلی $w_u \frac{l_n^2}{9}$ دو دهانه $w_u \frac{l_n^2}{10}$ بیش‌تر از دو دهانه ب- لنگر منفی در وجه دیگر تکیه‌گاه‌های داخلی $w_u \frac{l_n^2}{11}$
	<b>۳- لنگر منفی در موارد خاص</b> الف- لنگر منفی در وجه تکیه‌گاه‌های خارجی دال‌ها با دهانه‌های حداکثر ۳ متر، و تیرهایی که در آن‌ها نسبت مجموع سختی ستون‌ها به مجموع سختی تیرها در هر انتهای دهانه بیش‌تر از ۸ باشد. $w_u \frac{l_n^2}{12}$ ب- لنگر منفی در وجه داخلی تمامی تکیه‌گاه‌های خارجی برای اعضای که با تکیه‌گاه‌های خود به صورت یک‌پارچه ساخته شده باشند: در مواردی که تکیه‌گاه، یک تیر لبه باشد $w_u \frac{l_n^2}{24}$ در مواردی که تکیه‌گاه، ستون باشد $w_u \frac{l_n^2}{16}$
	<b>۴- برش در تیرهای ممتد</b> الف - برش در اعضای انتهایی در وجه اولین تکیه‌گاه داخلی $1.15 w_u \frac{l_n}{2}$ ب- برش در وجه سایر تکیه‌گاه‌ها $w_u \frac{l_n}{2}$

مثال:

دال یک طرفه با سه دهانه با طول 5.4m متر را طراحی نمایید. بار مرده سقف برابر  $9 \text{ kN/m}^2$  و بار زنده با احتساب وزن تیغه ها برابر  $6 \text{ kN/m}^2$  می باشد. عرض تیرهای تکیه گاهی برابر 500 mm می باشد. میلگردهای دال از نوع S400 و بتن دال C25 فرض شود.



بار ضریب دار:

$$q_u = \text{Max} \left\{ \begin{array}{l} 1.4D \\ 1.2D + 1.6L \end{array} \right\} = \text{Max} \left\{ \begin{array}{l} 1.4 \times 9 \\ 1.2 \times 9 + 1.6 \times 6 \end{array} \right\} = 20.4 \text{ kPa}$$

۱- تعیین ضخامت دال

ضخامت دال براساس مورد تعیین می شود.

مورد اول و اساسی کنترل خیز می باشد. اگر ضخامت دال کم منظور شود، به علت کاهش ممان اینرسی مقطع دال، خیز آن افزایش می یابد.

مورد دوم کنترل برش است. سعی می شود ضخامت دال چنان در نظر گرفته شود که بدون استفاده از خاموت بتن به تنهایی بتواند برش یک طرفه را تحمل کند.

۱-۱- کنترل خیز دال:

دهانه میانی در دو انتها ممتد می باشد و باید ضخامت آن جهت کنترل خیز حداقل  $\frac{l}{28} = \frac{5400}{28} = 193 \text{ mm}$

باشد. در دو دهانه کناری دال با یک انتهای ممتد می باشد و بنابراین حداقل ضخامت دال جهت کنترل خیز  $\frac{l}{24} =$

$\frac{5400}{24} = 225 \text{ mm}$  می باشد.

۱-۳-۹-۹ برای دال‌های توپُر که به جدا کننده‌ها (تیغه‌ها) یا دیگر اجزای ساختمانی که احتمال دارد در اثر خیز زیاد آسیب ببینند، متصل نیستند، ضخامت کل دال،  $h$  نباید از مقادیر جدول ۱-۹-۹ که برای بتن معمولی و فولاد با تنش تسلیم  $f_y=420$  MPa تنظیم شده است، کم‌تر باشد؛ مگر آن که محاسبه‌ی خیز آن‌ها بر اساس بند ۲-۳-۹-۹ انجام شود. برای  $f_y \neq 420$  MPa مقادیر جدول ۱-۹-۹ باید در  $(0.4+f_y/700)$  ضرب شود.

جدول ۱-۹-۹ حداقل ضخامت دال‌های یک طرفه‌ی یک پارچه

شرایط تکیه گاهی	حداقل ضخامت، $h$
تکیه‌گاه ساده	$l/20$
یک انتهای ممتد	$l/24$
دو انتهای ممتد	$l/28$
طره (کنسولی)	$l/10$

۲-۱- کنترل برش در دال

با فرض استفاده از میلگرد  $\phi 14$  و با فرض اینکه پوشش حاصل بتن برابر  $\text{cover}=20$  mm باشد، عمق موثر دال برابر خواهد بود با:

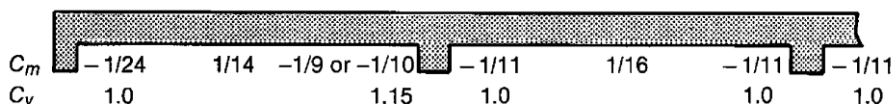
$$d = 225 - 27 = 198 \text{ mm}$$

$$V_u = 1.15 \frac{q_u(L_n - 2d)}{2} = \frac{1.15 \times 20.4 \times (5.4 - 0.5 - 2 \times 0.198)}{2} = 52.83 \text{ kN} \left. \vphantom{\frac{q_u(L_n - 2d)}{2}} \right\} V_u < \phi V_c$$

$$\phi V_c = 0.75 \times 0.17\sqrt{25} \times (1000 \times 198) = 126.22 \text{ kN}$$

در دالها در صورتی که  $V_u < \phi V_c$  باشد، نیازی به منظور کردن خاموت نخواهد بود و بتن به تنهایی توانایی تحمل برش را خواهد داشت.

۲- محاسبه میلگردهای خمشی منفی در تکیه‌گاه خارجی:



(c) Moment and shear coefficients—Discontinuous end integral with support where support is a spandrel girder.

لنگر در دهانه انتهایی برابر  $\frac{q_u L_n^2}{24}$  می‌باشد. با فرض اینکه بازوی خمش تقریباً برابر  $z=0.9d$  باشد، داریم:

$$M_{u-ext}^- = \frac{q_u L_n^2}{24} = \frac{20.4 \times (5.4 - 0.5)^2}{24} = 20.4 \text{ kN.m} \left. \vphantom{\frac{q_u L_n^2}{24}} \right\} \rightarrow M_{u-ext}^- < \phi M_n \rightarrow A_s$$

$$\phi M_n = \phi A_s F_y Z = \phi A_s F_y \times 0.9d = 0.9 \times A_s \times 400 \times (0.9 \times 198)$$

$$= 318 \text{ mm}^2$$

مساحت میلگرد محاسبه شده نباید کمتر از آرماتور حداقل در نظر گرفته شود.

$$A_{s-min} = 0.0018bh = 0.0018 \times 1000 \times 225 = 405 \text{ mm}^2$$

می‌توان از  $\phi 12@250$  استفاده کرد. در این صورت مقدار  $A_s$  در یک متر عرض دال برابر  $452 \text{ mm}^2$  خواهد بود که بیشتر از مقدار حداقل است.

۳- محاسبه میلگردهای خمشی منفی در اولین تکیه‌گاه داخلی:

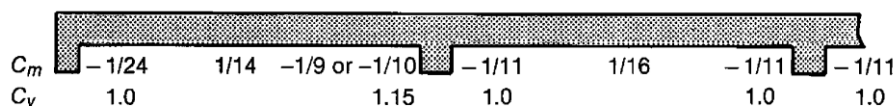
$$\left. \begin{aligned} M_{u-1st-int}^- &= \frac{q_u L_n^2}{10} = \frac{20.4 \times 4.9^2}{10} = 48.98 \text{ kN.m} \\ \varphi M_n &= \varphi A_s F_y Z = \varphi A_s F_y \times 0.9d = 0.9 \times A_s \times 400 \times (0.9 \times 198) \end{aligned} \right\} \rightarrow A_s = 763.5 \text{ mm}^2$$

با فرض استفاده از  $\varphi 12@100$  مقدار  $A_s$  در یک متر دال  $1130 \text{ mm}^2$  خواهد بود. پس از محاسبه مقدار اولیه برای  $A_s$ ، می توان مقدار دقیق بازوی خمشی را منظور کرد. مقدار دقیق مقاومت خمشی با فرض  $A_s=769.3 \text{ mm}^2$  برابر است با:

$$\varphi M_n = 0.9 \times 1130 \times 400 \times \left( 198 - \frac{1130 \times 400}{2 \times 1000 \times 0.85 \times 25} \right) = 76.2 \text{ kN.m} > 48.98 \text{ OK}$$

قابل قبول است.

۴- محاسبه میلگردهای خمشی منفی در تکیه گاه داخلی دهانه میانی:



(c) Moment and shear coefficients—Discontinuous end integral with support where support is a spandrel girder.

$$\left. \begin{aligned} M_{u-2st-int}^- &= \frac{q_u L_n^2}{11} = \frac{20.4 \times 4.9^2}{11} = 44.53 \text{ kN.m} \\ \varphi M_n &= \varphi A_s F_y Z = \varphi A_s F_y \times 0.9d = 0.9 \times A_s \times 400 \times (0.9 \times 198) \end{aligned} \right\} \rightarrow A_s = 694 \text{ mm}^2$$

با فرض استفاده از  $\varphi 12@150$  مقدار  $A_s$  در یک متر دال  $753 \text{ mm}^2$  خواهد بود. پس از محاسبه مقدار اولیه برای  $A_s$ ، می توان مقدار دقیق بازوی خمشی را منظور کرد. مقدار دقیق مقاومت خمشی با فرض  $A_s=753 \text{ mm}^2$  برابر است با:

$$\varphi M_n = 0.9 \times 753 \times 400 \times \left( 198 - \frac{753 \times 400}{2 \times 1000 \times 0.85 \times 25} \right) = 51.75 \text{ kN.m} > 44.53 \text{ OK}$$

قابل قبول است.

۵- محاسبه میلگردهای خمشی مثبت در اولین دهانه:

$$\left. \begin{aligned} M_{u-1st}^+ &= \frac{q_u L_n^2}{14} = \frac{20.4 \times 4.9^2}{14} = 34.98 \text{ kN.m} \\ \varphi M_n &= 0.9 \times A_s \times 400 \times (0.9 \times 198) \end{aligned} \right\} \rightarrow A_s = 545 \text{ mm}^2$$

با فرض استفاده از  $\varphi 12@20$  مقدار  $A_s$  در یک متر دال  $As=565.2 \text{ mm}^2$  خواهد بود. کنترل مجدد مقاومت خمشی با مقدار دقیق:

$$\varphi M_n = 0.9 \times 565.2 \times 400 \times \left( 198 - \frac{565.2 \times 400}{2 \times 1000 \times 0.85 \times 25} \right) = 39.2 \text{ kN.m} > 34.98 \text{ OK}$$

قابل قبول است.



۶- محاسبه میلگردهای خمشی مثبت در دهانه میانی:

$$\left. \begin{aligned} M_{u-1st}^+ &= \frac{20.4 \times 4.9^2}{16} = 30.61 \text{ kN.m} \\ \varphi M_n &= 0.9 \times A_s \times 400 \times (0.9 \times 198) \end{aligned} \right\} \rightarrow A_s = 477 \text{ mm}^2$$

با فرض استفاده از  $\varphi 12@25$  مقدار  $A_s$  در یک متر دال  $A_s=452 \text{ mm}^2$  خواهد بود.

$$\varphi M_n = 0.9 \times 452 \times 400 \times \left( 198 - \frac{452 \times 400}{2 \times 1000 \times 0.85 \times 25} \right) = 31.55 \text{ kN.m}$$

قابل قبول است.

به متن پیش نویس مبحث نهم توجه کنید:

### ۹-۱۰- دالهای دو طرفه

۳-۱۰-۹ کلیات

نرم افزار SAFE از این روش استفاده می کند

۹-۱۰-۳ برای طراحی سیستم دال دو طرفه و تعیین نیروهای داخلی اجزای آن، تحلیل به روش اجزای محدود و نیز هر روشی که در آن شرایط تعادل نیروها و همسازی تغییر شکلها رعایت شود، و مقاومت طراحی و همه‌ی شرایط بهره برداری را تامین نماید، قابل قبول است. به علاوه، سه روش ارائه شده در بند ۹-۱۰-۳ نیز با رعایت محدودیت‌های عنوان شده می-تواند به کار برده شود.

۹-۱۰-۳-۲ سه روش مورد اشاره در این آیین نامه به شرح زیر است:

الف- روش طراحی مستقیم

ب- روش قاب معادل

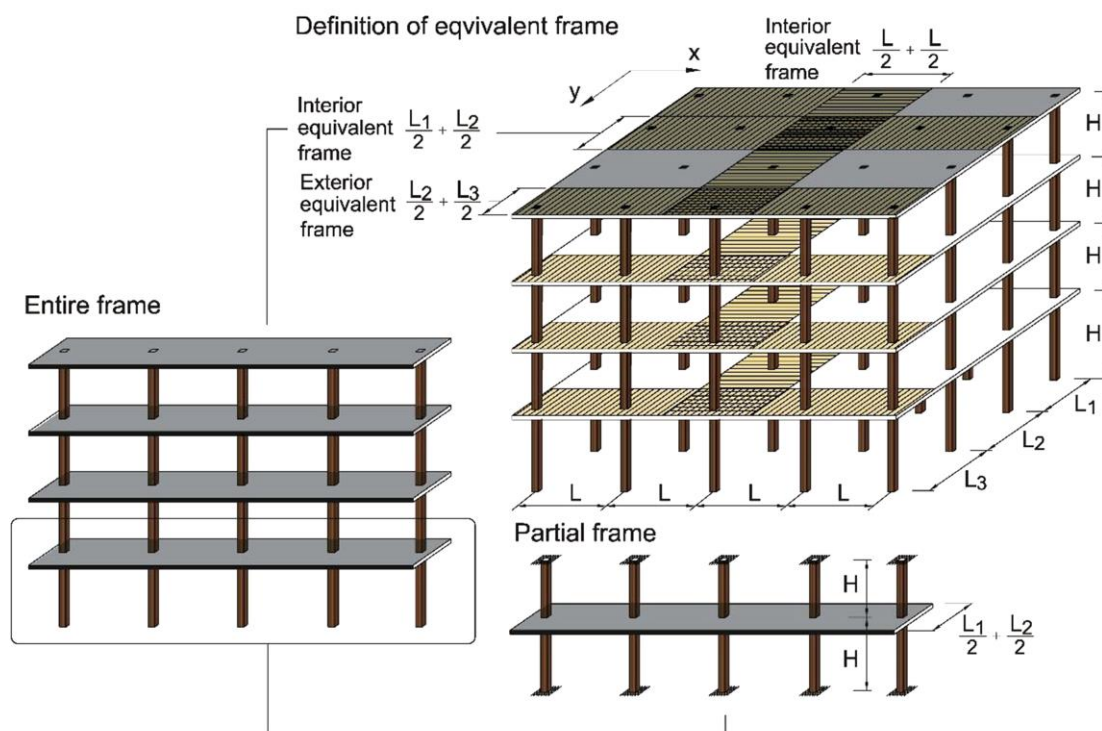
پ- روش پلاستیک

روش‌های (الف) و (ب) را می‌توان برای طراحی همه‌ی دال‌های دو طرفه با رعایت محدودیت‌ها و تیرهای تکیه‌گاه‌ها (در صورت وجود)، و روش (پ) برای طراحی دال‌های دو طرفه به طور مجزا مورد استفاده قرار داد. جزئیات این روش‌ها به ترتیب در بخش‌های ۹-۱۰-۹ تا ۹-۱۰-۱۱ ارائه شده است. علاوه بر سه روش فوق، می‌توان از روش ضرایب لنگر خمشی مطابق پیوست ۹-۶ نیز استفاده نمود.

تحلیل } تعیین برش و لنگر در دال :  
روش مستقیم  
روش قاب معادل  
روش پلاستیک

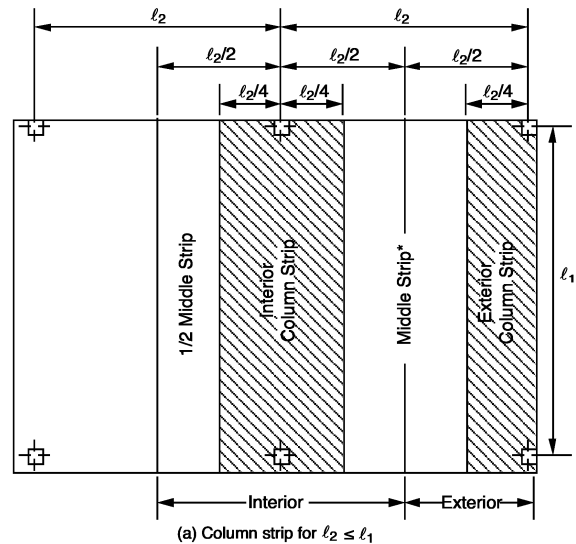
طراحی } تعیین ضخامت بر اساس خیز و برش  
تعیین آرماتورهای خمشی

در هر دو روش "طراحی مستقیم" و "قاب معادل" مطابق شکل زیر دال به صورت نوارهای طراحی مجزایی در نظر گرفته می

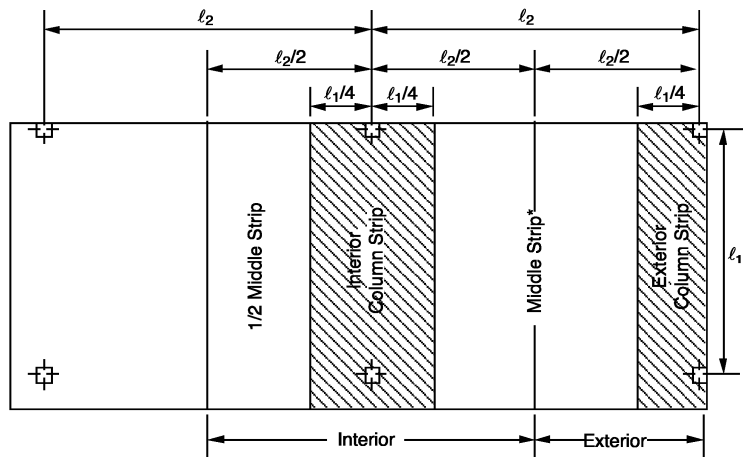


شود.

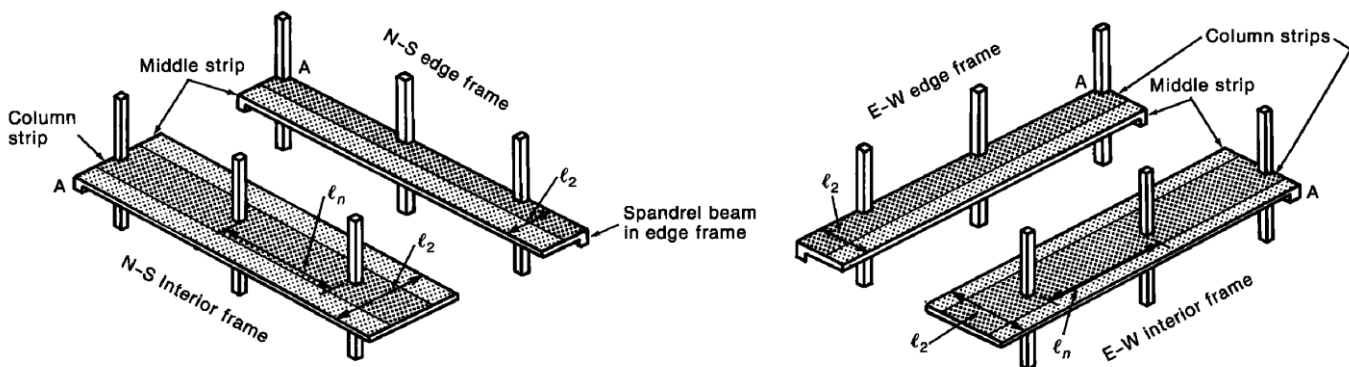
هر نوار طراحی شامل نوار ستونی (column strip) و نوار میانی (middle strip) مطابق شکل زیر می باشد. سپس با ضرایبی که در آیین نامه پیشنهاد شده است، لنگرهای وارد بر نقاط مختلف دال بدست می آید. نحوه انجام محاسبات در صفحات آتی طی یک مثال جامع تشریح خواهد شد.



(a) Column strip for  $l_2 \leq l_1$



(b) Column strip for  $l_2 > l_1$



جهت استفاده از روش طراحی مستقیم باید با تعاریف ارائه شده در آیین نامه آشنا شویم. در بندهای زیر تعاریف مختلف ارائه شده است.

۲-۱۰-۹ تعاریف ویژه

۱-۲-۱۰-۹ سیستم دال

به مجموعه‌ای از قطعات صفحه‌ای با یا بدون تیر گفته می‌شود که تحت اثر بارهای عمود بر صفحه‌ی خود قرار می‌گیرند.

۲-۲-۱۰-۹ قاب معادل

به بند ۳-۹-۱۰-۹ مراجعه شود.

۳-۲-۱۰-۹ چشمه‌ی دال

قسمتی از سیستم دال است که به محورهای ستون‌ها، تیرها یا دیوارهای تکیه‌گاهی محدود می‌شود.

۴-۲-۱۰-۹ نوار دال یا نوار پوششی

به قسمتی از سیستم دال گفته می‌شود که در دو سمت محور ستون‌های هم‌ردیف در پلان قرار می‌گیرد و به محورهای طولی گذرنده از وسط چشمه‌های مجاور محدود شود.

۵-۲-۱۰-۹ نوار ستون

به قسمتی از نوار دال گفته می‌شود که در دو سمت محور ستون‌ها واقع شود و عرض آن در هر سمت محور برابر با کوچک‌ترین دو مقدار  $0.25l_1$  یا  $0.25l_2$  باشد. اگر تیر وجود داشته باشد، باید آن را در نوار ستون منظور نمود.

۶-۲-۱۰-۹ نوار میانی

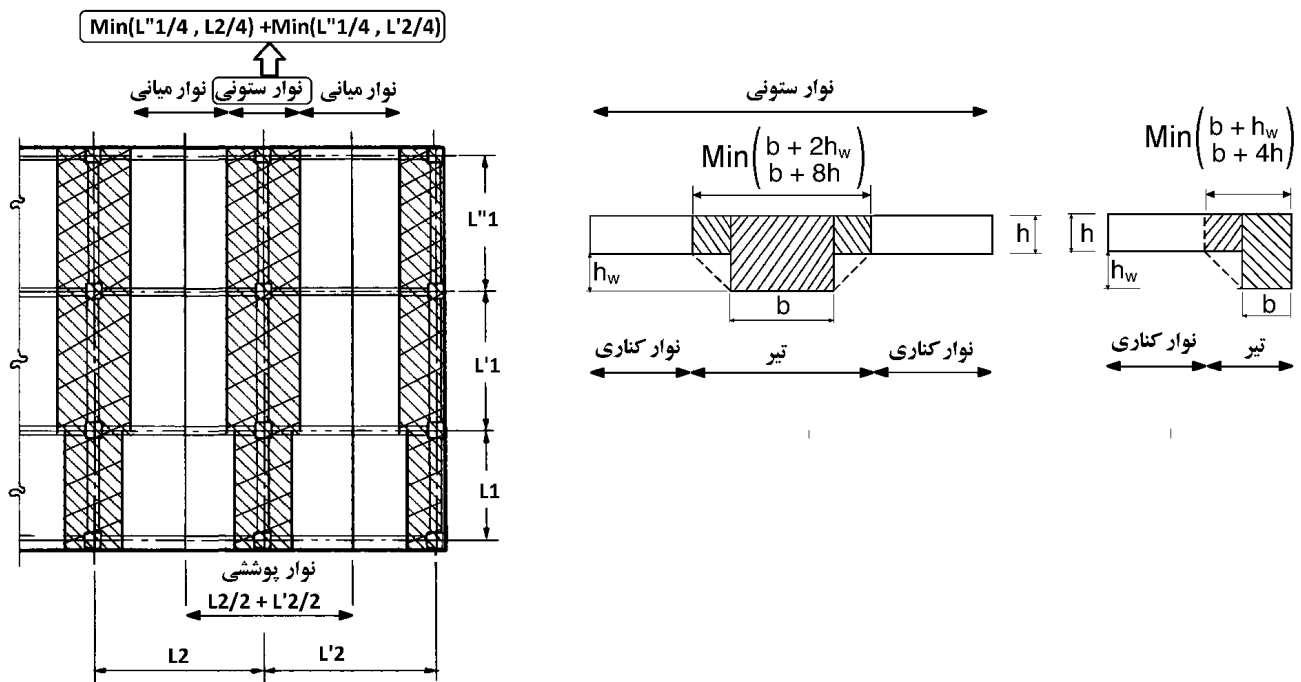
نواری از سیستم دال است که در بین دو نوار ستون مجاور قرار می‌گیرد.

۷-۲-۱۰-۹ نوار کناری

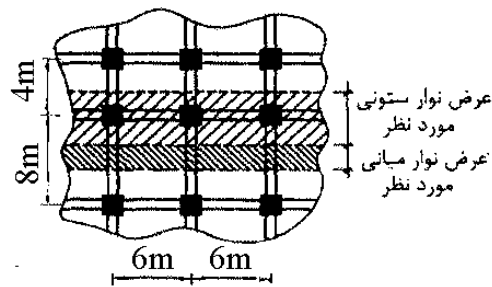
در سیستم تیر- دال، نواری از دال است که در هر سمت تیر در نوار ستون قرار می‌گیرد.

۸-۲-۱۰-۹ تیر در سیستم تیر- دال

تیر در دال‌ها شامل جان تیر و قسمتی از دال است که در هر سمت تیر دارای عرضی برابر با تصویر مایل ۴۵ درجه‌ی آن قسمت از جان تیر باشد که در زیر یا در روی دال، هر کدام ارتفاع بیش‌تری دارد، قرار می‌گیرد؛ مشروط بر آن که این عرض در هر سمت جان بزرگ‌تر از چهار برابر ضخامت دال نباشد.



۳۳- شکل روبرو پلان قسمتی از یک سقف با سیستم دال دو طرفه را نشان می‌دهد. برای تحلیل و طراحی این دال عرض نوار میانی و نوار ستونی نشان داده شده در شکل به ترتیب چقدر باید در نظر گرفته شود؟



- (۱) ۳ متر و ۲ متر  
 (۲) ۴ متر و ۲ متر  
 (۳) ۵ متر و ۲.۵ متر  
 (۴) ۶ متر و ۳ متر

گزینه ۳

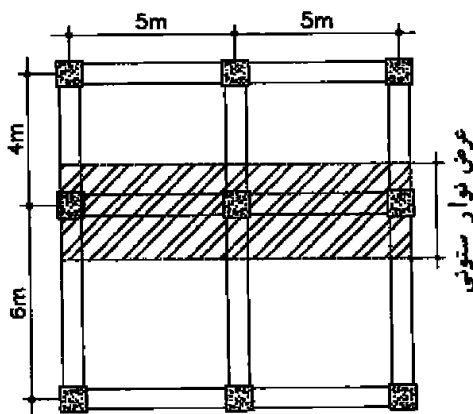
عرض نوار ستونی:

$$\text{Min} \left( \frac{6}{4}, \frac{8}{4} \right) + \text{Min} \left( \frac{6}{4}, \frac{4}{4} \right) = 1.5 + 1 = 2.5m$$

عرض نوار میانی:

$$8 - 2 \times \text{Min} \left( \frac{6}{4}, \frac{8}{4} \right) = 8 - 3 = 5m$$

۴۷- در دال دو طرفه زیر که قسمتی از دال های یک کف است، برای محاسبه آرماتورهای موردنیاز در نوار ستونی نشان داده شده در شکل، عرض نوار ستونی کدامیک از مقادیر زیر باید در نظر گرفته شود؟



- (۱) ۵ متر  
 (۲) ۳ متر  
 (۳) ۲.۵ متر  
 (۴) ۲ متر

گزینه ؟

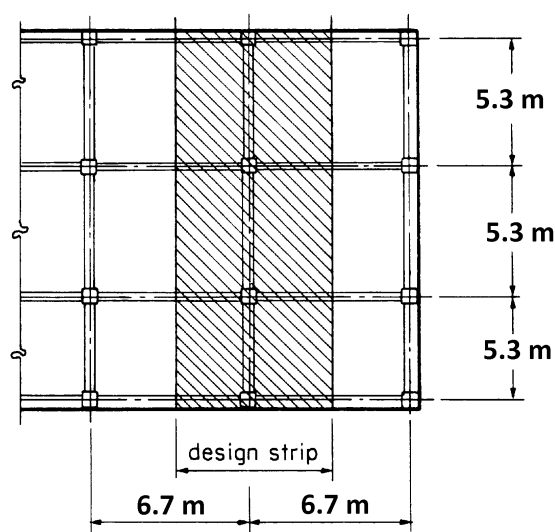
$$\text{Min} \left( \frac{5}{4}, \frac{6}{4} \right) + \text{Min} \left( \frac{5}{4}, \frac{4}{4} \right) = 1.25 + 1 = 2.25 m$$

مثال:

در شکل زیر نواری از دال را که در شکل نشان داده شده طراحی کنید. مشخصات هندسی سازه در جدول خلاصه شده است.

$$\left. \begin{array}{l} q_D = 4 \frac{kN}{m^2} \\ q_L = 5 \frac{kN}{m^2} \end{array} \right\} q_u = 1.2q_D + 1.6q_L = 12.8 \frac{kN}{m^2}$$

ابعاد مقطع ستون ها	450x450	Mm
ابعاد مقطع تیرهای داخلی	350x500	Mm
ابعاد مقطع تیرهای کناری	350x700	Mm



حل:

مراحل زیر باید انجام شود:

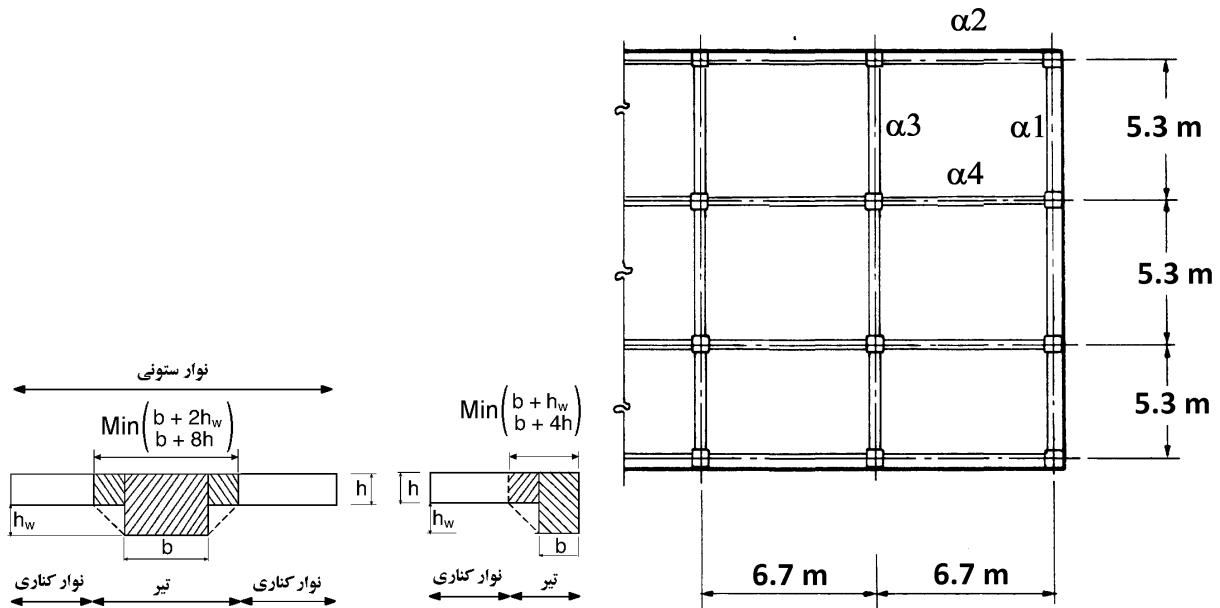
- تعیین ضخامت اولیه و کنترل خیز دال
- تحلیل سازه به روش طراحی مستقیم و استخراج لنگرها و برش وارد بر مقطع دال
- طراحی آرماتورهای خمشی و کنترل برش دال

## ۱- کنترل خیز

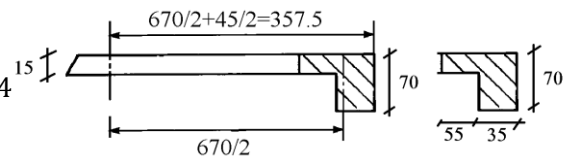
به عنوان فرض اولیه ضخامت دال برابر  $t=150\text{ mm}$  در نظر گرفته میشود. سپس خیز دال بر اساس ضخامت مفروض کنترل می شود. اگر ضخامت اولیه پاسخگوی کنترل خیز نبود، باید ضخامت افزایش یابد و کنترل مجددا انجام شود.

جهت کنترل خیز ابتدا باید نسبت سختی تیر به دال  $\alpha = \frac{\text{سختی تیر}}{\text{سختی دال}}$  محاسبه شود.

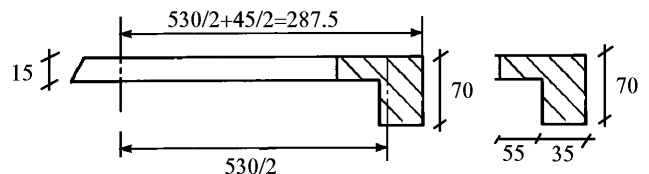
۱-۱- محاسبه alpha برای تیرهای اطراف دهانه:



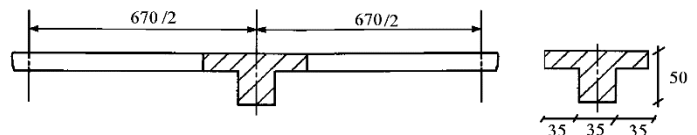
$$\left. \begin{aligned} I_{beam} &= 1482624 \text{ cm}^4 \\ I_{slab} &= \frac{357.5 \times 15^3}{12} = 100547 \text{ cm}^4 \end{aligned} \right\} \alpha_1 = \frac{1482624}{100547} = 14.74$$



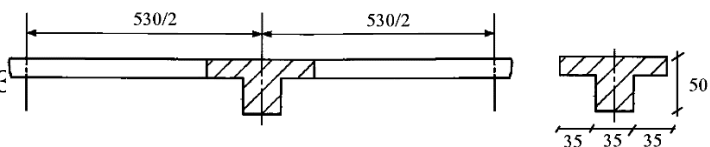
$$\left. \begin{aligned} I_{beam} &= 1482624 \text{ cm}^4 \\ I_{slab} &= \frac{287.5 \times 15^3}{12} = 80859 \text{ cm}^4 \end{aligned} \right\} \alpha_2 = \frac{1482624}{80859} = 18$$



$$\left. \begin{aligned} I_{beam} &= 585247.39 \text{ cm}^4 \\ I_{slab} &= \frac{670 \times 15^3}{12} = 188437 \text{ cm}^4 \end{aligned} \right\} \alpha_3 = \frac{585247.39}{188437} =$$



$$\left. \begin{aligned} I_{beam} &= 585247.39 \text{ cm}^4 \\ I_{slab} &= \frac{530 \times 15^3}{12} = 149062 \text{ cm}^4 \end{aligned} \right\} \alpha_4 = \frac{585247}{149062} = 3.93$$





## ۹-۱۰-۱ دالهای دو طرفه

۹-۱۰-۶ ضوابط کلی طراحی دالها

۹-۱۰-۶-۱ حداقل ضخامت دال

۹-۱۰-۶-۱-۱ برای دالهای دو طرفه و بدون تیرهای داخلی که در تمامی لبهها دارای تکیه‌گاه هستند، و حداکثر نسبت دهانه‌ی بزرگ به دهانه‌ی کوچک آنها برابر با ۲ می‌باشد؛ برای بارهای متعارف حداقل ضخامت دال باید مطابق موارد زیر کنترل شود؛ مگر این که دال محدودیت‌های مربوط به خیز را مطابق بند ۹-۱۰-۶-۲ تامین کرده باشد:

الف- ضخامت دال از مقادیر جدول ۹-۱۰-۱ کم‌تر نباشد.

ب- برای دال بدون کتیبه (پهنه) برابر با ۱۲۵ میلی متر اختیار شود.

پ- برای دال دارای کتیبه (پهنه) با رعایت شرایط بند ۹-۱۰-۶-۱، برابر با ۱۰۰ میلی متر اختیار شود.

جدول ۹-۱۰-۱ حداقل ضخامت دالهای دو طرفه بدون تیرهای داخلی<sup>[۱]</sup>

چشمه‌های داخلی	با کتیبه <sup>[۳]</sup>		بدون کتیبه <sup>[۲]</sup>		$f_y$ (MPa) [۲]
	چشمه‌های بیرونی	چشمه‌های داخلی	چشمه‌های بیرونی	چشمه‌های داخلی	
-	با تیر لبه <sup>[۴]</sup>	بدون تیر لبه	-	با تیر لبه <sup>[۴]</sup>	بدون تیر لبه
$l_n/40$	$l_n/40$	$l_n/36$	$l_n/36$	$l_n/36$	$l_n/33$
$l_n/36$	$l_n/36$	$l_n/33$	$l_n/33$	$l_n/33$	$l_n/30$
$l_n/33$	$l_n/33$	$l_n/30$	$l_n/30$	$l_n/30$	$l_n/27$

[۱] دهانه‌ی آزاد در جهت بلند می‌باشد که از بر تا بر تکیه‌گاه‌ها اندازه‌گیری می‌شود (mm).

[۲] برای  $f_y$  بین مقادیر ارائه شده در جدول، ضخامت حداقل باید با درون یابی محاسبه شود.

[۳] کتیبه‌ها در بند ۹-۱۰-۶-۱ ارائه شده‌اند.

[۴] دال‌های با تیرهایی بین ستون‌ها در طول لبه‌های بیرونی. اگر  $\alpha_1$  کم‌تر از ۰/۸ باشد، چشمه‌های بیرونی باید بدون تیر لبه در نظر گرفته شوند. مقدار  $\alpha_1$  برای تیر لبه باید مطابق با بند ۹-۱۰-۶-۱ باشد.

۹-۱۰-۶-۲ ضخامت کلی دال،  $h$ ، برای دال‌های با تیرهایی در تمامی کناره‌ها بین تکیه‌گاه‌ها، باید حدود جدول ۹-۱۰-۶-۲ را تامین نماید؛ مگر این که محدودیت‌های خیز محاسبه شده در بند ۹-۱۰-۶-۲ برآورده شود.

جدول ۹-۱۰-۶-۲ حداقل ضخامت دالهای دو طرفه با تیرهای بین تکیه‌گاه‌ها در همه‌ی لبه‌ها

	حداقل مقدار $h$ (mm)	$\alpha_{fm}$ <sup>[۱]</sup>
(الف)	بند ۹-۱۰-۶-۱	$\alpha_{fm} \leq 0.2$
(ب) و (ج)	$\frac{l_n \left( 0.8 + \frac{f_y}{1400} \right)}{36 + 5 \beta (\alpha_{fm} - 0.2)}$	بزرگ‌ترین مقدار؛ $0.2 < \alpha_{fm} \leq 2$
(پ)	۱۲۵	
(ت) و (ث)	$\frac{l_n \left( 0.8 + \frac{f_y}{1400} \right)}{36 + 9 \beta}$	بزرگ‌ترین مقدار؛ $\alpha_{fm} > 2$
(ث)	۹۰	

[۱]  $\alpha_{fm}$  مقدار میانگین  $\alpha_f$  برای همه تیرهای لبه‌ی چشمه است. $\alpha_f$  نسبت سختی خمشی مقطع تیر به سختی خمشی عرضی از دال محاط به خطوط[۲]  $l_n$  دهانه‌ی آزاد در جهت بلند و بر حسب میلی متر می‌باشد که از بر تا بر تیرها اندازه‌گیری می‌شود.[۳]  $\beta$  نسبت دهانه‌های آزاد در جهت بلند به کوتاه دال می‌باشد.

در این مثال دال در تمامی کناره‌ها دارای تیر می‌باشد و بنابراین ضخامت حداقل دال طبق جدول ۹-۱۰-۶-۲ محاسبه می‌شود.

$$\alpha_{fm} = \frac{14.74 + 18.33 + 3.1 + 3.93}{4} = 10.025 > 2$$

$$h_{min} = \frac{(6700 - 450) \left( 0.8 + \frac{400}{1400} \right)}{36 + 9 \times \left( \frac{6700 - 450}{5300 - 450} \right)} = 142.5 \text{ cm}$$

ضخامت حداقل لازم برای دال برابر  $h_{min} = 142.5 \text{ mm}$  می‌باشد. بنابراین ضخامت اولیه فرض شده  $h = 150 \text{ mm}$  کافی می‌باشد:

$$h_{min} = 142.5 \text{ mm} < h = 150 \text{ mm} \quad OK$$

## ۲- کنترل شرایط استفاده از روش طرح مستقیم

استفاده از روش طراحی مستقیم شرایطی دارد.

اگر شرایط برقرار نباشد، نمی توان از روش طراحی مستقیم استفاده کرد. این شرایط در بندهای زیر ارائه شده است.

## ۹-۱۰-۲ محدودیت‌های روش طراحی مستقیم

۹-۱۰-۲-۱ سیستم دال باید در هر امتداد حداقل سه دهانه پیوسته داشته باشد.

۹-۱۰-۲-۲ دهانه‌های متوالی در هر امتداد که از مرکز تا مرکز تکیه گاهها در هر جهت اندازه گیری می شوند، نباید بیشتر از یک سوم دهانه بزرگتر با یکدیگر اختلاف طول داشته باشند.

۹-۱۰-۲-۳ چشمه‌ی دال‌ها باید مستطیلی شکل باشند و نسبت طول به عرض آن‌ها، محور تا محور تکیه‌گاه‌ها، نباید بزرگتر از ۲ باشد.

۹-۱۰-۲-۴ برون محوری ستون نباید از ۱۰ درصد دهانه در جهت برون محوری از هر محور بین خط مرکزی ستون‌های متوالی تجاوز نماید.

۹-۱۰-۲-۵ همه بارها باید تنها بسبب بار ثقلی باشند و بطور یکنواخت روی کل دهانه پخش شوند. بار زنده بدون ضریب نباید از دو برابر بار مرده بدون ضریب تجاوز نماید.

۹-۱۰-۲-۶ در دال‌هایی که در هر چهار طرف بر روی تیرهایی تکیه دارند، نسبت سختی تیرها در دو امتداد عمود برهم باید در رابطه ۳-۱۰-۹ صدق کند.

## ۹-۱۰-۵ نسبت سختی تیرها

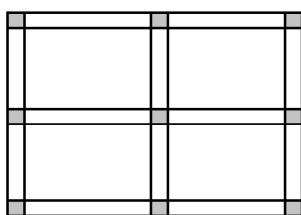
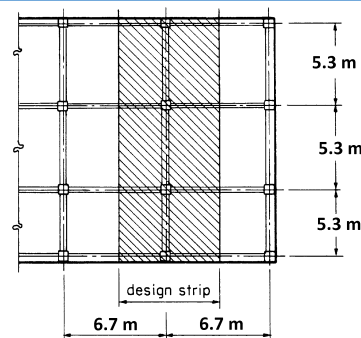
۹-۱۰-۵-۱ در دال‌هایی که در چهار سمت با تیرهای تکیه‌گاهی عملکرد یکپارچه دارند، باید نسبت سختی تیرها در دو امتداد عمود برهم، در رابطه زیر صدق کند:

$$0.2 \leq \frac{\alpha f_1 l_2^2}{\alpha f_2 l_1^2} \leq 5.0 \quad (3-10-9)$$

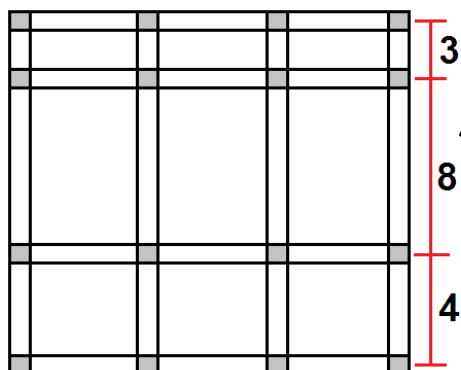
که  $\alpha f_1$  و  $\alpha f_2$  بوسیله رابطه زیر محاسبه می شوند:

$$\alpha_f \leq \frac{E_{cb} I_b}{E_{cs} I_s} \quad (4-10-9)$$

در این دال‌ها چنانچه رابطه‌ی فوق صادق نباشد، برای توزیع لنگرهای خمشی باید تحلیل دقیق‌تری انجام داد.



۱- با توجه به بندهای فوق باید در هر جهت حداقل ۳ دهانه پیوسته وجود داشته باشد. به عنوان مثال، در شکل مقابل نمی توان از روش طرح مستقیم استفاده کرد در مثال تحت بررسی (شکل بالای صفحه) حداقل سه دهانه داریم.



۲- اختلاف طول مرکز به مرکز دهانه های پشت سر هم

در هر جهتی نباید از مقدار  $\frac{1}{3}$  طول دهانه بزرگتر تجاوز  $8-3 \leq \frac{1}{3} \times 8$  برای مثال در پلان مقابل نمی توان از روش طراحی مستقیم استفاده کرد.

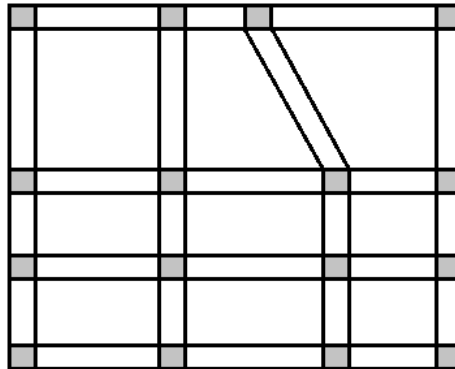
در مثال تحت بررسی (شکل بالای صفحه) طول دهانه

$$\text{است: } (530 - 530) < \frac{530}{3} \quad OK$$

۳- برای پانل های مستطیلی نباید نسبت بعد بزرگتر به بعد کوچکتر پانل، از ۲ تجاوز کند.

در مثال حاضر این نسبت کمتر از دو می باشد:  $\frac{670}{530} < 2 \text{ OK}$

۴- برون محوری ستونها باید کمتر از ۱۰ درصد باشد. یعنی مطابق شکل زیر ستونها نسبت به آکس خود خروج از مرکزیت نداشته باشند.



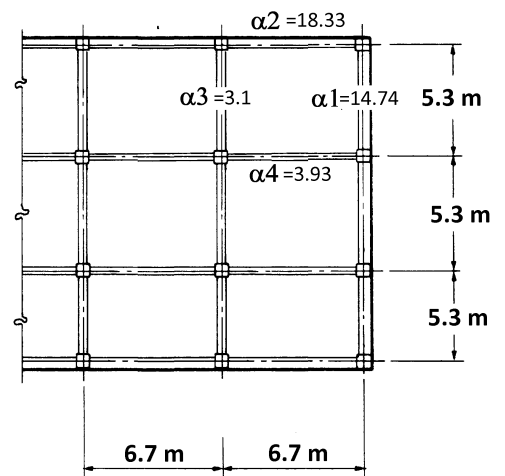
۵- بار باید فقط شامل بارهای مرده و زنده باشند و بصورت یکنواخت روی سطح پخش گردند. در مثال حاضر بارها به صورت گسترده و یکنواخت فرض شده اند.

۶- بار زنده از ۲ برابر بار مرده نباید فراتر برود. (بدون ضریب)

در مثال حاضر این نسبت کمتر از دو می باشد:  $\frac{q_L = 5 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}}{q_D = 4 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}} < 2 \text{ OK}$

۷- نسبت سختی تیرها باید مطابق رابطه ۹-۱۰-۳ کنترل شود:

$$\frac{\alpha_3 \times 670^2}{\alpha_2 \times 530^2} = 0.27 > 0.2 \text{ OK}$$



۹-۱۰-۶ لنگر خمشی ضریب‌دار استاتیکی در هر دهانه

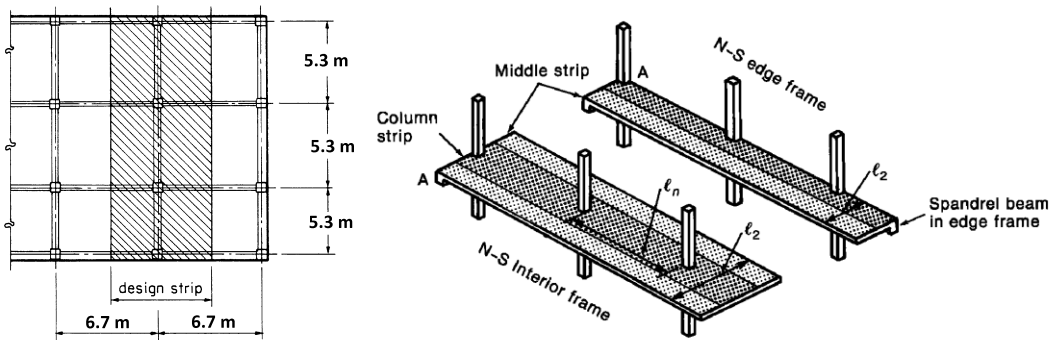
۹-۱۰-۶-۱ لنگر استاتیکی ضریب‌دار کلی ( $M_0$ ) برای هر دهانه باید برای یک نوار پوششی محاسبه شود. مجموع قدر مطلق  $M_u$  مثبت و متوسط منفی در هر جهت باید حداقل برابر باشد با:

$$M_0 = \frac{w_u L_2 L_n^2}{8} \quad (۵-۱۰-۹)$$

۹-۱۰-۶-۲ طول آزاد دهانه ( $l_n$ ) در رابطه ۹-۱۰-۱۱ فاصله بر تا بر داخلی ستون‌ها، سر ستون‌ها، نشیمن‌ها (براکت) یا دیوارهای تکیه‌گاهی است. مقدار  $l_n$  در هر حال نباید کوچکتر از  $0.65l_1$  در محاسبات منظور شود. در صورتیکه تکیه‌گاه‌ها دارای مقطعی به شکل دایره یا چند ضلعی منظم باشند، برای آن‌ها می‌توان یک مقطع مربع شکل با همان مساحت منظور کرد و  $l_n$  را تا بر این مقطع فرضی در نظر گرفت

۹-۱۰-۶-۳ در رابطه ۹-۱۰-۱۱، اگر دهانه عرضی چشمه‌ها در هر طرف خط مرکزی تکیه‌گاهها تغییر کند،  $l_2$  باید برابر با میانگین دهانه‌های عرضی مجاور در نظر گرفته شود.

۹-۱۰-۶-۴ در رابطه ۹-۱۰-۱۱، اگر دهانه‌ی مجاور و موازی یک لبه دال در نظر گرفته شود، فاصله از لبه تا خط مرکزی چشمه باید جای‌گزین  $l_2$  شود.



$$M_0 = \frac{q_u L_2 L_n^2}{8} = \frac{12.80 \times 6.7 \times (5.3 - 0.45)^2}{8} = 252.16 \text{ kN.m}$$

۷-۹-۱۰-۹ توزیع کل لنگرهای ضریب دار استاتیکی

۱-۷-۹-۱۰-۹ در دهانه های میانی لنگر ضریب دار استاتیکی ( $M_o$ ) باید به صورت زیر توزیع شود:

الف - لنگر خمشی منفی هر تکیه گاه  $0.65M_o$

ب - لنگر خمشی مثبت وسط دهانه  $0.35M_o$

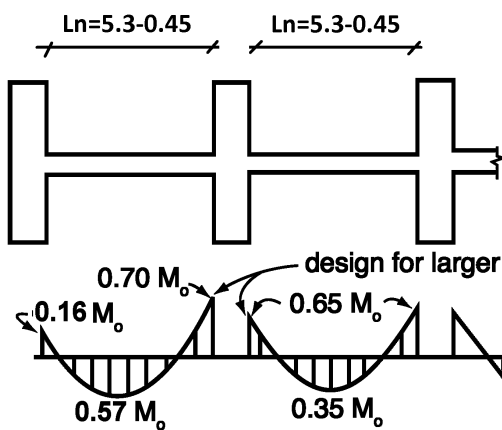
۲-۷-۹-۱۰-۹ در دهانه های کناری لنگر ضریب دار استاتیکی ( $M_o$ ) باید مطابق جدول ۷-۱۰-۹ توزیع شود

جدول ۷-۱۰-۹ توزیع لنگر خمشی ضریب دار استاتیکی در دهانه کناری

شرایط تکیه گاهی					لنگر خمشی
تکیه گاه کناری		دال با تیر		دال تخت	
ساده	کاملاً گیردار	یک پارچه	با تیر لبه	بدون تیر لبه	منفی در تکیه گاه میانی
۰/۷۵	۰/۶۵	۰/۷۰	۰/۷۰	۰/۷۰	مثبت در وسط دهانه
۰/۶۳	۰/۳۵	۰/۵۷	۰/۵۰	۰/۵۲	منفی در تکیه گاه کناری
۰	۰/۶۵	۰/۱۶	۰/۳۰	۰/۲۶	

۴-۷-۹-۱۰-۹ مقاطع مجاور تکیه گاه های میانی باید برای بزرگترین لنگر خمشی موجود در دو سمت تکیه گاه طراحی شوند؛

مگر آنکه با انجام تحلیل لنگر نامتعادل مطابق با سختی المانهای مجاور توزیع شود.



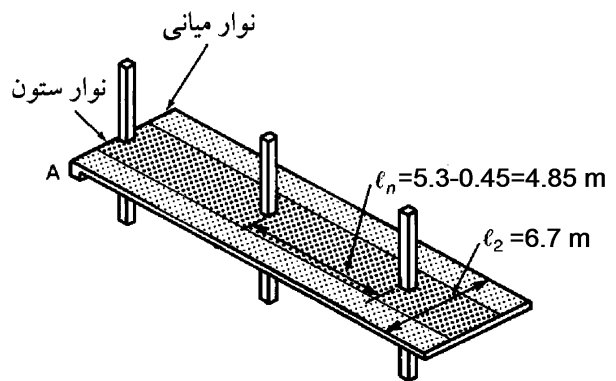
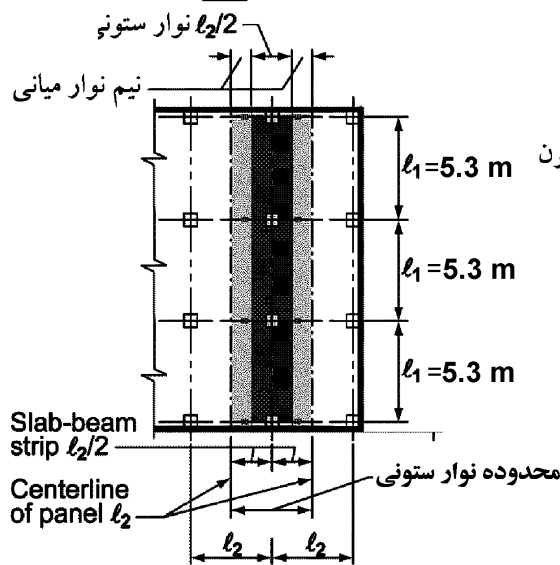
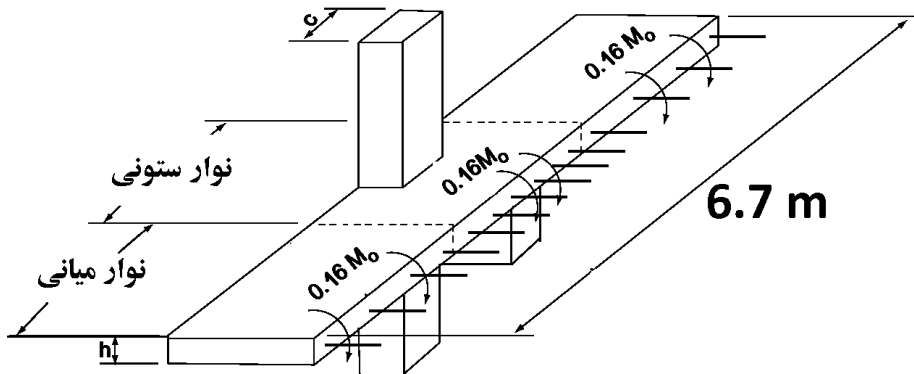
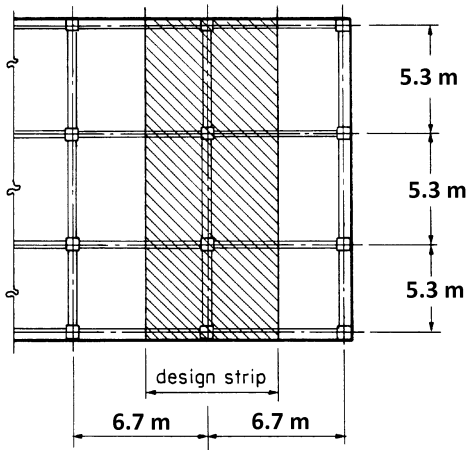
$$M_{eg1} = 0.16 \times 252.16 = 40.3456 \text{ kN.m}$$

$$M_{Pos1} = 0.57 \times 252.16 = 143.73 \text{ kN.m}$$

$$M_{Neg2} = 0.7 \times 252.16 = 176.51 \text{ kN.m}$$

$$M_{Neg3} = 0.65 \times 252.16 = 163.90 \text{ kN.m}$$

$$M_{Pos2} = 0.35 \times 252.16 = 88.26 \text{ kN.m}$$



۶- تعیین سهم نوار ستونی از لنگرها

۹-۱۰-۱۱ لنگرهای ضریب‌دار در نوارهای ستونی

۹-۱۰-۱۱-۱ نوار ستونی باید بخشی از  $M_u$  منفی داخلی را مطابق با جدول ۸-۱۰-۹ تحمل نماید.

۹-۱۰-۱۱-۲ نوار ستونی باید بخشی از  $M_u$  منفی خارجی را مطابق با جدول ۹-۱۰-۹ تحمل نماید.

جدول ۸-۱۰-۹ بخشی از  $M_u$  منفی داخلی در نوار ستونی

$l_2/l_1$			$\alpha f_1 \frac{l_2}{l_1}$
۲/۰	۱/۰	۰/۵	
۰/۷۵	۰/۷۵	۰/۷۵	۰
۰/۴۵	۰/۷۵	۰/۹۰	$\geq 1$

یادداشت: درون یابی خطی باید بین مقادیر نشان داده شده انجام شود

جدول ۹-۱۰-۹ بخشی از  $M_u$  منفی خارجی در نوار ستونی

$l_2/l_1$			$\beta$	$\alpha f_1 \frac{l_2}{l_1}$
۲/۰	۱/۰	۰/۵		
۱/۰	۱/۰	۱/۰	۰	۰
۰/۷۵	۰/۷۵	۰/۷۵	$\geq 2/5$	
۱/۰	۱/۰	۱/۰	۰	$\geq 1$
۰/۴۵	۰/۷۵	۰/۹۰	$\geq 2/5$	

یادداشت: درون یابی خطی باید بین مقادیر نشان داده شده انجام شود.

$$\beta_t = \frac{E_{cb} C}{2E_{cs} I_s} \quad (6-10-9)$$

$$C = \sum \left( 1 - 0.63 \frac{x}{y} \right) \frac{x^3 y}{3} \quad (7-10-9)$$

۹-۱۰-۱۱-۳ برای مقاطع T یا L، محاسبه‌ی مقدار ثابت C از رابطه (۷-۱۰-۹) را می‌توان با تقسیم مقطع همان طور که

در بند ۹-۱۰-۱۱-۲-۵ عنوان شده است، به بخش‌های مستطیلی مجزا تقسیم کرد و جمع مقادیر C از هر بخش محاسبه

شود. در رابطه‌ی (۷-۱۰-۹) x و y به ترتیب عرض و طول هر مستطیل است.

۹-۱۰-۱۱-۴ اگر عرض ستون یا دیوار حداقل برابر با  $0.75l_2$  باشد،  $M_u$  منفی باید به صورت یک‌نواخت در طول  $l_2$  توزیع شود.

۹-۱۰-۱۱-۵ نوار ستونی باید بخشی از  $M_u$  مثبت را مطابق با جدول ۱۰-۱۰-۹ تحمل نماید.

جدول ۱۰-۱۰-۹ بخشی از  $M_u$  مثبت در نوار ستونی

$l_2/l_1$			$\alpha f_1 \frac{l_2}{l_1}$
۲/۰	۱/۰	۰/۵	
۰/۷۵	۰/۷۵	۰/۷۵	۰
۰/۴۵	۰/۷۵	۰/۹۰	$\geq 1$

یادداشت: درون یابی خطی باید بین مقادیر نشان داده شده انجام شود.

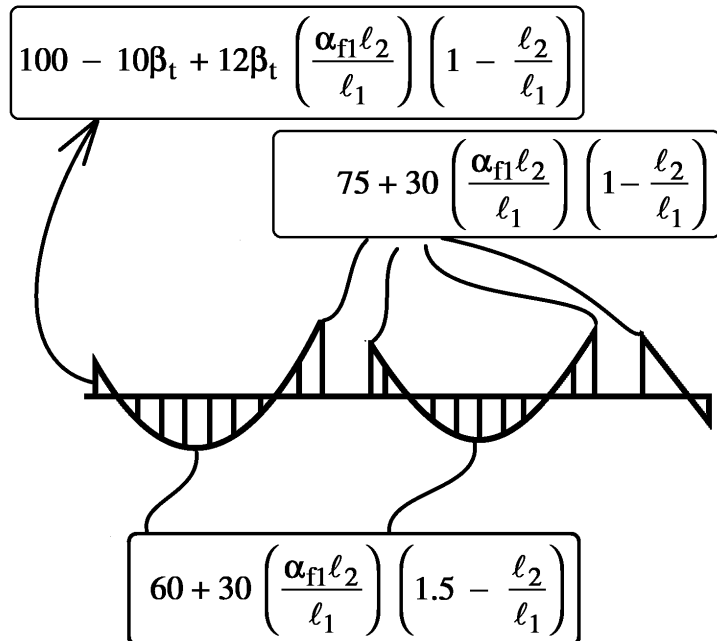
۹-۱۰-۱۲ لنگرهای ضریب‌دار در تیرها

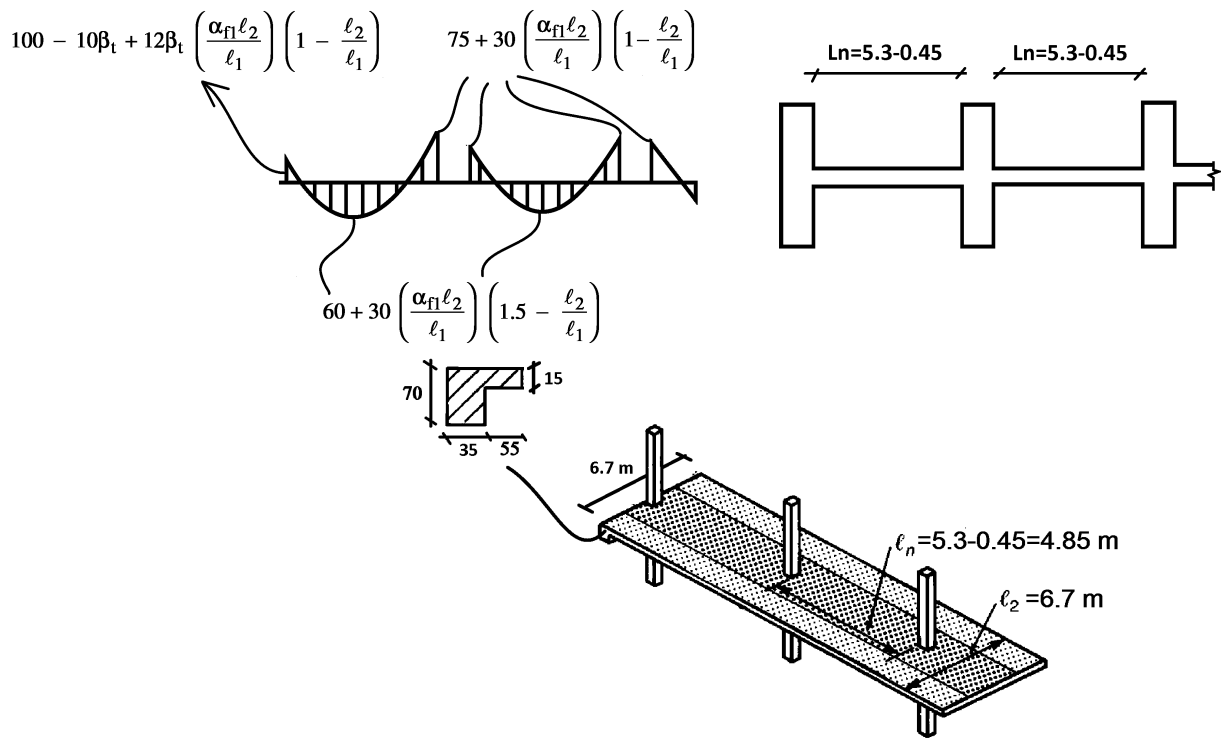
۹-۱۰-۱۲-۱ تیرهای بین تکیه گاه‌ها باید بخشی از  $M_u$  نوار ستونی را مطابق با جدول ۱۱-۱۰-۹ تحمل نمایند.

جدول ۱۱-۱۰-۹ بخشی از  $M_u$  نوار ستونی در تیرها

ضریب توزیع	$\alpha f_1 \frac{l_2}{l_1}$
۰	۰
۰/۸۵	$\geq 1$

یادداشت: درون یابی خطی باید بین مقادیر نشان داده شده انجام شود.





$$C = \left(1 - 0.63 \frac{350}{700}\right) \frac{350^3 \times 700}{3} + \left(1 - 0.63 \frac{150}{550}\right) \frac{150^3 \times 550}{3} = 7365.29 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

$$\rightarrow \beta_t = \frac{C}{2 \times \frac{6700 \times 150^3}{12}} = 1.954 \leq 2.5$$

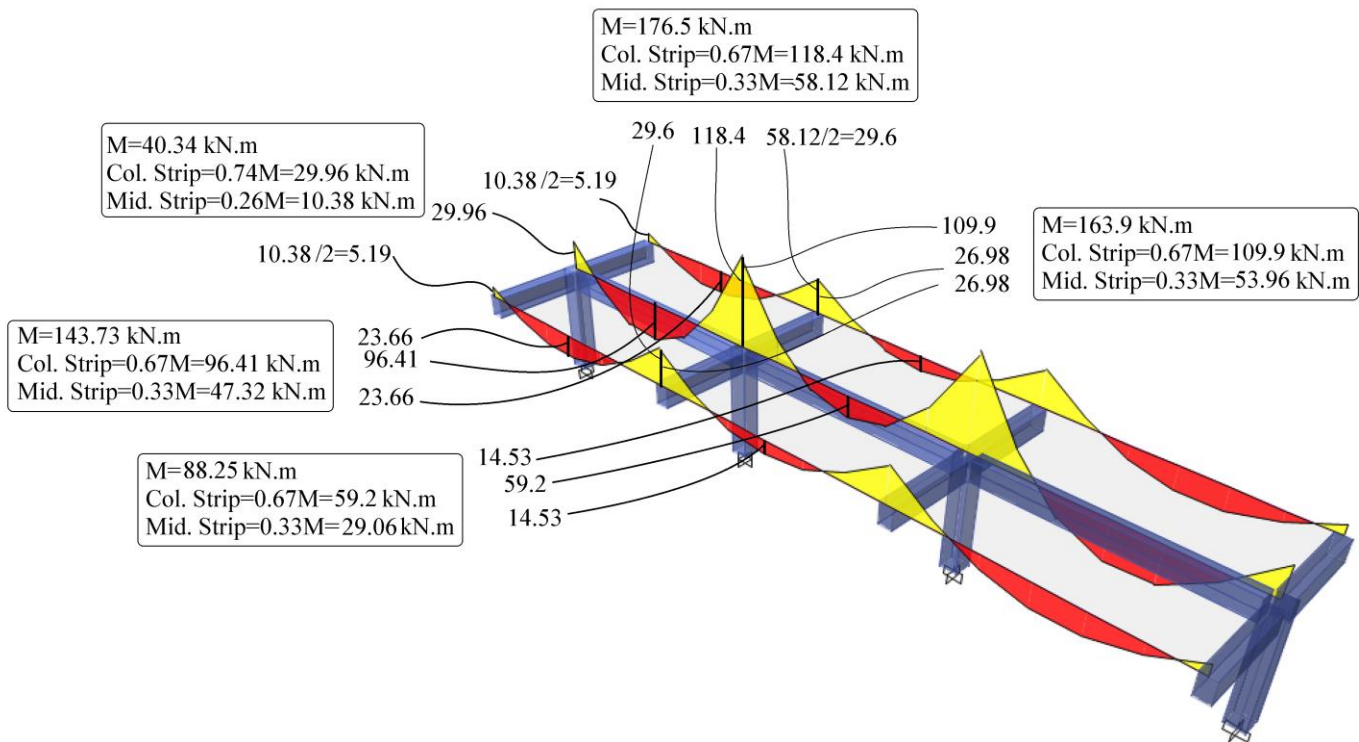
$$\frac{\alpha_{f1} l_2}{l_1} = \frac{3.1 \times 6.7}{5.3} = 3.91 > 1 \rightarrow \text{USE 1}$$

$$M_{NEG-EXT} = 100 - 10\beta_t + 12\beta_t \left(\frac{\alpha_{f1} l_2}{l_1}\right) \left(1 - \frac{L_2}{L_1}\right) = 100 - 19.54 + 12 \times 1.954 \times 1 \times \left(1 - \frac{6.7}{5.3}\right) = 74.26\%$$

$$M_{POS-EXT} = 60 + 30 \left(\frac{\alpha_{f1} l_2}{l_1}\right) \left(1.5 - \frac{L_2}{L_1}\right) = 60 + 30(1) \left(1.5 - \frac{6.7}{5.3}\right) = 67.07\%$$

$$M_{NEG-INT} = 75 + 30 \left(\frac{\alpha_{f1} l_2}{l_1}\right) \left(1 - \frac{L_2}{L_1}\right) = 75 + 30(1) \left(1 - \frac{6.7}{5.3}\right) = 67.07\%$$





سراسری ۹۵

۱۱۸- اگر از روش مستقیم برای طراحی دال های دو طرفه استفاده شود حداکثر مجاز برای باز توزیع لنگر چقدر است؟

(۱) ۱۰٪

(۲) ۲۰٪

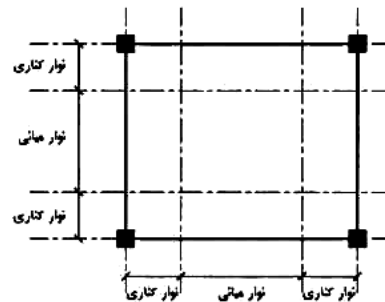
(۳) باز توزیع لنگر مجاز نیست.

(۴) همانند تیر سراسری پیوسته می باشد.

۹-۱۰-۹-۸-۱ باز پخش لنگرهای خمشی ضریب دار بر اساس آنچه که در فصل دهم گفته شده است، در مورد سیستم های دال هایی که با روش مستقیم طراحی می شوند، معتبر نیست. اما لنگرهای خمشی ضریب دار مثبت و منفی در یک دهانه را می توان تا حد ده درصد کم یا زیاد کرد؛ مشروط بر آن که تأثیر متقابل آن در سایر لنگرهای خمشی در نظر گرفته شود و لنگر استاتیکی ضریب دار کلی برای یک چشمه ( $M_0$ ) در جهت مورد نظر حداقل برابر با مقدار محاسبه شده به وسیله معادله ی ۱۰-۹-۱۱ باشد.

سراسری ۹۴

۱۱۸- پلان زیر برای یک دال بتن آرمه مفروض است. اگر این دال یک بار به عنوان دال متکی بر تیر قوی (حالت I) و یک بار به عنوان دال متکی بر ستون (حالت II) مورد نظر باشد، با توجه به شکل زیر لنگر بیشینه دال به ترتیب در حالت های I و II در کدام قسمت دال اتفاق می افتد؟



(۱) نوار میانی، نوار کناری

(۲) نوار میانی، نوار کناری

(۳) نوار کناری، نوار کناری

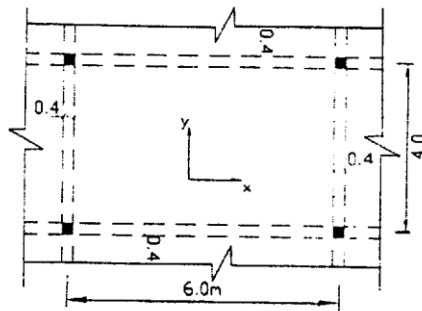
(۴) نوار کناری، نوار میانی

گزینه ۲

۴۴- در دال دو طرفه زیر که قسمتی از دال‌های یک کف است و مشمول ضوابط استفاده از روش مستقیم طرح دالها می‌شود، بگویید لنگرهای خمشی مثبت نهائی در نواری پوششی در دو جهت x و y به کدامیک از اعداد زیر نزدیک‌ترند. شدت بار وارده به دال با در نظر

$$f_c = 200 \text{ kg/cm}^2, f_y = 4000 \text{ kg/cm}^2$$

گرفتن وزن آن  $W$  است.  $\begin{cases} D=0.6 \text{ t/m}^2 \\ L=0.4 \end{cases}$



$$M_y = 3.7 \text{ t.m} \quad \text{و} \quad M_x = 5.9 \text{ t.m} \quad (۱)$$

$$M_y = 4.6 \text{ t.m} \quad \text{و} \quad M_x = 7.4 \text{ t.m} \quad (۲)$$

$$M_y = 6.9 \text{ t.m} \quad \text{و} \quad M_x = 11.0 \text{ t.m} \quad (۳)$$

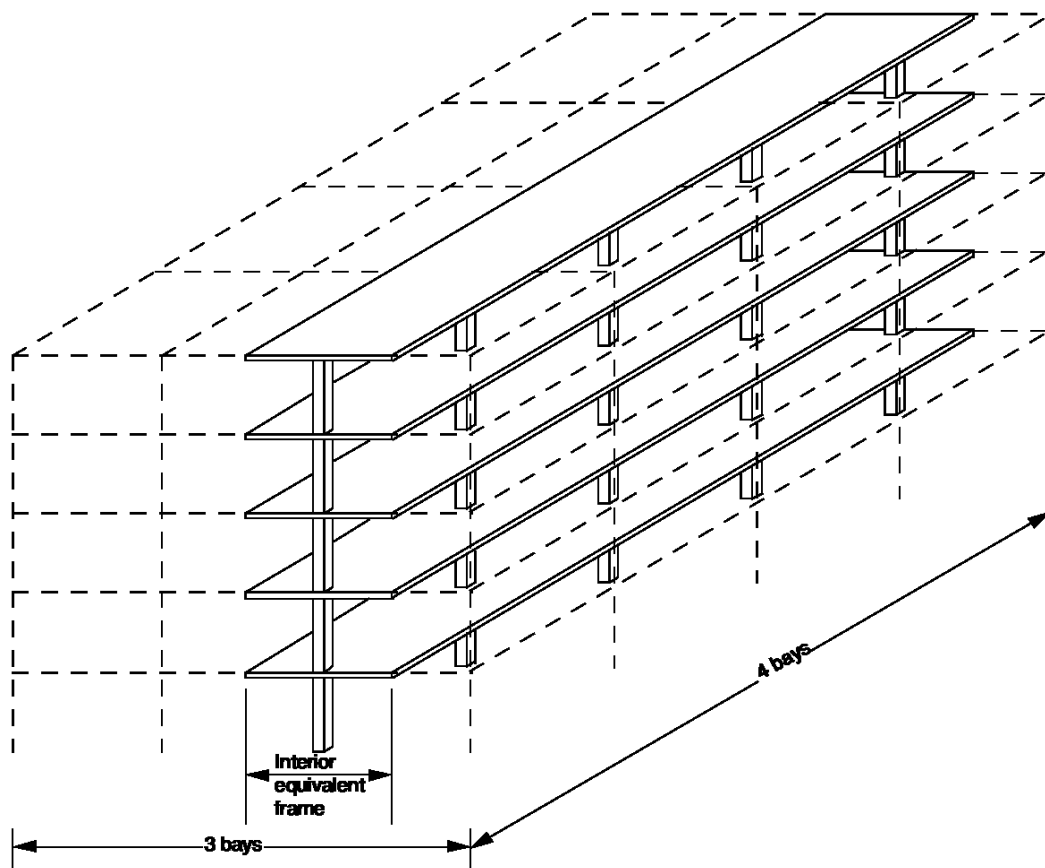
$$M_y = 8.6 \text{ t.m} \quad \text{و} \quad M_x = 13.0 \text{ t.m} \quad (۴)$$

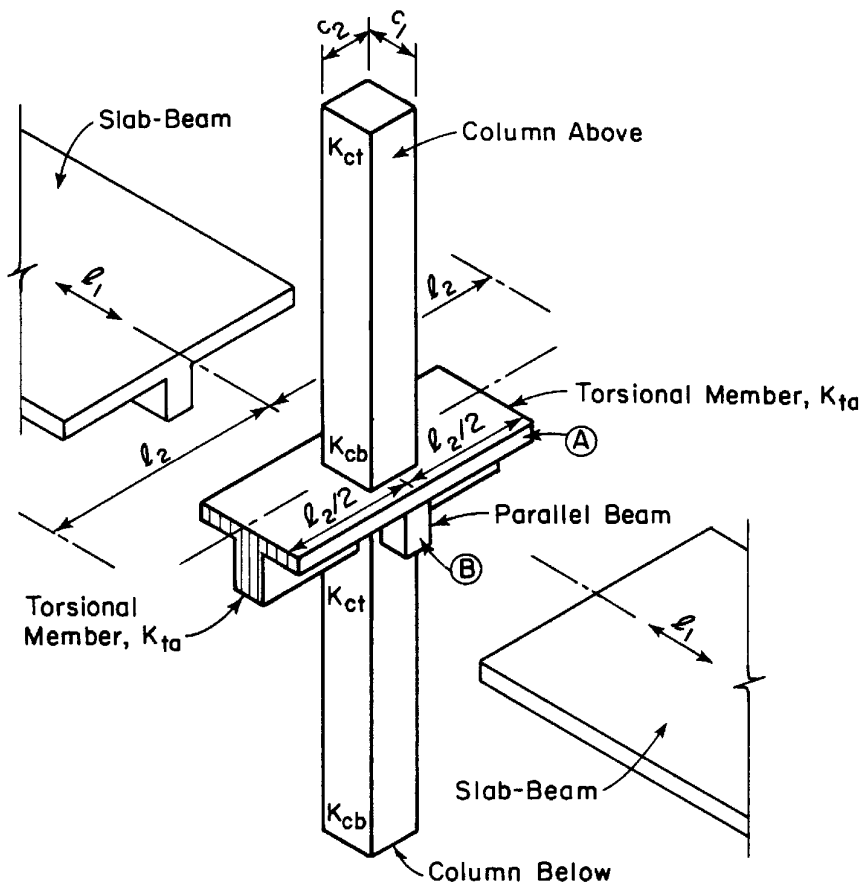
گزینه ۲

$$M_{0x} = \frac{q_u L_2 L_n^2}{8} = \frac{(1.2 \times 0.6 + 1.6 \times 0.4) \times 4 \times (6 - 0.4)^2}{8} = 21.32 \text{ ton.m} \rightarrow M_x^+ = 0.35 M_{0x} = 7.46 \text{ t.m.}$$

$$M_{0y} = \frac{q_u L_2 L_n^2}{8} = \frac{(1.2 \times 0.6 + 1.6 \times 0.4) \times 6 \times (4 - 0.4)^2}{8} = 13.2 \text{ ton.m} \rightarrow M_y^+ = 0.35 M_{0x} = 4.62 \text{ t.m.}$$

۲۰- روش قاب معادل





**Equivalent Frame Members**

### 8.7.3 Corner restraint in slabs

**8.7.3.1** At exterior corners of slabs supported by edge walls or where one or more edge beams have a value of  $\alpha_f$  greater than 1.0, reinforcement at top and bottom of slab shall be designed to resist  $M_u$  per unit width due to corner effects equal to the maximum positive  $M_u$  per unit width in the slab panel.

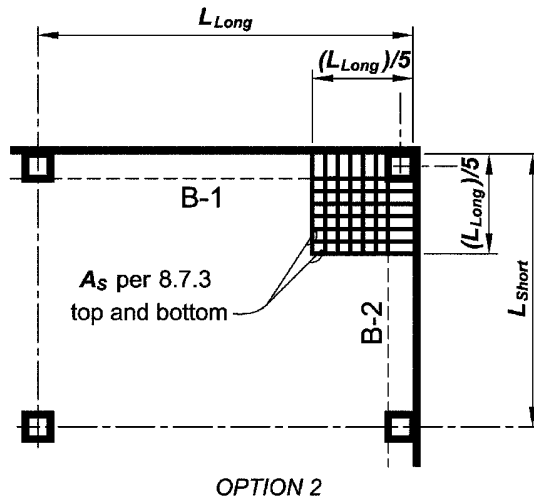
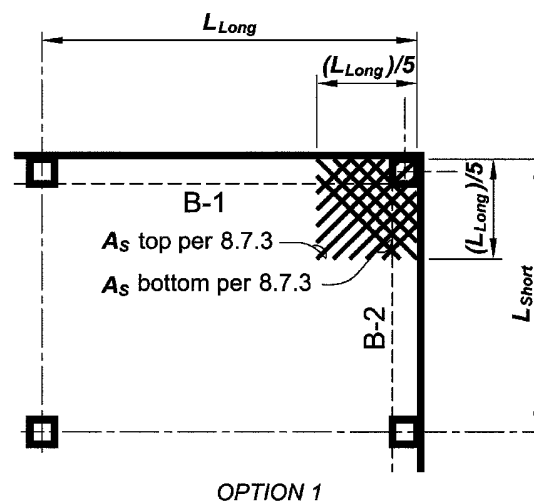
**8.7.3.1.1** Factored moment due to corner effects,  $M_u$ , shall be assumed to be about an axis perpendicular to the diagonal from the corner in the top of the slab and about an axis parallel to the diagonal from the corner in the bottom of the slab.

**8.7.3.1.2** Reinforcement shall be provided for a distance in each direction from the corner equal to one-fifth the longer span.

**8.7.3.1.3** Reinforcement shall be placed parallel to the diagonal in the top of the slab and perpendicular to the diagonal in the bottom of the slab. Alternatively, reinforcement shall be placed in two layers parallel to the sides of the slab in both the top and bottom of the slab.

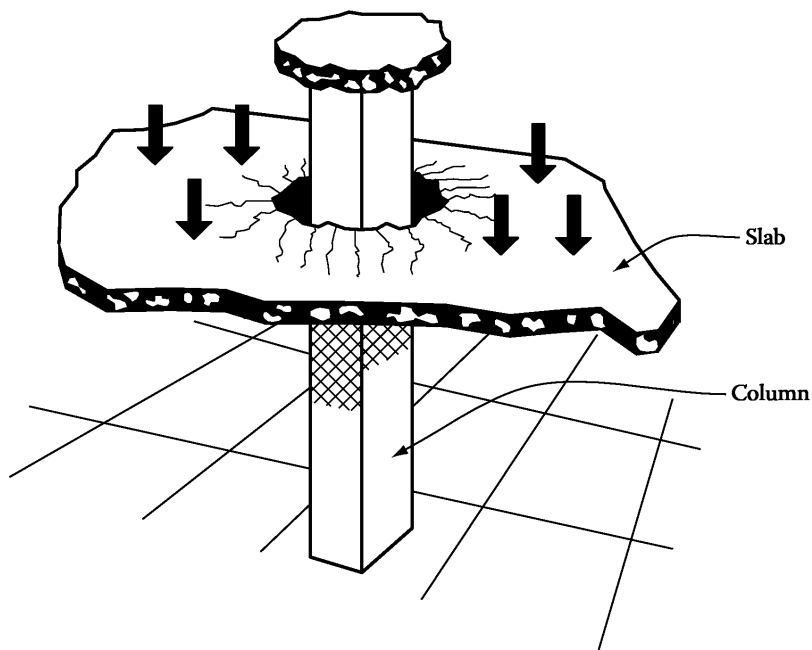
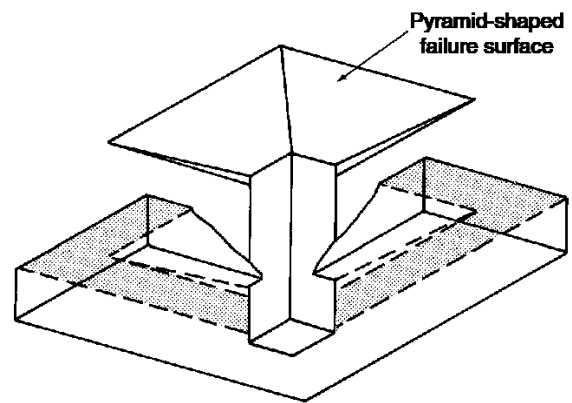
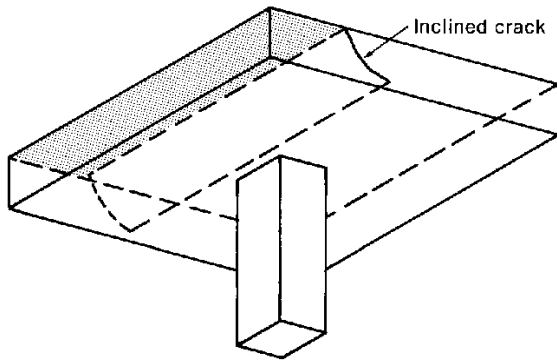
### R8.7.3 Corner restraint in slabs

**R8.7.3.1** Unrestrained corners of two-way slabs tend to lift when loaded. If this lifting tendency is restrained by edge walls or beams, bending moments result in the slab. This section requires reinforcement to resist these moments at control cracking. Reinforcement provided for flexure in the primary directions may be used to satisfy this requirement. Refer to Fig. R8.7.3.1.



#### Notes:

1. Applies where B-1 or B-2 has  $\alpha_f > 1.0$
2. Max. bar spacing  $2h$ , where  $h$  = slab thickness.



شکل های زیر نحوه محاسبه محیط پانچ را در دالها و پی ها نشان می دهد. محیط پانچ به فاصله  $d/2$  از بر ستون محاسبه می شود.

#### 22.6.4 Critical sections for two-way members

**22.6.4.1** For two-way shear, critical sections shall be located so that the perimeter  $b_o$  is a minimum but need not be closer than  $d/2$  to (a) and (b):

- (a) Edges or corners of columns, concentrated loads, or reaction areas
- (b) Changes in slab or footing thickness, such as edges of capitals, drop panels, or shear caps

**22.6.4.1.2** For a circular or regular polygon-shaped column, critical sections for two-way shear in accordance with 22.6.4.1(a) and (b) shall be permitted to be defined assuming a square column of equivalent area.

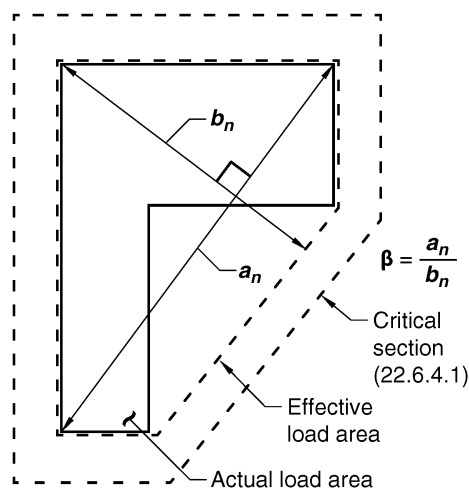


Fig. R22.6.5.2—Value of  $\beta$  for a nonrectangular loaded area.

- در شکل پایین سمت راست، محیط پانچ به صورت خط چین نشان داده شده است. در شکل سمت راست C1 و C2 ابعاد ستون می باشد.
- در صورتی که مقطع ستون دایروی باشد، طبق بند فوق می توان آنرا با یک مقطع مربع (با مساحت مقطع یکسان با مقطع ستون دایروی) معادل سازی کرد.

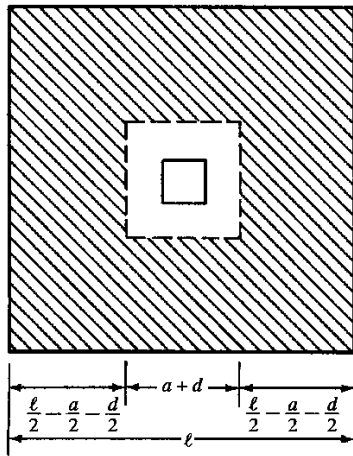
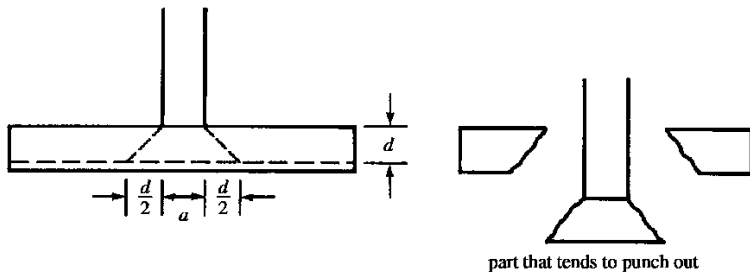
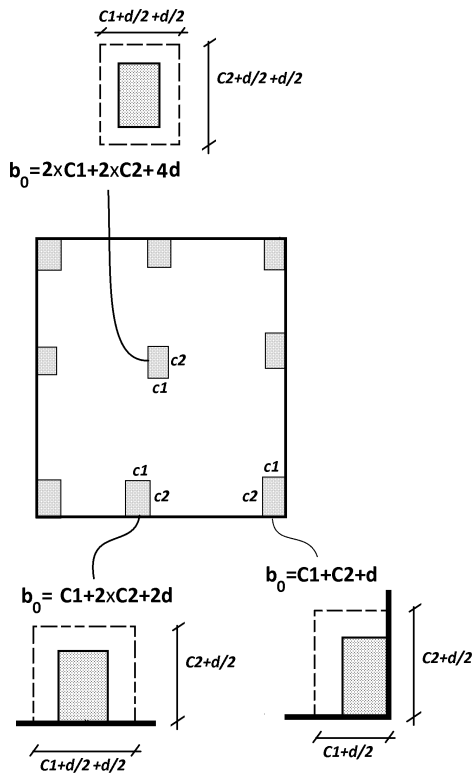
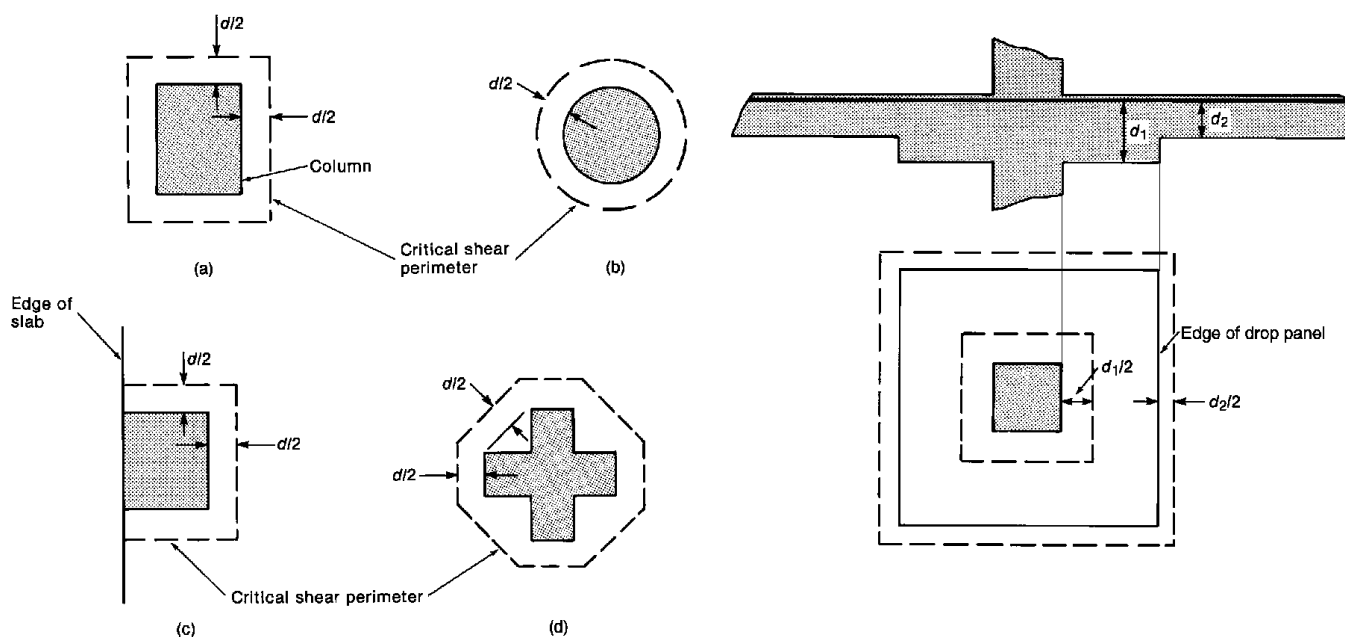


FIGURE 12.9 Two-way or punching shear.



شکلهای زیر نیز مقطع بحرانی پانچ را نشان می دهند.

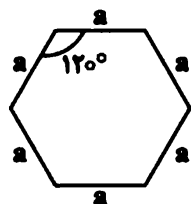
- در صورتی که ضخامت دال متغییر باشد (مانند شکل پایین سمت راست) باید مقاومت برش پانچ در دو محیط مختلف کنترل شود.



سراسری ۹۷

۱۱۷- یک دال تخت با عمق مؤثر  $d$  دارای ستون‌های شش ضلعی منتظم مطابق شکل می‌باشد. محیط مقطع بحرانی برای

محاسبه مقاومت برشی دو طرفه (پانچ) دال کدام است؟

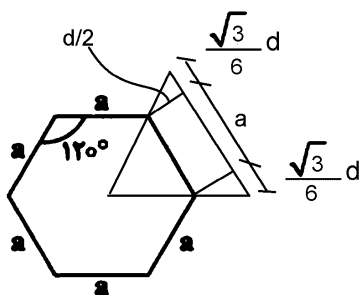


۱)  $6a$

۲)  $6a + \sqrt{3}d$

۳)  $6a + 2\sqrt{3}d$

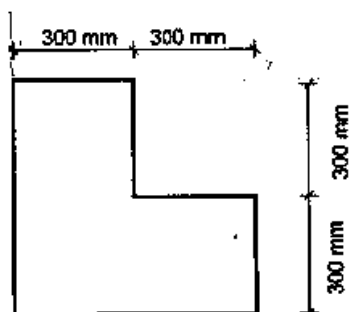
۴)  $6a + 4\sqrt{3}d$



$$b_0 = 6 \left( a + 2 \frac{\sqrt{3}}{6} d \right) = 6a + 2\sqrt{3}d$$



۵۹- دال تخت با عمق مؤثر 200 میلی متر روی یک ستون میانی با مقطعی مطابق شکل قرار دارد. محیط مقطع بحرانی ( $b_0$ ) برای کنترل برش دو طرفه (پانچ) به کدامیک از اعداد زیر برحسب میلی متر نزدیکتر است؟

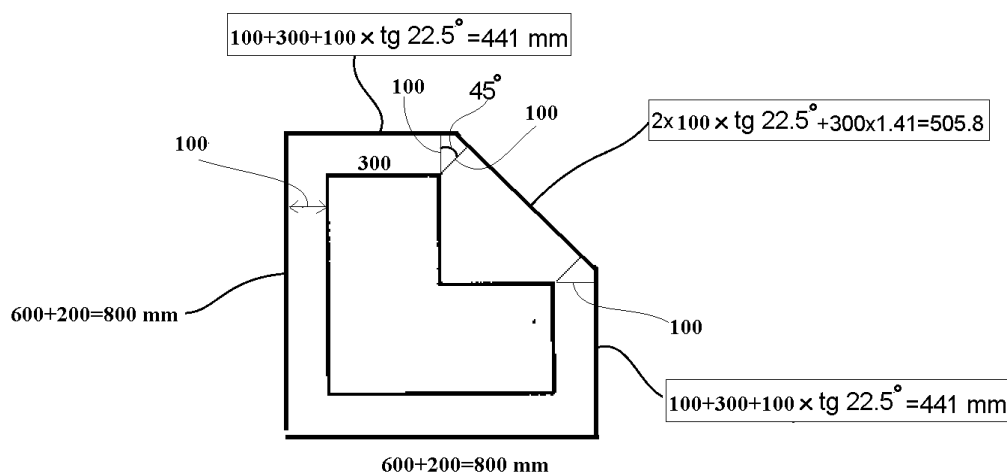


- (۱) 2800  
(۲) 3000  
(۳) 3200  
(۴) 3400

گزینه ۲

محیط پانچ به فاصله  $d/2$  از ستون محاسبه می شود. با توجه به اینکه عمق مؤثر دال 200mm می باشد، محیط پانچ به فاصله 100mm سنجیده می شود.

$$b_0 = 800 + 441 + 505.8 + 441 + 800 = 2987.8 \text{ mm}$$



- ضریب 0.707 در شکل فوق همان  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  می باشد.
- محیط پانچ به فاصله  $d/2$  از بر گوشه های ستون اندازه گیری می شود.

مقاومت برش دوطرفه (پانچ) در دو حالت مختلف محاسبه می شود:

۱- دالهای یا پی هایی که آرماتور برشی ندارند و بتن به تنهایی در مقابل برش مقاومت می کند

۲- دالها یا پی هایی که در آنها برای مقابله با برش از آرماتور برشی نیز استفاده شده است.

## 22.6—Two-way shear strength

### 22.6.1.2 Nominal shear strength for two-way members

without shear reinforcement shall be calculated by

$$v_n = v_c \quad (22.6.1.2)$$

### 22.6.1.3 Nominal shear strength for two-way members

with shear reinforcement shall be calculated by

$$v_n = v_c + v_s \quad (22.6.1.3)$$

در حالت اول (بدون آرماتور برشی) مقاومت بتن بر اساس بند زیر محاسبه می شود:

### 22.6.5 Two-way shear strength provided by concrete in members without shear reinforcement

22.6.5.1 For nonprestressed two-way members,  $v_c$  shall be calculated in accordance with 22.6.5.2.

**Table 22.6.5.2— $v_c$  for two-way members without shear reinforcement**

$v_c$		
Least of (a), (b), and (c):	$v_c = 0.33\lambda_s\lambda\sqrt{f'_c}$	(a)
	$v_c = 0.17\left(1 + \frac{2}{\beta}\right)\lambda_s\lambda\sqrt{f'_c}$	(b)
	$v_c = 0.083\left(2 + \frac{\alpha_s d}{b_o}\right)\lambda\sqrt{f'_c}$	(c)

Notes:

$$\lambda_s = \sqrt{\frac{2}{1 + 0.004 \cdot d}} \leq 1.0$$

$\beta$  is the ratio of long to short sides of the column, concentrated load, or reaction area.

22.6.5.3 The value of  $\alpha_s$  is 40 for interior columns, 30 for edge columns, and 20 for corner columns.

## CHAPTER 13—FOUNDATIONS

### 13.2.6 Design criteria

13.2.6.2 For one-way shallow foundations, two-way isolated footings, or two-way combined footings and mat foundations, it is permissible to neglect the size effect factor specified in 22.5 for one-way shear strength and 22.6 for two-way shear strength.

با توجه به بند های فوق، با فرض اینکه بتن سبک نباشد و  $\lambda = 1$  باشد، مقاومت برش دو طرفه (بدون آرماتور برشی) برابر خواهد بود با:

$$\phi V_c = \phi \text{Min} \left\{ \begin{array}{l} 0.33 \\ 0.17 \left( 1 + \frac{2}{\beta} \right) \\ 0.083 \left( \frac{\alpha_0 \times d}{b_o} + 2 \right) \end{array} \right\} \text{Min} \left( \sqrt{\frac{2}{1 + 0.004d}} \right) \times \sqrt{f'_c} b_o d$$

ولی در پی ها اعمال ضریب سایز لازم نبوده و رابطه فوق به صورت زیر خواهد بود:

$$\phi V_c = \phi \text{Min} \left\{ \begin{array}{l} 0.33 \\ 0.17 \left( 1 + \frac{2}{\beta} \right) \\ 0.083 \left( \frac{\alpha_0 \times d}{b_o} + 2 \right) \end{array} \right\} \sqrt{f'_c} b_o d$$

در صورت استفاده از آرماتور برشی جهت افزایش مقاومت پانچ، باید از بند زیر استفاده شود.

## 22.6—Two-way shear strength

**22.6.6** *Two-way shear strength provided by concrete in members* with shear reinforcement

**22.6.6.1** For two-way members with shear reinforcement,  $v_c$  at critical sections shall be calculated in accordance with Table 22.6.6.1.

**Table 22.6.6.1— $v_c$  for two-way members with shear reinforcement**

Type of shear reinforcement	Critical sections	$v_c$		
Stirrups	All	$0.17\lambda_s\lambda\sqrt{f'_c}$		
Headed shear stud reinforcement	According to 22.6.4.1	Least of (b), (c), and (d):	$0.25\lambda_s\lambda\sqrt{f'_c}$	(b)
			$\left(0.17 + \frac{0.33}{\beta}\right)\lambda_s\lambda\sqrt{f'_c}$	(c)
			$0.083\left(2 + \frac{\alpha_s d}{b_o}\right)\lambda\sqrt{f'_c}$	(d)
	According to 22.6.4.2		$0.17\lambda_s\lambda\sqrt{f'_c}$	(e)

Notes:

$$\lambda_s = \sqrt{\frac{2}{1 + 0.004 \cdot d}} \leq 1.0$$

$\beta$  is the ratio of long to short sides of the column, concentrated load, or reaction area.

**22.6.5.3** The value of  $\alpha_s$  is 40 for interior columns, 30 for edge columns, and 20 for corner columns.

**22.6.6.2** It shall be permitted to take  $\lambda_s$  as 1.0 if (a) or (b) is satisfied:

(a) Stirrups are designed and detailed in accordance with 8.7.6 and  $A_v/s \geq 0.17\sqrt{f'_c} b_o/f_{yt}$ .

(b) Smooth headed shear stud reinforcement with stud shaft length not exceeding 250 mm is designed and detailed in accordance with 8.7.7 and  $A_v/s \geq 0.17\sqrt{f'_c} b_o/f_{yt}$ .

با توجه به بند های فوق، با فرض اینکه بتن سبک نباشد و  $\lambda = 1$  باشد، مقاومت برش دو طرفه (با آرماتور برشی) برابر خواهد بود با:

$$\phi V_n = \phi V_c + \phi V_s = \phi \times 0.17 \times \text{Min} \left( \frac{\sqrt{\frac{2}{1 + 0.004d}}}{1} \right) \times \sqrt{f'_c} b_o d + \phi V_s$$

ولی در پی ها اعمال ضریب سائز لازم نبوده و رابطه به صورت زیر خواهد بود:

$$\phi V_n = \phi V_c + \phi V_s = \phi \times 0.17 \times \sqrt{f'_c} b_o d + \phi V_s$$

حداکثر مقاومت برش دوطرفه دال یا پی که در آن از آرماتور برشی استفاده شده باشد در بند زیر بیان شده است:

**22.6.6.3** For two-way members with shear reinforcement, effective depth shall be selected such that  $v_u$  calculated at critical sections does not exceed the values in Table 22.6.6.3.

**Table 22.6.6.3—Maximum  $v_u$  for two-way members with shear reinforcement**

Type of shear reinforcement	Maximum $v_u$ at critical sections defined in 22.6.4.1	
Stirrups	$\phi 0.5 \sqrt{f'_c}$	(a)
Headed shear stud reinforcement	$\phi 0.66 \sqrt{f'_c}$	(b)

بنابراین مقاومت برش دو طرفه (با آرماتور برشی) برابر خواهد بود با:

$$\phi V_n = \text{Min} \left( \begin{array}{l} \phi V_c + \phi V_s \\ \phi 0.5 \sqrt{f'_c} b_0 d \end{array} \right) = \text{Min} \left( \begin{array}{l} \phi \times 0.17 \times \text{Min} \left( \frac{\sqrt{\frac{2}{1+0.004d}}}{1} \right) \times \sqrt{f'_c} b_0 d + \phi V_s \\ \phi 0.5 \sqrt{f'_c} b_0 d \end{array} \right)$$

ولی در پی‌ها اعمال ضریب سائز لازم نبوده و رابطه به صورت زیر خواهد بود:

$$\phi V_n = \text{Min} \left( \begin{array}{l} \phi V_c + \phi V_s \\ \phi 0.5 \sqrt{f'_c} b_0 d \end{array} \right) = \text{Min} \left( \begin{array}{l} \phi \times 0.17 \times \sqrt{f'_c} b_0 d + \phi V_s \\ \phi 0.5 \sqrt{f'_c} b_0 d \end{array} \right)$$

محاسبات ۹۴

۲۵- در یک ساختمان بتن آرمه با دال دو طرفه بدون تیر و با محوربندی منظم و با فاصله مرکز تا مرکز ستون‌ها از یکدیگر در هر دو جهت برابر 6 متر، در صورتی که ضخامت موثر دال 180 میلی‌متر، ابعاد مقطع ستونها 400×400 میلی‌متر، نوع بتن C25 و از آرماتور برشی و یا کلاک برشی استفاده نشده باشد، نیروی برشی مقاوم بتن  $V_c$  بر حسب کیلونیوتن برای عملکرد دو طرفه دال روی یک ستون میانی به کدام یک از مقادیر زیر نزدیکتر است؟

460 (۴)

540 (۳)

690 (۲)

814 (۱)

گزینه ۳

$$\phi V_c = \phi \text{Min} \left\{ \begin{array}{l} 0.33 \\ 0.17 \left( 1 + \frac{2}{\beta} \right) \\ 0.083 \left( \frac{\alpha_0 \times d}{b_0} + 2 \right) \end{array} \right\} \text{Min} \left( \frac{\sqrt{\frac{2}{1+0.004d}}}{1} \right) \times \sqrt{f'_c} b_0 d$$

$$= \phi \text{Min} \left\{ \begin{array}{l} 0.33 \\ 0.17 \left( 1 + \frac{2}{1} \right) = 0.51 \\ 0.083 \left( \frac{40 \times 180}{2320} + 2 \right) = 0.42 \end{array} \right\} \text{Min} \left( \frac{\sqrt{\frac{2}{1+0.004 \times 180}}}{1} = 1.078 \right) \sqrt{f'_c} b_0 d$$

$$= \phi 0.33 \sqrt{f'_c} b_0 d = 0.75 \times 0.33 \times 1 \times \sqrt{25} \times 2320 \times 180 = 516780 \text{ N} = 517 \text{ kN}$$

۱۵- بار محوری نهائی یک ستون 3500 kN است. محاسبات نشان می‌دهد که ظرفیت بتن برای تحمل برش دو طرفه (پانچ) برای شالوده این ستون که از رابطه  $V_c = 2v_c b_0 d$  بدست می‌آید برابر 3200 کیلونیوتن می‌باشد اگر بخواهیم از میلگرد برشی برای جبران ضعف موجود استفاده کنیم، آنها را برای چه نیرویی برحسب کیلونیوتن ( $V_s = ?$ ) باید طراحی کنیم؟

- ۱) 300  
۲) 1900  
۳) 3500  
۴) 1450

گزینه ۲:

مقاومت برش دو طرفه بتن در صورتی که آرماتور برشی داشته باشیم برابر است با:

$$\phi V_{c-With\ stirrup} = \phi \times 0.17 \times \sqrt{f'_c} b_0 d + \phi V_s$$

مقاومت برش دو طرفه بتن در صورتی که آرماتور برشی نداریم برابر است با:

$$\phi V_{c-No\ stirrup} = \phi \text{Min} \left\{ \begin{array}{l} 0.33 \\ 0.17 \left( 1 + \frac{2}{\beta} \right) \\ 0.083 \left( \frac{\alpha_0 \times d}{b_0} + 2 \right) \end{array} \right\} \sqrt{f'_c} b_0 d$$

$$\frac{\phi V_{c-No\ stirrup}}{\phi V_{c-With\ stirrup}} = \left\{ \begin{array}{l} 0.33 \\ 0.17 \left( 1 + \frac{2}{\beta} \right) \\ 0.083 \left( \frac{\alpha_0 \times d}{b_0} + 2 \right) \end{array} \right\}$$

در صورتی که مقطع ستون مربع باشد و عمق مؤثر دال (یا پی) به حد کافی بزرگ باشد، از سه پارامتر کروشه فوق ضریب 0.33 حداقل خواهد بود. در این صورت  $\frac{\phi V_{c-No\ stirrup}}{\phi V_{c-With\ stirrup}} = 2$  خواهد شد.

دقت شود که در صورت استفاده از آرماتور عرضی کمکی برای تحمل برش پانچ، مقاومت برشی بتن به نصف کاهش می‌یابد. بنابراین مقاومت بتن به جای 3200 kN برابر با 1600 kN منظور می‌شود. در این حالت میلگردهای برشی باید بتوانند نیرویی برابر با  $3500 - 1600 = 1900$  kN را تحمل نمایند.

۲۶- حداکثر نیروی مقاوم برش دوطرفه یک دال تخت در مجاور یک ستون میانی با مقطع مربع، چنانچه از آرماتور برشی یا کلاهی برشی استفاده نشود، 635 کیلونیوتن است. اگر از آرماتور برشی کافی استفاده شود، می‌توان نیروی برشی مقاوم تا 703 کیلونیوتن را توسط فولاد برشی تأمین نمود. در این صورت کل نیروی برشی مقاوم به دست آمده برحسب kN به کدامیک از گزینه‌های زیر نزدیک خواهد بود؟ [منظور از برش، برش دوطرفه است. نسبت  $\left(\frac{d}{b_0}\right)$  (خارج قسمت عمق مؤثر دال به محیط مقطع بحرانی) حدود 0.1 بوده و فرض می‌شود لنگر متعادل نشده‌ای از دال به ستون منتقل نمی‌شود].

- ۱) 703      ۲) 950      ۳) 1020      ۴) 1338

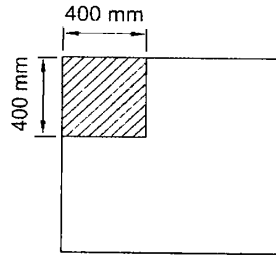
با توجه به توضیحات فوق با افزودن میلگرد برشی، مقاومت برشی بتن به نصف کاهش می‌یابد بنابراین:

$$\phi V_n = \phi V_c + \phi V_s = \frac{635}{2} + 703 = 1020.5 \text{ kN}$$

مقدار فوق نباید از  $0.5 \sqrt{f'_c} b_0 d$  فراتر رود. با توجه به اینکه مقدار  $\phi V_c = \phi 0.33 \sqrt{f'_c} b_0 d$  برابر 635 kN می‌باشد، بنابراین حداکثر مقدار قابل قبول برای  $\phi V_n$  برابر است با:

$$\phi V_n < 0.5 \sqrt{f'_c} b_0 d = 1.5 \times 635 = 952.5 \text{ kN}$$

۵۵- ستون گوشه یک ساختمانی به ابعاد  $400 \times 400$  میلی متر تحت اثر نیروی محوری فشاری، روی پی به ابعاد  $1500 \times 1500$  mm قرار دارد. در صورتیکه در پی از آرماتور برشی و یا کلاهیک برشی استفاده نشده و عمق مؤثر پی  $d=500$  mm باشد، مقدار  $V_c$  برای کنترل برش در حالت حدی برای عملکرد دو طرفه بر حسب کیلونیوتن، به کدامیک از مقادیر زیر نزدیکتر است؟ (رده بتن C25 و تنش برشی در مقطع بحرانی یکنواخت فرض شود).



(۱) 550

(۲) 850

(۳) 1250

(۴) 1700

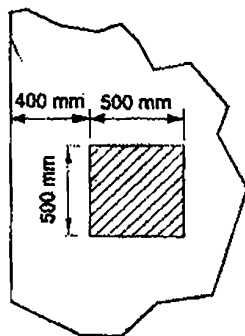
$$b_0 = 650 + 650 = 1300 \text{ mm} \quad \beta_c = \frac{400}{400} = 1 \quad \alpha_s = 20$$

$$\phi V_c = \phi \text{Min} \left\{ \begin{array}{l} 0.33 \\ 0.17 \left( 1 + \frac{2}{\beta} \right) \\ 0.083 \left( \frac{\alpha_0 \times d}{b_0} + 2 \right) \end{array} \right\} \sqrt{f'_c} b_0 d$$

$$= \phi \text{Min} \left\{ \begin{array}{l} 0.33 \\ 0.17 \left( 1 + \frac{2}{1} \right) = 0.51 \\ 0.083 \left( \frac{20 \times 500}{1300} + 2 \right) = 0.8 \end{array} \right\} \sqrt{f'_c} b_0 d$$

$$= \phi 0.33 \sqrt{f'_c} b_0 d = 0.75 \times 0.33 \times \sqrt{25} \times 1300 \times 500 = 804375 \text{ N} = 804 \text{ kN}$$

۳۲- ضخامت یک پی گسترده درجا برابر  $1200$  mm است. مقدار برش مقاوم دوطرفه پی مذکور، برای ستون بتنی کناری مطابق شکل زیر، بر حسب کیلونیوتن، به کدامیک از مقادیر زیر، نزدیکتر است؟ (فرض کنید عمق مؤثر مقطع پی برابر  $1100$  میلی متر، میلگردها از رده S340 و بتن از نوع C25 و معمولی است. همچنین در محاسبات از اثر انتقال لنگر صرفنظر شود)



(۱) 6430

(۲) 9150

(۳) 5350

(۴) 7830

$$b_0 = (400 + 500) \times 2 + 1100 + 1100 + 500 = 4500 \text{ mm}$$

$$\phi V_c = \phi \text{Min} \left\{ \begin{array}{l} 0.33 \\ 0.17 \left( 1 + \frac{2}{\beta} \right) \\ 0.083 \left( \frac{\alpha_0 \times d}{b_0} + 2 \right) \end{array} \right\} \sqrt{f'_c} b_0 d$$

$$= \phi \text{Min} \left\{ \begin{array}{l} 0.33 \\ 0.17 \left( 1 + \frac{2}{1} \right) = 0.51 \\ 0.083 \left( \frac{30 \times 1100}{4500} + 2 \right) = 0.77 \end{array} \right\} 0.6 \sqrt{f'_c} b_0 d$$

$$= \phi 0.33 \sqrt{f'_c} b_0 d = 0.75 \times 0.33 \times \sqrt{25} \times 4500 \times 1100 = 6125625 \text{ N} = 6125 \text{ kN}$$

۱۲۵- در سازه‌ای با سیستم دال تخت دو طرفه بدون تیر میانی بر روی ستون‌های با مقطع مربع به ابعاد هر ضلع برابر ۷۰۰mm، عمق مؤثر دال در برخی قسمت‌ها برابر ۱۸۰mm و در سایر قسمت‌ها برابر ۲۰۰mm می‌باشد. نیروی برشی مقاوم دو طرفه سوراخ‌شدگی (پانچ) دال نازک‌تر چند درصد دال ضخیم‌تر برای ستون‌های میانی است؟ از کلاهک برشی استفاده نمی‌شود.

(۱) ۷۵

(۲) ۸۰

(۳) ۸۴

(۴) ۸۸

گزینه ۴

$$\frac{\varphi V_{c1}}{\varphi V_{c2}} = \frac{\left( \varphi \text{Min} \left\{ \begin{array}{l} 0.33 \\ 0.17 \left( 1 + \frac{2}{\beta} \right) \\ 0.083 \left( \frac{\alpha_0 \times d_1}{b_{01}} + 2 \right) \end{array} \right\} \text{Min} \left( \sqrt{\frac{2}{1+0.004 \times d_1}} = 1.078 \right) \sqrt{f'_c} b_{01} d_1 \right)}{\left( \varphi \text{Min} \left\{ \begin{array}{l} 0.33 \\ 0.17 \left( 1 + \frac{2}{\beta} \right) \\ 0.083 \left( \frac{\alpha_0 \times d_2}{b_{02}} + 2 \right) \end{array} \right\} \text{Min} \left( \sqrt{\frac{2}{1+0.004 \times d_2}} = 1.05 \right) \sqrt{f'_c} b_{02} d_2 \right)}$$

$$\frac{\varphi V_{c1}}{\varphi V_{c2}} = \frac{b_{01} d_1}{b_{02} d_2} = \frac{4(700 + 180) \times 180}{4(700 + 200) \times 200} = \frac{880 \times 180}{900 \times 200} = 0.88 = 88\%$$

- دقت: ضریب سایز  $\lambda_s = \sqrt{\frac{2}{1+0.004d}}$  در عمق مؤثر کمتر از 250 mm ( $d < 250$  mm) بیش از یک بدست می‌آید و بنابراین در رابطه محاسبه مقاومت برش دو طرفه بی‌تاثیر است. ولی در مواردی که عمق مؤثر بیش از 250 mm باشد، این ضریب اثر کاهش داده دارد.

۱۲۲- اگر عمق مؤثر دال شالوده گسترده زیرستون داخلی بتنی با مقطع ۴۰۰×۴۰۰ میلی‌متر از ۵۰۰mm به ۶۰۰mm افزایش یابد، نیروی برشی مقاوم تأمین شده توسط بتن به چه میزانی افزایش خواهد یافت؟

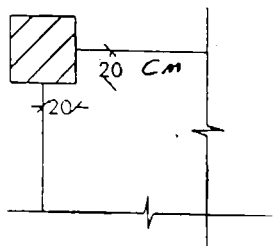
(۱)  $\frac{1}{3}$ (۲)  $\frac{1}{5}$ (۳)  $\frac{1}{9}$ (۴)  $\frac{3}{7}$ 

$$\frac{\varphi V_{c2}}{\varphi V_{c1}} = \frac{\varphi v_c b_{02} d_2}{\varphi v_c b_{01} d_1} = \frac{b_{02} d_2}{b_{01} d_1} = \frac{4(400 + 600) \times 600}{4(400 + 500) \times 500} = \frac{1000 \times 600}{900 \times 500} = \frac{4}{3} \rightarrow \frac{1}{3} \text{ افزایش}$$



-۳۵

دال پله‌ای به ضخامت ۱۵cm به شکل مقابل به ستون متصل شده است. حداکثر بار قائمی که می‌توان از کف به ستون انتقال داد



$$f_c = 200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad f_y = 4000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad d = 12 \text{ cm} \quad \text{چقدر است؟}$$

۱) ۱۰ Ton

۲) ۳٫۴

۳) ۶٫۷

۴) ۱۰

گزینه ۳

عمق موثر کمتر از 250 mm است و بنابراین ضریب سایز بی اثر می باشد.

$$\phi V_c = \phi \text{Min} \left\{ \begin{array}{l} 0.33 \\ 0.17 \left( 1 + \frac{2}{\beta} \right) \\ 0.083 \left( \frac{\alpha_0 \times d}{b_0} + 2 \right) \end{array} \right\} \sqrt{f'_c} b_0 d = \phi \text{Min} \left\{ \begin{array}{l} 0.33 \\ 0.17 \left( 1 + \frac{2}{1} \right) = 0.51 \\ 0.083 \left( \frac{20 \times 120}{520} + 2 \right) = 0.54 \end{array} \right\} \sqrt{f'_c} b_0 d$$

$$= \phi 0.33 \sqrt{f'_c} b_0 d = 0.75 \times 0.33 \sqrt{20} \times 520 \times 120 = 69 \text{ kN} = 6.9 \text{ ton}$$

سراسری ۹۷

۱۲۴- در دال تخت به عمق موثر ۲۰۰ میلی‌متر در اطراف ستون، براساس تحلیل و طراحی مقطع، فاصله میلگردهای کششی منفی بالای دال و مرکز ناحیه فشاری بتن، بر اثر لنگر خمشی مقاوم منفی، برابر ۱۵۰ میلی‌متر به دست آمده است. اگر از کتیبه به ضخامت ۵۰ میلی‌متر بر روی ستون‌ها استفاده شود، لنگر خمشی مقاوم منفی دال در اطراف ستون به چه میزانی افزایش خواهد یافت؟

۱)  $\frac{1}{3}$ ۲)  $\frac{1}{4}$ ۳)  $\frac{2}{5}$ ۴)  $\frac{2}{7}$ 

گزینه ۱

$$\left. \begin{array}{l} M_1 = A_s F_y Z_1 = A_s F_y (150) \\ M_2 = A_s F_y Z_2 = A_s F_y (150 + 50) \end{array} \right\} \frac{M_2}{M_1} = \frac{200}{150} \quad M_2 = M_1 \times \left( 1 + \frac{1}{3} \right)$$

محاسبات ۹۷

۴۵- سازه یک ساختمان سه طبقه از نوع بتن‌آرمه با دال‌های دوطرفه مسطح و ضخامت موثر 200 mm و ستون‌های همه طبقات با مقطع 600×600 mm طراحی شده است. فواصل محور ستون‌ها در دو جهت 7 m و بتن مصرفی از رده C30 می‌باشد. حداکثر نیروی برشی مقاوم بتن دال با رفتار دوطرفه در محل ستون‌های میانی بدون استفاده از آرماتور برشی یا کلاهدک برشی برحسب kN به کدام گزینه نزدیک‌تر است؟

۱) 820

۲) 870

۳) 1000

۴) 1360

گزینه ۲

عمق موثر کمتر از 250 mm است و بنابراین ضریب سایز بی اثر می باشد.

$$\phi V_c = \phi \text{Min} \left\{ \begin{array}{l} 0.33 \\ 0.17 \left( 1 + \frac{2}{\beta} \right) \\ 0.083 \left( \frac{\alpha_0 \times d}{b_0} + 2 \right) \end{array} \right\} \sqrt{f'_c} b_0 d = \phi \text{Min} \left\{ \begin{array}{l} 0.33 \\ 0.17 \left( 1 + \frac{2}{1} \right) \\ 0.083 \left( \frac{40 \times 200}{4 \times 800} + 2 \right) \end{array} \right\} \sqrt{f'_c} b_0 d$$

$$= \phi 0.33 \sqrt{f'_c} b_0 d = 0.75 \times 0.33 \sqrt{30} \times (4 \times 800) (200) = 867 \text{ kN}$$

۴۶- در صورتی که رده بتن مصرفی در یک شالوده C30 باشد، نیروی برش دوطرفه مقاوم شالوده برای ستون میانی، برابر با نیروی برش نهائی ایجادشده بوده و نیازی به میلگرد برشی نمی‌باشد. اگر رده بتن مصرفی در این شالوده به C25 تقلیل داده شود، چند درصد از نیروی برشی نهائی موجود باید توسط میلگردهای برشی تامین شود؟ (ابعاد مقطع ستون 600×400 میلی‌متر و عمق موثر شالوده برابر 520 mm فرض شود).

90 (۴)

55 (۳)

45 (۲)

10 (۱)

گزینه ۳

$$b_0 = 2(400 + 520 + 600 + 520) = 4080 \text{ mm}$$

در حالت اول (بدون استفاده از خاموت):

$$\varphi V_c = \varphi \text{Min} \left\{ \begin{array}{l} 0.33 \\ 0.17 \left( 1 + \frac{2}{\beta} \right) \\ 0.083 \left( \frac{\alpha_0 \times d}{b_0} + 2 \right) \end{array} \right\} \sqrt{f'_c} b_0 d = \frac{\left( \begin{array}{l} 0.33 \\ 0.17 \left( 1 + \frac{2}{\beta} \right) \\ 0.083 \left( \frac{\alpha_0 \times d}{b_0} + 2 \right) \end{array} \right) \sqrt{f'_c}}{(0.17 \sqrt{f'_c})}$$

بدون استفاده از خاموت

---

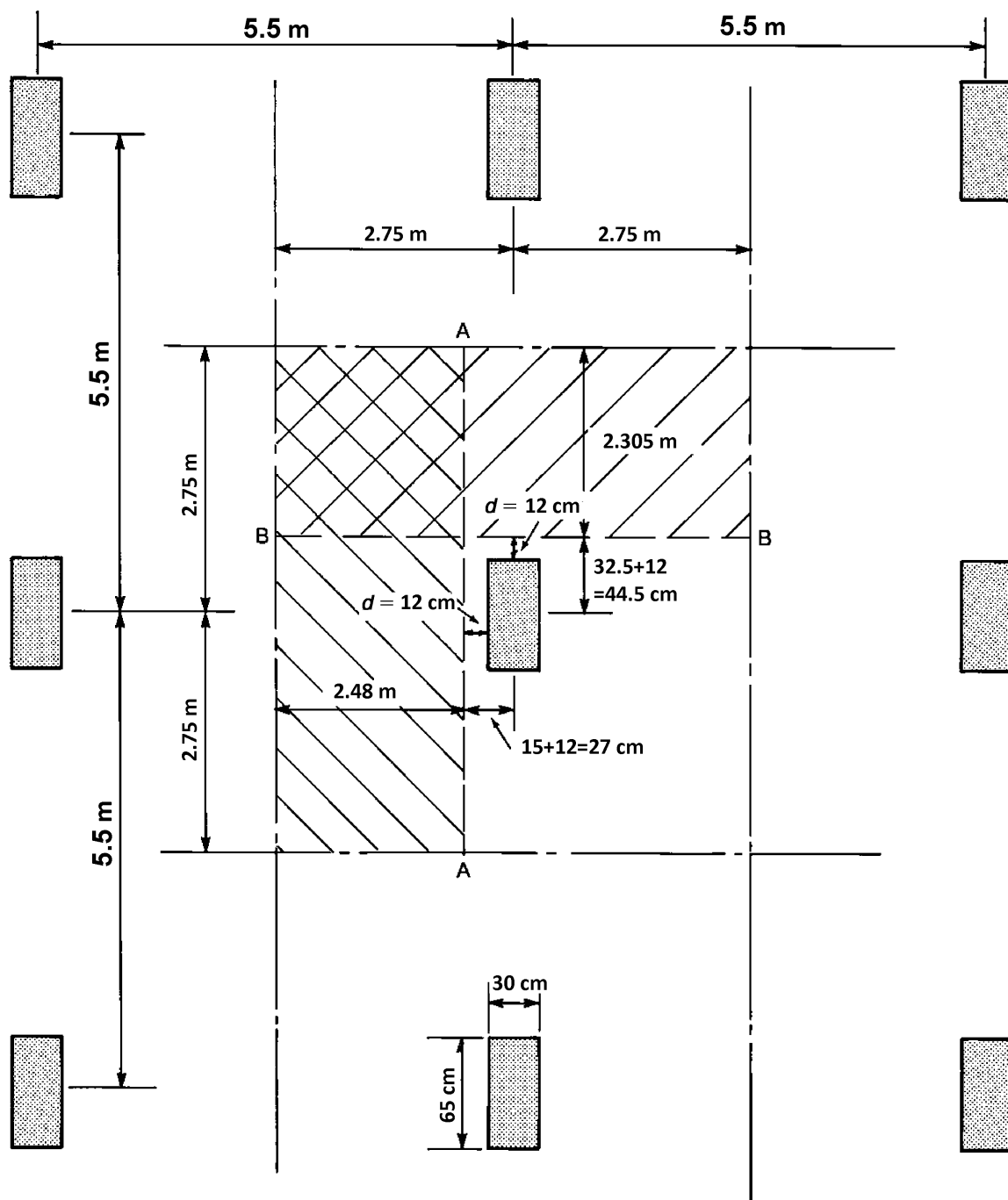
با استفاده از خاموت  $\varphi V_c = \varphi 0.17 \sqrt{f'_c} b_0 d$

$$= \frac{0.33 \sqrt{f'_c} b_0 d}{0.17 \sqrt{f'_c} b_0 d} = \frac{0.33 \sqrt{30}}{0.17 \sqrt{25}} = 2.12$$

بنابراین در حالت دوم مقاومت بتن به طور قابل توجهی کاهش یافته است (2.12 برابر) و مقاومت کاهش یافته را باید با خاموت جبران کرد.

مقاومت بتن در حالت جدید (وقتی همراه با خاموت باشد) برابر  $\frac{1}{2.12} = 0.47$  مقدار اولیه می باشد. بنابراین باید خاموت ها بتوانند 0.53 نیروی اولیه را تحمل کنند.

مثال: شکل زیر پلان یکی از طبقات یک سازه با دال بتنی را نشان می دهد. ضخامت دال برابر 150mm می باشد. عمق موثر نیز برابر 120 mm می باشد. بار مرده کف سازی برابر 0.75kPa و بار زنده آن برابر 3 kPa می باشد. مقاومت فشاری بتن برابر 21MPa می باشد. مقاومت برشی دال را در اطراف ستون میانی کنترل نمایید.



$$q_u = 1.2(0.75 + 0.15 \times 25) + 1.6 \times 3 = 10.2 \text{ kPa}$$

### کنترل برش یک طرفه

• عمق موثر کمتر از 250 mm است و بنابراین ضریب سایز  $\lambda_s$  بی اثر می باشد.

مقدار برش حداکثر در مقطع A-A برابر است با:

$$V_u = 10.2 \times 2.48 \times 5.5 = 139.128 \text{ kN}$$

برش مقاوم برابر است با:

$$\phi V_n = 0.75 \times 0.17 \sqrt{21} \times 5500 \times 120 = 386 \text{ kN}$$

$$V_u < \phi V_n \quad OK$$

## کنترل برش دو طرفه

مقدار برش حداکثر در مقطع پانچ برابر است با:

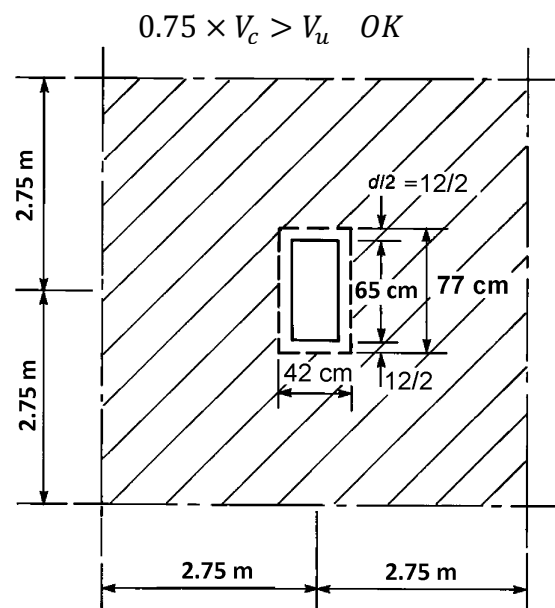
$$V_u = (5.5 \times 5.5 - 0.42 \times 0.77) \times 10.2 = 305.76 \text{ kN}$$

$$b_0 = (42 + 77) \times 2 = 238 \text{ cm}$$

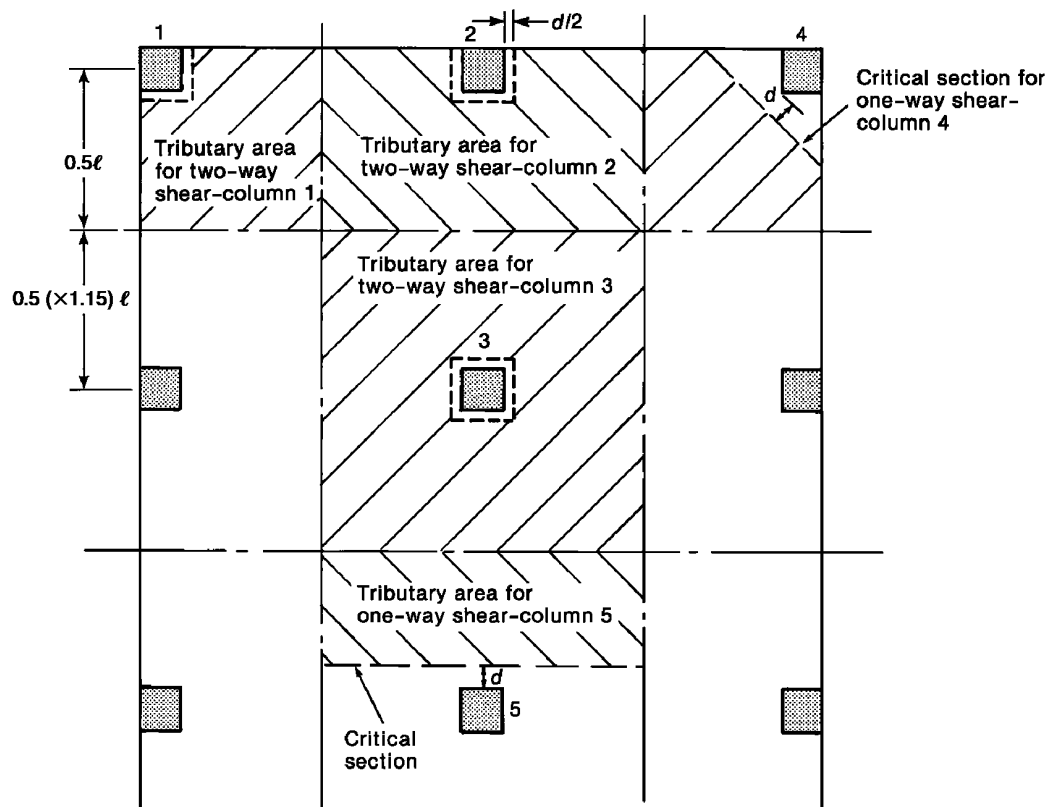
$$\beta = \frac{65}{30} = 2.167$$

$$\left. \begin{aligned} V_{c1} &= 0.17 \left( 1 + \frac{2}{(2.167)} \right) \sqrt{21} b_0 d = 1.498 b_0 d \\ V_{c2} &= 0.083 \left( \frac{40 \times 120}{2380} + 2 \right) \sqrt{21} b_0 d = 1.527 b_0 d \\ V_{c3} &= 0.33 \sqrt{21} b_0 d = 1.51 b_0 d \end{aligned} \right\} V_c = 1.498 b_0 d = 1.498 \times 2380 \times 120$$

$$= 428 \text{ kN}$$



کنترل برش در ستونهای کناری: مطابق شکل زیر برای ستونهای گوشه می توان برش یک طرفه مورب منظور و کنترل نمود.



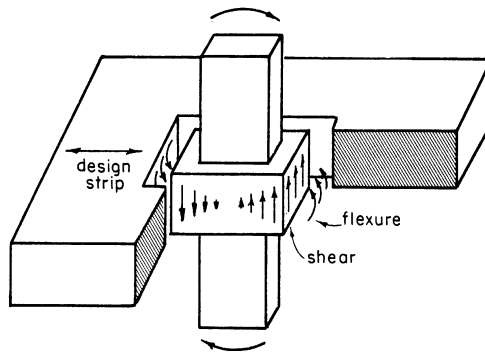
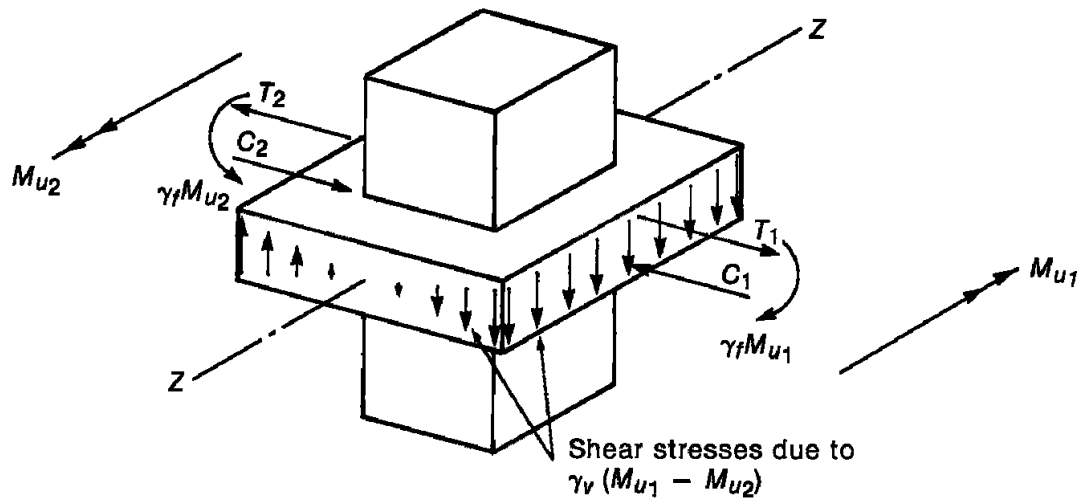
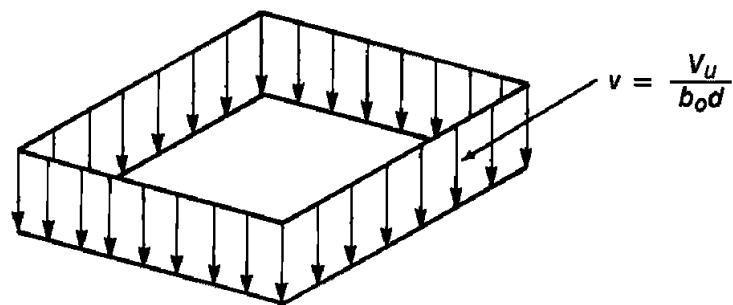


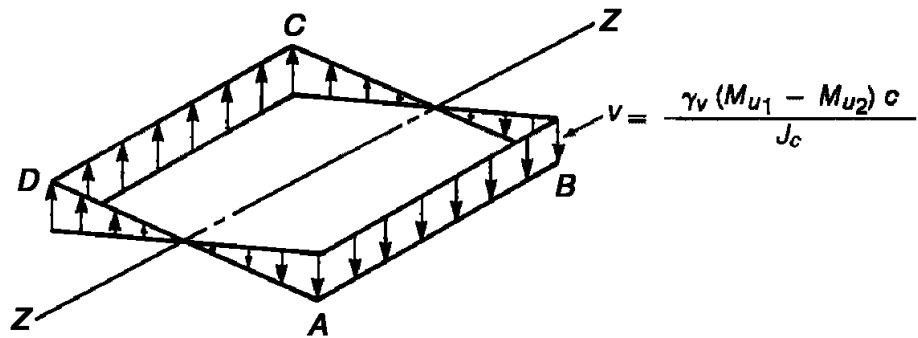
Fig. 16-9 Direct Shear and Moment Transfer



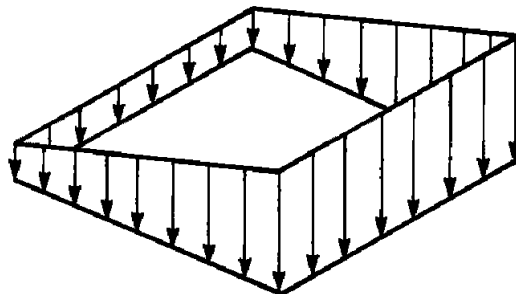
(a) Transfer of unbalanced moments to column.



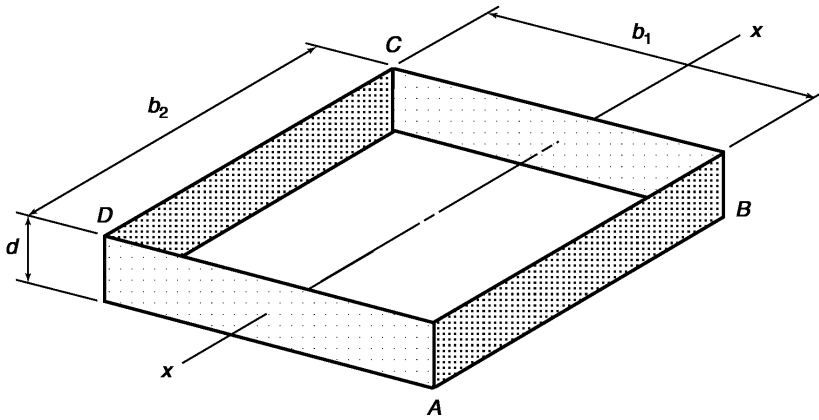
(b) Shear stresses due to  $V_u$ .



(c) Shear due to unbalanced moment.

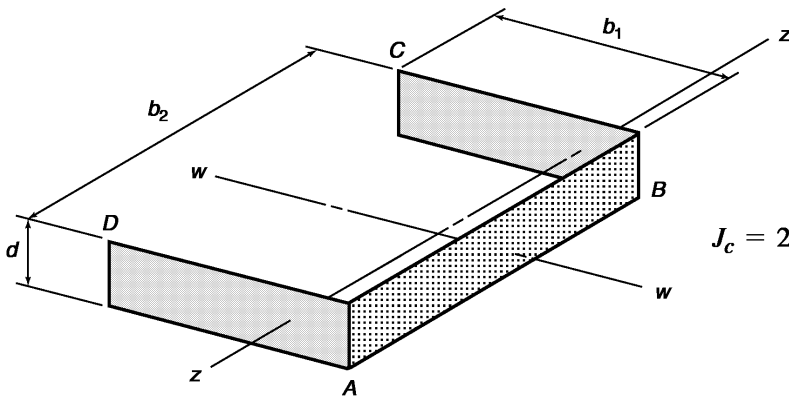


(d) Total shear stresses.



$$J_c = 2 \left( \frac{b_1 d^3}{12} + \frac{d b_1^3}{12} \right) + 2(b_2 d) \left( \frac{b_1}{2} \right)^2$$

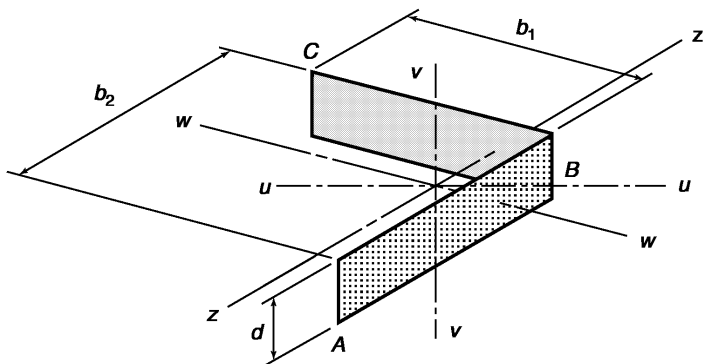
(a) Critical perimeter of an interior column.



$$c_{AB} = \frac{2(b_1 d) b_1 / 2}{2(b_1 d) + b_2 d}$$

$$J_c = 2 \left[ \frac{b_1 d^3}{12} + \frac{d b_1^3}{12} + (b_1 d) \left( \frac{b_1}{2} - c_{AB} \right)^2 \right] + b_2 d c_{AB}^2$$

(b) Critical perimeter of edge column.



$$c_{AB} = \frac{(b_1 d) b_1 / 2}{b_1 d + b_2 d}$$

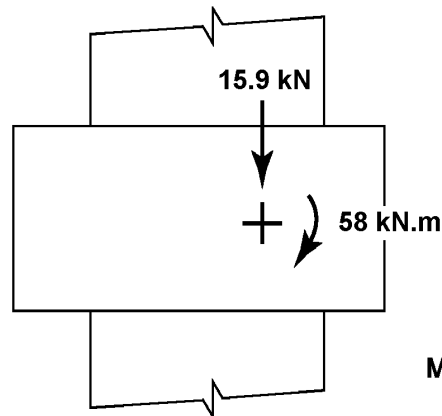
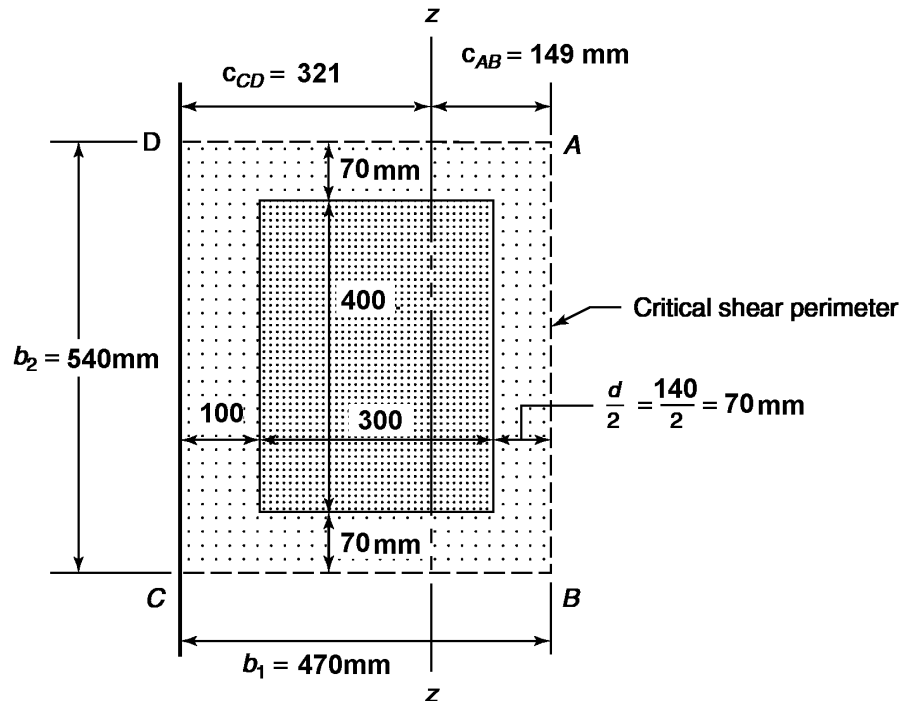
$$J_c = \left[ \frac{b_1 d^3}{12} + \frac{d b_1^3}{12} + (b_1 d) \left( \frac{b_1}{2} - c_{AB} \right)^2 \right] + (b_2 d) c_{AB}^2$$

(c) Critical shear perimeter of corner column.

مثال:

یک ستون به ابعاد مقطع  $300 \times 400 \text{ mm}$  مطابق شکل زیر در لبه یک دال بتنی (بدون تیر) قرار گرفته است. ضخامت دال  $165 \text{ mm}$  می باشد. عمق موثر دال برابر  $140 \text{ mm}$  می باشد. مقاومت فشاری بتن  $f'_c = 24 \text{ MPa}$  می باشد. تنش تسلیم فولادهای طولی دال برابر  $F_y = 400 \text{ MPa}$  می باشد.

لنگر منتقل شونده به ستون برابر  $58 \text{ kN.m}$  می باشد. نیروی برشی که از طریق دال به ستون منتقل می شود نیز برابر  $159 \text{ kN}$  می باشد.



Moments about centroid of shear perimeter.

مراحل کنترل اتصال برای لنگر نامتعادل

- ۱- تعیین محیط بحرانی برش: محیط بحرانی به فاصله  $d/2$  از بر ستون خواهد بود که در شکل فوق نشان داده شده است.
- ۲- تعیین مرکز برش

$$C_{AB} = \frac{\sum Ay}{A} = \frac{2(470 \times 140) \times \frac{470}{2}}{2(470 \times 140) + 540 \times 140} = 149.26 \text{ mm}$$

۳- محاسبه  $\phi v_c$ 

$$\phi v_c = \phi \text{Min} \begin{cases} b_0 = 1480 \text{ mm} \\ 0.17 \left(1 + \frac{2}{1.33}\right) \sqrt{24} = 2.085 \\ 0.083 \left(\frac{30 \times 140}{1480} + 2\right) \sqrt{24} = 1.97 = 0.75 \times 1.617 = 1.21 \text{ MPa} \\ 0.33 \sqrt{24} = 1.617 \end{cases}$$



۴- تعیین سهم انتقال لنگر به صورت خمشی

$$\gamma_f = \frac{1}{1 + \frac{2}{3} \sqrt{\frac{b_1}{b_2}}} = \frac{1}{1 + \frac{2}{3} \sqrt{\frac{470}{540}}} = 0.616$$

۵- محاسبه J

$$J = 2 \left( \frac{470 \times 140^3}{12} \right) + 2 \left( \frac{470^3 \times 140}{12} \right) + 2 \times 470 \times 140 \times \left( \frac{470}{2} - 149.26 \right)^2 + 540 \times 140 \times 149.26^2$$

$$= 5.289 \times 10^9 \text{ mm}^4$$

۶- محاسبه تنش برشی

$$(v_u)_{AB} = \frac{V_u}{b_0 d} \pm \frac{\gamma_v M_u c}{J} = \frac{159000}{1480 \times 140} \pm \frac{0.384 \times 58 \times 10^6 \times 149}{5.289 \times 10^9} = 0.767 + 0.627$$

$$= 1.395 \frac{N}{\text{mm}^2}$$

$$\phi v_c = 1.212$$

$$v_u \not\leq \phi v_c \quad N.G$$

محاسبات ۹۴

۵۶- در یک اتصال دال به ستون، لنگر خمشی متعادل نشده‌ای ناشی از بارهای ثقلی برابر 100 kN.m باید بین دال و ستون میانی یک ساختمان منتقل شود. قسمتی از این لنگر که با عملکرد خمشی منتقل می‌شود (برحسب kN.m) به کدامیک از مقادیر زیر نزدیکتر است؟ فرض کنید ابعاد مقطع ستون 400×400 میلی‌متر و ضخامت دال 200 میلی‌متر (d=150 mm) می‌باشد.

۱) 100      ۲) 60      ۳) 40      ۴) صفر

گزینه ۲

$$M_{vf} = \frac{M_u}{1 + \frac{2}{3} \sqrt{\frac{b_1}{b_2}}} = \frac{M_u}{1 + \frac{2}{3} \sqrt{\frac{b_1}{b_2}}} = \frac{100}{1 + \frac{2}{3} \sqrt{\frac{400+150}{400+150}}} = 60 \text{ kN.m}$$

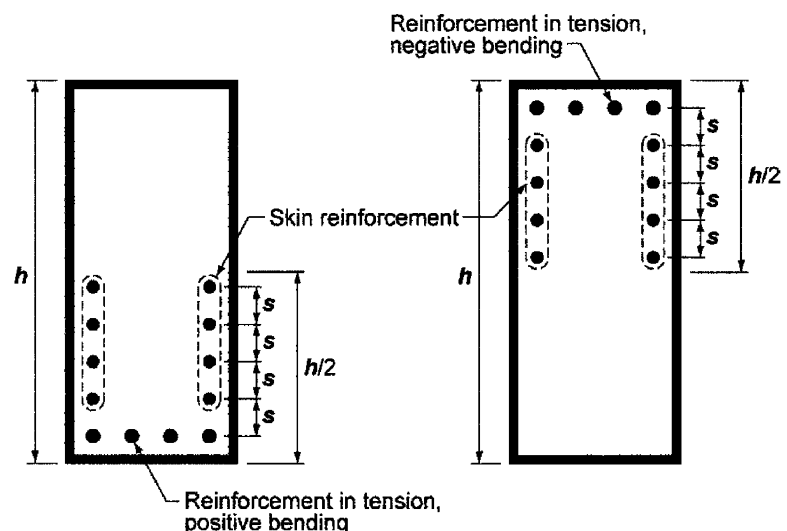
در تیرهای با عمق زیاد باید علاوه بر میلگردهای خمشی فوقانی و تحتانی تیر، در ارتفاع جان نیز باید میلگرد طولی اضافی قرار داده شود. این میلگردها جهت جلوگیری از گسترش عرض ترک در جان تیر می باشد. ساین لازم برای میلگرد پوستی در ایین نامه ACI318-2019 مشخص نشده است. فواصل قرار گیری میلگردها (s) مهم تر می باشد. مطابق بند زیر در تیرهای با عمق بیش از 900 mm باید از میلگرد گونه استفاده شود.

## 9.7—Reinforcement detailing

**9.7.2.3** For nonprestressed and Class C prestressed beams with  $h$  exceeding 900 mm, longitudinal skin reinforcement shall be uniformly distributed on both side faces of the beam for a distance  $h/2$  from the tension face. Spacing of skin reinforcement shall not exceed  $s$  given in 24.3.2, where  $c_c$  is the clear cover from the skin reinforcement to the side face. It shall be permitted to include skin reinforcement in strength calculations if a strain compatibility analysis is made.

**R9.7.2.3** For relatively deep beams, some reinforcement should be placed near the vertical faces of the tension zone to control cracking in the web (Frantz and Breen 1980; Frosch 2002), as shown in Fig. R9.7.2.3. Without such auxiliary reinforcement, the width of the cracks in the web may exceed the crack widths at the level of the flexural tension reinforcement.

The size of the skin reinforcement is not specified; research has indicated that the spacing rather than bar size is of primary importance (Frosch 2002). Bar sizes No. 10 to No. 16, or welded wire reinforcement with a minimum area of  $210 \text{ mm}^2$  per meter of depth, are typically provided.



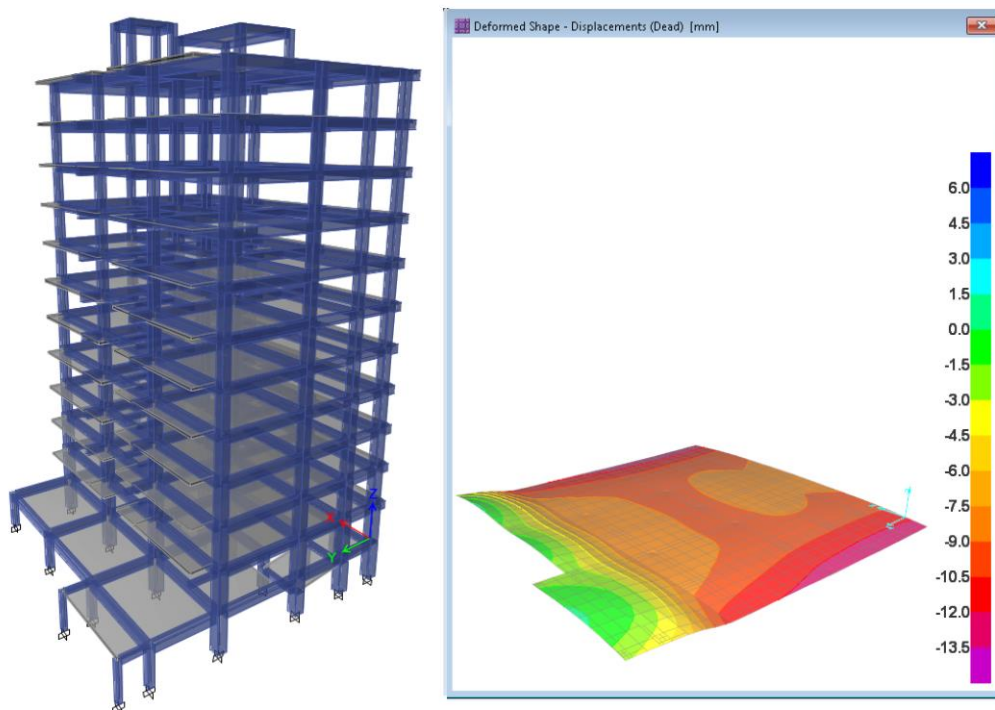
**Fig. R9.7.2.3**—Skin reinforcement for beams and joists with  $h > 900 \text{ mm}$ .

پی وظیفه انتقال نیروهای سازه به خاک را به عهده دارد. موارد زیر باید در طراحی پی مد نظر قرار گیرد:

۱- نشست (settlement): در حقیقت یکی از وظایف اصلی پی افزایش سطح تماس سازه با خاک می باشد به طوریکه تنشهای وارد بر خاک کاهش یابند. ابعاد پی باید به گونه ای انتخاب شود که تنش وارد بر خاک در محدوده مجاز نشست باشد.

۲- نشست غیر یکنواخت (differential settlement): یکی از موارد رایج که منجر به نشست غیر یکنواخت پی میشود مربوط به سازه هایی می باشد که سطح زیربنای آنها در ارتفاع تغییر میکند. برای مثال در شکل زیر وزن دهانه سمت چپ (که تنها یک طبقه میباشد) نسبت به بقیه سازه کم میباشد. در شکل سمت راست تغییر شکل سازه نشان داده شده است. در مواردی که تغییرشکل نسبی سازه بیش از حد مجاز باشد، باید طرح اصلاح شود. یک روش رایج این است که سازه تک دهانه سمت چپ از سازه اصلی جدا شود. پی این دو سازه نیز باید از هم جدا شوند.

توجه شود که نشست غیر یکنواخت تنها مربوط به مثل فوق نمی باشد و موارد دیگری نیز میتواند منجر به نشست غیر یکنواخت شود. برای نمونه اگر شمع های زیر یک پی گسترده به صورت غیر یکنواخت قرار داده شوند، ممکن است نشست غیر یکنواخت اتفاق افتد.



۳- ظرفیت باربری خاک (soil bearing capacity): علاوه بر کنترل تنش مجاز بر اساس نشست، باید گسیختگی خاک نیز کنترل شود. تنشهای وارد بر خاک باید کمتر از ظرفیت باربری خاک باشد.

۴- طراحی مقطع پی: مقطع پی باید مقاومت کافی در برابر نیروهای وارده داشته باشد. برای مثال باید مقاومت خمشی پی کنترل گردد. همچنین باید برش یک طرفه و نیز برش پانچ پی کنترل شود. در پی های نواری علاوه بر برش و خمش، گاهی لازم است پیچش وارد بر مقطع نیز کنترل گردد.

۵- در طراحی پی به مواردی مانند آپلیفت، لغزش و واژگونی نیز باید توجه ویژه شود.

به تعریف انواع پی در مبحث هفتم مقررات ملی ساختمان توجه کنید:

۷-۱-۳-۲ پی: به مجموعه بخش‌هایی از سازه و خاک در تماس با آن اطلاق می‌شود که انتقال بار بین سازه و زمین از طریق آن صورت می‌گیرد. پی‌ها عمدتاً به سه گروه تقسیم می‌شوند:

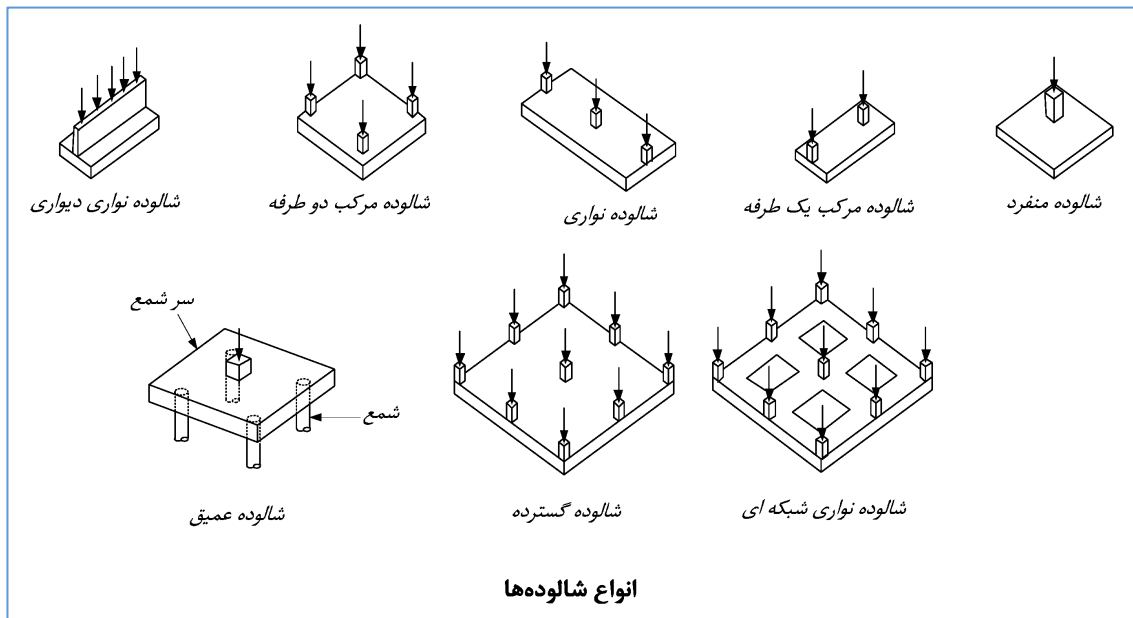
**الف- پی‌های سطحی:** به پی‌هایی گفته می‌شود که در عمق کم و نزدیک سطح زمین (عمق پی (D) کمتر از سه برابر عرض پی (B)  $\frac{D}{B} \leq 3$ ) ساخته می‌شوند. این پی‌ها شامل: پی‌های منفرد، نواری، شبکه‌ای و گسترده می‌باشند. جنس پی‌های سطحی ممکن است سنگی، بتنی و یا بتن آرمه باشند.

**ب- پی‌های عمیق یا شمع‌ها:** به پی‌هایی گفته می‌شود که نسبت عمق قرارگیری به کوچکترین بعد افقی آن‌ها از ۱۰ تجاوز کند ( $\frac{D}{B} \geq 10$ ). این پی‌ها شامل انواع شمع‌ها، دیوارک‌ها و دیوارهای جدا کننده می‌شوند. پی‌های عمیق در ساختمان‌ها معمولاً به وسیله یک سازه میانی، که کلاهک یا سر شمع نامیده می‌شود، بارهای سازه را به زمین منتقل می‌نمایند.

**پ- پی‌های نیمه عمیق:** به پی‌هایی گفته می‌شود که در حد فاصل بین پی‌های سطحی و پی‌های عمیق قرار دارند. پی‌های صندوقه‌ای معمولاً در این گروه قرار دارند و می‌توانند در جهت اطمینان مثل پی‌های سطحی طراحی شوند.

پی‌های سطحی زمانی استفاده میشوند که خاک زیر سازه در سطح تماس سازه با خاک، مقاومت کافی برای تحمل بارها را داشته باشد به طوری که دچار گسیختگی، آلیفت و یا نشست قابل توجه نشود. در مواردی که خاک ضعیفی داشته باشیم و یا در سازه‌های بلند که به علت وزن بالای آنها نیروی قابل توجهی به خاک وارد میشود، نیاز به پی‌های عمیق خواهیم داشت. پی‌های نواری و یا گسترده متعارف که در سازه‌ها استفاده میشوند جزو پی‌های سطحی و شمع‌ها جزو پی‌های عمیق محسوب میشوند.

شکل زیر برگرفته از مبحث نهم (بند ۹-۱۵-۱ مبحث نهم) میباشد. در این شکل انواع شالوده‌ها طبقه بندی شده اند.



شالوده گسترده و شالوده نواری شبکه‌ای یکی از رایج‌ترین شالوده‌ها می‌باشند که در ساختمان‌ها استفاده میشوند. توجه شود که نامگذاری فوق از دید سازه‌ای (سازه بتن پی) انجام شده است. از دید بحث خاک و ژئوتکنیک ممکن است نامگذاری متفاوتی داشته باشیم. برای نمونه از دید محاسبات خاک شالوده نواری شبکه‌ای در شکل فوق ممکن است نوعی شالوده گسترده محسوب شود.

توصیه میشود در صورت استفاده از پی‌های منفرد متعدد (در سازه‌هایی که دارای ستونهای متعدد هستند)، این پی‌ها توسط اجزای افقی به هم متصل شوند تا نسبت به هم حرکت افقی نداشته باشند و یکپارچه عمل کنند.

## ۲۳-۱- مدلسازی شالوده

اکثر مراجع اجازه می‌دهند که شالوده و روسازه جداگانه مدل و طراحی شوند. منظور از روسازه قسمتی از ساختمان می‌باشد که روی پی قرار می‌گیرد (ستونها، تیرها، دیوارها و ...). بدین منظور معمولاً پای ستونها و دیوارها به صورت گیردار فرض و مدل می‌شود. در این فرض در حقیقت هنگام مدلسازی و طراحی روسازه، پی صلب فرض می‌شود. سپس عکس‌العملهای تکیه‌گاهی روسازه تحلیل و محاسبه شده و در یک مدل مجزا به مجموعه شالوده و خاک زیر آن (که معمولاً به صورت فنرهای گسترده مدل می‌شود) اعمال شده و طراحی شالوده انجام می‌شود. به جای مدلسازی مجزای روسازه و پی میتوان در یک مدل واحد کل مجموعه را تحلیل و طراحی کرد. در این حالت مدلسازی صحیح خاک اهمیت خاصی خواهد داشت. این روش (مدلسازی همزمان روسازه و پی) در طراحی های رایج مهندسی عرف نیست.

## ۲۳-۲- طراحی میلگردهای شالوده

در پی های گسترده معمولاً از دو شبکه متعامد میلگرد در بالا و پایین پی استفاده می‌شود. در پی های گسترده با ضخامت زیاد علاوه بر میلگردهای فوقانی و تحتانی، میلگردهای جلدی نیز در لبه های پی لازم خواهد بود. در مورد قرار دادن میلگردهای جلدی، آیین نامه محدوده ای برای ضخامت پی ذکر نکرده و در این مورد بر اساس قضاوت مهندسی تصمیم گیری می‌شود. همچنین در نزدیکی ستونها و یا دیوارها ممکن است جهت مقابله با برش دوطرفه (پانچ) و یا یکطرفه از آرماتورهای برشی نیز استفاده شود.

در پی های نواری مطابق شکل سمت چپ، آرماتورگذاری پی شامل میلگردهای طولی فوقانی و تحتانی و نیز میلگرد های عرضی می‌باشد. وظیفه اصلی میلگردهای طولی تحمل خمش می‌باشد. این میلگردها همزمان نقش میلگرد افت و حرارت را نیز دارند. میلگردهای عرضی گاهی به صورت دو میلگرد L شکل و گاهی به صورت خاموت بسته (همانند تیرها) قرار داده می‌شود. میلگردهای عرضی علاوه بر اینکه نقش میلگرد افت و حرارت را دارند، در مواردی که برش یک طرفه مقطع پی زیاد باشد، به عنوان میلگردهای برشی عمل میکنند. در این حالت لازم است ساقهای قائم آنها حداقل های مربوط به میلگرد برشی را تامین کنند. در موارد خاصی ممکن است مقطع پی تحت پیچش قرار گیرد. در این حالت آرماتورهای عرضی و طولی برای پیچش نیز باید طراحی شوند.

به بندهای زیر از مبحث نهم توجه کنید. مقادیر لنگر و برش باید در مقاطع بحرانی کنترل گردد.

### ۹-۱۵-۲-۶ مقاطع بحرانی برای شالوده‌های سطحی و سر شمع‌ها

۹-۱۵-۲-۶-۱ مقدار  $M_u$  بسته به نوع عضو متکی بر شالوده در مقاطع بحرانی به شرح جدول

۹-۱۵-۱ محاسبه می‌شود.

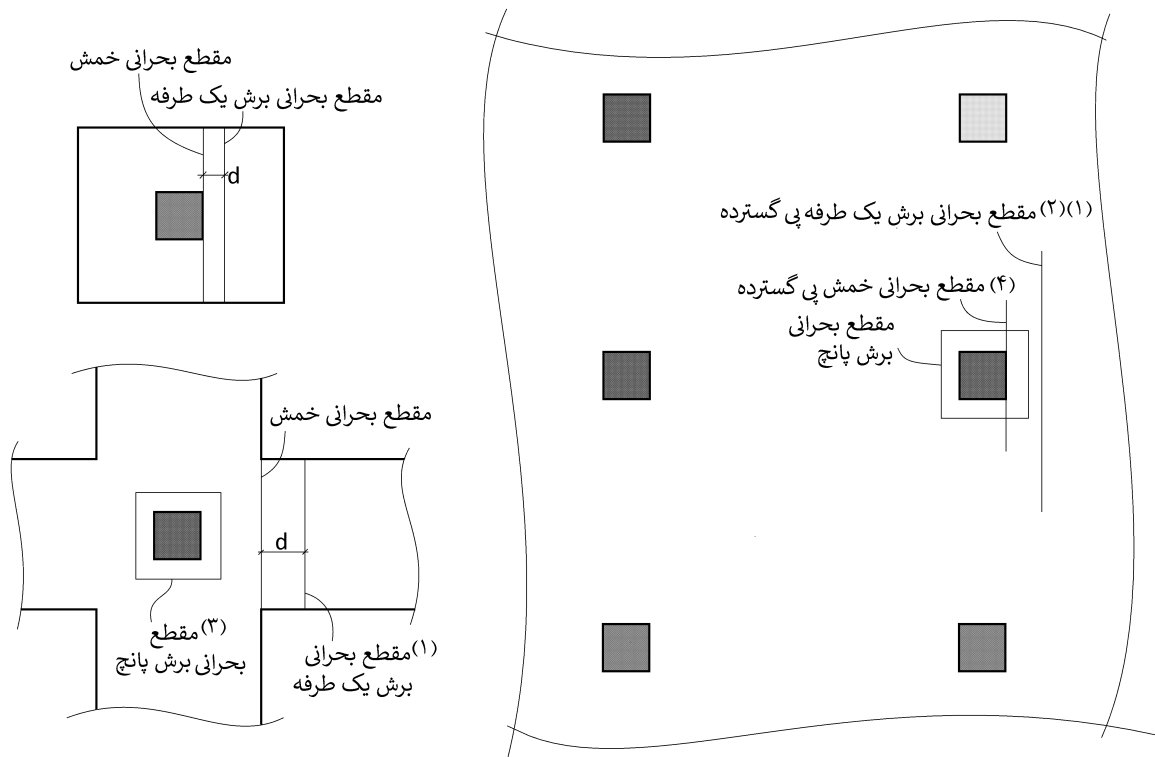
جدول ۹-۱۵-۱ محل مقطع بحرانی اعضای متکی به شالوده

عضو متکی	محل مقطع بحرانی
ستون یا ستون پایه	بَر ستون یا ستون پایه
ستون با کف ستون فولادی	وسط فاصله‌ی بَر ستون و لبه‌ی کف ستون فولادی
بتنی بَر دیوار	بَر دیوار
دیوار مصالح بنایی	وسط فاصله‌ی مرکز و بَر دیوار بنایی

۹-۱۵-۲-۶-۲ موقعیت مقطع بحرانی را برای برش ضریب‌دار در برش یک طرفه می‌توان به

فاصله‌ی  $d$  از محل مقطع بحرانی  $M_u$  مطابق بندهای ۹-۴-۹ و ۹-۱۰-۶-۴، و در برش دو طرفه به فاصله‌ی  $d/2$  از محل مقطع بحرانی  $M_u$  مطابق بند ۹-۱۰-۶-۴-۱ تعیین نمود.

۹-۱۵-۲-۶-۳ ستون‌ها یا ستون پایه‌های بتنی با مقطع دایره یا چند ضلعی منظم را می‌توان به عنوان اعضای با مقطع مربعی با مساحت معادل برای محاسبه‌ی محل‌های مقاطع بحرانی لنگر، برش و طول مهار می‌لگرد منظور نمود.



(۱) تحت بارهای ثقلی مقطع بحرانی برش به فاصله  $d$  از بر تکیه گاه می‌باشد ولی تحت ترکیب بارهای شامل زلزله ممکن است تکیه گاه تحت کشش قرار گرفته و در نتیجه مقطع بحرانی برش نیز باید در بر تکیه گاه در نظر گرفته شود. بنابراین توصیه میشود در جهت اطمینان مقطع بحرانی برش نیز در بر تکیه گاه منظور شود.

(۲) در پی‌های گسترده طبق توصیه برخی مراجع بهتر است یک عرض موثر برای کنترل برش یک طرفه در نظر گرفته شود. این عرض موثر میتواند فاصله بین مراکز ستونها باشد. همچنین در لبه‌های دیوارهای حائل بر روی پی برش یک طرفه به موازات دیوار باید کنترل گردد.

(۳) در پی های نواری شبکه ای در صورتی که محیط پانچ در خارج از محدوده بتن قرار گیرد، با توجه به اینکه برش یک طرفه کنترل خواهد شد، نیازی به کنترل برش پانچ نخواهد بود.

(۴) عرض موثر خمش عموماً بر اساس عرض نوارهای طراحی (نوار ستونی و نوار میانی) تعیین میشود.

### محاسبات ۹۷

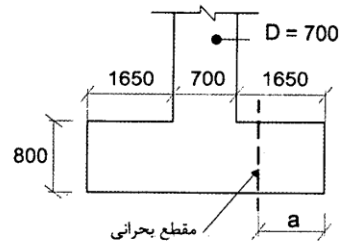
۳۴- فرض کنید یک پی منفرد به ابعاد  $4 \times 4 \times 0.8$  m در زیر یک ستون بتنی دایره‌ای به قطر 700

میلی‌متر قرار دارد. برای تعیین مقدار حداکثر لنگر خمشی در پی منفرد، فاصله مقطع بحرانی

تا بر پی (a) برحسب میلی‌متر به کدام یک از مقادیر زیر نزدیک‌تر است؟ (بتن از رده C25.

میلگردها از نوع S400 و در شکل ابعاد به میلی‌متر است. عمق موثر مقطع پی را برابر 700

میلی‌متر فرض کنید).



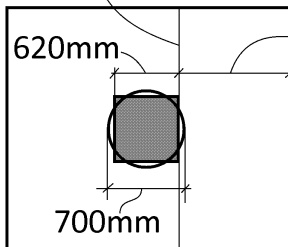
(۱) 1690

(۲) 1650

(۳) 1300

(۴) 950

مقطع بحرانی خمش



1690mm

گزینه ۱

مطابق بند زیر میتوان موقعیت مقطع بحرانی خمش را در بر یک ستون مربعی با مقطع در نظر گرفت. ابعاد ستون مربعی معادل برابر است با:

$$\begin{aligned} \frac{700^2}{4} &= c^2 \rightarrow c = 620 \text{ mm} \\ a &= \frac{4000 - 620}{2} = 1690 \text{ mm} \end{aligned}$$

۹-۱۵-۲-۶-۳ ستون‌ها یا ستون پایه‌های بتنی با مقطع دایره یا چند ضلعی منظم را می‌توان به عنوان اعضای با مقطع مربعی با مساحت معادل برای محاسبه‌ی محل‌های مقاطع بحرانی لنگر، برش و طول مهاریه میلگرد منظور نمود.

در سوال فوق در صورتی که تنش زیر پی برابر  $100 \frac{kN}{m^2} = 0.1 \text{ MPa} = 1 \frac{kg}{cm^2}$  باشد، حداکثر لنگر وارد بر مقطع پی را محاسبه کنید.

$$M_u = \frac{(q_u l_2) x^2}{2} = \frac{(100 \times 4) 1.690^2}{2} = 571 \text{ kN.m}$$

## ۴-۲۳- طراحی پی برای برش یک طرفه

معمولا طراحی پی ها به گونه انجام میشود که تا حد امکان نیاز به آرماتور برشی نباشد و بتن پی به تنهایی بتواند برش وارده را تحمل کند. در پی ها در صورتی که  $V_u \leq \phi V_c$  باشد، نیازی به استفاده از آرماتور برشی (خاموت) نخواهد بود. توجه شود که مقاومت برشی بتن در مقاطعی که فاقد خاموت هستند، در آیین نامه ویرایش ۹۹ (که بر اساس *ACI-318-19* نگاشته شده) نسبت به آیین نامه های قبلی کاهش قابل توجهی دارد.

مثال: شکل زیر پلان یک پی نواری (شبکه ای) با ابعاد  $1500mm \times 900mm$  و عمق موثر  $d = 830mm$  را نشان میدهد. برش (حاصل از پوش ترکیب بارهای ضریب دار) در فاصله  $d$  از بر تکیه گاه برابر  $V_u = 380kN$  میباشد. اگر درصد میلگرد طولی کششی پی برابر  $\rho = 0.002$  باشد داریم:

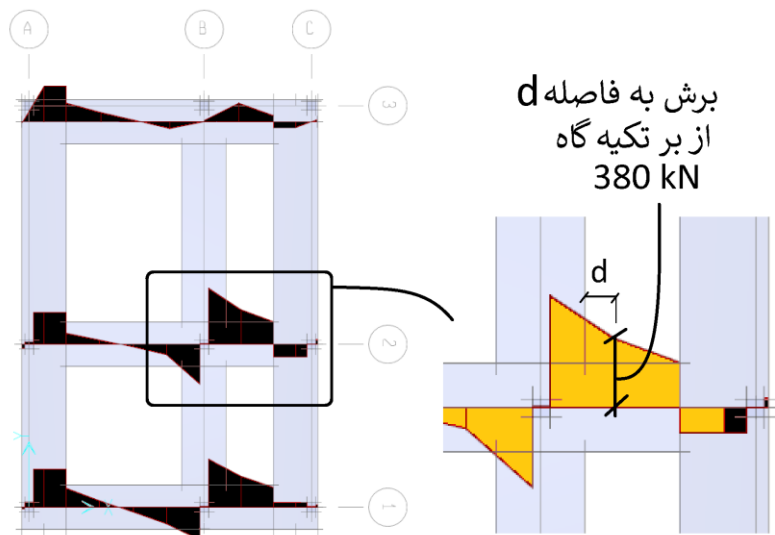
$$(V_u = 380kN) \leq (\phi 0.66 \rho^{0.333} \sqrt{f_c} \times bd = 0.75 \times 0.66 \times 0.002^{0.333} \sqrt{25} \times 1500 \times 830 = 389kN)$$

در نتیجه در این پی نیازی به آرماتور عرضی برشی نداریم.

باید توجه شود که حتی در پی هایی که نیاز به آرماتور برشی ندارند، باید آرماتور عرضی حداقل افت و حرارت قرار داده شود. در صورتی که خمش عرضی پی ناچیز باشد، قرار دادن میلگرد افت و حرارت برای میلگردهای عرضی کافی خواهد بود. در صورت استفاده از  $\phi 16@200mm$  به صورت میلگرد  $U$  شکل (در بالا و پایین) خواهیم داشت:

$$\frac{2 \left( \pi \times \frac{16^2}{4} \right)}{200 \times 900} = 0.0022 > 0.0018 \quad OK$$

به جای استفاده از جفت میلگرد  $U$  شکل میتوان همانند تیرها از خاموت های بسته به عنوان میلگرد عرضی استفاده نمود.



- در پی های گسترده مربوط به سازه هایی که دارای دیوار بتنی میباشند نیز به موازات دیوارهای بتنی (به خصوص دیوارهای حائل) در راستای عمود بر دیوار ممکن است برش قابل توجهی در پی ایجاد شود. مهندسین باید توجه خاصی به این برش داشته باشند و در صورتی که برش وارده بیش از مقاومت بتن باشد، لازم است ضخامت پی افزایش یابد و یا اینکه از آرماتور برشی استفاده شود.

## ۵-۲۳- طراحی پی برای خمش



### 13.3.3 Two-way isolated footings

**13.3.3.1** The design and detailing of two-way isolated footings shall be in accordance with this section and the applicable provisions of Chapter 7 and Chapter 8.

**13.3.3.2** In square two-way footings, reinforcement shall be distributed uniformly across entire width of footing in both directions.

**13.3.3.3** In rectangular footings, reinforcement shall be distributed in accordance with (a) and (b):

(a) Reinforcement in the long direction shall be distributed uniformly across entire width of footing.

(b) For reinforcement in the short direction, a portion of the total reinforcement,  $\gamma_s A_s$ , shall be distributed uniformly over a band width equal to the length of short side of footing, centered on centerline of column or pedestal. Remainder of reinforcement required in the short direction,  $(1 - \gamma_s) A_s$ , shall be distributed uniformly outside the center band width of footing, where  $\gamma_s$  is calculated by:

$$\gamma_s = \frac{2}{(\beta + 1)} \quad (13.3.3.3)$$

where  $\beta$  is the ratio of long to short side of footing.

سراسری ۹۶

۱۲۴- یک شالوده منفرد به شکل مستطیل با ابعاد ۲×۳ متر در پلان، بار ستونی به ابعاد مقطع ۶۰۰×۶۰۰ mm در وسط خود به زمین منتقل می‌نماید. بر اساس محاسبات مقاومت خمشی، در امتداد عرضی ۲۰ میلگرد به قطر هر یک ۱۸ میلی‌متر لازم شده است. در توار عرضی به عرض یک متر و طول دو متر که به صورت متقارن نسبت به محور ستون و در زیر ستون می‌باشد، چند میلگرد باید قرار گیرد؟

- ۱۰ (۱)
- ۹ (۲)
- ۸ (۳)
- ۷ (۴)

گزینه ۳

$$\gamma_s = \frac{2}{\left(\frac{3}{2} + 1\right)} = 0.8$$

تعداد میلگردها در ۲ متر میانی پی ۱۶ عدد می باشد:

$$0.8 \times 20 = 16$$

بنابراین در یک متر میانی باید ۸ عدد میلگرد قرار داده شود.

طبق بند زیر در صورتی که مقطع ستون مستطیلی شکل نباشد، مقطع بحرانی را می توان بر اساس مقطع معادل مربعی (با مساحت مساوی) محاسبه کرد.

### **14.4.3 Footings**

#### **14.4.3.1 General**

**14.4.3.1.1** For footings supporting circular or regular polygon-shaped concrete columns or pedestals, it shall be permitted to assume a square section of equivalent area for determining critical sections.

## مبحث نهم (ویرایش ۹۹)

## ۳-۱۵-۹ شالوده‌های سطحی

## ۱-۳-۱۵-۹ کلیات

۷-۱-۳-۱۵-۹ در تعیین میلگردهای حداقل خمشی در شالوده‌های سطحی، ضوابط دال‌های یک طرفه برای شالوده‌های سطحی با عمل کرد یک طرفه، و ضوابط دال‌های دو طرفه برای شالوده‌های سطحی با عمل کرد دو طرفه ملاک محاسبه می‌باشند. تیرهای روی زمین و تیرهای باسکولی از ضوابط تیرها پیروی میکنند.

## ۹-۹ دال‌های یک طرفه

## ۶-۹-۹ آرماتور گذاری

۱-۶-۹-۹ حداقل آرماتور خمشی،  $A_{s,min}$  در وجه کششی، باید برابر با  $0.0018A_g$  در نظر گرفته شود.

## ۱۰-۹ دال‌های دو طرفه

## ۷-۱۰-۹ آرماتور گذاری در دال‌ها

۲-۱-۷-۱۰-۹ حداقل آرماتور خمشی در دال‌های دو طرفه

الف- حداقل مساحت آرماتور خمشی،  $A_{s,min}$  برابر با  $0.0018A_g$  بوده و یا از رابطه‌ی (۳-۱۰-۹) محاسبه می‌شود. این آرماتور باید در نزدیکی سطح کششی در جهت دهانه، و در عرض دال ( $b_{slab}$ ) تعبیه شود.

- مثال: پی گسترده به ضخامت  $h=80\text{cm}$  و عمق موثر  $d=73\text{cm}$  و میلگردهای طولی از نوع S400، و با فرض استفاده از  $\phi 20$  به عنوان میلگرد طولی، حداکثر فاصله مجاز میلگردهای طولی در پی (جهت رعایت حداقل میلگرد خمشی) چقدر است؟

$$\frac{A_s}{A_g} = \frac{A_s}{Sh} = \frac{314\text{mm}^2}{S \times 800} \geq 0.0018 \quad \rightarrow \quad S < 218 \text{ mm} \quad \rightarrow \quad \text{USE } \phi 20@200\text{mm}$$

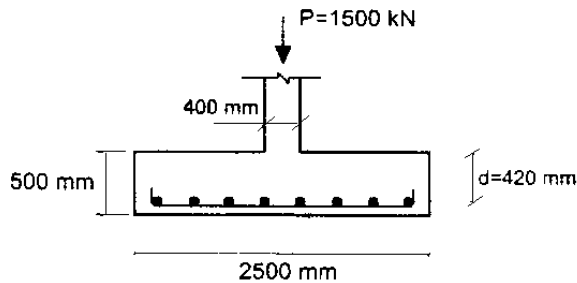
با توجه به اینکه به علت رفت و برگشتی بودن زلزله هر دو وجه پی ممکن است به کشش بیفتند، هم در وجه فوقانی و هم در وجه تحتانی حداقل میلگرد خمشی پی  $\phi 20@200\text{mm}$  خواهد بود

- مثال: در یک پی نواری به ابعاد  $b \times h = 1500 \times 600 \text{ mm}$  و عمق موثر پی برابر  $d=530 \text{ mm}$  میلگرد طولی از نوع S400 و با فرض استفاده از  $\phi 20$  به عنوان میلگرد طولی، حداقل تعداد میلگردهای طولی را تعیین کنید.

$$\frac{A_s}{A_g} = \frac{A_s}{bh} = \frac{n \times 3.14 \times \frac{20^2}{4}}{1500 \times 600} \geq 0.0018 \quad n \geq 5.15 \quad \rightarrow \quad \text{USE } 6\phi 20$$

با توجه به اینکه به علت رفت و برگشتی بودن زلزله هم لنگر مثبت و هم لنگر منفی داشته باشیم، هم در وجه فوقانی و هم در وجه تحتانی می‌توان به عنوان حداقل از  $6\phi 22$  استفاده شود (در مجموع  $12\phi 22$ ).

۱۹- مقدار آرمانور خمشی لازم در هر راستا برای پی منفرد مربعی شکل زیر تحت بار طراحی ستون بتنی برابر  $P_u=1500 \text{ kN}$  به کدامیک از مقادیر زیر نزدیک تر است؟ (از وزن پی و بار روی آن صرف نظر شود. همچنین بتی از رده C25 و میلگرد از نوع S400 فرض شود).



$$A_s = 15 \times 10^2 \text{ mm}^2 \quad (۱)$$

$$A_s = 24 \times 10^2 \text{ mm}^2 \quad (۲)$$

$$A_s = 19 \times 10^2 \text{ mm}^2 \quad (۳)$$

$$A_s = 28 \times 10^2 \text{ mm}^2 \quad (۴)$$

گزینه ۲

$$q_u = \frac{1500}{2.5 \times 2.5} = 240 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

در محاسبات زیر (با توجه به درصد پایین میلگرد لازم) به صورت تقریبی بازوی خمش ( $Z$ ) برابر  $Z=0.95d$  فرض شده است:

$$M_u = \frac{q_u L^2}{2} = \frac{240 \times 1.05^2}{2} = 132.3 \text{ kN.m} < (\phi M_n = \phi A_s F_y Z = 0.9 A_s \times 400 \times (0.95 \times 420))$$

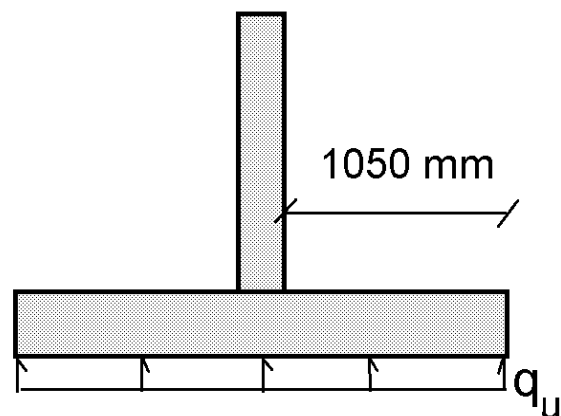
$$A_s = \frac{132.3 \times 10^6}{0.9 \times 400 \times (0.95 \times 420)} = 921 \text{ mm}^2$$

مساحت فوق مربوط به مساحت میلگردها در یک متر عرض پی است. با توجه به اینکه عرض پی برابر ۲.۵ متر می باشد، مساحت کل لازم در عرض ۲.۵ m برابر است با:

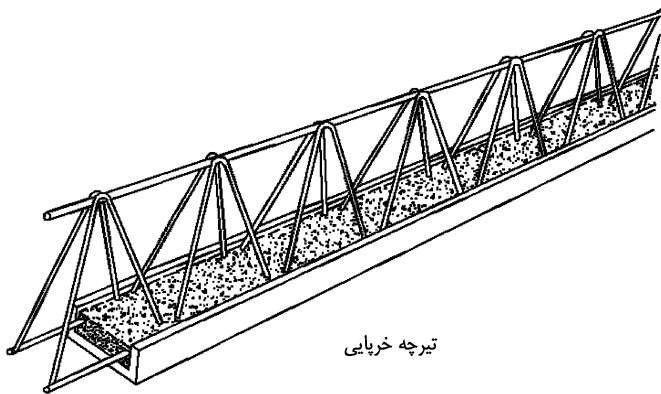
$$A_s = 921 \times 2.5 = 2302 \text{ mm}^2$$

کنترل آرمانور حداقل:

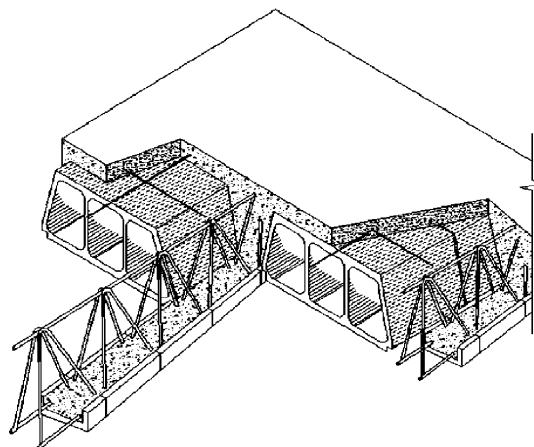
$$\frac{A_s}{bh} \geq 0.0018 \rightarrow \frac{A_s}{2500 \times 500} \geq 0.0018 \rightarrow A_s \geq 20250 \text{ mm}^2$$



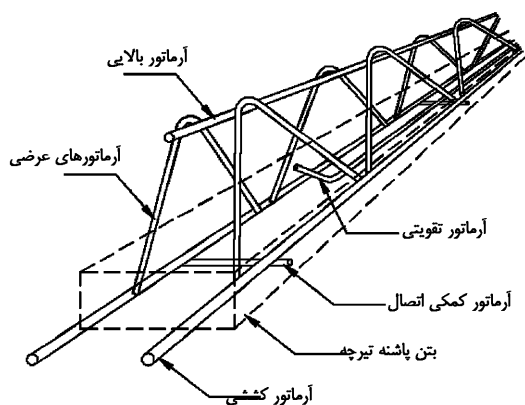




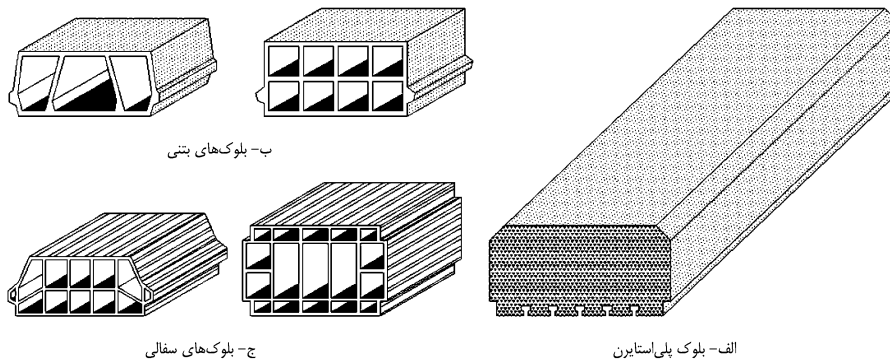
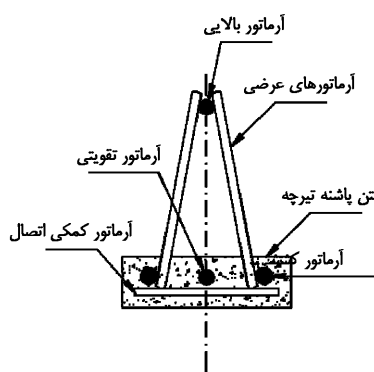
تیرچه خرابایی



سقف تیرچه و بلوک با تیرچه ی بتنی



اجزای تیرچه پیش ساخته خرابایی



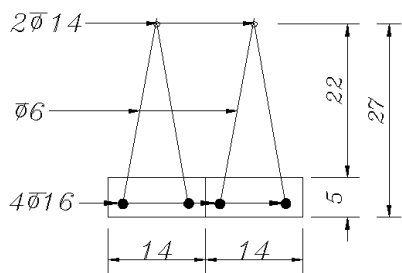
ب- بلوکهای بتنی

ج- بلوکهای سفالی

الف- بلوک پلی استایرن



ضوابط طراحی تیرچه های مربوط به تیرچه بلوک را طی حل یک مثال مطرح کرده ام.



دهانه تیرچه: 7.5m

نوع سقف: تیرچه فوم

ارتفاع کل تیرچه: 300 mm

فاصله خالص بین تیرچه ها: 500 mm

فاصله مرکز تا مرکز تیرچه ها: 700 mm

میلگردهای طولی:  $F_y=300\text{MPa}$

- میلگردهای طولی بسته به سایز میلگرد ممکن است S400 باشد (به ویژه برای سایز  $\phi 14$  و  $\phi 16$ ). با توجه به اینکه در تیرچه های بلند خیز تعیین کننده مساحت میلگردهای کششی خواهد بود، برای طرح اولیه بر اساس خمش بهتر است تنش تسلیم میلگردها  $F_y=300\text{MPa}$  فرض شود (حتی اگر در اجرا S400 استفاده شود).

بتن:  $f'_c = 20\text{MPa}$

شهر: تبریز ( $A=0.35$ )

۲-۲۴- محاسبه بار گسترده وارد بر تیرچه

بار مرده طبقه:

$0.01 \times 21 = 0.21\text{kPa}$	۱) سرامیک
$0.03 \times 21 = 0.63\text{kPa}$	۲) ملات ماسه سیمان
$0.1 \times 6 = 0.6\text{kPa}$	۳) فوم بتن
$0.06\text{kPa}$	۴) یونولیت
$0.5\text{kPa}$	۵) سقف کاذب یا ۳ سانتیمتر گچ و خاک
$1\text{kPa}$	۶) وزن تیغه بندی
$3\text{kPa}$	جمع کفسازی + تیغه بندی
$\left(0.25 \times 0.2 \times \frac{1}{0.7} + 0.05 \times 1\right) 25 = 3.0357\text{kPa}$	وزن بتن تیرچه ها

$$D + SD + P = 3 + 3.0357 =$$

بار مرده تیرچه + کفسازی + تیغه بندی

$$6.03571\text{ kN}$$

$$L = 2 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

بار زنده مسکونی:

$$EV = 0.6AIW_p = 0.6AI(D + SD + P + L) = 0.6 \times 0.35 \times 1 \times (6.03571) =$$

$$1.2675 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

- از عوامل مهم تاثیر گذار بر وزن مرده سقف، نوع کف سازی (فوم بتن باشد یا بتن سبک باشد یا...) و نیز نوع پر کننده (یونولیت باشد یا سفال باشد یا...) می باشد. بنابراین مسلماً اگر سقف از نوع تیرچه+سفال باشد، بار مرده آن افزایش خواهد یافت.

همچنین اگر کفسازی با بتن سبک باشد، بار مرده کفسازی افزایش خواهد یافت.

- در محاسبات فوق وزن مرده کف سازی برابر  $2.0 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$  بدست آمده است. راهنمای نظام مهندسی تهران الزام کرده است که وزن مرده کف سازی کمتر از  $2 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$  در نظر گرفته نشود. انتخاب جزئیات ساخت سقف و محاسبات آن بر اساس تجربه طراح و سبک رایج در منطقه تعیین می شود.

محاسبه بار ضریب دار:

جدول ترکیب بارهای ارائه شده در ACI-318-19 در شکل زیر ارائه شده است.

Table 5.3.1—Load combinations

Load combination	Equation	Primary load
$U = 1.4D$	(5.3.1a)	$D$
$U = 1.2D + 1.6L + 0.5(L_r \text{ or } S \text{ or } R)$	(5.3.1b)	$L$
$U = 1.2D + 1.6(L_r \text{ or } S \text{ or } R) + (1.0L \text{ or } 0.5W)$	(5.3.1c)	$L_r \text{ or } S \text{ or } R$
$U = 1.2D + 1.0W + 1.0L + 0.5(L_r \text{ or } S \text{ or } R)$	(5.3.1d)	$W$
$U = 1.2D + 1.0E + 1.0L + 0.2S$	(5.3.1e)	$E$
$U = 0.9D + 1.0W$	(5.3.1f)	$W$
$U = 0.9D + 1.0E$	(5.3.1g)	$E$

$$q_u = \text{Max} \left\{ \begin{array}{l} 1.4D = 1.4 \times (6.0357) = 8.45 \text{ kN} \\ 1.2D + 1.6L = (1.2 \times 6.0357) + (1.6 \times 2) = 10.44 \text{ kPa} \\ 1.2D + L + EV = (1.2 \times 6.0357) + (1 \times 2) + (1.2675) = 10.51 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \end{array} \right\} = 10.51 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

- توجه شود که بار گسترده فوق بر واحد سطح محاسبه شده است. با توجه به اینکه فواصل آکس تا آکس تیرچه از هم 0.7m فرض شده است، سهم بارگیر هر تیرچه برابر 0.7m خواهد بود و بنابراین بار گسترده خطی وارد بر هر تیرچه برابر خواهد بود با:

$$q_u = 10.51 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \rightarrow \text{بار گسترده خطی وارد بر تیرچه} = 10.51 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \times 0.7\text{m} = 7.357 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$



9.8—Nonprestressed one-way joist systems

9.8.1 General

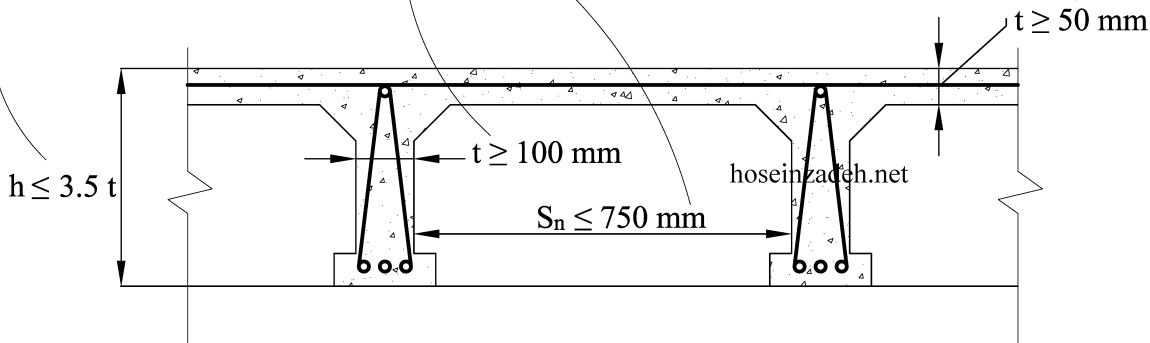
9.8.1.1 Nonprestressed one-way joist construction consists of a monolithic combination of regularly spaced ribs and a top slab designed to span in one direction.

9.8.1.2 Width of ribs shall be at least 100 mm at any location along the depth.

9.8.1.3 Overall depth of ribs shall not exceed 3.5 times the minimum width.

9.8.1.4 Clear spacing between ribs shall not exceed 750 mm.

9.8.3.1 If fillers not complying with 9.8.2.1 or removable forms are used, slab thickness shall be at least the greater of one-twelfth the clear distance between ribs and 50 mm.

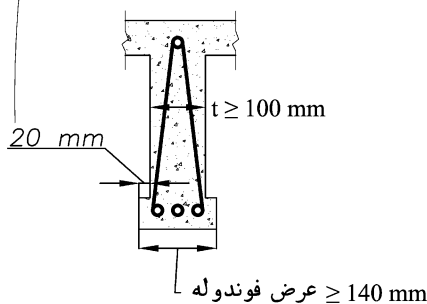


• رایج ترین ارتفاع h (ضخامت کل بتن سقف) برای دهانه های متعارف (تا حدود 7.5m) برابر h=300 mm می باشد.

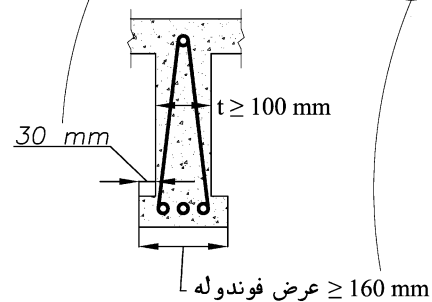
• یکی از موارد مهم اجرایی عدم تامین حداقل ضخامت t در شکل فوق می باشد.

○ متاسفانه عرض پاشنه یونولیت ها بیشتر موارد حدود 30 mm میباشد. در این حالت برای تامین ضخامت حداقل عرض فوندوله باید مطابق شکل سمت راست برابر 160 mm باشد.

عرض تکیه گاه سفال و یا بلوک سیمانی حدود ۲۰ میلی متر میباشد. در این حالت برای تامین حداقل ضخامت عرض فوندوله باید ۱۴۰ میلی متر انتخاب شود.



عرض تکیه گاه یونولیت ها حدود ۳۰ میلی متر میباشد. در این حالت برای تامین حداقل ضخامت عرض فوندوله باید ۱۶۰ میلی متر انتخاب شود.



در عمل چنین عرضی اجرا نمی شود و بنابراین در اکثر موارد ضخامت جان کمتر از ۱۰۰ میلی متر اجرا میشود.

• در رابطه با مطلب صفحه قبل به بند های زیر از استاندارد 1-2909 (۱۳۹۵) توجه کنید:

۳-۲-۵ ویژگی پاشنه تیرچه

۲-۳-۲-۵ عرض قسمت بالایی پاشنه تیرچه برای تیرچه‌هایی که با بلوک‌های سقفی سفالی یا بتنی به کار برده می‌شوند، نباید از ۱۲ سانتی‌متر و برای تیرچه‌هایی که با سایر بلوک‌های سقفی استفاده می‌شوند نباید از ۱۴ سانتی‌متر کم‌تر باشد.

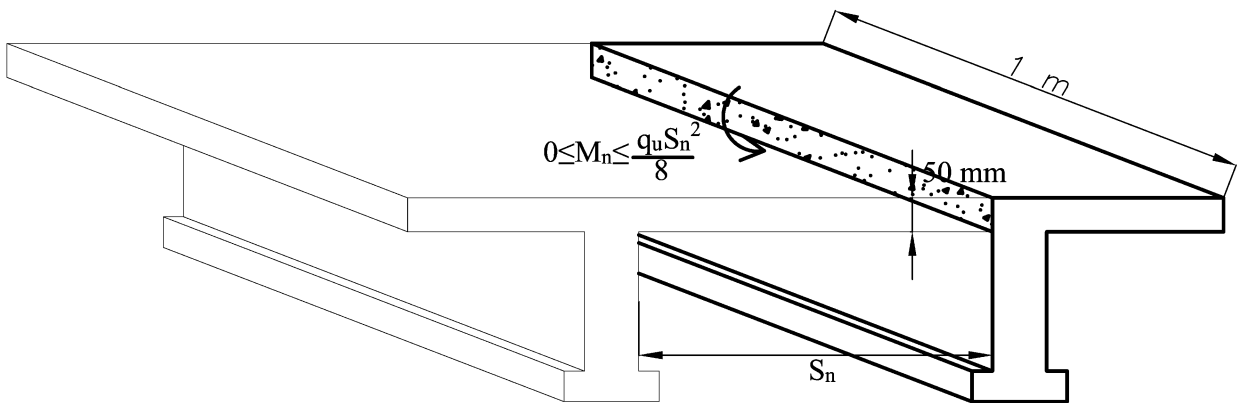
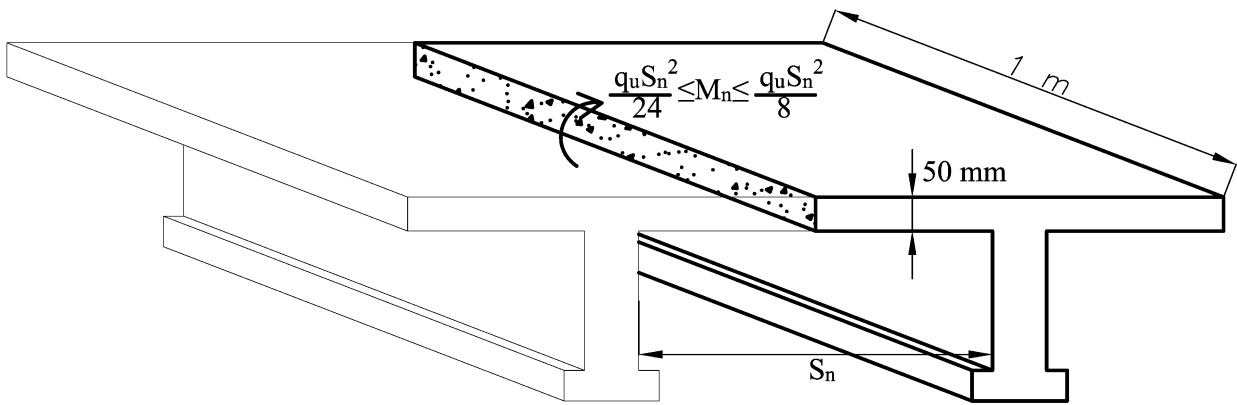
۳-۳-۲-۵ عرض نشیمنگاه بلوک‌ها برای تیرچه‌هایی که با بلوک‌های سقفی سفالی یا بتنی به کار برده می‌شوند، نباید از ۱۵ میلی‌متر و برای تیرچه‌هایی که با سایر بلوک‌های سقفی استفاده می‌شوند نباید از ۳۰ میلی‌متر کم‌تر باشد.

۶-۳-۲-۵ ضخامت پوشش بتنی روی میلگردها نباید کم‌تر از مقادیر زیر باشد:

- قطر اسمی میلگردها؛

- بزرگترین اندازه اسمی سنگدانه تا ۳۲ میلی‌متر یا ۵ میلی‌متر بیشتر از بزرگترین اندازه اسمی سنگدانه-های بزرگتر از ۳۲ میلی‌متر؛

۷-۳-۲-۵ حداقل ضخامت پاشنه بتنی باید ۴ سانتی‌متر و حداکثر آن ۵٫۵ سانتی‌متر باشد و نباید از قطر اسمی بزرگترین میلگرد کششی به اضافه ۳۰ میلی‌متر کم‌تر باشد.



بسته به شرایط تکیه گاهی لنگر در وسط و انتهای دال ۵ سانتی ممکن است بین صفر تا  $\frac{q_u S_n^2}{8}$  متغیر است. در مقطع فوق میلگرد خمشی نداریم (تنها میلگرد افت و حرارت داریم که در ادامه محاسبه خواهد شد). بنابراین باید مقطع بدون احتساب میلگرد بتواند پاسخگوی لنگر وارد بر آن باشد.

دال بتنی ۵ سانتی مابین تیرچه ها غیر مسلح می باشد و باید بتن غیر مسلح توانایی تحمل بار را داشته باشد. برای کنترل این قسمت از دال می توان از فصل مربوط به بتن غیر مسلح در ACI استفاده کرد.

#### CHAPTER 14—PLAIN CONCRETE

##### 14.5.2 Flexure

14.5.2.1  $M_n$  shall be the lesser of Eq. (14.5.2.1a) calculated at the tension face and Eq. (14.5.2.1b) calculated at the compression face:

$$M_n = 0.42\lambda\sqrt{f'_c}S_m \quad (14.5.2.1a)$$

$$M_n = 0.85f'_cS_m \quad (14.5.2.1b)$$

where  $S_m$  is the corresponding elastic section modulus.

برای مثال با فرض اینکه  $t = 50 \text{ mm}$ ;  $S_n = 500 \text{ mm}$ ;  $f'_c = 20 \text{ MPa}$

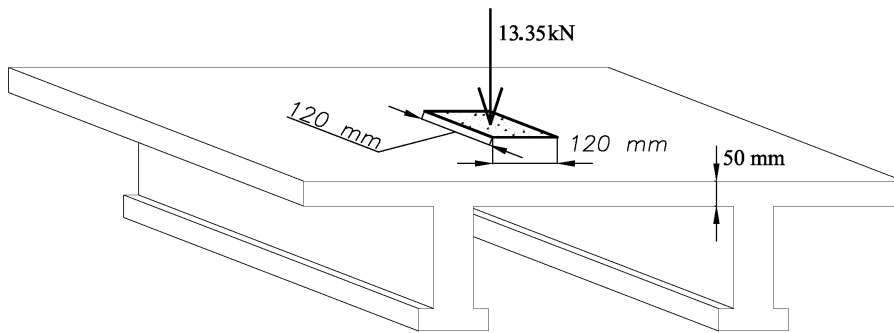
$$\left. \begin{aligned} M_u &= \frac{7.357 \times 0.5^2}{8} = 0.23 \text{ kN.m} \\ \phi M_n &= 0.6 \times 0.42\sqrt{20} \times \frac{1000 \times 50^2}{6} = 469574 \text{ N.mm} = 0.47 \text{ kN.m} \end{aligned} \right\} 0.23 < 0.47 \quad \text{OK.}$$

- در مثال صفحه قبل طول آزاد دال برابر  $S_n=500$  mm بود. در مواردی که فاصله تیرچه ها زیاد باشد (در سقف هایی غیر از تیرچه بلوک)، ضخامت لازم دال نیز افزایش میابد. با افزایش ضخامت دال امکان استفاده از میلگرد خمشی مهیا میشود. در این موارد طراح میتواند مقاومت خمشی دال را به جای فصل چهار (در صفحه قبل) از روابط متعارف برای بتن مسلح محاسبه کند. بند زیر از ACI-318-19 به این مورد اشاره دارد:

**9.8.1.7 Reinforcement perpendicular to the ribs shall be provided in the slab as required for flexure, considering load concentrations, and shall be at least that required for shrinkage and temperature in accordance with 24.4.**

- در سیستم تیرچه بلوک رایج در ایران با توجه به ضخامت کم (50 mm) دال بتنی عملا نمی توان از بتن مسلح استفاده کرد. چون تنظیم موقعیت میلگرد در اجرا میسر نیست. بنابراین بهتر است با صرف نظر کردن از میلگرد قرار داده شده، مقاومت مقطع را بر اساس روابط مقطع غیر مسلح (صفحه قبل محاسبه نمود).

## ۵-۲۴- کنترل دال بتنی ۵ سانتیمتری برای برش پانچ



- در کاربری مسکونی بار متمرکز قابل توجهی نداریم و مسلماً از نظر برش پانچ در دال ۵ سانتی مشکلی نخواهیم داشت.
- یکی از موارد رایج که ممکن است دال ۵ سانتی سقف تیرچه بلوک در معرض برش پانچ قرار گیرد، مربوط به کاربری پارکینگ می باشد. متن زیر مربوط به **ASCE7-16** میباشد که در آن عنوان شده برای پارکینگ های سبک کف باید برای بار متمرکز 13.35kN با ابعاد 114mm کنترل شود:

## 4.10 GARAGE LOADS

**4.10.1 Passenger Vehicle Garages.** Floors in garages or portions of a building used for the storage of motor vehicles shall be designed for the uniformly distributed live loads of Table 4.3-1 or the following concentrated load: (1) for garages restricted to passenger vehicles accommodating not more than nine passengers, 3,000 lb (13.35 kN) acting on an area of 4.5 in. by 4.5 in. (114 mm by 114 mm); and (2) for mechanical parking structures without slab or deck that are used for storing passenger vehicles only, 2,250 lb (10 kN) per wheel.

بند زیر مربوط به **ACI-318-19** در رابطه با کنترل برش پانچ بتن غیر مسلح میباشد:

## CHAPTER 14—PLAIN CONCRETE

## 14.5—Design strength

## 14.5.5 Shear

14.5.5.1  $V_n$  shall be calculated in accordance with Table 14.5.5.1.

Table 14.5.5.1—Nominal shear strength

Shear action	Nominal shear strength $V_n$		
One-way	$0.11\lambda\sqrt{f'_c}b_w h$		(a)
Two-way	Lesser of:	$0.11\left(1 + \frac{2}{\beta}\right)\lambda\sqrt{f'_c}b_o h$ <sup>[1]</sup>	(b)
		$0.22\lambda\sqrt{f'_c}b_o h$	(c)

<sup>[1]</sup> $\beta$  is the ratio of long side to short side of concentrated load or reaction area.

## 14.4.3.4 Factored two-way shear

14.4.3.4.1 For two-way shear, critical sections shall be located so that the perimeter  $b_o$  is a minimum but need not be closer than  $h/2$  to (a) through (c):

- Location defined in Table 14.4.3.2.1
- Face of concentrated loads or reaction areas
- Changes in footing thickness

Table 21.2.1—Strength reduction factors  $\phi$ 

Action or structural element	$\phi$	Exceptions
(i) Plain concrete elements	0.60	—

$$P_u = 1.6 \text{ Live} \leq \phi V_n = \phi \times 0.22 \times \lambda \sqrt{f'_c} b_o h$$

$$13.35 \times 1.6 \leq 0.6 \times 0.22 \times 1 \times \sqrt{20} (4 \times (114 + 50)) \times 50$$

$$21.36 \text{ kN} \leq 19.36 \text{ kN} \quad \text{Not Good}$$

متاسفانه دال بتنی ۵ سانتی با فرض  $f'_c = 20 \text{ MPa}$  پاسخگوی کنترل برش پانچ برای بار متمرکز در پارکینگ سبک نمی باشد. تکرار محاسبات با فرض ضخامت  $h=60 \text{ mm}$ :

$$21.36 \leq 0.6 \times 0.22 \times 1 \times \sqrt{20} (4 \times (114 + 60)) \times 60 = 24.65 \text{ kN} \quad \text{OK}$$

- در نشریه ۵۴۳ توصیه شده است حداقل ضخامت  $h=80 \text{ mm}$  برای کاربری پارکینگ استفاده شود.

- مطابق بند زیر حداقل میلگرد افت و حرارت باید در دال بتنی قرار داده شود:

#### 24.4—Shrinkage and temperature reinforcement

24.4.1 Reinforcement to resist shrinkage and temperature stresses shall be provided in one-way slabs in the direction perpendicular to the flexural reinforcement in accordance with 24.4.3 or 24.4.4.

##### 24.4.3 Nonprestressed reinforcement

24.4.3.1 Deformed reinforcement to resist shrinkage and temperature stresses shall conform to Table 20.2.2.4(a) and shall be in accordance with 24.4.3.2 through 24.4.3.5.

24.4.3.2 The ratio of deformed shrinkage and temperature reinforcement area to gross concrete area shall be greater than or equal to 0.0018.

24.4.3.3 The spacing of deformed shrinkage and temperature reinforcement shall not exceed the lesser of  $5h$  and 450 mm.

Table 20.2.2.4(a)—Nonprestressed deformed reinforcement

Usage	Application		Maximum value of $f_y$ or $f_{yt}$ permitted for design calculations, MPa	Applicable ASTM specification			
				Deformed bars	Deformed wires	Welded wire reinforcement	Welded deformed bar mats
Flexure; axial force; and shrinkage and temperature	Special seismic systems	Special moment frames	550	A706 <sup>[2]</sup>	Not permitted	Not permitted	Not permitted
		Special structural walls <sup>[1]</sup>	690				
	Other		690 <sup>[3][4]</sup>	A615, A706, A955, A996, A1035	A1064, A1022	A1064, A1022	A184 <sup>[5]</sup>

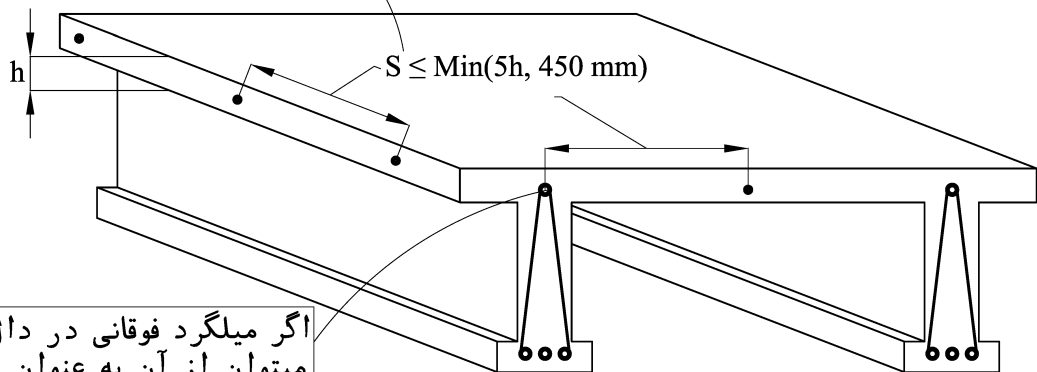
- مطابق بند و جدول فوق، برای آرماتور افت حرارت میتوان از موارد زیر استفاده کرد
  - میلگرد آجدار
  - سیم آجدار
  - شبکه جوشی ساخته شده از سیم ساده
  - شبکه آجدار جوشی
- توجه شود که مطابق جدول فوق استفاده از آرماتور ساده (بدون آج) به عنوان میلگرد افت و حرارت مجاز نیست.

$$1\phi6@250mm \rightarrow \rho = \frac{28.26}{50 \times 250} = 0.00226 > 0.0018 \text{ OK}$$

گرچه از نظر آیین نامه  $1\phi6@250mm$  به عنوان آرماتور افت و حرارت کافی می باشد، منتها باید توجه داشت که میلگردهای افت و حرارت باید آجدار باشند و میلگرد  $\phi6$  آجدار موجود نمی باشد. بنابراین به لحاظ اجرایی بهتر است از  $1\phi8@250mm$  استفاده شود.

- حداکثر فاصله بین میلگردهای افت و حرارت  $5h$  می باشد که  $h$  ضخامت دال می باشد. بنابراین حداکثر فاصله میلگردهای افت و حرارت  $5h = 5 \times 50 = 250 \text{ mm}$  می باشد.

اگر ضخامت دال بتنی  $h=50\text{ mm}$  باشد حداکثر فاصله مجاز آرماتور آفت و حرارت برابر  $S_{\max}=250\text{ mm}$  خواهد بود



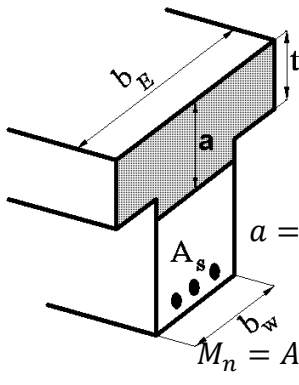
اگر میلگرد فوقانی در دال ۵ سانتی قرار گیرد میتوان از آن به عنوان آرماتور آفت و حرارت استفاده کرد.

- توجه شود که اگر در شکل فوق اگر فاصله آکس تا آکس تیرچه ها  $600\text{ mm}$  باشد، فاصله بین میلگردهای آفت حرارت (با فرض استفاده از تک میلگرد بین تیرچه ها) برابر  $300\text{ mm}$  خواهد شد. در حالیکه حداکثر فاصله مجاز برای دال  $50\text{ mm}$  برابر  $250\text{ mm}$  میباشد.

با توجه به اینکه فاصله مرکز تا مرکز تیرچه 0.7m می باشد، لنگر وارد بر هر تیرچه برابر خواهد بود با:

$$M_u = \frac{(0.7 \times q_u) \times 7.5^2}{8} = \frac{(0.7 \times 10.51) \times 7.5^2}{8} = 51.73 \text{ kN.m}$$

با فرض استفاده از دو عدد میلگرد  $2 \times \phi 16$  در هر تیرچه و با فرض مقطع T شکل:



$$d = 300 - 20 - 8 = 272 \text{ mm}$$

$$a = \frac{A_s(F_y)}{(b_E)(0.85f'_c)} = \frac{804 \times 400}{700 \times 0.85 \times 20} = 27.02 \text{ mm} < 50 \text{ mm}$$

$$M_n = A_s F_y \left( 277 - \frac{a}{2} \right) = 804 \times 300 \times \left( 277 - \frac{27.02}{2} \right) = 63.55 \text{ kN.m}$$

$$M_u = 56.58 < 0.9 \times M_n = 57.2 \text{ kN.m} \quad OK.$$

- میلگردهای طولی بسته به سایز میلگرد ممکن است S400 باشد (به ویژه برای سایز  $\phi 14$  و  $\phi 16$ ). با توجه به اینکه در تیرچه های بلند خیز تعیین کننده مساحت میلگردهای کششی خواهد بود، برای طرح اولیه بر اساس خمش بهتر است تنش تسلیم میلگردها  $F_y = 300 \text{ MPa}$  فرض شود (حتی اگر در اجرا S400 استفاده شود).

- در محاسبه میلگرد کششی به حداقل و حداکثر درصد میلگرد نیز باید توجه شود: کنترل حداقل میلگرد:

$$\frac{A_s}{b_w d} = \frac{2(2 \times 201)}{200 \times 272} = 0.01478 \geq \rho_{min} = \left( \text{Max} \left( \frac{1.4}{f_y}, \frac{0.25\sqrt{f'_c}}{f_y} \right) = \text{Max} \left( \frac{1.4}{400}, \frac{0.25\sqrt{20}}{400} \right) \right) = 0.0035 \quad OK$$

کنترل حداکثر میلگرد (با توجه به اینکه بتن فشاری در داخل بال قرار گرفته، مقطع مستطیلی عمل می کند):

$$\left( \frac{A_s}{bd} = \frac{2(2 \times 201)}{700 \times 272} = 0.0042 \right) \leq \left( \rho_{max} = 0.85 \frac{f'_c}{f_y} \beta_1 \frac{3}{8} = 0.85 \frac{20}{300} \times 0.85 \times \frac{3}{8} \right) = 0.018 \quad OK$$

- همچنین در رابطه با میلگردهای طولی تیرچه به بند زیر از استاندارد ۱-۲۹۰۹-۱۳۹۵ (چاپ ۱۳۹۵) توجه کنید:

۲-۱-۱-۵ ویژگی میلگردهای زیرین (میلگرد کششی اصلی و تقویتی)  
 حداقل تعداد میلگردهای زیرین دو عدد بوده و باید از نوع آج دار باشد که باید از نوع گرم نورد دیده (آج ۳۴۰، آج ۴۰۰ و آج ۵۰۰) یا سردنورد دیده باشد، دو میلگرد زیرین باید در سرتاسر طول تیرچه ادامه یابند.  
 قطر اسمی میلگردهای زیرین نباید از ۸ میلی متر کم تر و از ۱۶ میلی متر بیش تر باشد. در مورد تیرچه هایی که ضخامت بتن پاشنه تیرچه ۵/۵ سانتی متر یا بیش تر باشد می توان حداکثر قطر اسمی میلگرد را تا ۲۰ میلی متر افزایش داد.



## ۸-۲۴- آرماتور فوقانی (بالایی)

طبق جدول زیر از استاندارد ۱-۲۹۰۹ (چاپ ۱۳۹۵) برای میلگرد فوقانی  $\phi 14$  مناسب می باشد. میلگرد فوقانی نقش میلگرد فشاری را دارد و در کاهش خیز موثر است.

## ۵-۱-۳ ویژگی میلگرد بالایی

میلگرد بالایی می تواند از نوع گرم نوردیده با آج ۳۴۰ و بالاتر یا سرد نوردیده باشد. حداقل قطر اسمی میلگردهای بالایی بر حسب طول تیرچه باید مطابق جدول ۱ باشد.

جدول ۱ - قطر اسمی میلگردهای بالایی

طول تیرچه (متر)	قطر اسمی میلگرد بالایی (میلی متر)	قطر اسمی میلگرد بالایی در صورت استفاده از جوش قوس الکتریکی با گاز محافظ $CO_2$ (میلی متر)
۴ تا ۴	۶	۸
۴ تا ۵/۵	۸	۱۰
۵/۵ تا ۷	۱۰	۱۲
۷ تا ۸	۱۲	۱۴

## ۹-۲۴- آرماتور منفی

طبق نشریه ۵۴۳، مساحت لازم برای میلگرد منفی حداقل برابر 0.15 مساحت میلگردهای مثبت می باشد. مساحت میلگرد مثبت برای هر تیرچه  $2\phi 16$  معادل  $400 \text{ mm}^2$  میباشد، بنابراین باید مساحت مقطع میلگرد منفی حداقل برابر  $60 \text{ mm}^2 = 0.15 \times 400$  باشد. می توان از میلگرد  $\phi 10$  در هر تیرچه استفاده کرد.

(۶) با وجود طرح تیرچهها با فرض تکیه گاه ساده، لازم است تا [آرماتور منفی] معادل ۱۵ درصد سطح مقطع آرماتورهای کششی وسط دهانه، در روی تکیه گاه اضافه شود. این میلگردها حداقل تا فاصله  $\frac{1}{5}$  دهانه آزاد از تکیه گاه به طرف داخل دهانه ادامه می یابند.

## ۱۰-۲۴- کلاف میانی

سطح مقطع آرماتورهای کلاف میانی باید حداقل برابر با نصف آرماتورهای کششی تیرچه باشد. با توجه به اینکه میلگردهای  $4\phi 16$  می باشند، می توان از دو عدد میلگرد  $\phi 16$  استفاده کرد.

هدف از میلگرد عرضی (زیگزاگ):

۱- میلگردهای عرضی به عنوان اعضای مورب خریا برای حمل و نقل و حفظ پایداری خریا لازم است.

۲- تامین مقاومت برشی تیرچه

کنترل برش تیرچه ها همانند کنترل تیرهای بتنی عادی میباشد با این تفاوت که با توجه به امکان بازپخش بارها در تیرچه های مجاور آیین نامه اجازه می دهد مقاومت برشی بتن را در تیرچه ها ۱۰ درصد افزایش دهیم (به بند زیر از ACI-318-19 توجه کنید).

## 9.8—Nonprestressed one-way joist systems

9.8.1.5  $V_c$  shall be permitted to be taken as 1.1 times the value calculated in 22.5.

$$V_u = \frac{q_u \times 0.7 \times (L - 2 \times d)}{2} = \frac{10.51 \times 0.7 \times (7.5 - 2 \times 0.272)}{2} = 25.59 \text{ kN}$$

$$1.1 \times \phi V_c = 1.1 \times \phi \times 0.17 \times \sqrt{f'_c} b_w d = 1.1 \times 0.75 \times 0.17 \times \sqrt{20} \times (200 \times 272) = 34.12 \text{ kN}$$

$$V_u < 1.1\phi V_c + \phi V_s$$

$$25.59 \leq 34.12 + \phi V_s \rightarrow \text{به لحاظ محاسباتی آرماتور برشی لازم نیست}$$

آرماتور برشی حداقل نیاز است. با فرض اینکه آرماتورهای عرضی دویل  $\phi 4.5$  و با فواصل 15cm باشد:

$$\phi V_s = 0.75 \times A_v \frac{d(\sin\alpha + \cos\alpha)}{s} f_{yt} = 0.75 \times (2 \times 31.70) \times \frac{273(0.95 + 0.28)}{150} 300 = 31.9 \text{ kN}$$

$$A_{v-\min} = \frac{0.35 b_w s}{F_y} = 35 \text{ mm}^2 < 2 \times 31.70 \text{ OK}$$

• توجه شود که هدف از میلگردهای عرضی (زیگزاگ) تنها تامین مقاومت برشی نیست.

ضوابط زیر مربوط به نشریه ۵۴۳ میباشد:

(۲) حداقل سطح مقطع آرماتورهای عرضی برابر  $0.35 \frac{b_w s}{f_y}$  می باشد که  $b_w$  عرض جان تیرچه،  $s$  فاصله دو میلگرد عرضی

متوالی و  $f_y$  مقاومت مشخصه فولاد آرماتورهای عرضی برحسب  $(\text{N/mm}^2)$  MPa می باشد.

(۳) قطر میلگردهای عرضی از ۵ میلی متر تا ۱۰ میلی متر تغییر می کند. حداقل قطر برای خرپای با میلگردهای عرضی منفرد، ۶

میلی متر و برای خرپای با میلگردهای عرضی مضاعف، ۵ میلی متر است. در مورد خرپاهای کارخانه ای، میلگردهای عرضی از نوع

نیم سخت و به صورت مضاعف می باشند. چنانچه کارخانه ای تولیدی از تکنیک نقطه ای جوش اتوماتیک استفاده نماید، می توان از

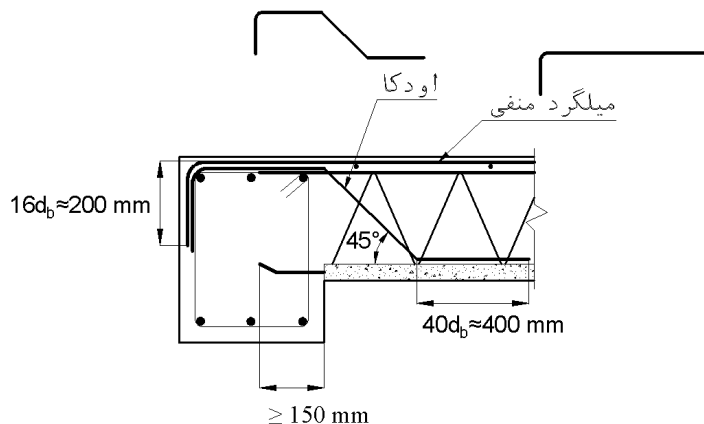
دو میلگرد هر یک به قطر حداقل ۴ میلی متر استفاده نمود.

(۴) حداقل زاویه میلگرد عرضی نسبت به خط افق، ۳۰ درجه است و این زاویه معمولاً از ۴۵ درجه کمتر نیست.

(۵) فاصله میلگردهای عرضی متوالی در تیرچه ها، حداکثر ۲۰ سانتی متر است.

(۶) استفاده از آرماتور با نورد سرد برای آرماتور عرضی بلامانع است.

- تذکر مهم (از طرف مهندس عدالتی، با سپاس از ایشان): در اجرای سقف تیرچه بلوک برای سهولت قرارگیری تیرچه در داخل تیر، ممکن است حدود ۲۰ الی ۴۰ سانتیمتر از آرماتور زیگزاگ (آرماتور عرضی تیرچه) برش داده شود. در این حالت باید به دو مورد زیر توجه شود.
  - با توجه به اینکه حداکثر برش در تکیه گاه تیرچه رخ میدهد، توصیه میشود از میلگرد اودکا استفاده شود.



- در صورت عدم شمع بندی درست و نبود استحکام کافی در بر تکیه گاه پس از بتن ریزی ممکن است در بر تکیه گاه تیرچه دارای خیز باشد و بنابراین توصیه میشود یک چهارتراش و شمع در بر تکیه گاه تیرچه قرار داده شود.

- به ضوابط زیر از استاندارد ۱-۲۹۰۹ (چاپ ۱۳۹۵) نیز توجه شود:

#### ۳-۱-۵ ویژگی میلگردهای عرضی (زیگزاگ)

میلگردهای عرضی می‌تواند به صورت منفرد یا به صورت مضاعف به کار برده شوند. میلگرد عرضی می‌تواند هم از نوع آج‌دار و هم از نوع ساده باشد (شکل ۴). میلگرد عرضی می‌تواند از نوع گرم نوردیده (آج ۳۴۰ و س ۲۴۰) و یا سردنوردیده باشد. قطر اسمی میلگردهای عرضی گرم نوردیده نباید از ۶ میلی‌متر و میلگردهای سرد نوردیده نباید از ۴ میلی‌متر کمتر باشد.

در صورت استفاده از میلگردهای سرد نوردیده با قطر اسمی کمتر از ۶ میلی‌متر به عنوان میلگرد عرضی، تعداد آن‌ها در تیرچه باید حداقل دو ردیف باشد.

یادآوری- در صورت استفاده از جوش قوس الکتریکی با گاز محافظ  $\text{CO}_2$  قطر اسمی میلگردهای عرضی گرم نوردیده نباید از ۸ میلی‌متر و میلگردهای عرضی سردنوردیده نباید از ۶ میلی‌متر کمتر باشد.

## مبحث نهم ویرایش ۹۹:

## ۹-۱۱ تیرها

۹-۱۱-۱ ضوابط این فصل به طراحی تیرهای ساده، تیرهای مرکب بتنی، تیرچه‌های یک طرفه و تیرهای عمیق غیر پیش تنیده در حالت حدی نهایی مقاومت، اختصاص دارند.

## ۹-۱۱-۲-۶ حداقل ارتفاع تیر

۹-۱۱-۲-۱-۶ در ساختمان‌های [متعارف و تحت بارگذاری‌های معمول] در تیرهایی که ارتفاع آن‌ها از مقادیر مندرج در جدول ۹-۱۱-۱-۶ بیشتر است، محاسبه‌ی خیز (افتادگی) الزامی نمی‌باشد؛ به شرط آن که این تیرها به قطعات غیر سازه‌ای مانند تیغه‌ها متصل نباشند و یا آن‌ها را نگه‌داری نکنند، و خیز زیاد در آن‌ها خسارتی ایجاد نکند.

## جدول ۹-۱۱-۱ حداقل ارتفاع تیر

عضو	تکیه‌گاه‌های ساده	تکیه‌گاه‌های پیوسته از یک طرف	تکیه‌گاه‌های پیوسته از دو طرف	کنسول
تیرها یا تیرچه‌ها	$\frac{l}{16}$	$\frac{l}{18.5}$	$\frac{l}{21}$	$\frac{l}{8}$

تبصره:  $l$  در جدول طول آزاد دهانه‌ی تیر است. مقادیر جدول برای بتن معمولی و آرماتورهای با مقاومت تسلیم ۴۲۰ مگاپاسکال می‌باشند. برای سایر موارد، حداقل ارتفاع باید بر اساس ضوابط ۹-۱۱-۲-۶-۲ و ۹-۱۱-۲-۶-۳ تغییر یابد.

۹-۱۱-۲-۶-۲ برای سایر انواع فولادها، مقادیر جدول ۹-۱۱-۱ باید در ضریب  $(0.4 + f_y / 700)$  ضرب شوند.

با توجه به جدول فوق و با فرض اینکه ارتفاع کلی تیرچه  $h=300$  mm باشد:

اگر در طراحی خمشی تیرچه مقاومت تسلیم میلگردهای طولی تیرچه  $F_y = 400$  MPa فرض شده باشد، حداکثر طول تیرچه‌های دوسرمفصل برابر خواهد بود با:

$$\frac{L}{16} \left( 0.4 + \frac{400}{700} \right) \leq (h = 300) \rightarrow L < 4663 \text{ mm} = 4.66 \text{ m}$$

با فرض  $F_y = 300$  MPa:

$$\frac{L}{16} \left( 0.4 + \frac{300}{700} \right) \leq (h = 300) \rightarrow L < 5793 \text{ mm} = 5.79 \text{ m}$$

- در مبحث نهم محدودیت جدول سخت گیرانه شده است و بنابراین در صورتی که طول تیرچه بیش از مقدار محاسبه شده طبق جدول فوق باشد، دو راه کار خواهیم داشت:
  - ۱- راه کار اول: محاسبه دقیق خیز تیرچه و کنترل آن با مقادیر مجاز
  - ۲- راه کار دوم: افزایش عمق تیرچه‌های بتنی

## پرسش و پاسخ در تلگرام:

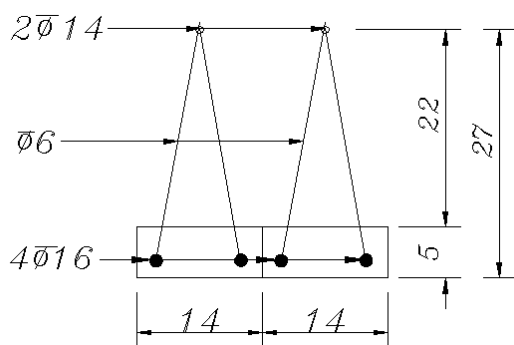
سلام. وقت به خیر. چرا با توجه به رابطه موجود در تبصره جدول ۹-۱۷-۲ در مورد حداقل ضخامت دال یک طرفه یا تیر، هر چه فولاد تنش تسلیم بیشتری داشته باشد باید ضخامت بیشتر باشد؟ در واقع چرا افزایش تنش تسلیم افزایش خیز را به دنبال دارد؟

با سلام، مقدار خیز در تیر بستگی به EI تیر دارد. و مقدار EI در تیرهای بتنی نیز بستگی به مساحت فولادها دارد. یعنی با تغییر As فولادها، ممان اینرسی معادل مقطع بتنی نیز تغییر کرده و خیز تغییر می‌کند. با افزایش  $F_y$  طراح مسلماً تعداد میلگردهای کمتری را برای جابجایی گرفتن از خمش استفاده خواهد کرد. یعنی سازه‌هایی که با میلگردهای با  $F_y$  طراحی می‌

شوند، نسبت به سازه هایی که با میلگرد با  $F_y$  کمتر طراحی می شوند، مساحت میلگرد کمتری دارند (با فرض ابعاد تیر یا دال یکسان و بارگذاری یکسان) بنابراین:  
افزایش تنش تسلیم = کاهش مساحت میلگرد کششی در مقطع = افزایش خیز تیر تحت بارهای سرویس

### ۲-۲۵- محاسبه دقیق خیز تیرچه توسط نرم افزار SAFE

جهت محاسبه دقیق خیز تیرچه از روش ارائه شده در (2008) ACI-209 و نیز نرم افزار SAFE استفاده شده است.  
طول تیرچه: 7.5m

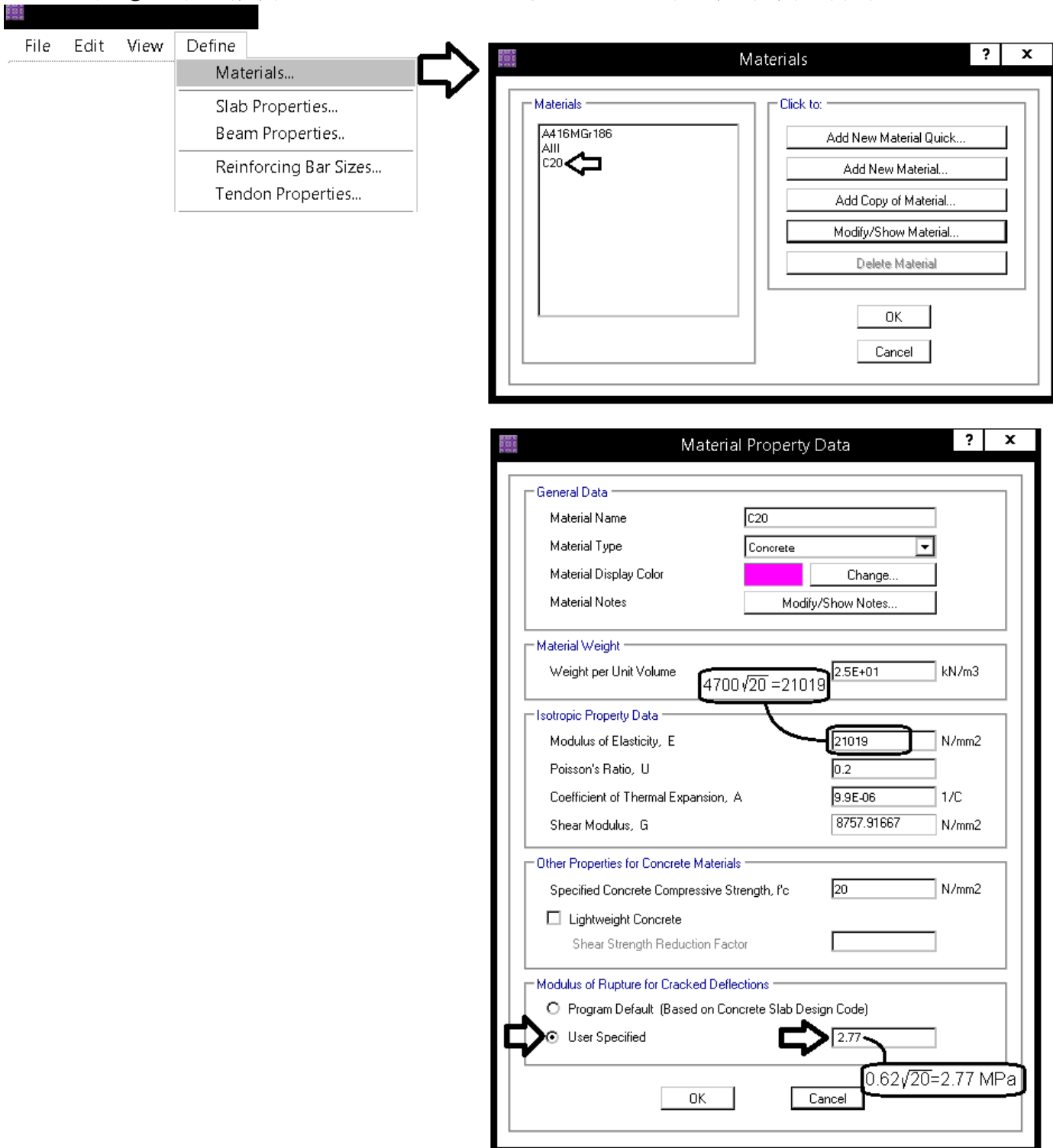


میلگرد تحتانی هر یک از تیرچه ها:  $2 \times \phi 16$ ،  
میلگرد فوقانی هر کدام از تیرچه ها:  $1 \times \phi 14$ ،  
رده بتن: C20، رده فولاد طولی: S400

وزن مترمربع بتن تیرچه ها:  $D = 3.0357 \frac{kN}{m^2}$   
وزن کفسازی + تیغه بندی:  $SD + P = 3 \frac{kN}{m^2}$   
بار زنده:  $L = 2 \frac{kN}{m^2}$

مراحل گام به گام مدلسازی و کنترل خیز تیرچه به صورت تصویری نشان داده شده است.

۱- یکی از موارد موثر در خیز، مدول الاستیسیته بتن میباشد که باید مطابق شکل زیر بررسی و اصلاح شود.

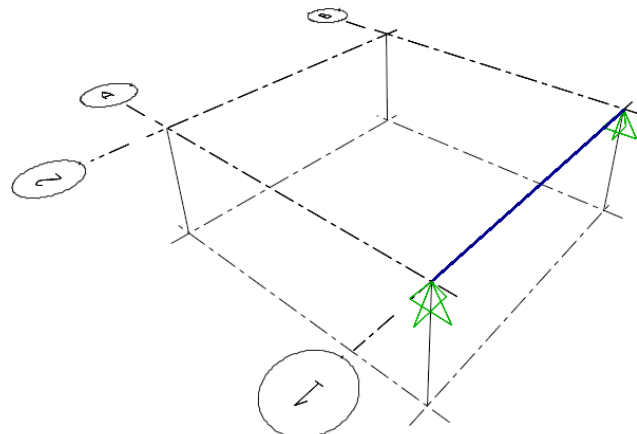


توجه شود که اصلاح مدول گسیختگی (Modulus of Rupture) مطابق شکل فوق تنها برای کنترل خیز تیرها و تیرچه ها مجاز است

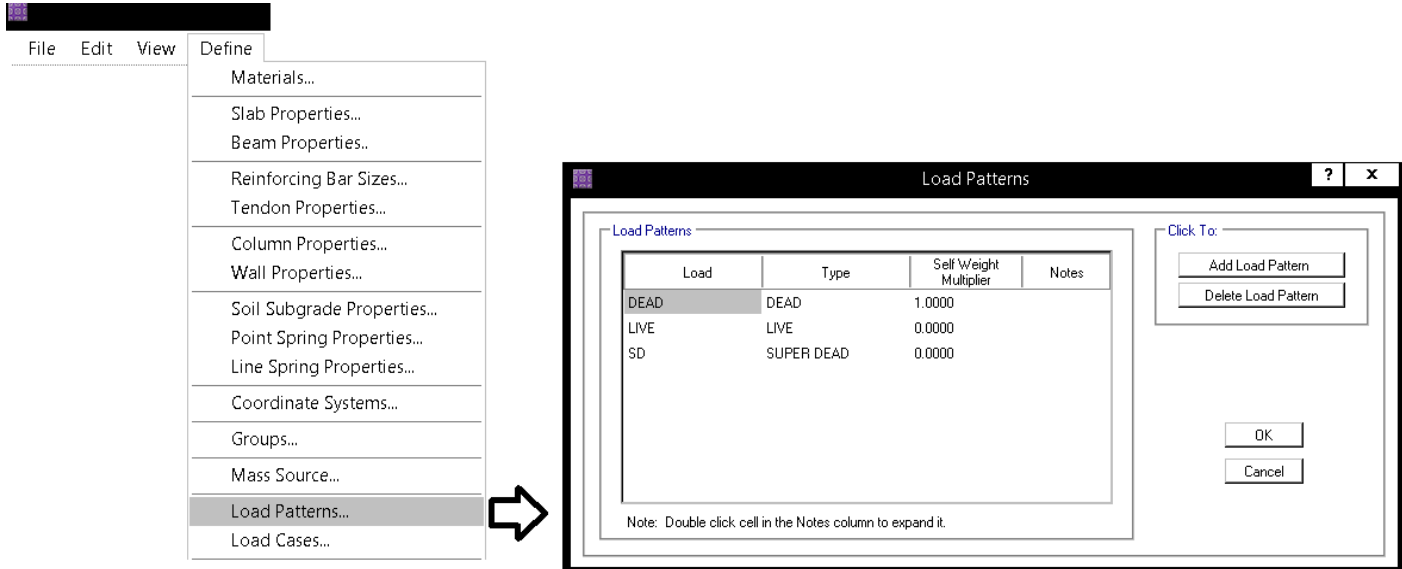
۲- مطابق شکل زیر یک تیر T شکل با ابعاد تیرچه مورد نظر تعریف کنید.

The image shows the software interface for defining a T-beam property. It starts with a menu path: **Define** > **Beam Properties...**. A diagram of a T-beam is shown with the following dimensions: top reinforcement  $2\Phi 14$ , bottom reinforcement  $4\Phi 16$ , top flange thickness 22, total depth 27, bottom flange thickness 5, and web width 14. The 'Beam Properties' dialog box shows a list with 'BEAM' selected. The 'Beam Property Data' dialog box is divided into 'Analysis Property Data' and 'Design Property Data'. In 'Analysis Property Data', the 'Beam Shape Type' is 'T Beam' and dimensions are: Web Width at Top 200 mm, Web Width at Bottom 200 mm, Depth 300 mm, Flange Width 700 mm, and Slab Depth 50 mm. In 'Design Property Data', 'Flange Dimensions from Analysis Property Data' is selected, and 'Cover Top (to Centroid)' and 'Cover Bottom (to Centroid)' are both set to 23 mm.

۳- مطابق شکل زیر یک تیر با مقطع فوق ترسیم کرده و در دو انتهای آنها تکیه گاه مفصلی ثابت اعمال کنید.

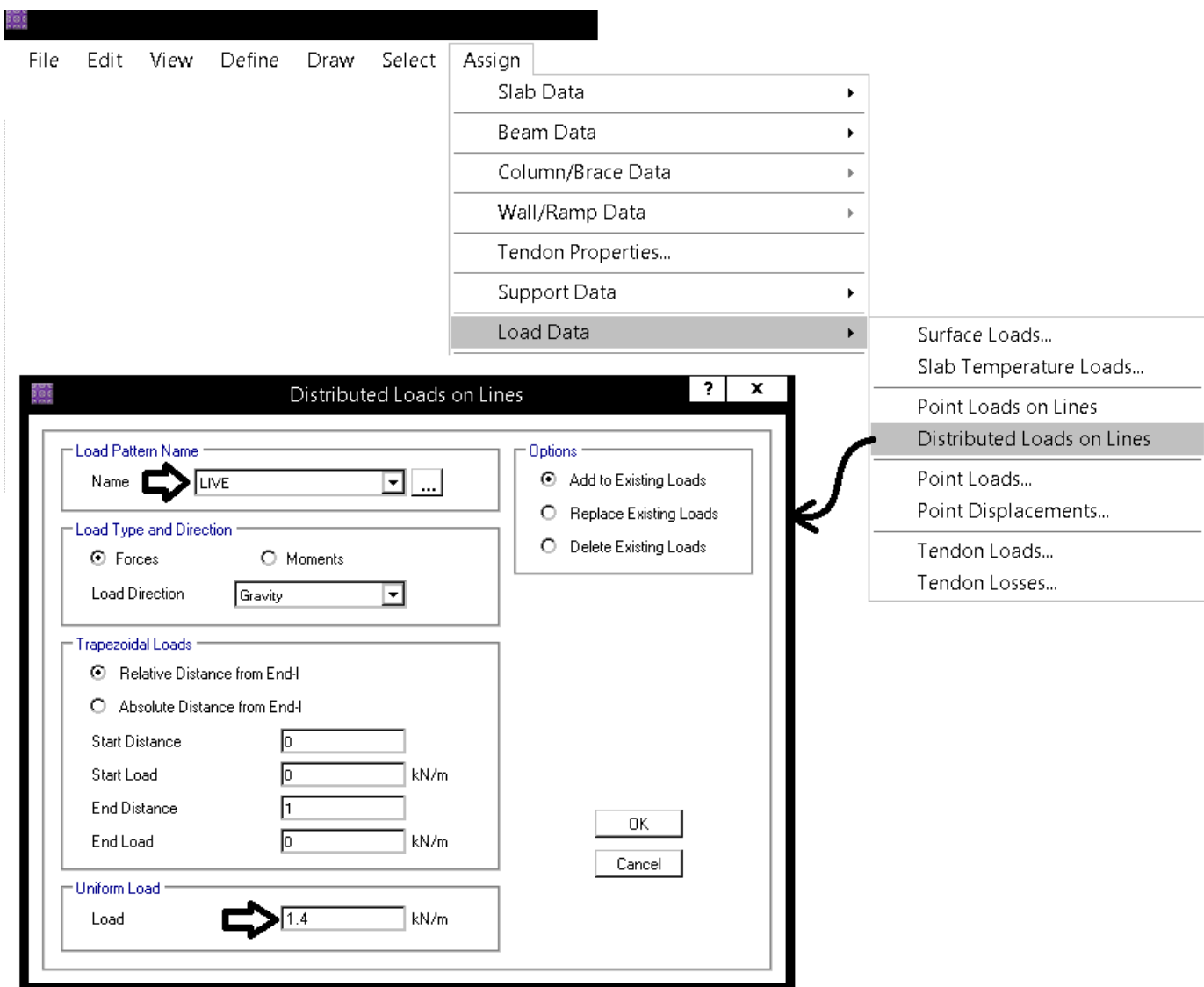


۴- در قسمت تعریف بارها، بارهای زنده (LIVE) و مرده اضافی (SD) را تعریف نمایید



۵- تیر رسم شده را انتخاب کرده و مطابق شکل زیر بار زنده و مرده مد نظر را وارد کنید.  
 در این مثال بار زنده برابر  $LIVE=2 \text{ kN/m}^2$  و بار مرده کف سازی + تیغه بندی برابر  $SD=2+1=3 \text{ kN/m}^2$  در نظر گرفته شده است.  
 مقادیر فوق بر واحد سطح (مترمربع) می باشند. با توجه به اینکه عرض تیر برابر  $0.7\text{m}$  می باشد. بار وارد بر تیر برابر  
 $LIVE=2 \times 0.7 = 1.4 \text{ kN/m}$  و  $SD = 3 \times 0.7 = 2.1 \text{ kN/m}$  خواهد بود.





۶- نرم افزار SAFE جهت محاسبه تغییر شکل بلند مدت (ناشی از خزش و جمع شدگی) از روش پیشنهاد شده در ACI-209 استفاده میکند. این روش با روش ارائه شده در ACI-318 تفاوت دارد. خلاصه روش ACI-209 در فلوچارت زیر نمایش داده شده است. جهت اطلاعات بیشتر میتوانید به کتاب محاسب حرفه ای نوشته آقای مهندس آقازاده مراجعه نمایید.

creep coefficient  $=\phi(t, t_0) = \frac{(t)^{0.6}}{10+(t)^{0.6}} \phi_u$   
 زمان بارگذاری (روز)  $\phi_u = 2.35\gamma_c$

Shrinkage strain  $= (\epsilon_{sh})_t = \frac{t}{35+t} (\epsilon_{sh})_u$   
 زمان بارگذاری (روز)  $(\epsilon_{sh})_u = 780 \times 10^{-6} \gamma_{sh}$

$\gamma_c = \gamma_{la} \cdot \gamma_{\lambda} \cdot \gamma_{vs} \cdot \gamma_s \cdot \gamma_{\psi} \cdot \gamma_a$

$\gamma_{sh} = \gamma_{cp} \cdot \gamma_{\lambda} \cdot \gamma_{vs} \cdot \gamma_s \cdot \gamma_{\psi} \cdot \gamma_c \cdot \gamma_a$

Loading age = 7 days  $\implies \gamma_{la} = 1$  در جهت  
 Loading age > 7 days  $\implies \gamma_{la} = 1.25(t_{la})^{-0.118}$  اطمینان  
 میتوان  $\gamma_{la}$  را برابر یک در نظر گرفت

Moist cured during a period of 7 days  $\implies \gamma_{cp} = 1$

Table 2.5.3 Shrinkage Correction Factors for Initial Moist Curing

Moist curing duration, days	Shrinkage $\gamma_{cp}$
1	1.2
3	1.1
7	1.0
14	0.93
28	0.86
90	0.75

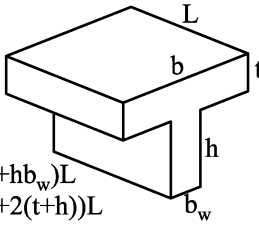
Relative humidity in percent

$\lambda = 40$  percent  $\implies \gamma_{\lambda} = 1$   
 $\lambda > 40$  percent  $\implies \gamma_{\lambda} = 1.27 - 0.0067\lambda$

در اکثر موارد رطوبت نسبی حداقل ۴۰ درصد  $\implies \gamma_{\lambda} = 1.4 - 0.0102\lambda$  میباشد و در جهت اطمینان میتوان  $\gamma_{\lambda}$  را برابر یک گرفت

Size effect :

$\gamma_{vs} = \frac{2}{3} (1 + 1.13 \exp(-0.0213 V/S))$



$V = (bh)L$   
 $S = (2b+2h)L$

$V = (bt+hb_w)L$   
 $S = (2b+2(t+h))L$

Size effect :  $\gamma_{vs} = 1.2 (\exp(-0.00472 V/S))$

Observed slump in mm

Slump:  $\gamma_s = 0.89 + 0.041s$

Slump:  $\gamma_s = 0.82 + 0.00264s$

Observed slump in mm

Ratio of the fine aggregate to total aggregate by weight expressed as percentage

Ratio of the fine aggregate to total aggregate by weight expressed as percentage

$\Psi \leq 50$  percent  $\implies \gamma_{\psi} = 0.3 + 0.014\Psi$   
 $\Psi > 50$  percent  $\implies \gamma_{\psi} = 0.9 + 0.002\Psi$

Fine aggregate percentage:  $\gamma_{\psi} = 0.88 + 0.0024\Psi$

Cement content in  $kg/m^3$

Cement content:  $\gamma_c = 0.75 + 0.00061c$

air content in percent

Air content:  $\gamma_a = 0.46 + 0.09\alpha \geq 1$

air content in percent

Air content:  $\gamma_a = 0.95 + 0.008\alpha \geq 1$

زمان شروع بارگذاری  $\gamma_{la} = 1$

رطوبت نسبی هوا = ۴۰ درصد  $\implies \gamma_{\lambda} = 1$

$\frac{V}{S} = \frac{(bt+hb_w)L}{(2b+2(t+h))L} = \frac{700 \times 50 + 250 \times 200}{2 \times 700 + 2 \times 300} = 42.5 \text{ mm}$

creep:

$\gamma_{vs} = \frac{2}{3} (1 + 1.13 \exp(-0.0213 V/S)) \cong 1$

Shrinkage:

$\gamma_{sh} = 1.2 (\exp(-0.00472 V/S)) \cong 1$

فرض  $\implies \gamma_s = 1$

فرض  $\implies \gamma_c = 1$

فرض  $\implies \gamma_{\psi} = 1$

فرض  $\implies \gamma_a = 1$

creep coefficient  $=\phi(t, t_0) = \frac{(t)^{0.6}}{10+(t)^{0.6}} \phi_u$

(t= $\infty$ ) ضریب خزش بلند مدت  $= \frac{(\infty)^{0.6}}{10+(\infty)^{0.6}} 2.35 = 2.35$

(t=90) ضریب خزش ۳ ماهه  $= \frac{(90)^{0.6}}{10+(90)^{0.6}} 2.35 = 1.4$

Shrinkage strain  $= (\epsilon_{sh})_t = \frac{t}{35+t} (\epsilon_{sh})_u$

(t= $\infty$ ) ضریب جمع شدگی بلند مدت  $= \frac{(\infty)}{35+(\infty)} 780 \times 10^{-6} = 780 \times 10^{-6}$

(t=90) ضریب جمع شدگی ۳ ماهه  $= \frac{(90)}{35+(90)} 780 \times 10^{-6} = 562 \times 10^{-6}$

۷- ترکیب بارهای غیر خطی را مطابق شکل زیر تعریف نمایید

The image shows a software interface for defining load cases. On the left, a 'Define' menu is open with 'Load Cases...' selected. On the right, three dialog boxes are shown, each representing a different load case configuration:

- Load Case Data - Nonlinear Static (D+SD+0.25L):** Shows 'Load Case Name' as 'D+SD+0.25L', 'Load Case Type' as 'Static', and 'Analysis Type' as 'Nonlinear (Cracked)'. The 'Loads Applied' table lists DEAD (1.0000), LIVE (0.2500), and SD (1.0000).
- Load Case Data - Nonlinear Static (D+SD+L):** Shows 'Load Case Name' as 'D+SD+L', 'Load Case Type' as 'Linear Static', and 'Analysis Type' as 'Nonlinear (Cracked)'. The 'Loads Applied' table lists DEAD (1.0000), LIVE (1.0000), and SD (1.0000).
- Load Case Data - Nonlinear Static (D+SD+0.25L+CREEP):** Shows 'Load Case Name' as 'D+SD+0.25L+CREEP', 'Load Case Type' as 'Linear Static', and 'Analysis Type' as 'Nonlinear (Long Term Cracked)'. The 'Loads Applied' table lists DEAD (1.0000), LIVE (0.2500), and SD (1.0000). The 'Creep Coefficient' is set to 2.35 and 'Shrinkage Strain' to 0.00078.

At the bottom left, a 'Load Cases' dialog box shows a list of defined cases, with 'D+SD+0.25L+CREEP' highlighted.

خیز کل سقف (پس از اتصال اجزای غیر سازه ای) برابر خواهد بود با:

$$\Delta = (D + SD + L) - (D + SD + 0.25L) + (D + SD + 0.25L + CREEP) - (D + 3MONTH - CREEP) < \frac{L}{240}$$

در رابطه فوق فرض شده است، وزن خود تیرچه ها و خزش سه ماهه آن (D+3MONTH-CREEP)، قبل از اتصال اجزای غیر سازه ای اعمال میشود.

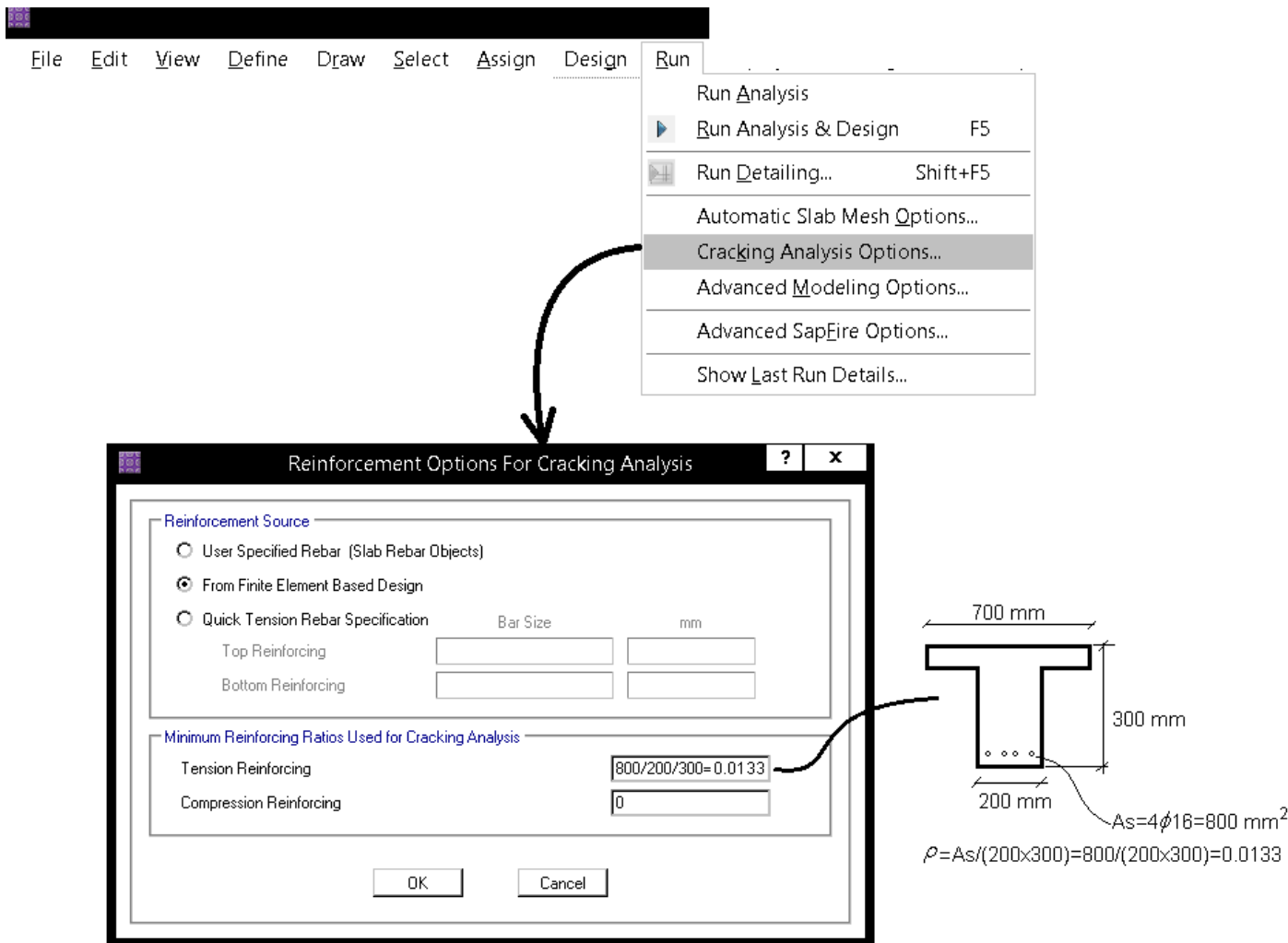
بررسی های انجام شده بنده نشان میدهد محاسبات SAFE در رابطه با ممان اینرسی ترک خورده مقطع تیر (BEAM ELEMENT) در مواردی که تار خنثی در بال مقطع قرار نگیرد، دارای خطا میباشد. این خطای محاسباتی در خلاف جهت اطمینان میباشد (قابل اغماض). برای جبراین این خطا راین توصیه میشود تنها خیز مربوط به بار مرده تیرچه (و خزش ۳ ماهه) آن از تغییر شکل کل کاسته شود. گرچه بخشی از خیز مربوط به بارهای SD قبل از اتصال اجزای غیر سازه ای اتفاق می افتد، با توجه به خطای فوق بهتر است در جهت اطمینان از منظور کردن این بخش از خیز در محاسبات صرف نظر شود.

۸- ترکیب بار مربوط به خیز کل را مطابق شکل زیر تعریف کنید

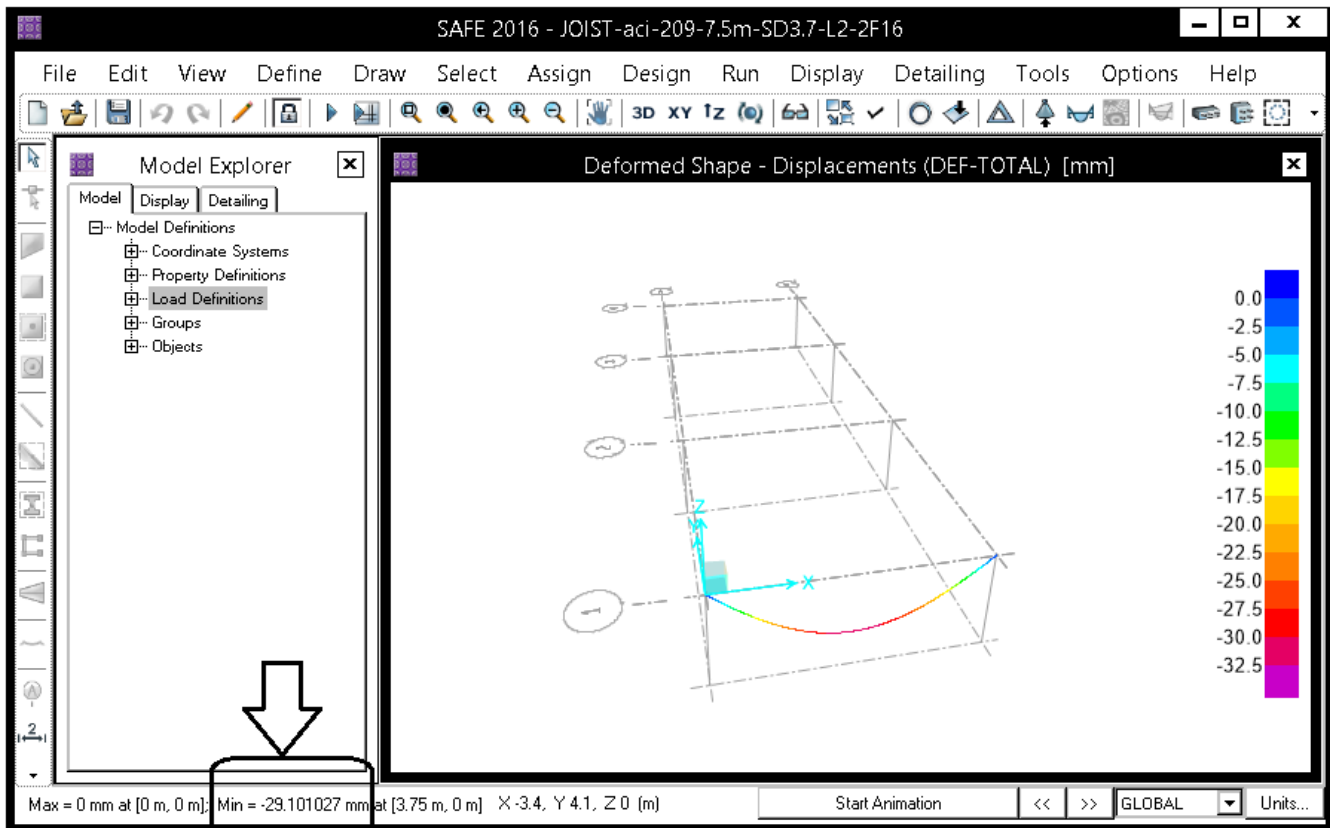
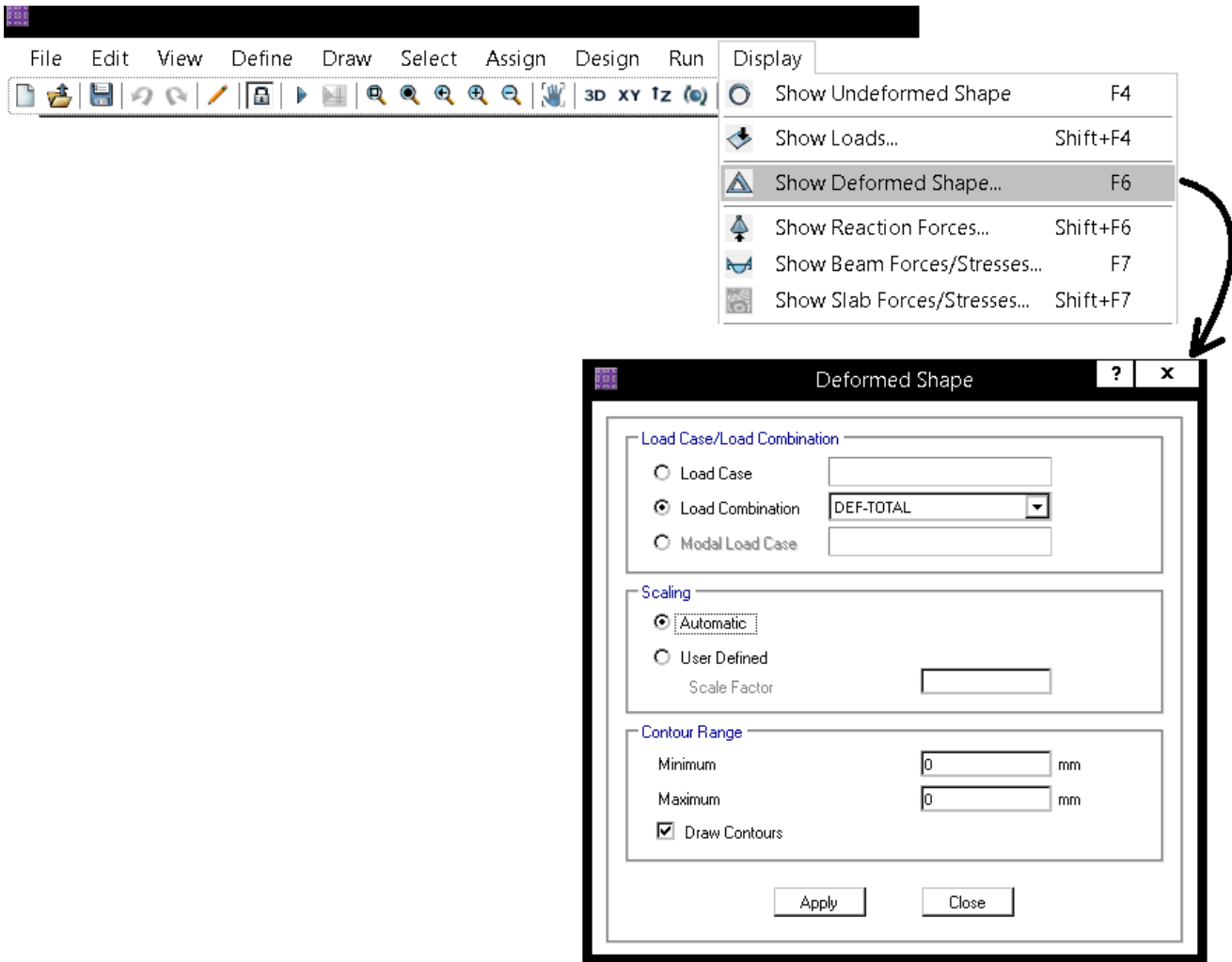
The image illustrates the steps to define load combinations in a software application. It shows the 'Define' menu with 'Load Combinations...' selected. The 'Load Combinations' dialog box lists existing combinations: UDCCONU1, UDCCONU2, DEF-TOTAL, and DEF-LIVE. The 'Add New Combo...' button is highlighted. Below, two 'Load Combination Data' dialog boxes are shown. The first is for 'DEF-LIVE' with a 'Linear Add' combination type and a table of load cases: D+SD+L (Scale Factor 1.0000) and D+SD+0.25L (Scale Factor -1.0000). The second is for 'DEF-TOTAL' with a 'Linear Add' combination type and a table of load cases: D+SD+L (Scale Factor 1), D+SD+0.25L (Scale Factor -1), D+SD+0.25L+CREEP (Scale Factor 1), and D+3MONTH-CREEP (Scale Factor -1). Both dialog boxes have 'Design Selection' options for Strength (Ultimate), Service - Normal, Service - Initial, and Service - Long Term.

۹- تعریف میلگرد های تیرچه

مساحت میلگرد تیرچه، به ویژه میلگرد کششی آن تاثیر قابل توجهی در کنترل خیز آن دارد. ممان اینرسی مقطع ترک خورده تیرچه به شدت وابسته به مساحت میلگردهای کششی آن می باشد. در تعریف مقطع تیرچه امکان تعریف جزئیات میلگرد آن وجود ندارد. برای معرفی مساحت میلگردها مطابق شکل زیر عمل کنید:



همانطور که در بند قبلی نیز اشاره کردم، محاسبات SAFE در رابطه با ممان اینرسی ترک خورده مقطع تیر (BEAM ELEMENT) در مواردی که تار خنثی در بال مقطع قرار نگیرد، دارای خطا میباشد (قابل اغماض). بر همین اساس و بر اساس تجربیات مدلسازی اینجانب، توصیه میشود از تعریف و مشخص کردن میلگرد فشاری در شکل فوف صرف نظر شود. توجه شود که هنگام تحلیل و طراحی خود نرم افزار میلگرد خمشی کششی را محاسبه میکند (بر اساس ترکیب بارهایی که اتوماتیک در قسمت load combination تحت عنوان DCON و یا UDCON می سازد). میلگرد خمشی محاسبه شده توسط نرم افزار را میتوانید از طریق منوی Display/Show beam design... مشاهده کنید. اگر میلگرد خمشی محاسبه شده توسط نرم افزار بیش از مقدار وارد شده در شکل فوق باشد، در محاسبه میزان خیز از مقدار محاسباتی استفاده میکند. در تیرچه های بلند معمولا میلگرد خمشی محاسبه شده کمتر از مقدار لازم برای کنترل خیز میباشد و به عبارت دیگر در هنگام کنترل عموما همین مقداری که در شکل فوق وارد کرده ایم، در محاسبات منظور میشود.



خیز تیرچه تحت بار زنده و کل تغییرشکل بلند که پس از اتصال اجزای غیرسازه ای ایجاد میشود، برابر 29.1 mm بدست آمد.

به همین ترتیب تغییر شکل ناشی از بار زنده نیز برابر 3.67 mm بدست میاید.

۱۱- کنترل تغییر شکل

۱-۴-۲-۱۹-۹ تغییر مکان‌های ایجاد شده در تیرها و دال‌ها نباید از مقادیر مشخص شده در جدول ۳-۱۹-۹ تجاوز کنند.

جدول ۳-۱۹-۹ حداکثر تغییر مکان مجاز

ملاحظات	حد تغییر مکان	تغییر مکان مورد نظر	انواع عضو
-	$\frac{l}{180}$	تغییر مکان آبی ناشی از بارهای زنده	۱- بامهای تخت که به اعضای غیر سازه‌ای متصل نیستند یا آن‌ها را نگهداری نمی‌کنند؛ و بنا بر این تغییر مکان زیاد آسیبی در این اعضا ایجاد نمی‌کند.
	$\frac{l}{360}$		۲- مانند بالا در مورد کفها
تبصره ۱	$\frac{l}{480}$	آن قسمت از تغییر مکان که بعد از اتصال اعضای غیر سازه‌ای ایجاد می‌شود. منظور مجموع اضافه تغییر مکان دراز مدت ناشی از بارهای دائمی و تغییر مکان آبی ناشی از بارهای زنده است (تبصره ۳).	۳- بامها یا کفهایی که به اعضای غیر سازه‌ای متصل هستند یا آن‌ها را نگهداری می‌کنند؛ و تغییر مکان زیاد ممکن است آسیبی در این اعضا ایجاد کند.
تبصره ۲	$\frac{l}{240}$	از بارهای دائمی و تغییر مکان آبی ناشی از بارهای زنده است (تبصره ۳).	۴- بامها یا کفهایی که به اعضای غیر سازه‌ای متصل هستند یا آن‌ها را نگهداری می‌کنند، ولی تغییر مکان زیاد آسیبی در این اعضا ایجاد نمی‌کند.

تبصره ۱- در صورتی که بتوان با اتخاذ تدابیری ویژه از ایجاد آسیب به اعضای غیر سازه‌ای جلوگیری کرد، حد مربوط به این محدودیت را می‌توان افزایش داد.

تبصره ۲- حد تعیین شده نباید از حد روا داری قطعات غیر سازه‌ای تجاوز کند.

تبصره ۳- اضافه تغییر مکان دراز مدت شامل آن قسمت از تغییر مکان که قبل از اتصال به اعضای غیر سازه‌ای ایجاد شده است، نمی‌شود؛ و در حقیقت تفاضل تغییر مکان، قبل و بعد از اتصال این اعضا می‌باشد.

۲-۴-۲-۱۹-۹ در ساختمان‌های متعارف مسکونی، اداری و تجاری رعایت محدودیت‌های شماره‌های ۲ و ۴ از جدول ۳-۱۹-۹ کافی تلقی می‌شود.

کنترل خیز بلند مدت:

$$\left. \begin{array}{l} \text{اگر تغییر شکل زیاد در قطعات غیر سازه‌ای آسیب ایجاد نمی‌کند} \\ \frac{L}{240} \\ \text{اگر تغییر شکل زیاد در قطعات غیر سازه‌ای آسیب ایجاد میکند} \\ \frac{L}{480} \end{array} \right\} < \text{تغییر مکان کل} < \frac{L}{360}$$

تغییر مکان بار زنده

با فرض اینکه تغییر شکل زیاد در قطعات غیر سازه‌ای آسیب ایجاد نمی‌کند:

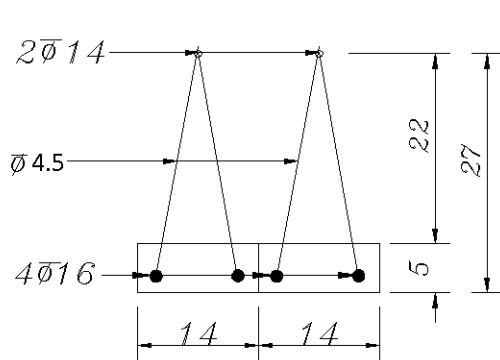
$$\Delta_{\text{بار زنده + تغییر مکان دراز مدت}} = 31.427 \leq \left( \frac{L}{240} = \frac{7500}{240} = 31.25 \text{ mm} \right) \text{ OK}$$

$$\Delta_L = 3.69 < \left( \frac{L}{360} = \frac{7500}{360} = 20.83 \text{ mm} \right) \text{ OK}$$

- طبق بند ۲-۴-۲-۱۹-۹ از مبحث نهم (ویرایش ۹۹) که در شکل فوق نیز نمایش داده شده، برای ساختمانهای متعارف مسکونی و اداری و تجاری رعایت محدودیت L/240 کفایت میکند. توجه شود که مشابه این بند در ACI-318-19 مطرح نشده است.

۳-۲۵- محاسبه خیز دقیق بر اساس روش ACI209

- بررسی های انجام شده بنده نشان میدهد محاسبات SAFE در رابطه با ممان اینرسی ترک خورده مقطع تیر (BEAM ELEMENT) در مواردی که تار خنثی در بال مقطع قرار نگیرد، دارای خطا میباشد. به همین جهت در این قسمت محاسبات دستی کنترل خیز ارائه شده است.
- مرجع نرم افزار SAFE جهت محاسبه تغییر شکل ناشی از ترک خوردگی و نیز اثرات بلند مدت ACI-209 و نیز کتاب "Concrete Structures Stresses and Deformations, Third Edition" نوشته Ghali و همکاران میباشد.



طول تیرچه: 7.5m

میلگرد تحتانی هر یک از تیرچه ها:  $2 \times \phi 16$

میلگرد فوقانی هر کدام از تیرچه ها:  $1 \times \phi 14$

رده بتن: C20، رده فولاد طولی: S300

وزن مترمربع بتن تیرچه ها:  $D = 3.0357 \frac{kN}{m^2}$

وزن کفسازی + تیغه بندی:  $SD + P = 3 \frac{kN}{m^2}$

بار زنده:  $L = 2 \frac{kN}{m^2}$

۱- محاسبه لنگر ترک خوردگی ( $M_{cr}$ )

۹-۲-۱۹-۲ محاسبه تغییر مکانهای آنی و دراز مدت در تیرها و دالهای یک طرفه

جدول ۹-۱۹-۱ ممان اینرسی مؤثر،  $I_e$

لنگر سرویس	ممان اینرسی مؤثر، $I_e$
$M_a \leq \frac{2}{3} M_{cr}$	$I_g$
$M_a > \frac{2}{3} M_{cr}$	$\frac{I_{cr}}{1 - \left(\frac{\frac{2}{3} M_{cr}}{M_a}\right)^2 \left(1 - \frac{I_{cr}}{I_g}\right)}$

در روابط جدول ۹-۱۹-۱،  $M_{cr}$  لنگر خمشی ترک خوردگی مقطع بوده و بر اساس رابطه‌ی (۹-۱۹-۱) محاسبه می‌شود:

$$M_{cr} = \frac{f_r I_g}{y_t} \quad (۹-۱۹-۱)$$

$$f_r = 0.62 \lambda \sqrt{f'_c} \quad (۹-۳-۱)$$

۹-۳-۶ مدول الاستیسیته‌ی بتن،  $E_c$

۹-۳-۶-۱ مدول الاستیسیته بتن را می‌توان از یکی از دو رابطه‌ی (۹-۳-۲ الف) و یا (۹-۳-۲ ب) محاسبه نمود:

- ضریب الاستیسیته بتنهای با چگالی بتن  $W_c$  بین ۱۴۴۰ و ۲۵۶۰ کیلوگرم بر متر مکعب:

$$E_c = 0.043 W_c^{1.5} \sqrt{f'_c} \quad (۹-۳-۲ الف)$$

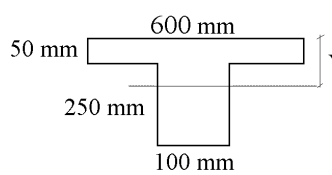
- رابطه فوق برای بتن های معمولی با چگالی ۲۳۰۰ کیلوگرم بر متر مکعب، به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$E_c = 4700 \sqrt{f'_c} \quad (۹-۳-۲ ب)$$



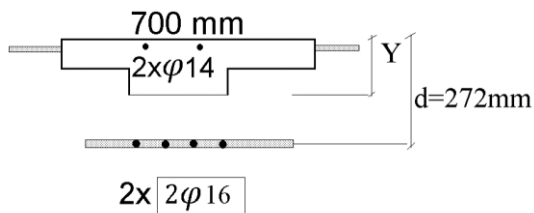
$$Y_1 = \frac{700 \times 50 \times 25 + 250 \times 200 \times 175}{700 \times 50 + 250 \times 200} = 113.23 \text{ mm}$$

$$I_g = \frac{700 \times 50^3}{12} + 700 \times 50(113.23 - 25)^2 + \frac{200 \times 250^3}{12} + 200 \times 250(175 - 113.23)^2 = 730943630 \text{ mm}^4$$



$$r_{cr} = \frac{f_r I_g}{y_t} = \frac{0.62\sqrt{20} \times 730.9436 \times 10^6}{300 - 113.23} = 10.85165 \text{ kN.m}$$

۲- محاسبه ممان اینرسی ترک خورده مقطع (Icr)



$$n = \frac{2 \times 10^5}{4700\sqrt{20}} = 9.515$$

$$nA_s = 9.515 \times 2 \times (2 \times \phi 16) = 7652.5 \text{ mm}^2$$

$$(n-1)A'_s = 8.515 \times (2\phi 14 + \phi 8) = 3050 \text{ mm}^2$$

$$(500 \times 50) \times (Y_2 - 25) + (200 \times Y_2) \times \frac{Y_2}{2} + 3050 \times (Y - 23) = 7652.5 \times (277 - Y_2)$$

$$Y_2 = 66.469 \text{ mm}$$

$$I_{cr} = \frac{500 \times 50^3}{12} + (50 \times 500) \times (Y_2 - 25)^2 + \frac{200 \times Y_2^3}{3} + nA_s(d - Y_2)^2 + (n-1)A'_s(Y_2 - d')^2 = 412.7275 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

در این مثال فرض می شود:

کل بار مرده کف سازی و تیغه بندی بعد از اتصال قطعات غیر سازه ای اعمال میشود ( $\alpha = 0$ )

با توجه به اینکه کاربری سازه مسکونی می باشد، فرض می شود ۲۵ درصد بار زنده دائمی می باشد ( $\beta = 0.25$ )

در آیین نامه ها و نشریه ها پیشنهادی برای این فرض ارائه نشده است. بسته به نظر طراح و کاربری سازه ممکن است عددی بین صفر درصد تا ۱۰۰ درصد برای این موارد در نظر گرفته شود.

اگر بخواهیم در جهت اطمینان عمل کنیم، می توانیم فرض کنیم ۱۰۰ درصد بار مرده کف سازی پس از اتصال قطعات غیرسازه ای اعمال می شود.

$$q_{Dead} = 3.0357 \frac{kN}{m^2}$$

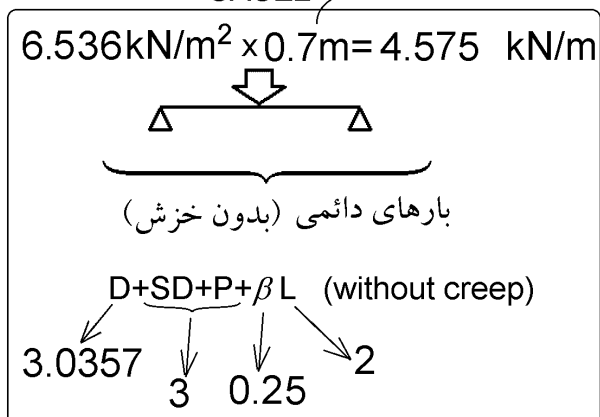
$$q_{SD} + q_{Part} = 3 \frac{kN}{m^2}$$

$$q_{Live} = 2 \frac{kN}{m^2}$$

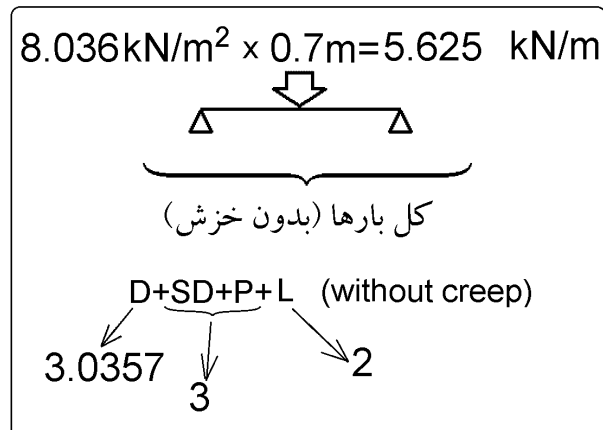
$$\Delta = (CASE1 - CASE2) + (CASE3 - CASE4)$$

فاصله تیرچه ها ۰.۷m می باشد

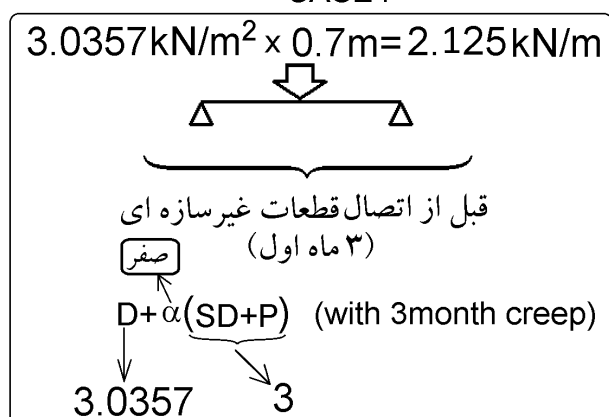
CASE2



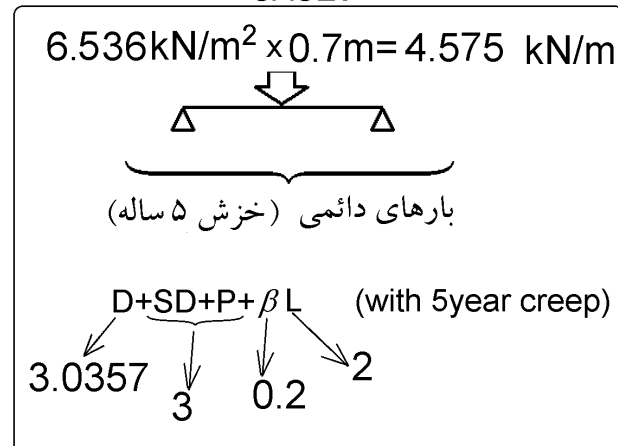
CASE1



CASE4



CASE3



۴- محاسبه پارامترهای مربوط به خزش و جمع شدگی

محاسبات زیر بر اساس ACI-209 به صورت خلاصه تهیه شده اند:

$$\text{creep coefficient} = \varphi(t, t_0) = \frac{(t)^{0.6}}{10+(t)^{0.6}} \varphi_u$$

زمان بارگذاری (روز)  $\varphi_u = 2.35 \gamma_c$

$$\gamma_c = \gamma_{la} \cdot \gamma_{\lambda} \cdot \gamma_{vs} \cdot \gamma_s \cdot \gamma_{\psi} \cdot \gamma_{\alpha}$$

$$\text{Shrinkage strain} = (\epsilon_{sh})_t = \frac{t}{35+t} (\epsilon_{sh})_u$$

زمان بارگذاری (روز)  $(\epsilon_{sh})_u = 780 \times 10^{-6} \gamma_{sh}$

$$\gamma_{sh} = \gamma_{cp} \cdot \gamma_{\lambda} \cdot \gamma_{vs} \cdot \gamma_s \cdot \gamma_{\psi} \cdot \gamma_c \cdot \gamma_{\alpha}$$

Loading age = 7 days  $\Rightarrow \gamma_{la} = 1$  در جهت  
 Loading age > 7 days  $\Rightarrow \gamma_{la} = 1.25(t_{la})^{-0.118}$  اطمینان  
 میتوان  $\gamma_{la}$  را برابر یک در نظر گرفت

Moist cured during a period of 7 days  $\Rightarrow \gamma_{cp} = 1$

Table 2.5.3 Shrinkage Correction Factors for Initial Moist Curing

Moist curing duration, days	Shrinkage $\gamma_{cp}$
1	1.2
3	1.1
7	1.0
14	0.93
28	0.86
90	0.75

Relative humidity in percent

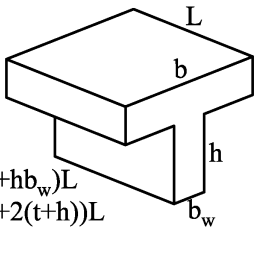
$\lambda = 40$  percent  $\Rightarrow \gamma_{\lambda} = 1$   
 $\lambda > 40$  percent  $\Rightarrow \gamma_{\lambda} = 1.27 - 0.0067\lambda$

Relative humidity in percent

در اکثر موارد رطوبت نسبی حداقل ۴۰ درصد  $40 \leq \lambda \leq 80 \Rightarrow \gamma_{\lambda} = 1.4 - 0.0102\lambda$  می باشد و در جهت اطمینان میتوان  $\gamma_{\lambda}$  را برابر یک گرفت

Size effect :

$$\gamma_{vs} = \frac{2}{3} (1 + 1.13 \exp(-0.0213 V/S))$$



$V = (bh)L$   
 $S = (2b+2h)L$

$V = (bt+hb_w)L$   
 $S = (2b+2(t+h))L$

Size effect :  $\gamma_{vs} = 1.2 (\exp(-0.00472 V/S))$

Observed slump in mm

Slump:  $\gamma_s = 0.89 + 0.041s$

Observed slump in mm

Slump:  $\gamma_s = 0.82 + 0.00264s$

Ratio of the fine aggregate to total aggregate by weight expressed as percentage

Ratio of the fine aggregate to total aggregate by weight expressed as percentage

$\Psi \leq 50$  percent  $\Rightarrow \gamma_{\psi} = 0.3 + 0.014\Psi$   
 $\Psi > 50$  percent  $\Rightarrow \gamma_{\psi} = 0.9 + 0.002\Psi$

Fine aggregate percentage:  $\gamma_{\psi} = 0.88 + 0.0024\Psi$

Cement content in kg/m<sup>3</sup>

Cement content:  $\gamma_c = 0.75 + 0.00061c$

air content in percent

Air content:  $\gamma_{\alpha} = 0.46 + 0.09\alpha \geq 1$

air content in percent

Air content:  $\gamma_{\alpha} = 0.95 + 0.008\alpha \geq 1$

زمان شروع بارگذاری = ۷ روز  $\Rightarrow \gamma_{la} = 1$

رطوبت نسبی هوا = ۴۰ درصد  $\Rightarrow \gamma_{\lambda} = 1$

$$\frac{V}{S} = \frac{(bt+hb_w)L}{(2b+2(t+h))L}$$

$$= \frac{700 \times 50 + 250 \times 200}{2 \times 700 + 2 \times 300} = 42.5 \text{ mm}$$

creep:

$\gamma_{vs} = \frac{2}{3} (1 + 1.13 \exp(-0.0213 V/S)) \cong 1$

Shrinkage:

$\gamma_{vs} = 1.2 (\exp(-0.00472 V/S)) \cong 1$

فرض  $\Rightarrow \gamma_s = 1$

فرض  $\Rightarrow \gamma_c = 1$

فرض  $\Rightarrow \gamma_{\psi} = 1$

فرض  $\Rightarrow \gamma_{\alpha} = 1$

creep coefficient  $= \varphi(t, t_0) = \frac{(t)^{0.6}}{10+(t)^{0.6}} \varphi_u$

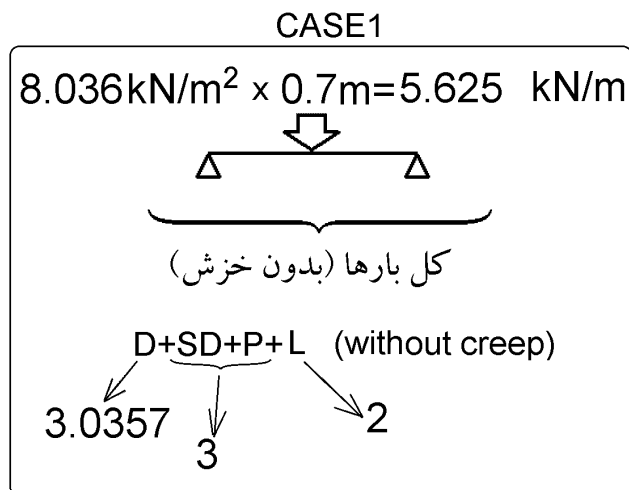
ضریب خزش بلند مدت  $(t=\infty) = \frac{(\infty)^{0.6}}{10+(\infty)^{0.6}} \cdot 2.35 = 2.35$

ضریب خزش ۳ ماهه  $(t=90) = \frac{(90)^{0.6}}{10+(90)^{0.6}} \cdot 2.35 = 1.4$

Shrinkage strain  $= (\epsilon_{sh})_t = \frac{t}{35+t} (\epsilon_{sh})_u$

ضریب جمع شدگی بلند مدت  $(t=\infty) = \frac{(\infty)}{35+(\infty)} \cdot 780 \times 10^{-6} = 780 \times 10^{-6}$

ضریب جمع شدگی ۳ ماهه  $(t=90) = \frac{(90)}{35+(90)} \cdot 780 \times 10^{-6} = 562 \times 10^{-6}$



محاسبات این بخش مشابه مثال 8.4 در کتاب Concrete Structures Stresses and Deformations, Third Edition، صفحه ۲۸۵ نوشته است. علاقه مندان میتوانند برای اطلاعات بیشتر به مرجع اصلی مراجعه کنند.

$$M_a = \frac{qL^2}{8} = \frac{5.625 \times 7.5^2}{8} = 39.5508 \text{ kN.m} \left. \begin{array}{l} M_{cr} = 10.85165 \text{ kN.m} \\ \beta = 1 \end{array} \right\} \xi = 1 - \beta \left( \frac{M_{cr}}{M_a} \right)^2 = 1 - \left( \frac{10.85165}{39.5508} \right)^2 = 0.9247$$

حالت ۱

محاسبه انحنای مقطع تحت بار CASE1 با فرض عدم ترک خوردن مقطع:

$$E_c = 4700\sqrt{20} = 21019$$

$$E_c I = 21019 \times 730943630 = 1.53637 \times 10^{13} \text{ N.mm}^2$$

$$STAT1: \psi_1(t_0) = \frac{M_a}{EI} = \frac{39.5508 \times 10^6}{1.53637 \times 10^{13}} = 2.5743 \times 10^{-6} \frac{1}{mm}$$

حالت ۲

محاسبه انحنای مقطع تحت بار CASE1 با فرض عدم ترک خوردن مقطع:

$$E_c = 4700\sqrt{20} = 21019$$

$$E_c I_{cr} = 21019 \times 412.7275 \times 10^6 = 0.867512 \times 10^{13} \text{ N.mm}^2$$

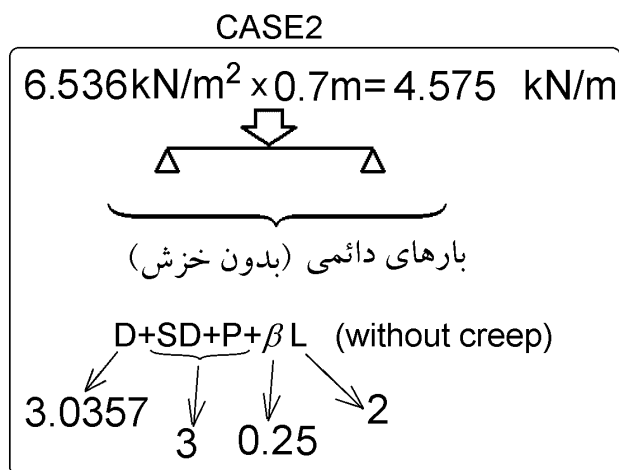
$$STAT2: \psi_2(t_0) = \frac{M_a}{EI} = \frac{39.5508 \times 10^6}{0.867512 \times 10^{13}} = 4.559 \times 10^{-6} \frac{1}{mm}$$

درون یابی بین حالت ۱ و ۲:

$$\psi = \xi \times \psi_2(t_0) + (1 - \xi) \psi_1(t_0) = 0.9247 \times 4.559 \times 10^{-6} + 0.0753 \times 2.5743 \times 10^{-6} = 4.40955 \times 10^{-6} \frac{1}{mm}$$

مقدار فوق انحنا در وسط تیر را تحت  $M_a$  نشان میدهد. مسلماً در نقاط دیگر لنگر وارد شده کمتر بوده و انحنا نیز کمتر است. با فرض اینکه تغییرات انحنا در طول تیر به صورت سهمی شکل باشد (همانند دیاگرام لنگر تیر دوسرمفصل تحت بار گسترده)، میتوان مقدار خیز را بدست آورد:

$$\Delta_{CASE1} = \Delta_{D+SD+P+L} = \frac{5}{48} \psi L^2 = \frac{5}{48} \times 4.40955 \times 10^{-6} \times 7500^2 = 25.83720703 \text{ mm}$$



محاسبات این بخش مشابه مثال 8.4 در کتاب Concrete Structures Stresses and Deformations, Third Edition, صفحه ۲۸۵ نوشته است. علاقه مندان میتوانند برای اطلاعات بیشتر به مرجع اصلی مراجعه کنند.

$$M_a = \frac{qL^2}{8} = \frac{4.575 \times 7.5^2}{8} = 32.168 \text{ kN.m}$$

$$M_{cr} = 10.85165 \text{ kN.m}$$

$$\beta = 1$$

$$\left. \begin{array}{l} M_a = \frac{qL^2}{8} = \frac{4.575 \times 7.5^2}{8} = 32.168 \text{ kN.m} \\ M_{cr} = 10.85165 \text{ kN.m} \\ \beta = 1 \end{array} \right\} \xi = 1 - \beta \left( \frac{M_{cr}}{M_a} \right)^2 = 1 - \left( \frac{10.85165}{32.168} \right)^2 = 0.8862$$

حالت ۱

محاسبه انحنای مقطع تحت بار CASE1 با فرض عدم ترک خوردن مقطع:

$$E_c = 4700\sqrt{20} = 21019$$

$$E_c I = 21019 \times 730943630 = 1.53637 \times 10^{13} \text{ N.mm}^2$$

$$STAT1: \psi_1(t_0) = \frac{M_a}{EI} = \frac{32.168 \times 10^6}{1.53637 \times 10^{13}} = 2.09377 \times 10^{-6} \frac{1}{\text{mm}}$$

حالت ۲

محاسبه انحنای مقطع تحت بار CASE1 با فرض عدم ترک خوردن مقطع:

$$E_c = 4700\sqrt{20} = 21019$$

$$E_c I_{cr} = 21019 \times 412.7275 \times 10^6 = 0.867512 \times 10^{13} \text{ N.mm}^2$$

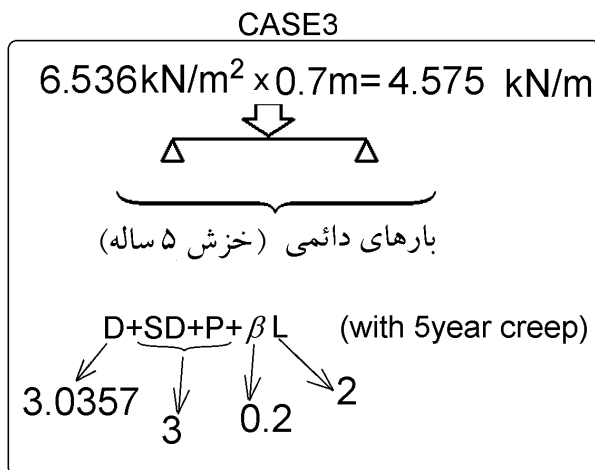
$$STAT2: \psi_1(t_0) = \frac{M_a}{EI} = \frac{32.168 \times 10^6}{0.867512 \times 10^{13}} = 3.708 \times 10^{-6} \frac{1}{\text{mm}}$$

درون یابی بین حالت ۱ و ۲:

$$\psi = \xi \times \psi_2(t_0) + (1 - \xi) \psi_1(t_0) = 0.8862 \times 3.708 \times 10^{-6} + 0.1138 \times 2.09377 \times 10^{-6} = 3.524 \times 10^{-6} \frac{1}{\text{mm}}$$

مقدار فوق انحنا در وسط تیر را تحت Ma نشان میدهد. مسلماً در نقاط دیگر لنگر وارد شده کمتر بوده و انحنا نیز کمتر است. با فرض اینکه تغییرات انحنا در طول تیر به صورت سهمی شکل باشد (همانند دیاگرام لنگر تیر دوسرمفصل تحت بار گسترده)، میتوان مقدار خیز را بدست آورد:

$$\Delta_{CASE2} = \Delta_{D+SD+0.25L} (\text{No creep, No Shrinkage}) = \frac{5}{48} \psi L^2 = \frac{5}{48} \times 3.5243 \times 10^{-6} \times 7500^2 = 20.65 \text{ mm}$$



محاسبات این بخش مشابه مثال 8.4 در کتاب Concrete Structures Stresses and Deformations, Third Edition, صفحه ۲۸۵ نوشته است. علاقه مندان میتوانند برای اطلاعات بیشتر به مرجع اصلی مراجعه کنند.

حالت ۱ (فرض مقطع نخورده)

محاسبه انحنای مقطع با فرض عدم ترک خوردن مقطع:

در محاسبه مشخصات مقطع ترک نخورده (در زمان ۰) در جهت اطمینان از اثر میگردها صرف نظر شده است. میتوان این محاسبات را با احتساب میگردها انجام داد.

$$E_c = 4700\sqrt{20} = 21019$$

$$E_c I_1 = 21019 \times 730943630 = 1.53637 \times 10^{13} \text{ N.mm}^2$$

$$Y_{1(t=0)} = \frac{700 \times 50 \times 25 + 250 \times 200 \times 175}{700 \times 50 + 250 \times 200} = 113.23 \text{ mm}$$

$$I_{1(t=0)} = \frac{700 \times 50^3}{12} + 700 \times 50(113.23 - 25)^2 + \frac{200 \times 250^3}{12} + 200 \times 250(175 - 113.23)^2 = 730943630 \text{ mm}^4$$

$$STATE1: \quad \psi_{1(t=0)} = \frac{M_a}{EI} = \frac{32.168 \times 10^6}{1.53637 \times 10^{13}} = 2.09377 \times 10^{-6} \frac{1}{\text{mm}}$$

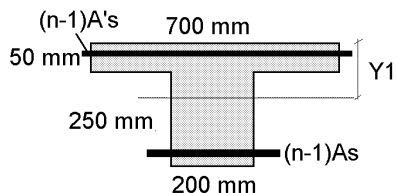
محاسبه مدول الاستیسیته بتن پس از گذر زمان:

Age adjusted modulus of elasticity of concrete:

$$\left. \begin{array}{l} \text{creep coefficient} = \phi(t, t_0) = 2.35 \\ \chi = 0.8 \\ E_c = 4700\sqrt{20} = 21019 \end{array} \right\} \bar{E}_c(t, t_0) = \frac{E_c}{1 + \chi \times \text{creep coefficient}} = 7298.277 \text{ MPa}$$

$$\bar{n} = \frac{E_s}{\bar{E}_c(t, t_0)} = \frac{200000}{7298.277} = 27.4$$

محاسبه مشخصات مقطع تبدیل یافته پس از گذر زمان در حالت ۱ (با فرض عدم ترک خوردن مقطع):



$$\bar{n} = \frac{E_s}{E_c(t, t_0)} = \frac{200000}{7298.277} = 27.4$$

$$(n-1)A_s = 26.4 \times 2 \times (2 \times \phi 16) = 21235.14 \text{ mm}^2$$

$$(n-1)A'_s = 26.4 \times (2\phi 14 + \phi 8) = 9456.27 \text{ mm}^2$$

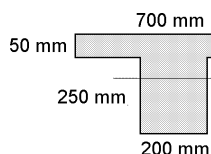
$$Y_{1(t=\infty)} = \frac{700 \times 50 \times 25 + 250 \times 200 \times 175 + 21235.14 \times 277 + 9456.27 \times 23}{700 \times 50 + 250 \times 200 + 21235.14 + 9456.27} = 135.92 \text{ mm}$$

$I_{1(t=\infty)}$

$$= \frac{700 \times 50^3}{12} + 700 \times 50 \times (135.92 - 25)^2 + \frac{200 \times 250^3}{12} + 200 \times 250(175 - 135.92)^2 + 21235.14 \times (277 - 135.92)^2 + 9456.27 \times (135.92 - 23)^2 = 1317915499 \text{ mm}^4$$

محاسبه مرکز سطح بتن در حالت ۱ (بدون میلگرد):

$$Y_{c1} = \frac{700 \times 50 \times 25 + 250 \times 200 \times 175 - A_s \times 277 - A'_s \times 23}{700 \times 50 + 250 \times 200 - A_s - A'_s} = 112.0498 \text{ mm}$$



اختلاف مرکز سطح بتن ترک نخورده و مرکز سطح مقطع ترک نخورده تبدیل یافته برابر است با:  $Y_{c1} - Y_{1(t=\infty)} = 112.0498 - 135.92 = -23.87 \text{ mm}$

$I_{c1}$

$$= \frac{700 \times 50^3}{12} + 700 \times 50 \times (135.92 - 25)^2 + \frac{200 \times 250^3}{12} + 200 \times 250(175 - 135.92)^2 - A_s \times (277 - 135.92)^2 - A'_s \times (135.92 - 23)^2 = 754105084 \text{ mm}^4$$

$$A_{c1} = 700 \times 50 + 200 \times 250 - A_s - A'_s = 83837.611 \text{ mm}^2$$

$$r_{c1}^2 = \frac{I_{c1}}{A_{c1}} = \frac{754105084}{83837.611} = 8994.830341 \text{ mm}^2$$

محاسبه ضریب کاهش انحنای (رابطه 3.18 در کتاب Concrete Structures Stresses and Deformations, Third Edition):

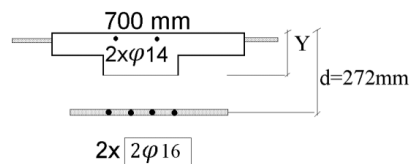
$$\left. \begin{aligned} \kappa &= \frac{I_{c1}}{I_{c1(t=\infty)}} = \frac{754105084}{1317915499} = 0.572195323 \\ \text{Creep Coefficient} &= \phi(t, t_0) = 2.35 \\ \psi_1(t_0) &= 2.09377 \times 10^{-6} \\ \varepsilon_0(t_0) &= \psi_1(t_0) \times (Y_{1(t=\infty)} - Y_{1(t=0)}) = 2.09377 \times 10^{-6} \times (135.92 - 113.23) = 4.751 \times 10^{-5} \\ Y_{c1} - Y_{1(t=\infty)} &= -23.87 \\ r_{c1}^2 &= \frac{I_{c1}}{A_{c1}} = 8994.830341 \\ \varepsilon_{cs}(t, t_0) &= -0.00078 \end{aligned} \right\}$$

$$\Delta\psi_1 = \kappa \left[ \phi(t, t_0) \left( \psi_1(t_0) + \varepsilon_0(t_0) \frac{Y_{c1} - Y_{1(t=\infty)}}{r_{c1}^2} \right) + \varepsilon_{cs}(t, t_0) \frac{Y_{c1} - Y_{1(t=\infty)}}{r_{c1}^2} \right]$$

$$= 0.572195323 \left[ 2.35 \times \left( 2.09377 \times 10^{-6} + 4.751 \times 10^{-5} \frac{-23.87}{8994.830341} \right) - 0.00078 \frac{-23.87}{8994.830341} \right] = 3.83027 \times 10^{-6}$$

$$\psi_{1(t=\infty)} = \psi_{1(t=0)} + \Delta\psi_1 = 2.09377 \times 10^{-6} + 3.83027 \times 10^{-6} = 5.92403 \times 10^{-6}$$

انحنای مقطع در زمان  $(t=0)$  و با فرض ترک خوردن مقطع:



$$n = \frac{2 \times 10^5}{4700\sqrt{20}} = 9.515$$

$$nA_s = 9.515 \times 2 \times (2 \times \phi 16) = 7652.5 \text{ mm}^2$$

$$(n-1)A'_s = 8.515 \times (2\phi 14 + \phi 8) = 3050 \text{ mm}^2$$

$$(500 \times 50) \times (Y_2 - 25) + (200 \times Y_2) \times \frac{Y_2}{2} + 3050 \times (Y - 23) = 7652.5 \times (277 - Y_2)$$

$$Y_{2(t=0)} = 66.469 \text{ mm}$$

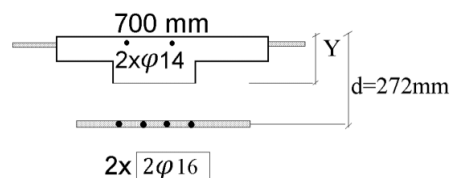
$$I_{2(t=0)} = \frac{500 \times 50^3}{12} + (50 \times 500) \times (Y_2 - 25)^2 + \frac{200 \times Y_2^3}{3} + nA_s(d - Y_2)^2 + (n-1)A'_s(Y_2 - d')^2$$

$$= 412.7275 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

$$E_c I_{2(t=0)} = 21019 \times 412.7275 \times 10^6 = 0.867512 \times 10^{13} \text{ N} \cdot \text{mm}^2$$

$$STATE2: \quad \psi_{2(t=0)} = \frac{M_a}{EI} = \frac{32.168 \times 10^6}{0.867512 \times 10^{13}} = 3.708 \times 10^{-6} \frac{1}{\text{mm}}$$

با فرض ترک خوردن مقطع:



$$\bar{n} = \frac{E_s}{E_c(t, t_0)} = \frac{200000}{7298.277} = 27.4$$

$$(n)A_s = 27.4 \times 2 \times (2 \times \phi 16) = 22039.3847 \text{ mm}^2$$

$$(n-1)A'_s = 26.4 \times (2\phi 14 + \phi 8) = 9456.27 \text{ mm}^2$$

$$(500 \times 50) \times (Y_2 - 25) + (200 \times Y_2) \times \frac{Y_2}{2} + 9456.27 \times (Y_2 - 23) = 22039.3847 \times (277 - Y_2)$$

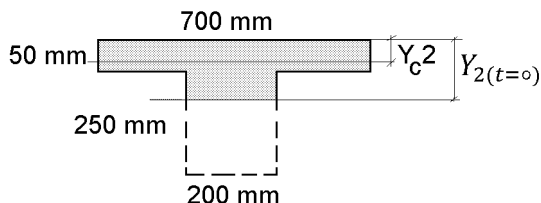
$$Y_{2(t=\infty)} = 103.8739119 \text{ mm}$$

$$I_{2(t=\infty)} = \frac{500 \times 50^3}{12} + (50 \times 500) \times (Y_2 - 25)^2 + \frac{200 \times Y_2^3}{3} + nA_s(d - Y_2)^2 + (n-1)A'_s(Y_2 - d')^2$$

$$= 957.8824 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

محاسبه مرکز سطح بتن (بدون میلگرد):

$$Y_{c2} = \frac{500 \times 50 \times 25 + 66.469 \times 200 \times \frac{66.469}{2} - A'_s \times 23}{500 \times 50 + 66.469 \times 200 - A'_s} = 27.904 \text{ mm}$$



اختلاف مرکز سطح بتن ترک نخورده و مرکز سطح مقطع ترک نخورده تبدیل یافته برابر است با:

$$Y_{c2} - Y_{2(t=\infty)} = 27.904 - 103.8739 = -75.969 \text{ mm}$$

$$I_{c2} = \frac{500 \times 50^3}{12} + 500 \times 50 \times (103.8739 - 25)^2 + \frac{200 \times 66.469^3}{12} + 200 \times 66.469 \times \left(103.8739 - \frac{66.469}{2}\right)^2 - A'_s \times (103.8739 - 23)^2 = 229.622 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

$$A_{c2} = 500 \times 50 + 200 \times 66.469 - A'_s = 37935.656 \text{ mm}^2$$

$$r_{c2}^2 = \frac{I_{c2}}{A_{c2}} = \frac{229622783}{37935.656} = 6052.95 \text{ mm}^2$$



محاسبه ضریب کاهش انحنا (رابطه 3.18 در کتاب (Concrete Structures Stresses and Deformations, Third Edition):

$$\left. \begin{aligned} \kappa_2 &= \frac{I_{c2}}{I_{2(t=\infty)}} = \frac{229.622 \times 10^6}{957.8824 \times 10^6} = 0.2397 \\ \text{Creep Coefficient} &= \phi(t, t_0) = 2.35 \\ \psi_2(t_0) &= 3.708 \times 10^{-6} \\ \varepsilon_0(t_0) &= \psi_{2(t=0)} \times (Y_{2(t=\infty)} - Y_{2(t=0)}) = 3.708 \times 10^{-6} \times (103.87 - 66.469) = 0.00013868 \\ Y_{c2} - Y_{2(t=\infty)} &= -75.969 \\ r_{c2}^2 &= \frac{I_{c2}}{A_{c2}} = \frac{229.622 \times 10^6}{37935.656} = 6052.95 \\ \varepsilon_{cs}(t, t_0) &= -0.00078 \end{aligned} \right\}$$

$$\begin{aligned} \Delta\psi_2 &= \kappa_2 \left[ \phi(t, t_0) \left( \psi_2(t_0) + \varepsilon_0(t_0) \frac{Y_{c1} - Y_{1(t=\infty)}}{r_{c1}^2} \right) + \varepsilon_{cs}(t, t_0) \frac{Y_{c1} - Y_{1(t=\infty)}}{r_{c1}^2} \right] \\ &= 0.2397 \left[ 2.35 \times \left( 3.708 \times 10^{-6} + 0.00013868 \frac{-75.969}{6052.95} \right) - 0.00078 \frac{-75.969}{6052.95} \right] = 3.455 \times 10^{-6} \end{aligned}$$

$$\psi_{2(t=\infty)} = \psi_{2(t=0)} + \Delta\psi_2 = 3.708 \times 10^{-6} + 3.455 \times 10^{-6} = 7.16307E - 06$$

درون یابی بین حالت ۱ و ۲:

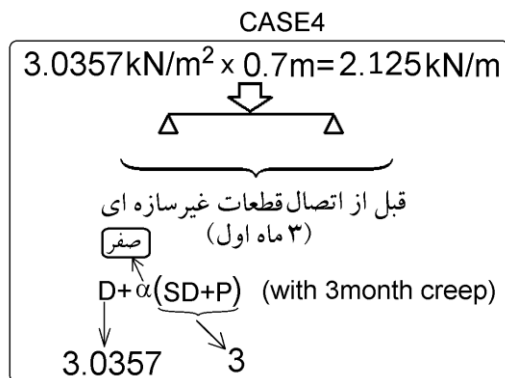
$$\left. \begin{aligned} M_a &= \frac{qL^2}{8} = \frac{4.575 \times 7.5^2}{8} = 32.168 \text{ kN.m} \\ M_{cr} &= 10.85165 \text{ kN.m} \\ \beta &= 0.5 \end{aligned} \right\} \xi = 1 - \beta \left( \frac{M_{cr}}{M_a} \right)^2 = 1 - 0.5 \left( \frac{10.85165}{32.168} \right)^2 = 0.9431$$

$$\left. \begin{aligned} \xi &= 0.9431 \\ \psi_{2(t=\infty)} &= 7.16307 \times 10^{-6} \\ \psi_{2(t=0)} &= 5.92403 \times 10^{-6} \end{aligned} \right\}$$

$$\psi = \xi \times \psi_{2(t=\infty)} + (1 - \xi) \psi_{2(t=0)} = 0.9431 \times 7.16307 \times 10^{-6} + 0.0569 \times 5.92403 \times 10^{-6} = 7.09257 \times 10^{-6} \frac{1}{mm}$$

مقدار فوق انحنا در وسط تیر را تحت  $M_a$  نشان میدهد. مسلماً در نقاط دیگر لنگر وارد شده کمتر بوده و انحنا نیز کمتر است. با فرض اینکه تغییرات انحنا در طول تیر به صورت سهمی شکل باشد (همانند دیاگرام لنگر تیر دوسرمفصل تحت بار گسترده)، میتوان مقدار خیز را بدست آورد:

$$\begin{aligned} \Delta_{CASE3} = \Delta_{D+SD+0.25L} (\text{including Long term creep \& shrinkage}) &= \frac{5}{48} \psi L^2 = \frac{5}{48} \times 7.09257 \times 10^{-6} \times 7500^2 \\ &= 41.558 \text{ mm} \end{aligned}$$



محاسبات این بخش مشابه مثال 8.4 در کتاب Concrete Structures Stresses and Deformations, Third Edition, صفحه ۲۸۵ نوشته است. علاقه مندان میتوانند برای اطلاعات بیشتر به مرجع اصلی مراجعه کنند.

حالت ۱ (فرض مقطع نخورده)

محاسبه انحنای مقطع با فرض عدم ترک خوردن مقطع:

در محاسبه مشخصات مقطع ترک نخورده (در زمان ۰) در جهت اطمینان از اثر میلگردها صرف نظر شده است. میتوان این محاسبات را با احتساب میلگردها انجام داد.

$$E_c = 4700\sqrt{20} = 21019$$

$$E_c I_1 = 21019 \times 730943630 = 1.53637 \times 10^{13} \text{ N} \cdot \text{mm}^2$$

$$Y_{1(t=0)} = \frac{700 \times 50 \times 25 + 250 \times 200 \times 175}{700 \times 50 + 250 \times 200} = 113.23 \text{ mm}$$

$$I_{1(t=0)} = \frac{700 \times 50^3}{12} + 700 \times 50(113.23 - 25)^2 + \frac{200 \times 250^3}{12} + 200 \times 250(175 - 113.23)^2 = 730943630 \text{ mm}^4$$

$$STATE1: \quad \psi_{1(t=0)} = \frac{M_a}{EI} = \frac{14.941 \times 10^6}{1.53637 \times 10^{13}} = 9.725 \times 10^{-7} \frac{1}{\text{mm}}$$

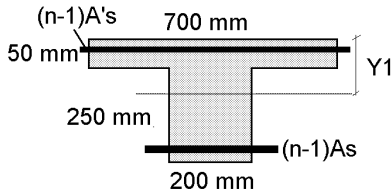
محاسبه مدول الاستیسیته بتن پس از گذر زمان:

Age adjusted modulus of elasticity of concrete:

$$\left. \begin{array}{l} \text{creep coefficient} = \phi(t, t_0) = 1.4 \\ \chi = 0.8 \\ E_c = 4700\sqrt{20} = 21019 \end{array} \right\} \bar{E}_c(t, t_0) = \frac{E_c}{1 + \chi \times \text{creep coefficient}} = 9914.6 \text{ MPa}$$

$$\bar{n} = \frac{E_s}{\bar{E}_c(t, t_0)} = \frac{200000}{9914.6} = 20.17$$

محاسبه مشخصات مقطع تبدیل یافته پس از گذر زمان در حالت ۱ (با فرض عدم ترک خوردن مقطع):



$$\bar{n} = \frac{E_s}{E_c(t, t_0)} = \frac{200000}{9914.6} = 20.17$$

$$(n-1)A_s = 19.17 \times 2 \times (2 \times \varphi 16) = 15419.19 \text{ mm}^2$$

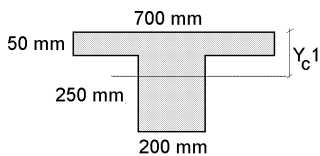
$$(n-1)A'_s = 19.17 \times (2\varphi 14 + \varphi 8) = 6866.36 \text{ mm}^2$$

$$Y_{1(t=\infty)} = \frac{700 \times 50 \times 25 + 250 \times 200 \times 175 + 15419.19 \times 277 + 6866.36 \times 23}{700 \times 50 + 250 \times 200 + 15419.19 + 6866.36} = 131 \text{ mm}$$

$$I_{1(t=\infty)} = \frac{700 \times 50^3}{12} + 700 \times 50 \times (131 - 25)^2 + \frac{200 \times 250^3}{12} + 200 \times 250(175 - 131)^2 + 15419.19 \times (277 - 131)^2 + 6866.36 \times (131 - 23)^2 = 1166532940 \text{ mm}^4$$

محاسبه مرکز سطح بتن در حالت ۱ (بدون میلگرد):

$$Y_{c1} = \frac{700 \times 50 \times 25 + 250 \times 200 \times 175 - A_s \times 277 - A'_s \times 23}{700 \times 50 + 250 \times 200 - A_s - A'_s} = 112.0498 \text{ mm}$$



اختلاف مرکز سطح بتن ترک نخورده و مرکز سطح مقطع ترک نخورده تبدیل یافته برابر است با:  
 $Y_{c1} - Y_{1(t=\infty)} = 112.0498 - 131 = -18.946 \text{ mm}$

$$I_{c1} = \frac{700 \times 50^3}{12} + 700 \times 50 \times (131 - 25)^2 + \frac{200 \times 250^3}{12} + 200 \times 250(175 - 131)^2 - A_s \times (277 - 131)^2 - A'_s \times (131 - 23)^2 = 736436813 \text{ mm}^4$$

$$A_{c1} = 700 \times 50 + 200 \times 250 - A_s - A'_s = 83837.611 \text{ mm}^2$$

$$r_{c1}^2 = \frac{I_{c1}}{A_{c1}} = \frac{736436813}{83837.611} = 8784.08 \text{ mm}^2$$

محاسبه ضریب کاهش انحنا (رابطه 3.18 در کتاب Concrete Structures Stresses and Deformations, Third Edition):

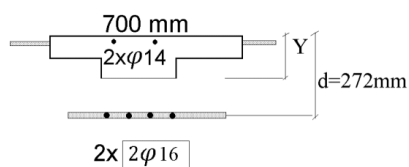
$$\left. \begin{aligned} \kappa &= \frac{I_{c1}}{I_{1(t=\infty)}} = \frac{736436813}{1166532940} = 0.6313 \\ \text{Creep Coefficient} &= \phi(t, t_0) = 1.4 \\ \psi_1(t_0) &= 9.725 \times 10^{-7} \\ \varepsilon_0(t_0) &= \psi_{1(t=0)} \times (Y_{1(t=\infty)} - Y_{1(t=0)}) = 9.725 \times 10^{-7} \times (131 - 113.23) = 1.7281 \times 10^{-5} \\ Y_{c1} - Y_{1(t=\infty)} &= -18.946 \\ r_{c1}^2 &= \frac{I_{c1}}{A_{c1}} = 8784.09 \\ \varepsilon_{cs}(t, t_0) &= -0.000562 \end{aligned} \right\}$$

$$\Delta\psi_1 = \kappa \left[ \phi(t, t_0) \left( \psi_1(t_0) + \varepsilon_0(t_0) \frac{Y_{c1} - Y_{1(t=\infty)}}{r_{c1}^2} \right) + \varepsilon_{cs}(t, t_0) \frac{Y_{c1} - Y_{1(t=\infty)}}{r_{c1}^2} \right]$$

$$= 0.6313 \left[ 1.4 \times \left( 9.725 \times 10^{-7} + 1.7281 \times 10^{-5} \frac{-18.946}{8784.09} \right) - 0.000562 \frac{-18.946}{8784.09} \right] = 1.5918 \times 10^{-6}$$

$$\psi_{1(t=\infty)} = \psi_{1(t=0)} + \Delta\psi_1 = 9.725 \times 10^{-7} + 1.5918 \times 10^{-6} = 2.564 \times 10^{-6}$$

انحنای مقطع در زمان  $(t=0)$  و با فرض ترک خوردن مقطع:



$$n = \frac{2 \times 10^5}{4700\sqrt{20}} = 9.515$$

$$nA_s = 9.515 \times 2 \times (2 \times \varphi 16) = 7652.5 \text{ mm}^2$$

$$(n-1)A'_s = 8.515 \times (2\varphi 14 + \varphi 8) = 3050 \text{ mm}^2$$

$$(500 \times 50) \times (Y_2 - 25) + (200 \times Y_2) \times \frac{Y_2}{2} + 3050 \times (Y - 23) = 7652.5 \times (277 - Y_2)$$

$$Y_{2(t=0)} = 66.469 \text{ mm}$$

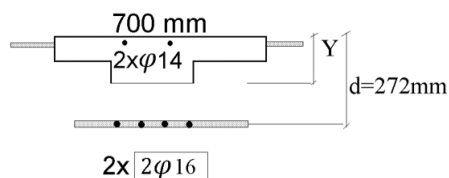
$$I_{2(t=0)} = \frac{500 \times 50^3}{12} + (50 \times 500) \times (Y_2 - 25)^2 + \frac{200 \times Y_2^3}{3} + nA_s(d - Y_2)^2 + (n-1)A'_s(Y_2 - d')^2$$

$$= 412.7275 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

$$E_c I_{2(t=0)} = 21019 \times 412.7275 \times 10^6 = 0.867512 \times 10^{13} \text{ N} \cdot \text{mm}^2$$

$$STATE2: \quad \psi_{2(t=0)} = \frac{M_a}{EI} = \frac{14.941 \times 10^6}{0.867512 \times 10^{13}} = 1.722 \times 10^{-6} \frac{1}{\text{mm}}$$

با فرض ترک خوردن مقطع:



$$\bar{n} = \frac{E_s}{E_c(t, t_0)} = \frac{200000}{9914.6} = 20.17$$

$$(n)A_s = 20.17 \times 2 \times (2 \times \varphi 16) = 16223 \text{ mm}^2$$

$$(n-1)A'_s = 19.17 \times (2\varphi 14 + \varphi 8) = 6866 \text{ mm}^2$$

$$(500 \times 50) \times (Y_2 - 25) + (200 \times Y_2) \times \frac{Y_2}{2} + 6866 \times (Y_2 - 23) = 16223 \times (277 - Y_2)$$

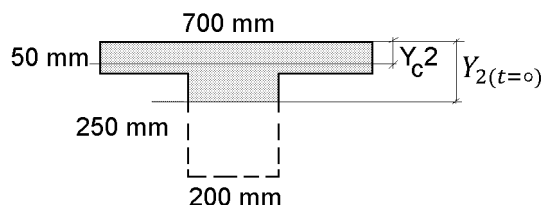
$$Y_{2(t=\infty)} = 92.09 \text{ mm}$$

$$I_{2(t=\infty)} = \frac{500 \times 50^3}{12} + (50 \times 500) \times (Y_2 - 25)^2 + \frac{200 \times Y_2^3}{3} + nA_s(d - Y_2)^2 + (n-1)A'_s(Y_2 - d')^2$$

$$= 757.28 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

محاسبه مرکز سطح بتن (بدون میلگرد):

$$Y_{c2} = \frac{500 \times 50 \times 25 + 66.469 \times 200 \times \frac{66.469}{2} - A'_s \times 23}{500 \times 50 + 66.469 \times 200 - A'_s} = 27.904 \text{ mm}$$



اختلاف مرکز سطح بتن ترک نخورده و مرکز سطح مقطع ترک نخورده تبدیل یافته برابر است با:

$$Y_{c2} - Y_{2(t=\infty)} = 27.904 - 92.09 = -64.188 \text{ mm}$$

$$I_{c2} = \frac{500 \times 50^3}{12} + 500 \times 50 \times (92.09 - 25)^2 + \frac{200 \times 66.469^3}{12} + 200 \times 66.469 \times \left(92.09 - \frac{66.469}{2}\right)^2 - A'_s \times (92.09 - 23)^2 = 166.98 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

$$A_{c2} = 500 \times 50 + 200 \times 66.469 - A'_s = 37935.656 \text{ mm}^2$$

$$r_{c2}^2 = \frac{I_{c2}}{A_{c2}} = \frac{166.98 \times 10^6}{37935.656} = 4401.713 \text{ mm}^2$$

محاسبه ضریب کاهش انحنا (رابطه 3.18 در کتاب (Concrete Structures Stresses and Deformations, Third Edition):

$$\left. \begin{aligned} \kappa_2 &= \frac{I_{c2}}{I_{2(t=\infty)}} = \frac{166.98 \times 10^6}{757.28 \times 10^6} = 0.2205 \\ \text{Creep Coefficient} &= \phi(t, t_0) = 1.4 \\ \psi_2(t_0) &= 1.722 \times 10^{-6} \\ \varepsilon_0(t_0) &= \psi_{2(t=0)} \times (Y_{2(t=\infty)} - Y_{2(t=0)}) = 1.722 \times 10^{-6} \times (92.09 - 66.469) = 4.412 \times 10^{-5} \\ Y_{c2} - Y_{2(t=\infty)} &= -64.188 \\ r_{c2}^2 &= \frac{I_{c2}}{A_{c2}} = \frac{166.98 \times 10^6}{37935.656} = 4401 \\ \varepsilon_{cs}(t, t_0) &= -0.000562 \end{aligned} \right\}$$

$$\begin{aligned} \Delta\psi_2 &= \kappa_2 \left[ \phi(t, t_0) \left( \psi_2(t_0) + \varepsilon_0(t_0) \frac{Y_{c1} - Y_{1(t=\infty)}}{r_{c1}^2} \right) + \varepsilon_{cs}(t, t_0) \frac{Y_{c1} - Y_{1(t=\infty)}}{r_{c1}^2} \right] \\ &= 0.2205 \left[ 1.4 \times \left( 1.722 \times 10^{-6} + 4.412 \times 10^{-5} \frac{-64.188}{4401} \right) - 0.000562 \frac{-64.188}{4401} \right] = 2.1401 \times 10^{-6} \end{aligned}$$

$$\psi_{2(t=\infty)} = \psi_{2(t=0)} + \Delta\psi_2 = 1.722 \times 10^{-6} + 2.1401 \times 10^{-6} = 3.862 \times 10^{-6}$$

درون یابی بین حالت ۱ و ۲:

$$\left. \begin{aligned} M_a &= \frac{qL^2}{8} = \frac{2.125 \times 7.5^2}{8} = 14.941 \text{ kN.m} \\ M_{cr} &= 10.85165 \text{ kN.m} \\ \beta &= 0.5 \end{aligned} \right\} \xi = 1 - \beta \left( \frac{M_{cr}}{M_a} \right)^2 = 1 - 0.5 \left( \frac{10.85165}{14.941} \right)^2 = 0.736$$

$$\left. \begin{aligned} \xi &= 0.736 \\ \psi_{2(t=\infty)} &= 3.862 \times 10^{-6} \\ \psi_{2(t=0)} &= 2.564 \times 10^{-6} \end{aligned} \right\}$$

$$\psi = \xi \times \psi_{2(t=\infty)} + (1 - \xi) \psi_{2(t=0)} = 0.736 \times 3.862 \times 10^{-6} + 0.264 \times 2.564 \times 10^{-6} = 3.52 \times 10^{-6} \frac{1}{mm}$$

مقدار فوق انحنا در وسط تیر را تحت  $Ma$  نشان میدهد. مسلماً در نقاط دیگر لنگر وارد شده کمتر بوده و انحنا نیز کمتر است. با فرض اینکه تغییرات انحنا در طول تیر به صورت سهمی شکل باشد (همانند دیاگرام لنگر تیر دوسرمفصل تحت بار گسترده)، میتوان مقدار خیز را بدست آورد:

$$\Delta_{CASE4} = \Delta_D (\text{including 3 month creep \& shrinkage}) = \frac{5}{48} \psi L^2 = \frac{5}{48} \times 3.52 \times 10^{-6} \times 7500^2 = 20.625 \text{ mm}$$

۱-۴-۲-۱۹-۹ تغییر مکان‌های ایجاد شده در تیرها و دال‌ها نباید از مقادیر مشخص شده در جدول ۳-۱۹-۹ تجاوز کنند.

جدول ۳-۱۹-۹ حداکثر تغییر مکان مجاز

ملاحظات	حد تغییر مکان	تغییر مکان مورد نظر	انواع عضو
-	$\frac{l}{180}$	تغییر مکان آبی ناشی از بارهای زنده	۱- بامهای تخت که به اعضای غیر سازه‌ای متصل نیستند یا آن‌ها را نگهداری نمی‌کنند؛ و بنا بر این تغییر مکان زیاد آسیبی در این اعضا ایجاد نمی‌کند.
	$\frac{l}{360}$		۲- مانند بالا در مورد کفها
تبصره ۱	$\frac{l}{480}$	آن قسمت از تغییر مکان که بعد از اتصال اعضای غیر سازه‌ای ایجاد می‌شود. منظور مجموع اضافه تغییر مکان دراز مدت ناشی از بارهای دائمی و تغییر مکان آبی ناشی از بارهای زنده است (تبصره ۳).	۳- بامها یا کفهایی که به اعضای غیر سازه‌ای متصل هستند یا آن‌ها را نگهداری می‌کنند؛ و تغییر مکان زیاد ممکن است آسیبی در این اعضا ایجاد کند.
تبصره ۲	$\frac{l}{240}$	از بارهای دائمی و تغییر مکان آبی ناشی از بارهای زنده است (تبصره ۳).	۴- بامها یا کفهایی که به اعضای غیر سازه‌ای متصل هستند یا آن‌ها را نگهداری می‌کنند، ولی تغییر مکان زیاد آسیبی در این اعضا ایجاد نمی‌کند.

تبصره ۱- در صورتی که بتوان با اتخاذ تدابیری ویژه از ایجاد آسیب به اعضای غیر سازه‌ای جلوگیری کرد، حد مربوط به این محدودیت را می‌توان افزایش داد.

تبصره ۲- حد تعیین شده نباید از حد روا داری قطعات غیر سازه‌ای تجاوز کند.

تبصره ۳- اضافه تغییر مکان دراز مدت شامل آن قسمت از تغییر مکان که قبل از اتصال به اعضای غیر سازه‌ای ایجاد شده است، نمی‌شود؛ و در حقیقت تفاضل تغییر مکان، قبل و بعد از اتصال این اعضا می‌باشد.

۱۹-۴-۲-۹ در ساختمان‌های متعارف مسکونی، اداری و تجاری رعایت محدودیت‌های

شماره‌های ۲ و ۴ از جدول ۳-۱۹-۹ کافی تلقی می‌شود.

کنترل خیز بلند مدت:  $\left\{ \begin{array}{l} \text{اگر تغییر شکل زیاد در قطعات غیر سازه‌ای آسیب ایجاد نمی‌کند} \\ \text{اگر تغییر شکل زیاد در قطعات غیر سازه‌ای آسیب ایجاد می‌کند} \end{array} \right\} < \frac{L}{240}$  تغییر مکان کل

$< \frac{L}{360}$  تغییر مکان بار زنده

با فرض اینکه تغییر شکل زیاد در قطعات غیر سازه‌ای آسیب ایجاد نمی‌کند:

$$\Delta_{CASE1} = \Delta_{D+SD+P+L} (No creep, No Shrinkage) = 25.83720703 \text{ mm}$$

$$\Delta_{CASE2} = \Delta_{D+SD+0.25L} (No creep, No Shrinkage) = 20.65 \text{ mm}$$

$$\Delta_{CASE3} = \Delta_{D+SD+0.25L} (including Long term creep \& shrinkage) = 41.558 \text{ mm}$$

$$\Delta_{CASE4} = \Delta_D (including 3 month creep \& shrinkage) = 20.625 \text{ mm}$$

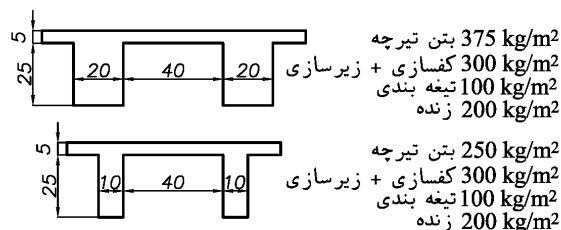
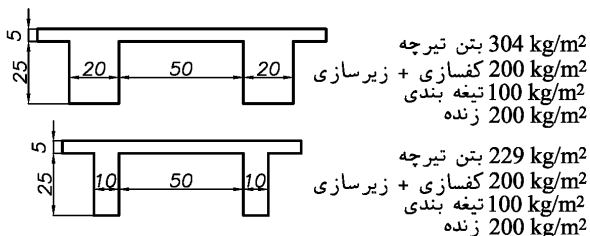
$$\Delta_{\text{بار زنده + تغییر مکان دراز مدت}} = (CASE1 - CASE2) + (CASE3 - CASE4) = 26.12 \leq \left( \frac{L}{240} = \frac{7500}{240} = 31.25 \text{ mm} \right) OK$$

- مقدار  $26.12 \text{ mm}$  با بررسی لنگر وسط تیر و با فرض اینکه دیاگرام انحنا در طول تیر سهمی درجه دو باشد بدست آمده است (تقریب دارد). در شیت اکسل که برای این منظور نوشته شده است و در طول تیر دقیق انتگرال گیری میکند مقدار دقیق برابر  $28.053 \text{ mm}$  بدست می‌آید.

$$\Delta_L = 5.263 < \left( \frac{L}{360} = \frac{7500}{360} = 20.83 \text{ mm} \right) OK$$

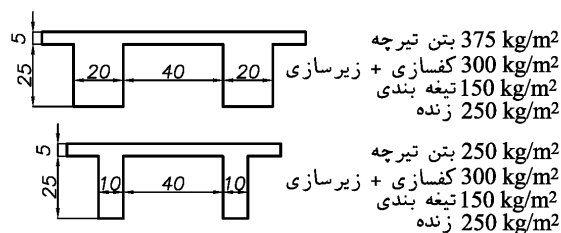
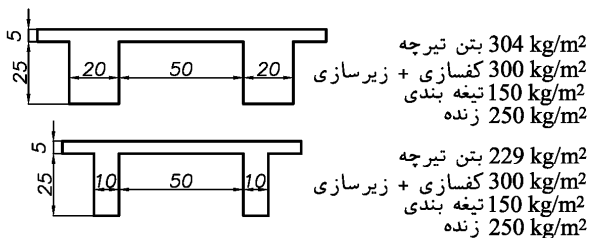
• طبق بند ۹-۱۹-۲-۴ از مبحث نهم (ویرایش ۹۹) که در شکل فوق نیز نمایش داده شده، برای ساختمانهای متعارف مسکونی و اداری و تجاری رعایت محدودیت  $L/240$  کفایت میکند. توجه شود که مشابه این بند در ACI-318-19 مطرح نشده است.

در جداول زیر چند نمونه از نتایج تیرچه های کنترل شده با روش پیشنهاد نشان داده شده است.  
 رده بتن C20، رده میلگردهای طولی  $S300$ ، و مدول الاستیسیته بتن  $E_c = 4700 \sqrt{20} = 21019 \text{ MPa}$  فرض شده است.



تیرچه	طول تیرچه	آرماتور پائینی	آرماتور بالایی	آرماتور زیگزاگ
دوبل	8	$2(2\phi 16 + 1\phi 12)$	$2\phi 14$	$\phi 4.5$
دوبل	7.5	$2(2\phi 16)$	$2\phi 14$	$\phi 4.5$
نک	7.5	$2\phi 16 + 2\phi 14$	$1\phi 14$	$\phi 4.5$
نک	7	$2\phi 16 + 1\phi 14$	$1\phi 10$	$\phi 4.5$
نک	6.5	$2\phi 14 + 1\phi 14$	$1\phi 10$	$\phi 4.5$
نک	6	$2\phi 12 + 1\phi 14$	$1\phi 10$	$\phi 4.5$
نک	5	$2\phi 8 + 1\phi 14$	$1\phi 8$	$\phi 4.5$
نک	4.5	$2\phi 10 + 1\phi 8$	$1\phi 8$	$\phi 4.5$
نک	4	$2\phi 10$	$1\phi 8$	$\phi 4.5$
نک	3	$2\phi 8$	$1\phi 8$	$\phi 4.5$

تیرچه	طول تیرچه	آرماتور پائینی	آرماتور بالایی	آرماتور زیگزاگ
دوبل	8	$2(2\phi 16 + 1\phi 16)$	$2\phi 14$	$\phi 4.5$
دوبل	7.5	$2(2\phi 16 + 1\phi 8)$	$2\phi 14$	$\phi 4.5$
نک	7.5	$2\phi 16 + 2\phi 14$	$1\phi 14$	$\phi 4.5$
نک	7	$2\phi 16 + 1\phi 14$	$1\phi 10$	$\phi 4.5$
نک	6.5	$2\phi 14 + 1\phi 14$	$1\phi 10$	$\phi 4.5$
نک	6	$2\phi 12 + 1\phi 14$	$1\phi 10$	$\phi 4.5$
نک	5	$2\phi 8 + 1\phi 14$	$1\phi 8$	$\phi 4.5$
نک	4.5	$2\phi 10 + 1\phi 8$	$1\phi 8$	$\phi 4.5$
نک	4	$2\phi 10$	$1\phi 8$	$\phi 4.5$
نک	3	$2\phi 8$	$1\phi 8$	$\phi 4.5$



تیرچه	طول تیرچه	آرماتور پائینی	آرماتور بالایی	آرماتور زیگزاگ
دوبل	7	$2(2\phi 16 + 1\phi 12)$	$1\phi 10$	$\phi 4.5$
نک	6.5	$2\phi 16 + 1\phi 16$	$1\phi 10$	$\phi 4.5$
نک	6	$2\phi 16 + 1\phi 10$	$1\phi 10$	$\phi 4.5$
نک	5	$2\phi 10 + 1\phi 14$	$1\phi 10$	$\phi 4.5$
نک	4.5	$2\phi 8 + 1\phi 14$	$1\phi 8$	$\phi 4.5$
نک	4	$2\phi 10 + 1\phi 8$	$1\phi 8$	$\phi 4.5$
نک	3.5	$2\phi 10$	$1\phi 8$	$\phi 4.5$

تیرچه	طول تیرچه	آرماتور پائینی	آرماتور بالایی	آرماتور زیگزاگ
دوبل	7.5	$2(2\phi 16 + 1\phi 16)$	$1\phi 14$	$\phi 4.5$
نک	7	$2\phi 16 + 2\phi 14$	$1\phi 10$	$\phi 4.5$
نک	6.5	$2\phi 16 + 1\phi 14$	$1\phi 10$	$\phi 4.5$
نک	6	$2\phi 12 + 1\phi 16$	$1\phi 10$	$\phi 4.5$
نک	5	$2\phi 10 + 1\phi 12$	$1\phi 8$	$\phi 4.5$
نک	4.5	$2\phi 10 + 1\phi 10$	$1\phi 8$	$\phi 4.5$
نک	4.2	$2\phi 10 + 1\phi 8$	$1\phi 8$	$\phi 4.5$
نک	3.5	$2\phi 10$	$1\phi 8$	$\phi 4.5$